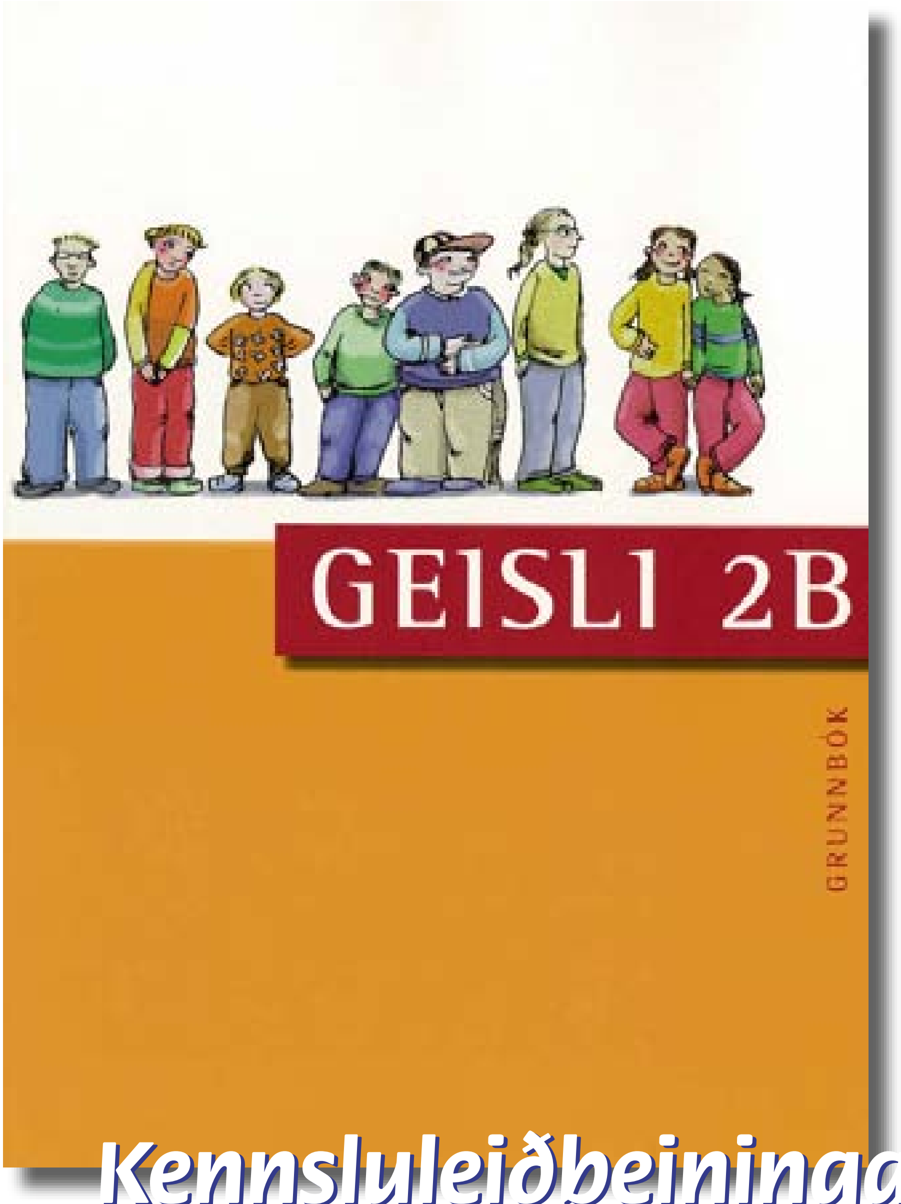


Kennsluleiðbeiningar

1. febrúar 2013

Efnisyfirlit

Geisli 2B
Kennsluleiðbeiningar

Ritstjóri: Hafdís Finnbogadóttir

1. útgáfa 2002
2. útgáfa 2013
Námsgagnastofnun
Kópavogi

Umbrot og útlit: Námsgagnastofnun

Geisli 2B

Um námsefnið

Námsefnið er samið með hliðsjón af *Aðalnámskrá grunnskóla – stærðfræði*. Einkum er stuðst við markmið fyrir miðstig. Námsefnið er sjálfstætt framhald af námsefninu *Geisli* 1A og 1B og er miðað við að nemendur þekki það námsefni og hafi tileinkað sér þau vinnubrögð sem þar er beitt.

Geisli 2A og 2B

Grunnnámsefni 6. bekkjar er samsett af grunnbókum *Geisla* 2A og 2B, tveimur vinnubókum, þremur þemaheftum, verkefnamöppu og kennsluleiðbeiningum. Kennsluleiðbeiningar og ýmiss konar annað ítarefni er á vef Námsgagnastofnunar.

Í *Geisla* 2A eru sjö kaflar en níu í *Geisla* 2B. Kaflarnir fjalla ýmist um einstaka efnisþætti eða viðfangsefni daglegs lífs. Grunnbækurnar eru fjölnota og er að jafnaði gert ráð fyrir að nemendur skrái lausnir í vinnuhefti. Kaflar í vinnubókum tengjast köflum í grunnbók og er gert ráð fyrir að nemendur fáist við viðfangsefnin í þessum bókum samhliða.

Kennsluleiðbeiningar

Í kennsluleiðbeiningunum er almennur inngangur um stærðfræðikennslu á miðstigi. Meginefni þeirra er þó umfjöllun og kennsluhugmyndir fyrir hvern kafla grunnbókar. Fjallað er um megininntak og áherslur í viðkomandi kafla og á hvaða hugmyndum efnisval og framsetning byggjast. Settar eru fram hugmyndir að kveikju og samantekt og kynnt helstu vinnubrögð sem henta við lausn verkefna í hverjum kafla. Sjálft kennsluferlið þarf hver kennari síðan að byggja upp í samræmi við nemendahóp og aðstæður hverju sinni.

Á vef Námsgagnastofnunar er að finna sérstaka umfjöllun um námsmat. Hugmyndir að námsmatsverkefnum og mati á þeim er að finna í verkefnamöppu. Auk þess eru í möppunni ýmiss konar verkefni og hefur sérstaklega verið safnað saman hugmyndum að verklegum viðfangsefnum og spilum. Á heimasíðunni eru einnig margs konar eyðublöð sem nýtast við lausnir verkefna og yfirlit yfir námsgögn sem nauðsynlegt er að skólar hafi aðgang að.

