

**STÆRÐFRÆÐI**

# ÞRAUTIR – RÖKHUGSUN



## 2. hluti

Á eftirfarandi síðum eru þrautir eða rökhugsunarverkefni sem ætluð eru nemendum grunnskóla. Efnið er einkum ætlað nemendum á mið- og unglingastigi. Efnið hefur verið gróflega flokkað eftir þyngd í fimm flokka frá A – E.

Efnið er ætlað til útprentunar. Lausnir er einnig að finna á vef Námsgagnastofnunar.

Ragna Briem safnaði efninu saman og Böðvar Leós teiknaði myndir.



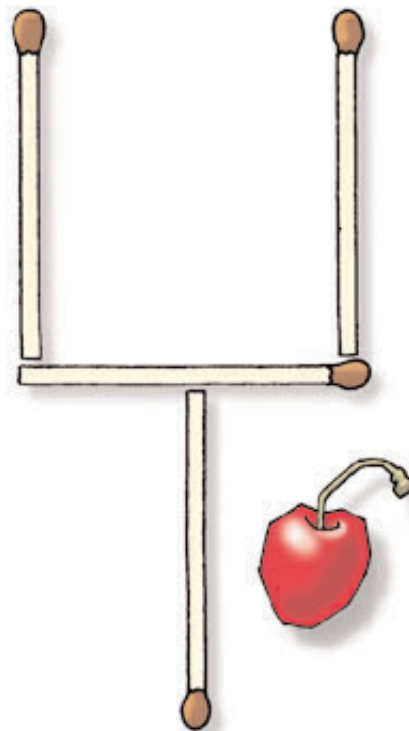
**NÁMSGAGNASTOFNUN**  
09631

## A. ÞRAUTIR – RÖKHUGSUN 2. hluti

### A - 1

Hér sérðu staup gert úr fjórum eldspýtum og kirsuber við hliðina.

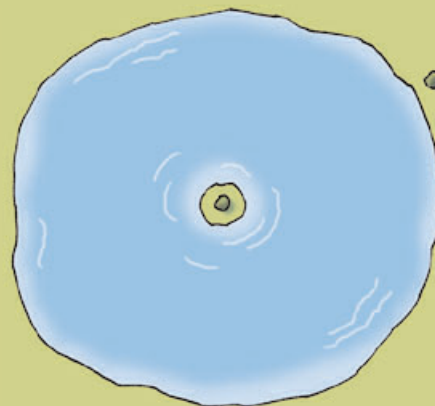
Þú átt að geta komið kirsuberinu í glasið með því að færa aðeins tvær eldspýtur.



### A - 2

Á myndinni sést lítil eyja og á henni er tré (græni depillinn). Eyjan er í miðju stóru og djúpu stöðuvatni og þvermál þess er 300 metrar. Á bakkanum er annað tré. Þar er einnig ósyndur maður með rúmlega 300 metra langt reipi.

Hvernig kemst hann út í eyjuna?



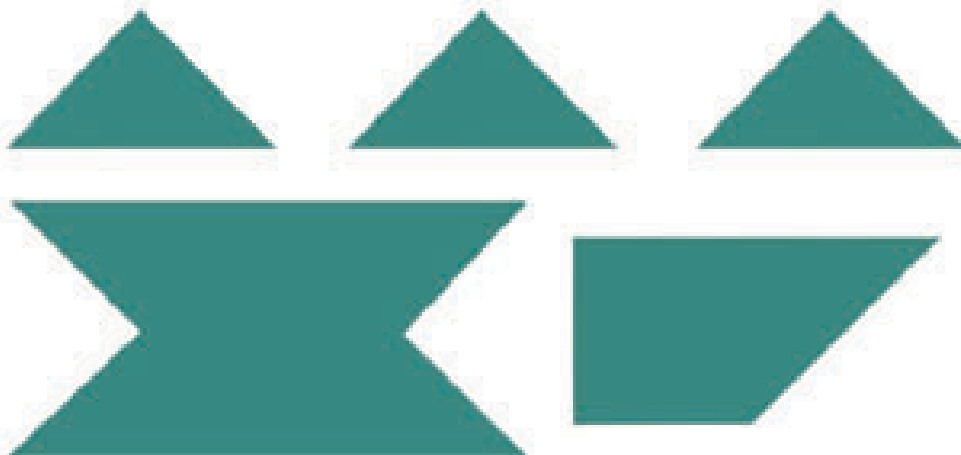
### A – 3

Leggðu 16 krónupeninga á borð þannig að þeir myndi 4 x 4 ferning með þorskinn og skjaldarmerkið upp til skiptis. Þú átt að færa peningana til þannig að í hverjum dálki verði eingöngu skjaldarmerki eða þorskar. Þú mátt aðeins snerta tvo peninga.



### A – 4

Klipptu formin út og búðu til kross úr þeim.



## A - 5

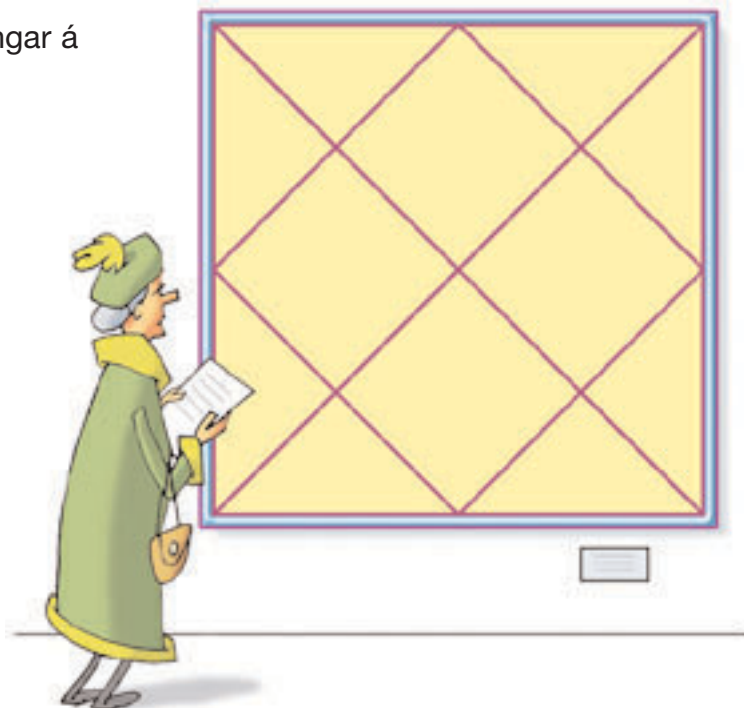
Í hatti einum eru 12 spjöld númeruð frá 1 til 12.  
Alli, Ási, Baddi, Danni og Elli tóku hver um sig tvö  
spjöld úr hattinum og lögðu saman númer spjaldanna.  
Tvö spjöld voru eftir í hattinum.  
Alli fékk summuna 11, Ási fékk summuna 4,  
Baddi fékk summuna 16,  
Danni fékk summuna 7 og  
Elli fékk summuna 19.