Þemahefti

Þemaheftin þrjú eru fjölnota bækur. Þau heita: *Hve stórt er stórt?*, *Sund* og *Reiknitæki*. Þau má nota hvenær vetrar sem er. Verkefnin eru óháð yfirferð á *Geisla 2A* og *2B*. Við lausn viðfangsefna í þemaheftunum gefst nemendum tækifæri til að kynnast nýjum þáttum í stærðfræði og beina stærðfræðiþekkingu sinni á ný svið. Verkefnin í heftunum eru miðuð við stærðfræði en auðvelt er að víkka þau svo þau spanni svið fleiri greina og henta þau því vel við samþættingu námsgreina. Kennsluleiðbeiningar fylgja hverju þemahefti. Í heftinu *Hve stórt er stórt?* er fengist við stærðir og hlutföll. Þar er hugað að tengslum stærðfræði við list- og verkgreinar, sérstaklega við tæknimennt.

Sund þekkja öll íslensk börn. Það hefur verið iðkað í heiminum í árþúsundir og menn hafa beitt stærðfræði þegar þeir hafa komið sér upp sundaðstöðu. Sundlaugabyggingar, rekstur þeirra og möguleikar til leikja og æfinga gefa tilefni til stærðfræðilegra útreikninga og vangaveltna.

Reiknitæki hafa lengi verið manninum hugleikin. Hann hefur reynt að gera sér útreikninga auðveldari með því að nota tæki. Í heftinu eru kynnt ýmiss konar reiknitæki, gömul og ný, og möguleikar þeirra skoðaðir.

Aftast í þemaheftunum eru hugtakakort sem nýta má við skipulagningu á viðfangsefnum tengdum öðrum þemum en eru í bókinni. Það má til dæmis búa til þema um aðra íþróttagrein en sund.

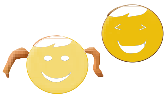
Verkefnamappa

Í verkefnamöppu eru ýmis verkleg viðfangsefni, spil og fleira ítarefni. Í kennsluleiðbeiningum eru settar fram hugmyndir um notkun þeirra en kennurum er vitanlega í sjálfsvald sett hvaða verkefni þeir nýta fyrir nemendur sína og á hvaða hátt.

Ýmsar leiðir má fara við að skipuleggja stærðfræðinám fyrir nemendur í 6. bekk. Námsefnispakkinn Geisli 2 er fjölbreyttur og gefur kennurum tækifæri til að skipuleggja kennslu miðað við nemendahópa og aðstæður á hverjum stað.

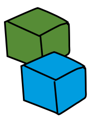
Skýringar á táknum í nemendaefni

Í bókinni eru notuð eftirfarandi tákn til leiðbeiningar fyrir nemendur.



Þú skalt vinna verkefnið með öðrum.
Þetta tákn er við verkefni sem nemendur eru hvattir sérstaklega til að vinna með öðrum. Eðlilegt er að nemendur vinni einnig saman að lausn annarra verkefna og alltaf er nauðsynlegt að ræða lausnir sínar við aðra. Samvinna getur falist í stuttu spjalli eða nánari samvinnu þar sem nemendur taka sameiginlega ábyrgð á lausn verkefnis. Nemendur geta ýmist verið tveir saman eða fleiri í hópi.

Þú skalt skrá vinnu þína í vinnuhefti.
Þau viðfangsefni sem þetta tákn er við krefjast annaðhvort nánari úrvinnslu á verkefnum sem nemendur hafa áður fengist við eða um er að ræða fleiri verkefni af sama toga.



Veldu þér hjálpargögn og skráðu lausn þína.
Verkefni með þessu tákni eru flest þess eðlis að talsverða umhugsun þarf við að leysa þau og nemendur eru hvattir til að velja sér þau hjálpargögn sem þeir telja best henta hverju sinni. Eðlilegt er að þeir noti þann skráningarmáta sem skýrir best hvernig þeir hugsuðu lausn sína. Það geta verið skýringarmyndir, texti og táknmál stærðfræðinnar. Nemendur læra þannig að skrá hugsun sína og það hjálpar þeim að skilja skráningarkerfi stærðfræðinnar.

Notaðu vasareikni.
Hér er gert ráð fyrir að nemendur noti vasareikni við lausn verkefnanna, til dæmis þar sem fengist er við háar tölur.

Inngangur

Kennsla á miðstigi getur verið bæði mjög gefandi og skemmtileg því nemendur hafa á þessum aldri náð valdi á ýmsum grunnatriðum en eru þó stöðugt að bæta við þekkingu sína og færni. Þeir þekkja skólalífið vel og bekkurinn eða hópurinn þeirra í skólanum er orðinn þýðingarmikill þáttur í lífi þeirra. Þeir eru orðnir sjálfbjarga á mörgum sviðum og geta tekið ábyrgð á mörgum atriðum bæði innan og utan skóla. Félagslegt umhverfi er sterkur áhrifaþáttur á allt nám. Það hefur bæði áhrif á hvernig nám fer fram og hvaða gagn nemandinn hefur af því sem hann lærir. Nemendur eru að öðlast þroska og móta sjálfsvitund sína og þá skiptir miklu máli hver reynsla þeirra er af sjálfum sér sem námsmönnum og hvers konar viðhorf þeir þróa með sér til námsgreinanna. Margir eru að komast á stig óhlutbundinna aðgerða en flestir hafa þörf fyrir hlutbundna nálgun þegar ný viðfangsefni eru tekin fyrir. Slík nálgun gefur líka frekar tilefni til umræðna og vangaveltna og getur vakið nemendur til umhugsunar um þætti sem þeir hefðu ef til vill ekki komið auga á ef þeir hefðu ekki fengið að skoða og handleika hluti. Mikilvægt er að hafa í huga að nemendur byggja þekkingu sína á því sem þeir sjálfir skilja og minnisatriði sem ekki hafa merkingu í huga þeirra koma þeim ekki að gagni við að þróa hugsun sína og skilning. Allir nemendur þurfa að fá ný og spennandi viðfangsefni sem fela í sér hæfilega ögrun. Verkefni þar sem þeir þurfa að skoða, rannsaka, ræða saman og greina gefa hverjum og einum frekar tækifæri til að vinna á eigin forsendum. Í slíkum verkefnum geta allir tekið þátt og lagt eitthvað til málanna sem gagnast öðrum.

Það að vera fljótur að reikna felur ekki endilega í sér að skilja vel stærðfræði. Ef nemendur hafa lært reikniaðferðir utan að er hætta á að þeir reikni vélrænt. Ákvæði um reiknifærni hafa breyst í námskrá með tilkomu vasareikna og annarra reiknitækja. Áhersla er lögð á að nemendur skilji hvernig er reiknað, það er hvaða reiknirit hafa verið notuð við útreikninga. Í yngri bekkjunum hafa nemendur prófað sig áfram, kynnst leiðum samnemenda sinna og nokkrar leiðir hafa verið kynntar í námsefninu. Þeir ættu nú að hafa þróað með sér eigin leiðir við útreikninga og geta valið hentuga leið hverju sinni allt eftir eðli þess verkefnis sem fengist er við.

Miklu skiptir að gerðar séu stigvaxandi kröfur til nemenda. Á miðstigi er hægt að gera meiri kröfur til skriflegrar röksemdafærslu og skipulegrar framsetningar en fyrr, þannig að bæði nemandinn sjálfur og aðrir geti séð hvernig hann hefur hugsað um viðfangsefnið og velt því fyrir sér. Vinnuhefti nemenda verður æ mikilvægara og þeir þurfa að temja sér að skrá þar helstu niðurstöður og vangaveltur og varpa þannig ljósi á skilning sinn á viðfangsefnum hverju sinni. Á miðstigi þurfa nemendur að ná valdi á því að geta túlkað stærðfræðileg viðfangsefni með hlutum, orðum, myndum og táknum.

Í samfélagi okkar eru gerðar þær kröfur til allra að þeir læri að lesa og skrifa en einnig er gert ráð fyrir að allir læri að reikna. Þegar börn læra að lesa opnast þeim nýr heimur þar sem þau geta leitað sér upplýsinga á eigin spýtur og það veitir þeim öryggi og ánægju. Með lestrar- og skriftarkunnáttu gefast fjölbreyttari tækifæri til að glíma við tungumálið og til að ná valdi á fleiri þáttum þess. Á sama hátt getur aukinn skilningur og færni í stærðfræði gefið fjölbreyttari möguleika til að takast á við stærðfræði. Færni í stærðfræði felst í hæfileikanum til að rannsaka, setja fram tilgátur og rökstyðja en jafnframt í að geta leitað fjölbreyttra leiða við lausn nýrra viðfangsefna. Nemendur þurfa einnig að geta rætt um stærðfræði og tengt saman hugmyndir innan stærðfræðinnar og við önnur svið. Eiginleikar eins og staðfesta, sveigjanleiki, forvitni, útsjónarsemi og uppfinningasemi hafa mikil áhrif á hvernig stærðfræðifærni nemenda nýtist þeim. Þegar meta á stærðfræðilega færni og skilning þarf því að skoða hvernig nemandi notfærir sér stærðfræði, til dæmis magnupplýsingar, við mat og lausn viðfangsefna.

Fyrir flesta er nauðsynlegt að nota nýfengna þekkingu og færni til einhvers sem skiptir þá máli. Það er einnig mikilvægt námsferli í sjálfu sér að skoða hvernig beita má stærðfræðiþekkingu til að auka skilning sinn á ýmsum fyrirbærum. Með þróun upplýsingatækni hafa skapast ýmis ný tækifæri fyrir alla nemendur til að takast á við raunhæf verkefni. Rannsókn á hvernig tölur og stærðfræði eru notuð í samfélaginu er mikilvægur liður í stærðfræðinámi á miðstigi. Mikilvægt er að stöðugt bætist við nýir efnisþættir og að nemendur fái tækifæri til að byggja á þeim skilningi sem þeir hafa fyrir.

Kennsluferli

Við samningu þessa námsefnis hefur verið haft í huga að það henti nemendum með ólíkan skilning á þeim sviðum stærðfræðinnar sem eru til umfjöllunar hverju sinni. Kennari þarf að byggja upp heildstætt kennsluferli miðað við eigin nemendahóp. Í námsefninu er megináhersla lögð á að nemendur fái tækifæri til að dýpka skilning sinn á stærðfræði og öðlist aukna leikni. Ef nemendur læra að leita lausna á sínum eigin forsendum og notfæra sér þá þekkingu og þann skilning sem þeir hafa, eiga þeir að hafa gagn af að takast á við öll viðfangsefnin í námsefninu og læra eitthvað af glímunni. Með samvinnu við aðra fá nemendur víðari sýn á viðfangsefnin og oft geta rökræður við bekkjarfélaga og kennara opnað augu nemenda fyrir því sem þeim var áður hulið.

Við skipulagningu kennslu þarf kennari að nýta sér þekkingu sína á kennslufræði, á nemendahópnum og einstökum nemendum. Stærðfræðikennslu er ekki hægt að sinna eftir uppskrift. Góð kennsla hvílir alltaf á mikilli íhugun, greiningu, sköpun og metnaði. Við val á viðfangsefnum og kennsluaðferðum þarf kennari að hafa í huga að framsetning og stærðfræðilegt inntak verkefna gefi nemendum möguleika til að þróa stærðfræðilegan skilning sinn, hvetji þá til að tengja við fyrri þekkingu, sé merkingarbært fyrir alla nemendur og taki tillit til ólíks bakgrunns þeirra og getu.

Námsumhverfi hefur mikil áhrif á hvernig og hvaða nám á sér stað. Skapa þarf þannig andrúmsloft í skólastofunni að áhugavert þyki að rannsaka stærðfræðilegar hugmyndir og að nota til þess ýmiss konar hlutbundin gögn og upplýsingatækni. Bæði í einstaklingsvinnu og hópvinnu þurfa nemendur að fá tækifæri til að þróa og nota stærðfræðilegar hugmyndir og færni við lausn forvitnilegra viðfangsefna. Þeir þurfa að geta valið heppilegar leiðir, beitt námundun og mati, reiknað í huganum og notað ýmiss konar hugbúnað. Veigamest er þó að þeir verði gripnir af viðfangsefninu og rökræði leiðir og lausnir. Allir nemendur geta lært að hugsa stærðfræðilega.

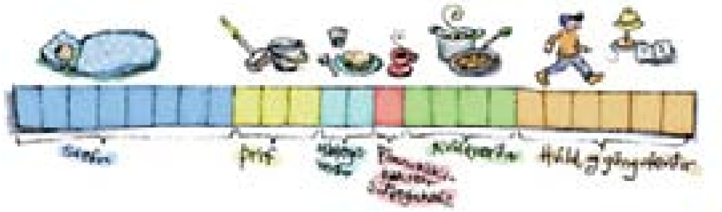
Allir nemendur þurfa að hafa metnað í námi sínu og finna leiðir til að efla færni. Mikilvægt er því að kennarar leggi áherslu á þætti sem hvetja nemendur til að glíma við stærðfræði og hjálpa þeim að byggja upp sjálfstraust. Eftirfarandi punkta mætti setja á veggspjald og ræða við nemendur um hvað felst í hverju atriði:

- lærðu að meta stærðfræði
- treystu á eigin hæfni til að hugsa stærðfræðilega
- glímdu við stærðfræðileg viðfangsefni
- lærðu að ræða um stærðfræði
- lærðu að færa stærðfræðileg rök

Kennari getur valið að einfalda eða þyngja verkefni fyrir einstaka nemendur ef hann telur ástæðu til eða sleppa verkefnum sem hann telur ekki henta nemendum sínum. Þá er ekki síður mikilvægt að gera mismunandi kröfur til nemenda um úrvinnslu verkefna þannig að allir þurfi að reyna á sig við vinnuna. Áríðandi er að gefa nemendum góðan tíma til að leysa verkefni og ræða um lausnir þeirra. Það hefur mun meira gildi að skoða sama verkefni frá ólíkum sjónarhornum, velta fyrir sér mismunandi leiðum að lausn og bera þær saman en að reikna fleiri dæmi af sama toga án umhugsunar.