Finndu út hver tók hvaða spjald.



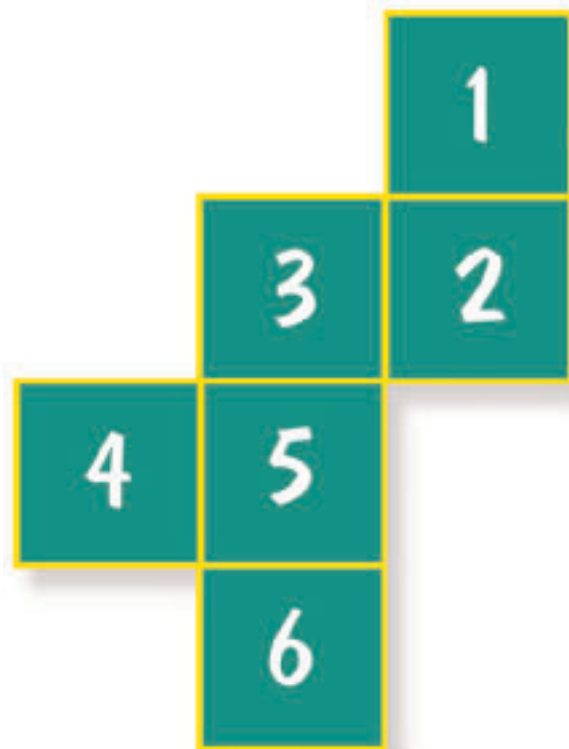
## A - 6

Hvað eru margir þríhyrningar á myndinni?



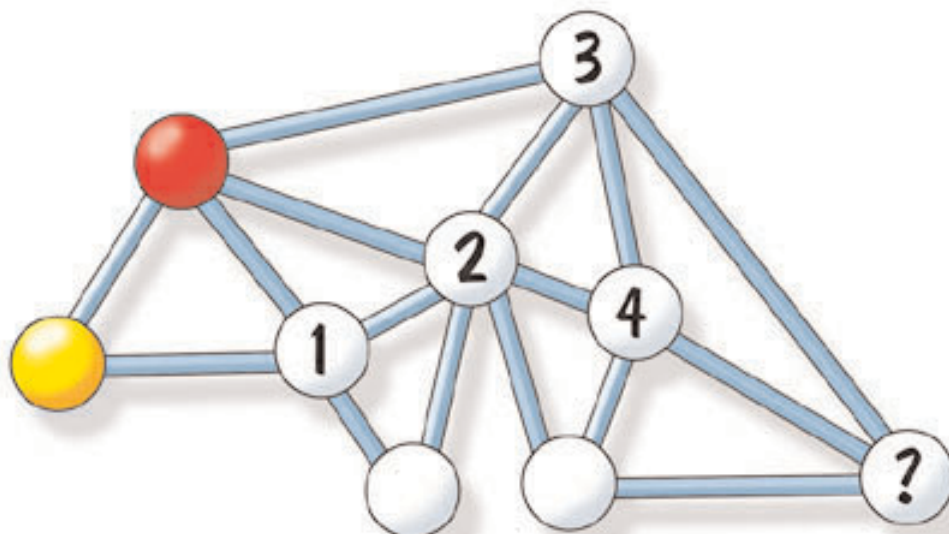
### A - 7

Ef þú klippir þessa ferninga út og brýtur saman og býrð til tening hvaða tala er þá á hliðinni sem er gagnstæð hliðinni með tölunni 1?



### A - 8

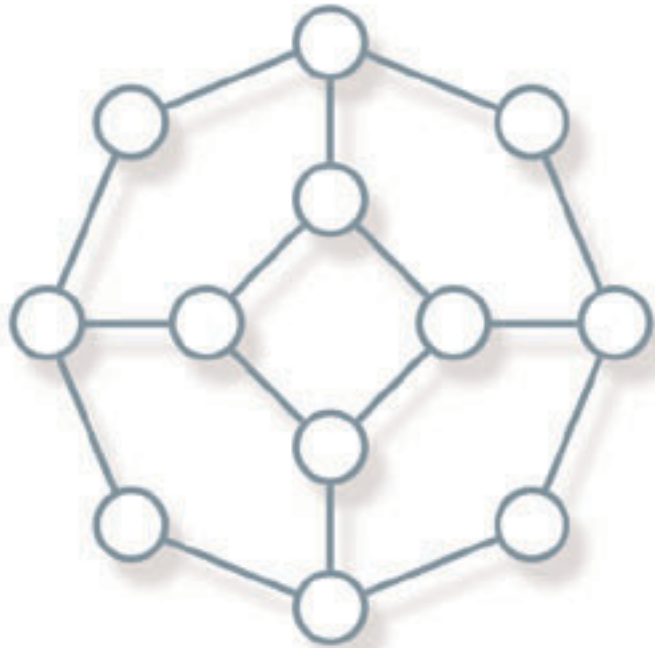
Punktarnir á myndinni eru litaðir í gulum, rauðum eða grænum lit. Ef þrír punktar eru tengdir með strikum þannig að þeir myndi þríhyrning eiga hornpunktarnir þrír að vera í mismunandi litum. Hvernig á liturinn á hringnum sem er merktur með spurningarmerki að vera?



**A – 9**

Hvern punkt á myndinni á að lita þannig að engir tveir punktar sem eru tengdir saman með striki fái sama lit.

Hver er minnsti fjöldi lita sem þarf að nota?



## B. ÞRAUTIR – RÖKHUGSUN 2. hluti

### B – 1

Maður og kona sem hvort um sig eru jafnþung og vagnhlass þurfa að komast yfir á. Með í för eru tvö börn sem til samans vega jafnmikið og vagnhlassið. Þau finna bátskel sem aðeins ber eitt vagnhlass.

Hvernig komast þau yfir ána án þess að báturinn sökkvi?



### B – 2

Kennarinn bað Siguu að draga 3 frá ákveðinni tölu og deila svo með 9 í útkomuna úr frádrættinum. Sigga ruglaðist og dró 9 frá tölunni og deildi svo með 3 og fékk svarið 43.

Hvert hefði svarið orðið ef hún hefði reiknað dæmið rétt?



**B - 3**

Hvað er klukkan þegar summa tölustafanna sem sýna klukkustundina og mínúturnar á venjulegri stafrænni klukku er stærst?



(Ath. að klukkan sýnir tímann frá 00.00 til 24.00.)