Í kennsluleiðbeiningum með einstökum köflum eru settar fram ýmsar kennsluhugmyndir og hugmyndir að verkefnum. Í verkefnamöppu eru fjölbreytt verkefni þar sem lögð er sérstök áhersla á verklega þætti. Umfjöllun um námsmat er að finna á heimasíðu námsefnisins. Hugmyndir að námsmatsverkefnum og markmið með þeim eru í verkefnamöppu.

Tölfræði og líkur



Markmið

Að nemendur

- lesi upplýsingar úr töflum og myndritum
- túlki upplýsingar sem birtar eru með myndritum og dragi af þeim ályktanir
- geri spá um þróun á grundvelli upplýsinga sem birtar eru með myndritum
- beri saman myndrit af ólíkri gerð
- safni gögnum, skrái í töflu og teikni súlurit
- kynnist hugtakinu miðgildi
- reikni meðaltal
- spái fyrir um líkur, geri tilraunir og beri saman við fræðilegar líkur

Umfjöllun og kennsluhugmyndir

Í kennarabók með *Einingu 6* er að finna umfjöllun um tölfræði og líkindi og í kennsluleiðbeiningum með *Geisla 1B* er kafli um líkindi.

Lykilatriði við að efla skilning sinn á stærðfræði er að fá tækifæri til að kynna niðurstöður sínar og lausnaleiðir. Jafnframt er nauðsynlegt að geta lesið og túlkað niðurstöður sem settar hafa verið fram af öðrum. Þegar nemendur setja niðurstöður sínar fram á ólíka vegu og bera þær saman, þróast og skerpist skilningur þeirra á hugtökum stærðfræðinnar og tengslum milli þeirra. Það auðveldar nemendum að koma hugsun sinni á framfæri ef þeir nota hluti, myndir, töflur, myndrit og tákn við útskýringar sínar. Nemendur hafa þegar kynnst því hvernig þeir geta notað ýmiss konar hjálpargögn, meðal annars einföld myndrit, til að skýra niðurstöður sínar. Hér er lögð áhersla á að þeir skoði gagnrýnum augum niðurstöður sem birtar hafa verið með myndritum og túlki þær. Hugtökin meðaltal og miðgildi eru oft notuð til að lýsa eiginleikum gagnasafns og því er mikilsvert að nemendur þekki hvernig þau eru fundin og geti gert sér grein fyrir hvaða upplýsingar þau gefa um safnið.

Nemendur hafa þegar kynnst því að spá fyrir um líkur og bera saman við raunlíkur. Í *Geisla 1B* er verkefni þar sem líkur á að draga spil úr spilastokki eru bornar saman við raunlíkur og á sama hátt er peningakast kannað. Þegar nemendur hafa öðlast skilning á því að stundum eru jafnar líkur á að tilteknir atburðir gerist, en stundum er einn atburður líklegri en annar, geta þeir farið að spá fyrir um hlutfall milli líklegra niðurstaðna úr einföldum tilraunum. Hér er lögð áhersla á að nemendur reyni fyrst að spá fyrir um að tiltekinn atburður gerist, geri svo rannsókn, skrái niðurstöður sínar og dragi ályktanir af þeim og beri að lokum saman við raunlíkur. Með því að giska fyrst, gera könnun og sannreyna svo niðurstöður sínar, skerpist skilningur nemenda á líkum.

Í framhaldi af verkefni um líkur er hægt að velta fyrir sér hverjar séu líkurnar á að fá slétta tölu ef tveimur teningum er kastað. En ef þremur teningum er kastað? Hverjar eru líkurnar á að fá tvö skjaldarmerki ef tveimur peningum er kastað upp? En ef þremur er kastað? Þá er líka áhugavert að taka upp umræðu um muninn á líkum sem ráðast af tilviljun og líkum þar sem utanaðkomandi þættir hafa áhrif. Skiptir máli hvort dregið er úr nöfnum allra í bekknum eða kosið á milli nemenda ef velja á fulltrúa bekkjarins? Hver er munurinn á að spá fyrir um úrslit á íþróttamóti og möguleikum á að vinna í happdrætti?

Í *Kortabók handa grunnskólum* eru fjölmörg myndrit þar sem birtar eru upplýsingar um mannfjölda og veðurfar.

Nemendur skoða ólík myndrit, rannsaka hvers konar myndrit henta best til að lýsa gögnum sem safnað hefur verið kynnast þeir hvernig lýsa má niðurstöðum á sem skýrastan hátt. Það ætti líka að hjálpa þeim til að greina þegar upplýsingar eru settar fram á villandi máta og að vera gagnrýnir á framsetningu gagna. Töflureiknir er gagnlegt hjálpartæki til að skoða ólík myndrit, þar sem hægt er að kalla fram á augabragði mismunandi myndrit með sömu upplýsingum.

Áhugavert getur verið að safna gögnum, skrá niðurstöður, greina þær og túlka. Ef nemendur vilja kanna augnlit allra nemenda í skólanum er spurning hvort nóg sé að kanna augnlit allra í bekknum og gera ráð fyrir að niðurstöður yrðu þær sömu ef gerð væri könnun meðal allra nemenda í skólanum. Væru niðurstöður áreiðanlegri ef könnun væri gerð í öllum árganginum?

Þegar niðurstöður eru túlkaðar er hægt að velta fyrir sér hvers konar myndrit gefur skýrasta mynd af augnlit nemenda. Er það súlurit, línurit eða skífurit? Ef notaður er töflureiknir er auðvelt að kalla fram mismunandi myndrit. Þá má skoða hver er algengasti augnlitur nemenda í bekknum (tíðasta gildið). Er hægt að finna meðaltal af augnlitnum? En miðgildi? Hvers vegna gefur tíðasta gildið skýrasta mynd af þessu safni? Þetta má bera saman við verkefni sem fjallar um lestur Jóhanns en þar bera nemendur saman hæsta og lægsta gildi og meðaltal. Við lestur af súluritum og skífuritum gefst gott tækifæri til að ræða um hlutföll, sem sjálfsagt er að nýta. Hve stór hluti bekkjarins er bláeygður? En brúneygður?

Þegar gögn eru greind getur verið gagnlegt að hafa eftirfarandi í huga

- hvað er það sem kemur oftast fyrir (hvert er tíðasta gildið)?
- hvaða þróun kemur fram í gögnunum?
- hvaða áhrif hafa þeir þættir sem lenda langt utan við meginniðurstöður? (frávikin)
- hvaða ályktanir er hægt að draga af þessum gögnum og má nota þær til að spá fyrir um framhaldið eða stærra safn?
- getum við notað ályktanir sem við höfum dregið af einni rannsókn eða könnun til að spá fyrir um líkur á að eitthvað svipað gerist?
- hvaða fleiri gögnum gætum við safnað til að sanna eða afsanna þær ályktanir sem við höfum dregið af niðurstöðum okkar?

Myndrit sem birtast í fjölmiðlum gagnast vel við að þjálfa sig í greiningu og túlkun á niðurstöðum. Hvernig eru niðurstöðurnar settar fram? Er framsetningin í samræmi við fyrirliggjandi gögn? Hvernig eru þær túlkaðar í þeim texta sem fylgir? Er sú túlkun í samræmi við þær ályktanir sem nemendur draga af þeim? Ef túlkun nemenda er ólík þeirri túlkun sem fylgir myndritunum er vert að velta fyrir sér hvort vísvitandi sé verið að blekkja fólk eða hvort túlka megi sömu niðurstöður á ólíkan máta. Með því að velta upp slíkum spurningum og reyna að leita svara við þeim þjálfast nemendur í að greina, túlka og færa rök fyrir ályktunum sínum.

Á ýmsum netmiðlum s.s. vef Hagstofu Íslands og vefjum margra sveitarfélaga er hægt að nálgast gögn sem áhugavert er að skoða.

Hugmynd að kennsluferli

Grunnbók bls. 5–8, vinnubók bls. 1–3

Í upphafi getur verið gott að rifja upp það sem nemendur hafa lært áður í tölfræði. Byrja má með hugstormun og fá fram hugtök og hugmyndir út frá spurningunni: Hvað dettur ykkur í hug þegar ég segi tölfræði? Búast má við að fá fram hugtök eins og súlurit, meðaltal, kannanir, svindl og spil. Gott er að flokka hugtökin og beina í upphafi sjónum að tölfræðihugtökum en nota svo listann eftir því sem umfjöllun um efni kaflans vindur fram. Eitt af því sem skiptir máli í stærðfræðinámi er að geta lesið stærðfræðitexta og á bls. 5 er stutt dæmi um slíkan texta. Kennari ætti að lesa þennan texta og biðja nemendur að útskýra með því að gefa dæmi. Þegar nemendur hafa lokið dæmi 1 og 2 er við hæfi að ræða um lestur og lestrarvenjur. Nota má spurningar eins og: Las Jóhann mikið? Skyldu margir lesa 10–20 blaðsíður á hverju kvöldi? Hvað er hæfilegt að lesa margar blaðsíður á viku? Umræður út frá slíkum spurningum eru góð kveikja fyrir dæmi 3 og til að kveikja metnað nemenda fyrir heimalestri. Mikilvægt er að viku liðinni að gefa nemendum tækifæri til að ræða um heimalestur sinn og hugsanlega mætti búa til eitt stórt súlurit sem sýnir lestur bekkjarins á hverjum degi eina viku.

Í dæmum 4–7 er fengist við hugtakið miðgildi. Nemendur þurfa að hafa aðgang að rúðuneti eða línustrikuðu blað/renningi þar sem þeira geta skráð nöfn nemenda í 6. KS. Í dæmunum kynnast nemendur miðgildi gegnum renning, líkamann og töflu. Mikilvægt er að þeir fái að prófa og það að raða bekknum eftir aldri og hæð í röð og finna hver lendir í miðjunni er reynsla sem hægt er að vísa til þegar seinna er unnið með miðgildi. Einnig má skoða í leiðinni í hvaða mánuði flestir eiga afmæli og hvaða stafur er algengastur sem upphafsstafur. Þannig eru lögð drög að hugtakinu tíðasta gildi sem fjallað er um í *Geisla 3*. Á *Vinnuspjaldi 20: Hjá tannlækni* er einnig unnið með hugtökin miðgildi og meðaltal og hentar því vel að vinna það í framhaldi af dæmi 8.

Mörg spil byggjast á teningakasti. Kjörið er því að nemendur búi til eigin teningaspil. Í dæmum 9–12 er skoðað hvernig Birta og Daníel fara að við að búa til spil. Í vinnubók á bls. 1 er verkefni þar sem skoðaðir eru möguleikar á summu tveggja teninga og líkur á að fá tilteknar summur. Þessi verkefni eru góður undirbúningur fyrir eigin spilagerð. *Vinnuspjald 24: Frelsum fangana* er dæmi um leik þar sem nemendur þurfa að velta fyrir sér líkum í teningakasti. Nemendur velja sjálfir hve margir fangar eru á hverri stjörnu.

Á blaðsíðum 2 og 3 í vinnubók er verkefni sem gott er að nemendur vinni saman í litlum hópum. Þar skoða þeir möguleika á að komast í nefnd. Ef eitthvað slíkt er í skólanum er auðvitað kjörið að tengja við það. Hér eru dæmi um samanburð á fræðilegum líkum og tilraunalíkum. Eingöngu er verið að kynna hugmyndina hér.

Grunnbók bls. 9–11, vinnubók bls. 4–6

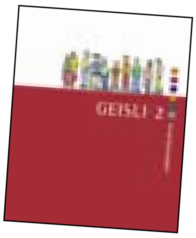
Dæmin í þessum þætti styðjast öll við skoðun á *Kortabók handa grunnskólum*. Í kortabókum er að finna margs konar myndrit sem nemendur þurfa að læra að lesa úr. Í grunnbók og vinnubók eru nokkur dæmi og gott væri að nemendur fyndu fleiri. Velja má dæmi úr bókunum og skoða betur í stað þess að nemendur glími við öll dæmin. Á *Vinnuspjaldi 21:*

Umferðarslys og *Vinnuspjald 22: Fólksfjöldi* eru fleiri dæmi úr daglegu lífi þar sem unnið er með tölfræðilegar upplýsingar. Í vinnubók er unnið með línurit og nemendur eiga að skoða mun á línuriti úr sírita og línuriti með föstum mælingum. Þetta gefur tilefni til að ræða um eðli línurita, þ.e. að sýna þróun og að réttast er að mælingar séu samfelldar þegar notuð eru línurit. Þau eru þó oft notuð þegar sýna á þróun milli tímabila, líkt og nemendur eiga að gera, og deila menn um réttmæti þess. Á *Vinnuspjaldi 23: Leikur með línurit* eru skemmtileg dæmi um línurit sem gefa tilefni til umræðu af þessu tagi.