## B – 4

Búa á til sem minnsta fimm tölustafa *slétta tölu* úr tölustöfunum 1, 2, 3, 4 og 9.

Hvaða tölustafur er í tugasætinu?



## B – 5

Tólf tennisboltar eru númeraðir frá 1 og upp í 12. Tómas skipti þeim í tvo flokka og tók eftir að summa númeranna í öðrum flokknum var jöfn summunni í hinum flokknum.

Hver var þessi sameiginlega summa?



**B – 6**

Þú átt sjö lóð sem vega 1, 2, 4, 8, 16, 32 og 64 grömm.

Hvernig geturðu sett öll þessi lóð eða hluta þeirra á skálavog til að vega 100 g?

**B – 7**

Þú hefur sex lóð, 1, 3, 9, 27, 81 og 100 g.

Hvernig geturðu sett öll þessi lóð eða hluta þeirra á skálavog þannig að vogin sé í jafnvægi?



**B – 8**

Í dag er fyrsti dagurinn þinn sem strætisvagnabílstjóri.

Þegar þú leggur af stað frá Hlemmi eru

23 farþegar í vagninum.

Við fyrstu stoppistöð fara fimm farþegar út og þrír koma inn.

Á annarri stoppistöðinni fara 11 út og 8 koma inn og

á þriðju stöðinni fara 10 út og 5 koma inn.

Hversu gamall er vagnstjórinn?

**B – 9**

Hvaða tala á að vera í miðjum hringnum?



## B – 10

Í fjölskyldu einni eru tvær systur.  
Sú eldri heimsækir móður sína sjötta  
hvern dag, en sú yngri áttunda hvern dag.  
Dag einn eru þær báðar í heimsókn  
hjá móðurinni.

Eftir hve marga daga munu þær aftur  
verða báðar í heimsókn hjá mömmu  
gömlu?



## B – 11

Ásdís velur sér heila tölu og Jóna reynir  
að finna út hver talan er.  
Hún spyr og Ásdís svarar:

„Gengur hún upp í töluna 30?“ „Já.“

„Er hún frumtala?“ „Nei.“

„Ganga 3 upp í töluna?“ „Nei.“

„Er hún lægri en 3?“ „Nei.“

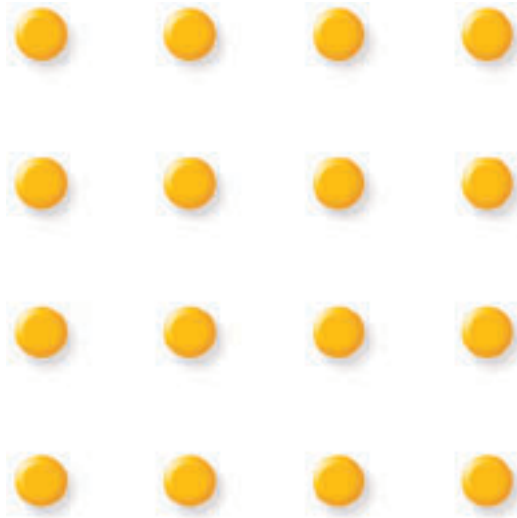
Hvaða tölu valdi Ásdís?



### B – 12

Á milli punktanna í myndinni er jafnt bil.

Hvað getur þú búið til mörg strik af mismunandi lengd á milli punktanna?



### B – 13

Tölurnar B og C eru náttúrulegar tölur og vitað er að  $B \cdot (B - C) = 23$ .

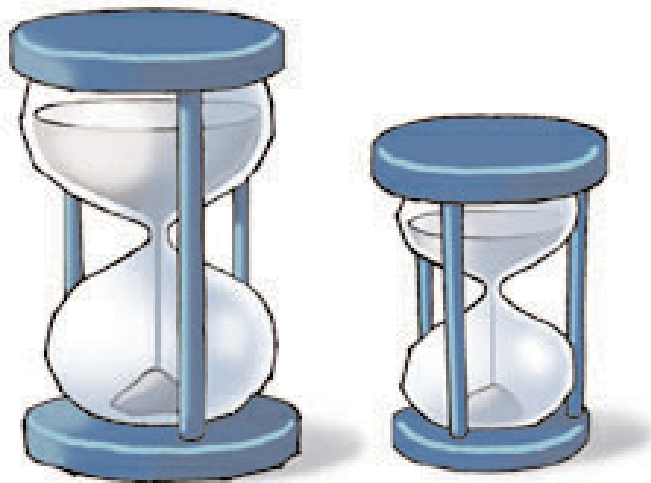
Hvaða tölur eru B og C?



## C. ÞRAUTIR – RÖKHUGSUN 2. hluti

### C - 1

Hvernig er unnt að sjóða egg í fimmtán mínútur ef það eina sem hægt er að mæla tímann með eru tvö stundaglös, annað tæmist á sjö mínútum og hitt á ellefu mínútum?



### C - 2

Hér sjást sex staup í röð, þrjú full og þrjú tóm. Hver er minnsti fjöldi færslna sem þarf til að staupin séu til skiptis full og tóm (eða tóm og full)? Ef staup er tekið upp telst það ein færsla.



### C - 3

Gyða, Magga og Þóra eru ekki jafngamlar. Nákvæmlega ein af eftirfarandi þremur fullyrðingum er rétt:

- I Magga er elst.
- II Gyða er ekki elst.
- III Þóra er ekki yngst.

Hver þeirra þriggja er yngst?



### C - 4

Finndu tvær heilar jákvæðar tölur sem hafa margfeldið 10000 og talan 10 gengur upp í hvorugri tölunni.

$$\begin{array}{c} \text{?} \times \text{?} \\ = 10000 \end{array}$$





## C – 5

Jenný sagði: „Ég er sjötta barnið í minni fjölskyldu og ég á a.m.k. jafnmarga bræður og systur.“

Bróðir hennar Jón bætti við: „Ég á a.m.k. tvisvar sinnum fleiri systur en bræður.“

Hvað eru margar stúlkur og drengir í fjölskyldunni?



## C – 6

Ég vaknaði upp einhvern tímann um nóttina og heyrði standklukkuna frammi í stofunni slá. Til fróðleiks má nefna að klukkan mín góða slær á heilum og hálfum tímum – eitt högg fyrir sérhvern heilan tíma en ávallt aðeins eitt högg á hálfum tímum. Þar sem klukkan sló aðeins eitt högg, þegar ég vaknaði þarna um nóttina, vissi ég því ekki fyrir víst hvað klukkan var.