Grunnbók bls. 12–13
Í dæmum 26–28 eiga nemendur að skoða niðurstöður könnunar á tómstundaþátttöku í einum sjötta bekk. Í stað þess að vinna dæmi 29 er kjörið að nemendur finni frekari upplýsingar um tómstundaiðkun. Þeir gætu skoðað hve margir á landinu stunda eina íþróttagrein eða eru meðlimir í íþróttafélagi þeirra. Síðan mætti greina fjöldann niður eftir aldri eða öðrum breytum. Verkefnaskil gætu verið í formi blaðagreina.

Í kaflanum hafa nemendur unnið með margvísleg viðfangsefni tölfræði og líkinda. Hér eru þeir að kynnast hugmyndum og ekki gert ráð fyrir að þeir hafi náð miklu valdi á þeim. Ef nemendur hafa skrifað blaðagreinar er gott að nýta þær sem námsmatsverkefni. Námsmatsverkefnin *Tölfræði* og *Tilraun með líkur* eru ágæt til að meta líkur og skilning á hugtökum. Gott er að velja dæmin úr þeim miðað við þær áherslur sem verið hafa í umfjöllun í nemendahópnum.

Vinnuspjöld
20 Hjá tannlækni
21 Umferðarslys
22 Fólksfjöldi
23 Leikur með línurit
24 Frelsum fangana

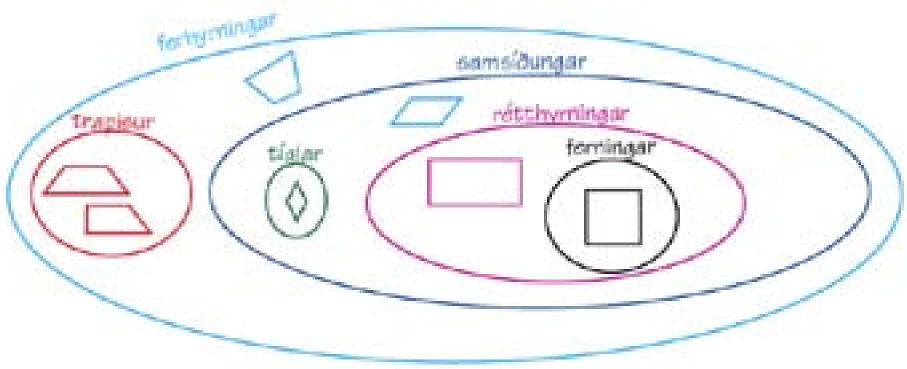


Tvívíð form

Markmið

Að nemendur
- átti sig á fjölbreytileika tvívíðra forma
- greini einkenni ferhyrninga og innbyrðis tengsl þeirra
- þekki einkenni reglulegra margflötunga
- kanni hvaða reglulegir margflötungar geta þakið flöt

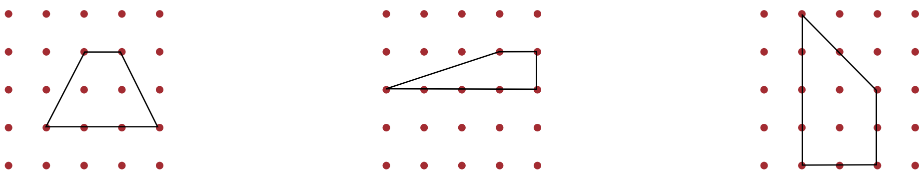
Umfjöllun



ferhyrningur:	*flötur með fjögur horn*
rétthyrningur:	*ferhyrningur með öll horn rétt*
ferningur:	*rétthyrningur með allar hliðar jafnlangar*
samsíðungur:	*ferhyrningur þar sem gagnstæðar hliðar eru samsíða*
tígull:	*ferhyrningur sem hefur gagnstæðar hliðar samsíða og jafnlangar*
trapisa:	*ferhyrningur sem hefur tvær hliðar samsíða en hinar ósamsíða*

Nemendum er nauðsynlegt að átta sig á hvað einkennir ferhyrninga. Þeir geta til dæmis teiknað ólíka ferhyrninga eða búið þá til á pinnabretti og/eða teiknað á pinnabrettiseyðublöð. Nemendur þurfa að öðlast skilning á hugtökunum ferningur, rétthyrningur, samsíðungur og trapisa og kanna eiginleika formanna. Gert er ráð fyrir að nemendur vinni tvær fyrstu blaðsíðurnar í grunnbók og tvær fyrstu blaðsíðurnar í vinnubók á sama tíma. Þar er fjallað um hugtökin og miðast verkefnin við að nemendur efli skilning á þeim.

Forritin *Investigating the Concept of Triangles* og *Properties of Plolygons* sem finna má á vef NCTM bandarísku stærðfræðikennarasamtakanna http://standards.nctm.org/document/eexamples/index.htm er einnig hægt að nota til að skoða margflötunga og kanna eiginleika þeirra.



Dæmi um verkefni sem hægt er að velja á þessum vef
- nemendur velja sér teygjur og búa til mismunandi ferhyrninga á pinnabretti
- nemendur búa til samsíðung og færa teygjuna til þannig að þeir hafa ávallt mótlægar hliðar samsíða (hér geta nemendur séð að rétthyrningar og ferningar eru einnig samsíðungar)

- nemendur búa til trapisu og færa teygjuna til á mismunandi nagla, þannig að þeir haldi ávallt tveimur samsíða línum

Nemendur geta unnið í hópum og kannað með hvaða ferhyrningum má þekja flöt. Þeir búa til nokkra eins ferhyrninga með því að brjóta blað í fernt, teikna á það óreglulegan ferhyrning og klippa út. Þannig fá þeir fjóra eins ferhyrninga. Þeir prófa að þekja með þeim og teikna upp það mynstur sem fram kemur. Hóparnir bera saman niðurstöður sínar og athuga hvort alltaf sé hægt að þekja með ferhyrningunum. Þeir geta skoðað hvort einhver regla sé til um það hvernig ferhyrningar raðast saman. Þar sem hornasumma ferhyrninga er alltaf 360° má þekja með hvernig ferhyrningum sem er ef þeir eru allir af sömu gerð. Áhugavert er einnig að rannsaka hvort þekja megi með ólíkum ferhyrningum og hvaða skilyrði þeir þurfi þá að uppfylla.

Þegar nemendur hafa kynnt sér einkenni ferhyrninga skoða þeir einkenni annarra marghyrninga og hornasummu þeirra. Mikilvægt er að þeir átti sig á einkennum reglulegra marghyrninga. Til þess má nota pappaform sem fylgja *Einingu* og *Geisla*. Með reglulegum marghyrningi er átt við hyrning sem hefur allar hliðar jafnlangar og öll horn jafnstór. Einnig er nauðsynlegt að nemendur átti sig á því að óreglulegir marghyrningar hafa sömu hornasummu og reglulegir, til dæmis má nefna að óreglulegur fimmhyrningur hefur alltaf sömu hornasummu þó hornin séu misstór. Vert er að nemendur teikni mismunandi marghyrninga bæði reglulega og óreglulega og kanni hornasummu þeirra sérstaklega.

Reglulegir marghyrningar

nafn forms	*stærðir horna*	*hornasumma*
þríhyrningur	60°	180°
ferhyrningur	90°	360°
fimmhyrningur	108°	540°
sexhyrningur	120°	720°
sjöhyrningur	126°	900°
átthyrningur	135°	1080°

Nemendur prófa að þekja flöt með marghyrningum, bæði reglulegum og óreglulegum. Þeir kanna með hvaða formum má þekja flöt ef einungis er notuð ein tegund af formi og reyna að átta sig á af hverju er hægt að þekja með sumum formum en ekki öðrum. Í því sambandi þarf að benda nemendum á að mæla hornastærðir og þá uppgötva þeir væntanlega að summa horna sem mætast í punkti þarf að vera nákvæmlega 360° til að hægt sé að þekja flöt með þeim. Síðan má skoða hvort hægt er að þekja flöt ef fleiri en ein gerð af formum er notuð.

Á *vef Freudenthalstofnunarinnar* er að finna forritið *Filling polygons*, following Archimedes (http://www.fi.uu.nl/wisweb/welcome_en.html).

Til að komast í rétt forrit er smellt á **Applets**

og síðan á **Show** þegar komið er inn á vefinn. **Applets** → **Show** → **Filling polygons**

Þar birtast mörg smáforrit, þar á meðal *Filling polygons.*

Með forritinu er hægt að þekja flöt með ferningi, jafnhliða þríhyrningi, sexhyrningi og tólfhyrningi. Þar þarf að snúa formunum til að búa til mismunandi mynstur. Formin eru mislit og því er auðvelt að skoða punkta þar sem hornin mætast og velta fyrir sér hornasummu í þeim punkti.

Víða í umhverfinu má sjá skemmtileg flísamynstur. Einnig er hægt að skoða á netinu margs konar flísamynstur frá þekktum erlendum flísahönnunarfyrirtækjum eða fara í vettvangsferð og skoða mismunandi flísalagnir. Til dæmis má skoða flísalagnir á Thorvaldsen safninu í Danmörku (http://www.laer-it.dk/fag/mat/eks/thorvald/flise.htm). Í framhaldi af því geta nemendur hannað flísa- eða hellulögn með nokkrum gerðum af formum og sett fram nokkrar hugmyndir sem þeir teikna á blað. Þegar þeir hafa hannað mynstrið velja þeir einhvern punkt í því, mæla horn hyrninganna sem mætast og skrá hver hornasumman er.

Hugmynd að kennsluferli

Pappaform eru hluti af námsefninu *Geisli* þó kaupa þurfi þau sérstaklega. Mikilvægt er fyrir nemendur að hafa þau við höndina í vinnu þessa kafla. Hér eiga nemendur að nota gráðuboga og þarf kannski að rifja upp notkun þeirra. Í verkefnamöppu eru mörg verkefni um tvívíð form. Kjörið er að byrja vinnu með kaflann með því að setja af stað stöðvavinnu samhliða.

Stöð 1: *Vinnuspjald 25: Ummál og flatarmál*

Stöð 2: *Vinnuspjald 26: Að þekja með formum*

Stöð 3: *Vinnuspjald 27: Ferningur myndaður*

Stöð 4: *Vinnuspjald 28: Form og flokkun*

Stöð 5: *Vinnuspjald 31: Froskahopp* og *Vinnuspjald 32: Keppni í froskastökki*

Grunnbók bls. 14–15, vinnubók bls. 7–8

Nemendur skoða ólíka ferhyrninga og gott er að þeir þekki heiti þeirra og einkenni. Dæmi í grunnbók og vinnubók styðja nemendur í að byggja upp skilning og þekkingu en þeir þurfa líka að ræða saman. Þeir gætu búið til litlar gátur hver fyrir annan um mismunandi ferhyrninga eins og krakkarnir á myndinni á bls. 15.

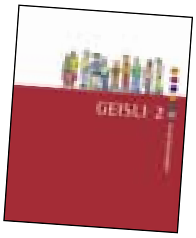
Grunnbók bls. 16–18, vinnubók bls. 9–10

Við skoðun á formum er sjónum beint að fjölda hliða og horna, hliðarlengdum, hornastærðum og hornasummum. Nemendur skoða hér ólíka hyrninga bæði reglulega og óreglulega. Þeir eiga að gera rannsókn á hornasummu og er ástæða til gefa þeim góðan tíma til að vinna dæmi 15. Gott er að vinna dæmi 16 og bls. 9 í vinnubók samhliða. Þá er kynnt hugtakið reglulegur hyrningur og nemendur þurfa að hafa pappaform. Í lok kaflans vinna nemendur mynstur með hyrningum. Þar er skoðað með hvaða reglulegum hyrningum þekja má flöt og leitað skýringa á því. Á blaðsíðu 10 í vinnubók er unnið með mynstur úr ólíkum hyrningum. Í tengslum við þá vinnu er kjörið að skoða þau flísamynstur sem getið var um í umfjöllun hér að framan. *Vinnuspjald 29: Flutningar í hnitakerfi I* og *Vinnuspjald 30: Flutningar í hnitakerfi II* gefa innsýn í hvernig speglun kemur fram í hnitakerfi. Gaman getur verið fyrir nemendur að skoða það.

Námsmatsverkefnin *Tvívíð form* og *Reglulegir hyrningar* henta vel við lok kaflans. Í verkefninu *Tvívíð form* mætti líka láta nægja að nota dæmi 1 þar sem grunnatriði kaflans eru skoðuð. *Reglulegir hyrningar* byggir á skoðun á sjöhyrningi og síðan hann notaður sem spilaborð. Hér er líka fengist við viðfangsefni kaflans *Tölfræði og líkur*. Gaman er að nemendur prófi nokkra hyrninga.