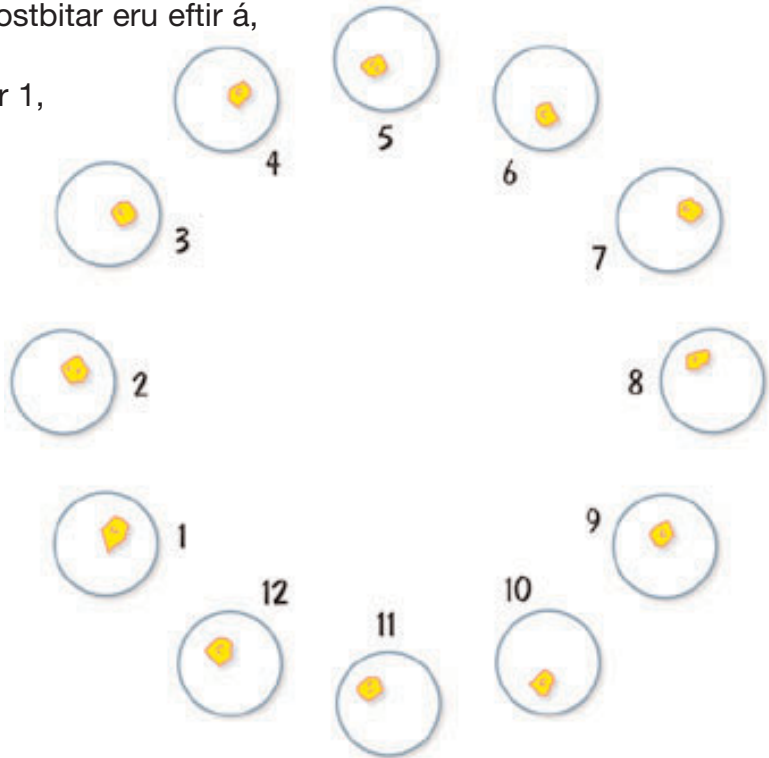
Í hve langan tíma hefði ég þurft að halda mér vakandi til að vita alveg fyrir víst hvað klukkan var, án þess náttúrulega að fara fram úr eða kíkja á einhverjar aðrar klukkur?



### C - 7

Á hringlaga borði eru 12 diskar númeraðir frá 1 til 12 og á hverjum disk er lítill ostbiti. Lítil mús gengur hring eftir hring á borðinu og étur ostbita af öðrum hverjum disk sem ostbitar eru eftir á, þar til einn ostbiti er eftir.

Ef hún byrjar á disknum númer 1, númer hvað er þá diskurinn sem síðasti ostbitinn er á?



### C - 8

Þessir 12 peningar mynda 6 jafnstóra ferninga.

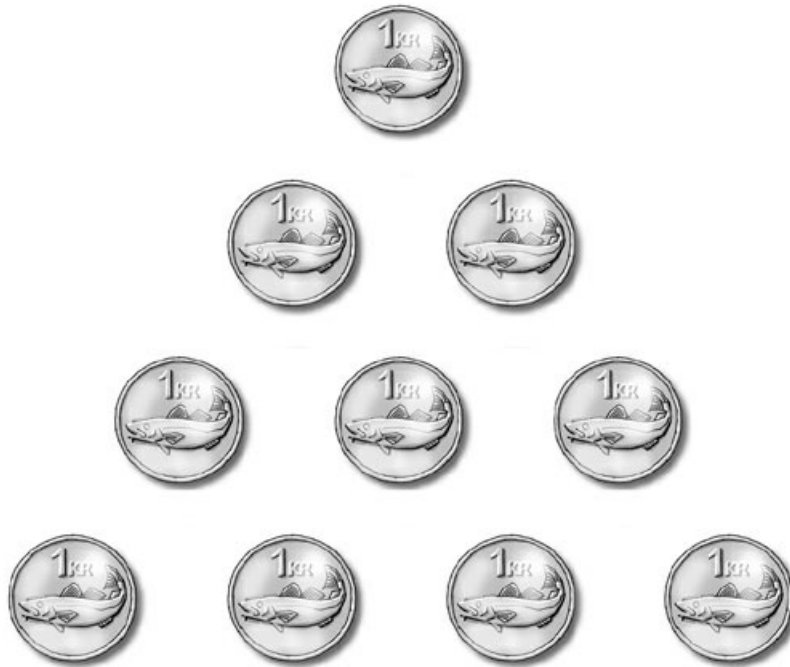
Taktu þrjá peninga í burtu þannig að eftir verði 3 jafnstórir ferningar.



**C – 9**

Þessi þríhyrningur er gerður úr 10 krónupeningum.

Hver er minnsti fjöldi peninga sem þarf að færa til að þríhyrningurinn vísi niður?

**C – 10**

„Hvað kostar einn?“

„300 krónur.“

„Hvað kosta fimmtán?“

„600 krónur.“

„Ég ætla að fá hundrað og sextán.“

„Það verða 900 krónur, frú.“

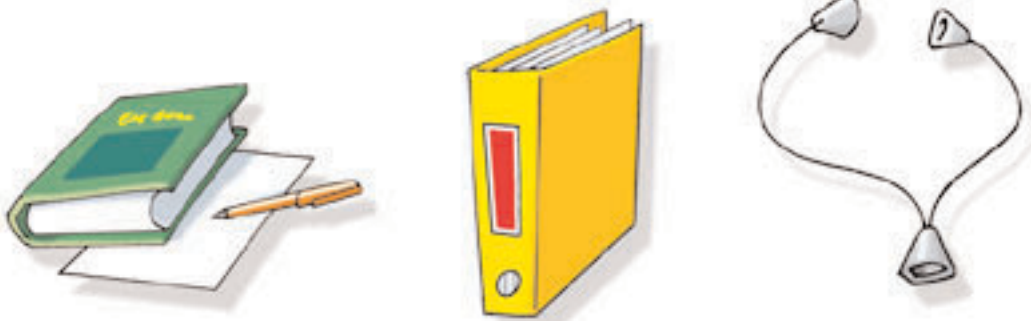
Hvað gæti frúin verið að kaupa?

1  
15  
116

## C – 11

Jóna, Ása og Fjóla gegna þremur ólíkum störfum.  
Ein er bókhaldari, önnur er kennari og sú þriðja er læknir.  
Læknirinn, sem er barnlaus og ógift, er lægst þeirra þriggja.  
Jóna, sem er tengdadóttir Ásu, er hærri en kennarinn.

Hver gegnir hvaða starfi?



## C – 12

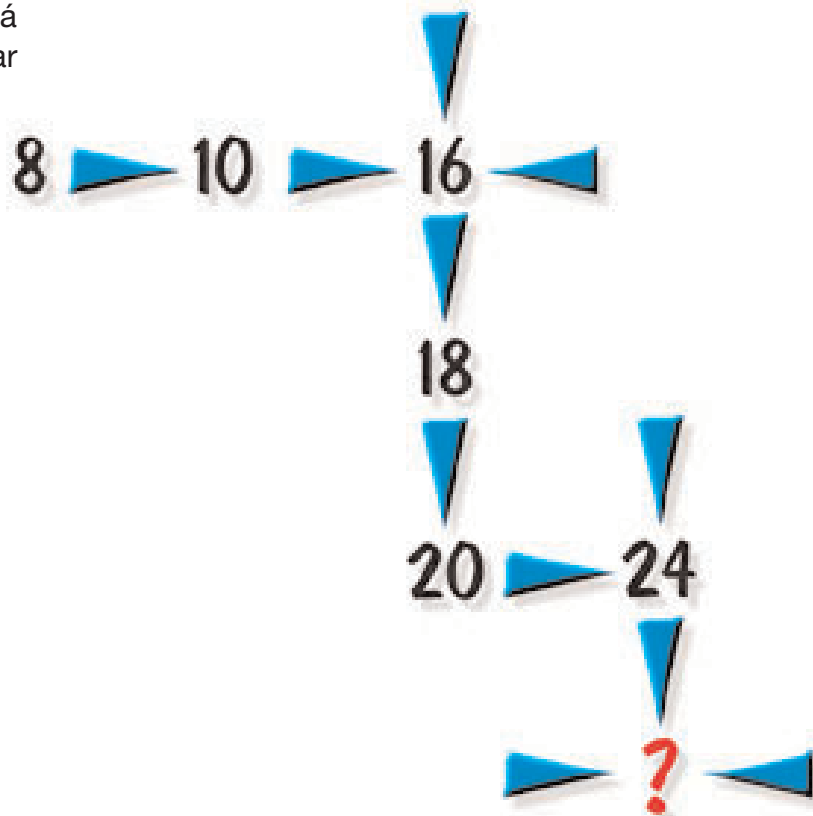
Árni, Bjarni og Karl eru úti að hjóla.  
Hver þeirra hjólar á hjóli sem einn hinna á og er með hjálm þess þriðja.  
Sá sem er með hjálminn hans Karls hjólar á hjólinu hans Bjarna.

Hver hjólar á hjólinu hans Árna?



### C – 13

Hvaða tala á að vera á staðnum sem örvarnar þrjár vísa á?



### C – 14

Í landi einu þar sem krónan er verðmeiri en á Íslandi og ein króna er lægsta mynteiningin keypti maður ritföng fyrir 25 krónur, alls 25 stykki. Það sem hann keypti var pappír þar sem tvær arkir kostuðu krónu, penna sem kostuðu krónu hver, blýanta þar sem tveir kostuðu fimm krónur og strokleður, sem kostuðu fimm krónur stykkið.

Hvað keypti hann mikið af hverju og athugið að ekki er hægt til dæmis að kaupa eina örku af pappír?



## D. ÞRAUTIR – RÖKHUGSUN 2. hluti

### D – 1

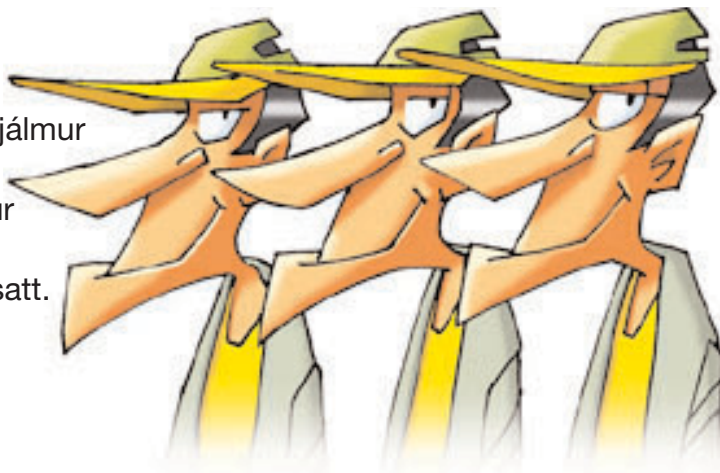
Maður ætlar að ferðast yfir eyðimörk og tekur ferðin sex daga. Hann og burðarmenn hans geta hver um sig aðeins borið vistir til fjögurra daga.

Hver er minnsti fjöldi burðarmanna sem maðurinn þarf að hafa með sér ef enginn á að láta lífið og allir fá sinn dagskammt meðan þeir eru að ferðast. (Ekki er gert ráð fyrir að dagskammtur sé minnkaður).



### D – 2

Bræðurnir Jón, Jóhann og Vilhjálmur eru eineggja þríburar sem ekki er hægt að þekkja í sundur á útlitinu. Jón og Jóhann ljúga alltaf en Vilhjálmur segir alltaf satt. Þú hittir einn þeirra bræðra og vilt vita hvort það sé Jón því hann skuldar þér peninga.

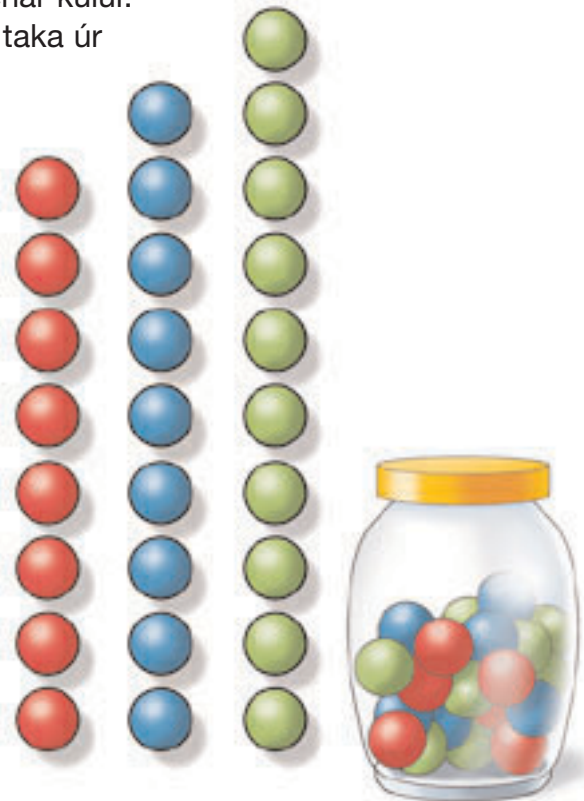


Þú mátt spyrja einnar þriggja orða (eða færri orða) spurningar til að komast að því hvort sá sem þú hittir sé Jón.

Hver er spurningin?

### D – 3

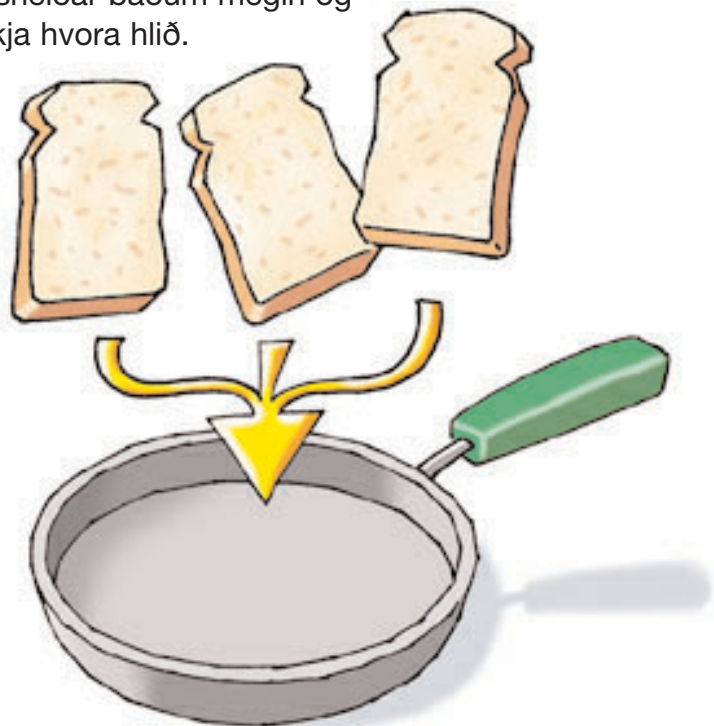
Í krukku eru 8 rauðar, 9 bláar og 10 grænar kúlur.  
Hver er minnsti fjöldi kúlna sem þarf að taka úr  
krukkunni til að vera viss um að fá  
þrjár kúlur í sama lit?



### D – 4

Þú átt steikarpönnu sem aðeins er hægt að steikja tvær brauðsneiðar á í einu.  
Þú ætlar að steikja þrjár brauðsneiðar báðum megin og  
það tekur 20 sekúndur að steikja hvora hlið.

Hvernig getur þú steikt  
brauðsneiðarnar þrjár  
báðum megin á sem  
stystum tíma?



## D – 5

Fjórir menn, Andri, Bjarni, Davíð og Karl, sem lágu undir grun um að hafa framið glæp, gáfu eftirfarandi yfirlýsingar í yfirheyrslu hjá lögreglunni.

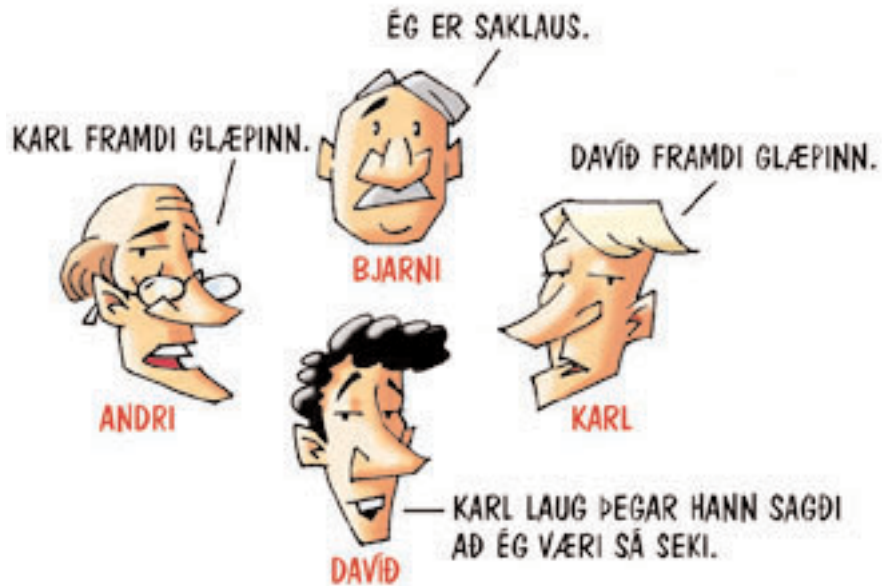


Ef nákvæmlega einn þeirra fjórmenna er **sekur** og nákvæmlega einn þeirra sagði satt, hver er þá hinn seki?



**D - 6**

Fjórir menn, Andri, Bjarni, Davíð og Karl, sem lágu undir grun um að hafa framið glæp, gáfu eftirfarandi yfirlýsingar í yfirheyrslu hjá lögreglunni.

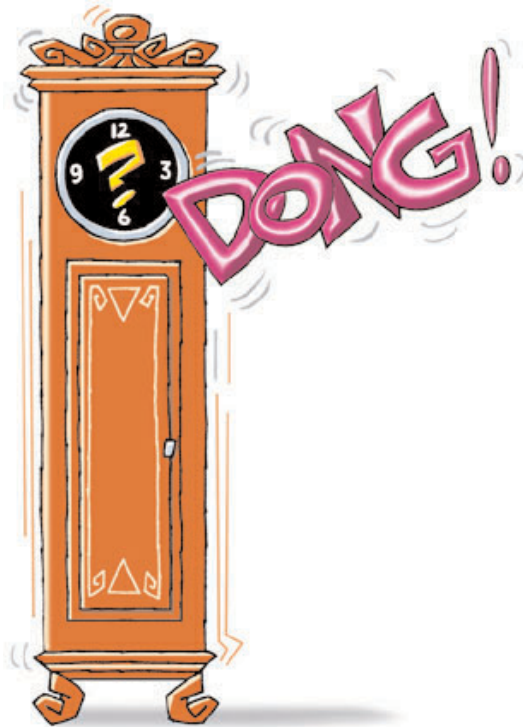


Ef nákvæmlega einn fjórmenninga segir **ósatt**, hver er þá hinn seki?



## D – 7

Þegar stór standklukka slær sex högg líða 15 sekúndur á milli fyrsta og síðasta höggs.



Hvað líða margar sekúndur á milli fyrsta og síðasta höggs þegar hún slær 12?

## D – 8

Eftir að bankarán hafði verið framið gáfu fjórir bankastarfsmenn eftirfarandi lýsingu á ræningjanum:

Dyravörðurinn sagði að hann væri með blá augu, hávaxinn, í vesti og með hatt. Gjaldkerinn sagði að hann væri með brún augu, lágvaxinn, í vesti og með hatt.

Ritarinn sagði að hann væri græneygður, meðalmaður að hæð, í regnfrakka og með hatt.

Bankastjórinn sagði að hann væri með grá augu, hávaxinn, í vesti og hattlaus.

Seinna kom í ljós að aðeins eitt atriði af fjórum var rétt í lýsingu sérhvers vitnis.

Hins vegar var sérhverju atriði (þ.e. augnlit, hæð, fatnaði og höfuðfati) lýst rétt af a.m.k. einu vitnanna. Hver er hin rétta lýsing á bankaræningjanum?



**D – 9**

Trésmiður fær greidda 2 gullpeninga fyrir hvern dag sem hann vinnur en þarf að greiða 3 gullpeninga fyrir hvern dag sem hann vinnur ekki.

Eftir 30 daga kemst hann að því að hann hefur fengið jafnmarga peninga greidda eins og hann hefur sjálfur þurft að greiða.

Hvað vann hann marga daga á þessu tímabili?

**D – 10**

Sigríður forstjóri kemur inn til Sveins einkaritara síns nokkrum sinnum á dag og lætur hann fá eitt bréf til að vélrita.

Hún lætur hvert bréf alltaf efst í stafla hjá Sveini.

Þegar Sveinn hefur tíma tekur hann ávallt efsta bréfið í staflanum og vélritar það. Einn daginn þarf Sigríður að láta vélrita fyrir sig fimm bréf og kemur hún með þau til hans í röðinni 1, 2, 3, 4, 5.

Í hverri af eftirfarandi röðum gæti Sveinn ekki hafa vélritað bréfin?

- A 

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---
- B 

3	2	4	1	5
---	---	---	---	---
- C 

2	4	3	5	1
---	---	---	---	---
- D 

4	5	2	3	1
---	---	---	---	---
- E 

5	4	3	2	1
---	---	---	---	---

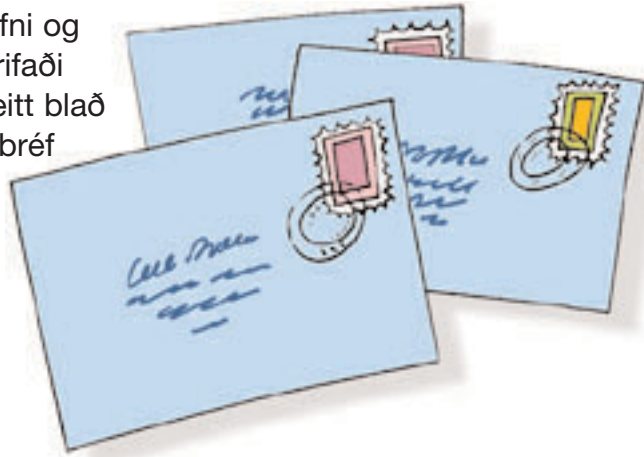


## D – 11

Anna og Sigga keyptu eins bréfsefni og sendu vinum sínum bréf. Anna skrifaði öllum stutt bréf og notaði aðeins eitt blað í hvert bréf en Sigga skrifaði löng bréf og notaði 3 blöð í hvert bréf.

Anna notaði öll umslögin í sínu bréfsefni og átti eftir 50 blöð en Sigga notaði öll blöðin í sínu bréfsefni og átti eftir 50 umslög.

Hver af eftirfarandi tölum er fjöldi blaðanna sem þær keyptu hvor um sig?



80

100

120

125

150

## E. ÞRAUTIR – RÖKHUGSUN 2. hluti

### E – 1

Árið á Mars er nákvæmlega 697 dagar.

Ef marsvikan er 12 dagar og árið 0 byrjar á fyrsta degi vikunnar, hvaða ár byrjar þá næst á fyrsta degi vikunnar?



## E – 2

Dísa ákvað að dúkleggja eldhúsgólfíð heima hjá sér. Gólfíð var eins og ferningur í laginu með hliðarlengd 12 fet. Hún átti brúnan ómynstraðan gólfdukk sem hún ákvað að nota.

Gólfdukkurinn var í laginu eins og rétthyrningur með hliðar 16 og 9 fet. Eins og gefur að skilja varð hún að skera dúkinn í sundur. Eftir töluverðar vangaveltur sá Dísa leið til að skera dúkinn aðeins í tvo hluta.



Hvernig fór hún að?



### E – 3

Jón er að reyna að komast að því númer hvað húsið hans Tómasar er. Það eina sem hann veit er að Tómas býr við götu þar sem lægsta húsnúmerið er 8 og hæsta 100.

Jón spyr: „Er númerið hærra en 50?“ Tómas svarar og lýgur.  
Næst spyr Jón: „Er húsnúmerið margfeldi af fjórum?“ Tómas svarar og lýgur.

Þá spyr Jón: „Er húsnúmerið ferningstala?“  
Tómas svarar en segir nú satt.

Nú telur Jón sig aðeins þurfa eina spurningu í viðbót til að finna svarið og spyr: „Byrjar húsnúmerið þitt á þremur?“ Tómas svarar og er ekki vitað hvort hann lýgur eða segir satt. Nú telur Jón sig vera búinn að finna svarið og segir Tómasi hvert húsnúmerið er en það reynist vera rangt.



Hvert er húsnúmerið hans Tómasar?

## E - 4

Maður keypti sér ferningslaga teppi sem var 10 metrar á kant. Nokkru síðar fór hann aftur í verslunina og sagði að sér hefðu orðið á mistök. Hann vantaði teppi sem væri 9 metrar · 12 metrar. Verslunareigandinn sagði: „Ég skil, þú þarft 108 m<sup>2</sup> í stað 100m<sup>2</sup>. Til allrar hamingju á ég bút úr sams konar teppi sem er 1 metri · 8 metrar – einmitt það sem þig vantar.“ Maðurinn fékk bútinna fór heim og klippti ferningslaga teppið í tvo hluta. Hann skeytti það saman aftur ásamt bútnum og fékk út rétthyrningslaga teppi sem var 9 metrar · 12 metrar.

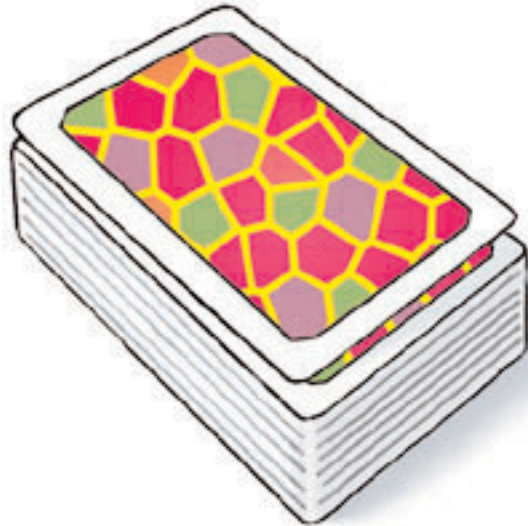


Hvernig fór hann að?



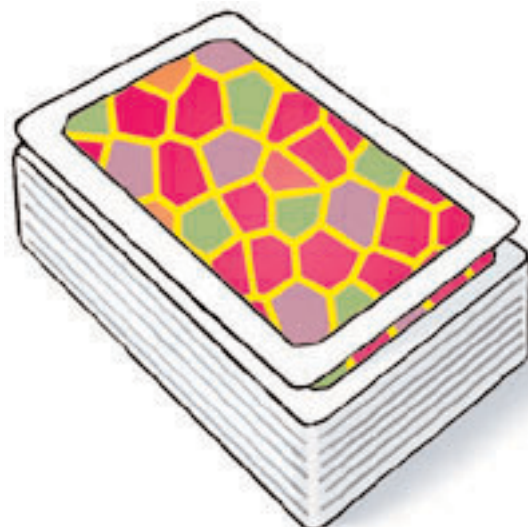
### E - 5

Hversu mörg spil þarf að draga úr venjulegum spilabunka til að vera viss um að fá a.m.k. þrjú spil í **sömu** sort?



### E - 6

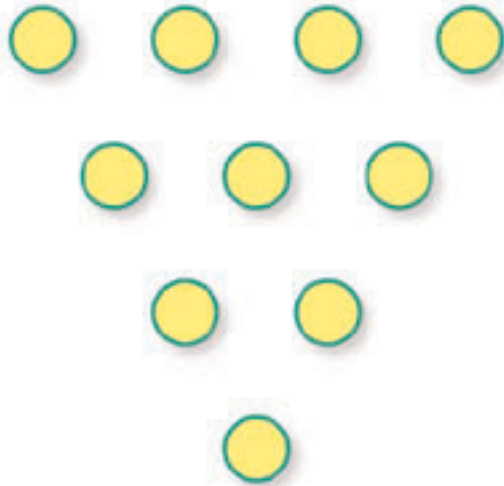
Hversu mörg spil þarf að draga úr venjulegum spilabunka til að vera viss um að fá a.m.k. þrjú spil í **hverri** sort?



## E - 7

Í sérhverjum hring er jákvæður mismunur talnanna í þeim tveimur hringjum sem eru næst fyrir ofan hann. Í hringjunum í efstu röðinni mega vera hvaða tölur sem er.

Er hægt að raða tölunum 1 til 10 inn í sérhvern hring þannig að þessari reglu sé fylgt og hver tala notuð aðeins einu sinni?



## E - 8



Veiðimaður sem var á leiðinni í veiðiferð þurfti að fara með lest.

Ekki var leyft að taka með hluti í lestina sem voru lengri en 2 m.

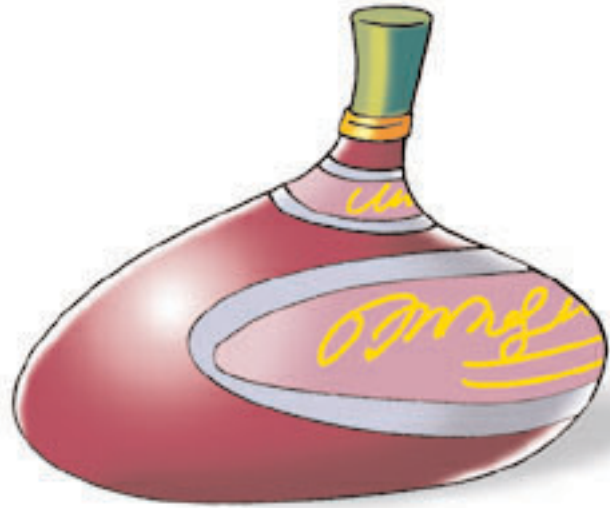
Riffill veiðimannsins var hins vegar 2,3 m.

Hvernig gat hann tekið riffilinn með í lestina án þess að brjóta reglurnar?

## E – 9

Deyjandi faðir gaf þremur dætrum sínum þrjátíu flöskur. Tíu voru fullar af víni, tíu voru hálffullar af víni og tíu voru tómar.

Reyndu nú að skipta víninu og flöskunum á milli dætranna svo að allar fái jafnmargar flöskur og jafnmikið af víni (án þess að hella á milli).



## E – 10

Á söguþrófi voru þrjár spurningar um forseta Íslands.

Hér eru svör sex nemenda:

1. Ólafur, Ólafur, Vigdís.
2. Vigdís, Vigdís, Ólafur.
3. Kristján, Kristján, Ólafur.
4. Vigdís, Ólafur, Kristján.
5. Kristján, Vigdís, Vigdís.
6. Vigdís, Kristján, Kristján.



Sérhver þessara sex nemenda svaraði a.m.k. einni spurningu rétt.

Hver voru hin réttu svör?

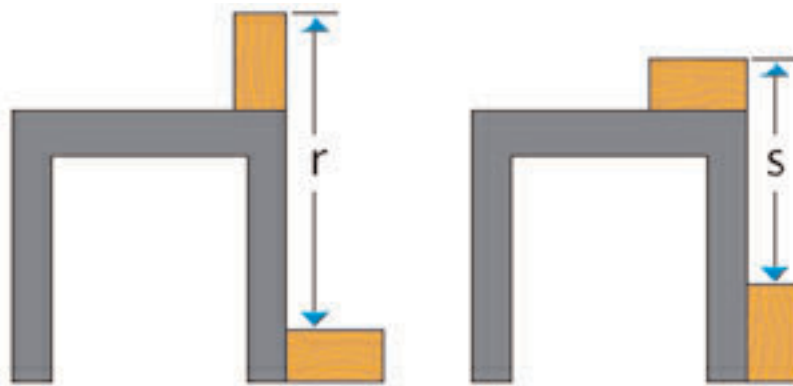
### E - 11

Á myndinni sést borð og tveir jafnstórir trékubbar.

Á mynd 1 er fjarlægðin  $r = 32$  sm en á

mynd 2 er fjarlægðin  $s = 28$  sm.

Hvað er borðið hátt?



### E - 12

Á Ólympusfjalli á Mars er marsbúabyggð.

Hárlitur marsbúanna er gulur, rauður, grænn eða blár.

Þeir hafa annaðhvort löng eða stutt eyru.

Vitað er að:

Fjórir eru bæði með rautt hár og löng eyru.

Alls eru 18 með stutt eyru.

12 eru bæði með stutt eyru og annaðhvort grænt eða blátt hár.

6 eru með blátt hár og löng eyru.

8 eru með löng eyru og annaðhvort gult eða grænt hár.

Alls eru 30 með gult, grænt eða blátt hár.

Hve margir hafa bæði stutt eyru og gult hár?

### E – 13

Unglingsstelpa ritaði fjögurra stafa tölu, abcd, þar sem tveir fyrstu tölustafirnir, ab, voru aldur föður hennar en seinni tveir, cd, aldur hennar sjálfrar.



Síðan dró hún frá töluna sem var mismunurinn á aldri föður hennar og hennar sjálfrar og fékk út 4289.

Hver af eftirfarandi tölum er summan af aldri feðginanna?

48

52

56

59

64