Vinnuspjöld

25 Ummál og flatrmál
26 Að þekja með formum
27 Ferningur myndaður
28 Form og flokkun
29 Flutningar í hnitakerfi I
30 Flutningar í hnitakerfi II
31 Froskahopp
32 Keppni í froskastökki



Margföldun og deiling

Markmið

Að nemendur

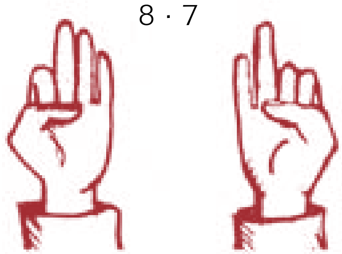
- hafi vald á nokkrum ólíkum leiðum við útreikninga
- geti nýtt sér þekkingu á sætiskerfi við margföldun og deilingu
- nýti sér að margföldun og deiling eru andhverfar aðgerðir
- beiti saman hugarreikningi og blaðreikningi
- geti leyst dæmi í þrepum
- geti áætlað niðurstöður úr dæmum með námundun

Umfjöllun og kennsluhugmyndir

Nemendur hafa oft áður fengist við margföldun og deilingu og eru margir búnir að ná góðu valdi á þessum reikniaðgerðum. Hér eru kynntar ýmsar þægilegar leiðir við útreikninga. Ætlast er til að nemendur skoði og prófi þessar mismunandi aðferðir og mikilvægt er að þeir fái tækifæri til að ræða þær, velta fyrir sér hvernig þær eru hugsaðar og gera sér grein fyrir á hverju þær byggja. Þeir þurfa að geta rökstutt að aðferð sé góð og gild en einnig að geta lýst eigin leiðum og rökstutt þær. Hér reynir á að nemendur geti fylgt reikniritum, þ.e. prófað leiðir sem sýndar eru. Alltaf er verið að þróa ný reiknirit og nýjar hugmyndir að koma fram. Með því að bera saman ólíkar leiðir ættu nemendur að dýpka og efla skilning sinn á reikniaðgerðum og ekki síður að átta sig á að sama leiðin hentar ekki alltaf best. Oft má nota aðra leið þegar farið er yfir dæmi til að sjá hvort rétt hafi verið reiknað. Við það að æfa sig í að beita mismunandi aðferðum auka nemendur leikni sína í meðferð talna og efla talnaskyn sitt.

Gildi þess að geta beitt mismunandi aðferðum og leitað að góðum leiðum er ótvírætt þegar farið er að fjalla um brot eins og nemendur reyna í vinnubók og seinna þegar þeir fást við algebru. Fólk hefur alltaf reynt að finna hentugar leiðir til að flýta fyrir útreikningum. Dæmi um það er að finna í vinnubók þar sem sagt er frá leið til að margfalda sem fundin var upp í Rússlandi. Ýmsar fleiri hugvitssamlegar leiðir eru til. Fingramargföldun var notuð á miðöldum. Hver tala er þá sýnd á fingrum annarrar handar. Fjöldinn sem er sýndur er mismunurinn á milli tölunnar og 5.

$8 \cdot 7$



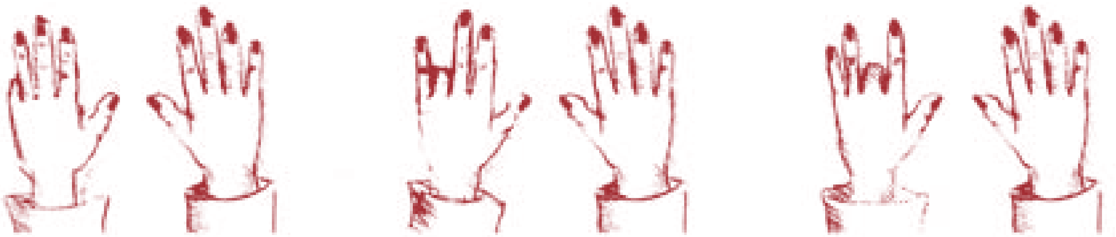
$8 = 5 + 3$ $7 = 5 + 2$

Fjöldi tuga er sýndur með fingrunum, þ.e. $3 + 2 = 5$

Fjöldi eininga er fundinn með því að margfalda saman fjölda fingra sem ekki er rétt úr,
hér $2 \cdot 3 = 6$.
$8 \cdot 7 = 50 + 6$ eða 56.

Ýmsum finnst gott að nota fingurna til að finna margfeldi af níu.

$1 \cdot 9$ $\quad$ $2 \cdot 9$ $\quad$ $3 \cdot 9$



Með því að beygja litla fingur á vinstri hönd og telja upprétta fingur má sjá að $1 \cdot 9 = 9$, með því að beygja fingur númer tvö, þ.e. baugfingur á vinstri hendi, má sjá að $2 \cdot 9 = 18$. Fjöldi fingra vinstra megin við beygða fingurinn segir til um fjölda tuga og fjöldi fingra hægra megin við hann um fjölda eininga.

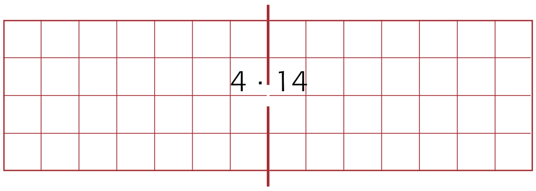
Margir nemendur hafa gaman af svona vangaveltum og því er kjörið að spyrja þá hvernig standi á því að þetta virkar. Er hægt að nota fingurna í fleiri margföldunartöflum?

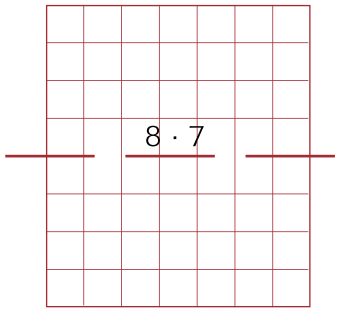
Ýmis reiknitæki hafa verið fundin upp en fátt slær þó vasareikninum við. Tilkoma hans hefur breytt ýmsu, m.a. er nú mjög mikilvægt að nemendur geti áætlað svör og hafi góðan aðgerðaskilning. En fólk reiknar áfram í huganum og jafnvel líka á blaði. Kjörið er að nemendur taki viðtöl við fólk úr ólíkum starfsstéttum og á ólíkum aldri og biðji það að segja sér hvernig það myndi leysa ákveðin margföldunar- og deilingardæmi annars vegar í huganum og hins vegar á blaði. Ýmsir hafa þróað eigin leiðir og áhugavert er fyrir nemendur að fá að ræða við fullorðið fólk og kynnast því að það hugsar ekki allt eins. Nóg er að hver tali við 1–2 einstaklinga og vel má hugsa sér að nemendur vinni saman að svona verkefni. Verkefni af þessum toga gefur tilefni til mikilla vangaveltna. Nemendur skrifa þá greinargerð um rannsókn sína og lýsa hugsanaferli annarra. Þeir þurfa því að setja sig inn í hvernig aðrir hugsa og skilja svo vel að þeir geti sagt frá því.
Hvernig myndir þú reikna eftirfarandi dæmi?

$50 \cdot 34$	$3 \cdot 99$	$320 : 5$
$7 \cdot 28$	$99 : 3$	$246 : 4$

> *Til nemenda.*
> *Skráið hjá ykkur hvernig sá sem þið ræðið við lýsir leið sinni. Notar hann alltaf sömu aðferð við margföldun annars vegar og deilingu hins vegar? Hvort finnst honum auðveldara að margfalda eða deila? Myndi hann venjulega nota vasareikni ef hann þyrfti að leysa svona dæmi?*

Nemendur skoða dæmi úr *Geisla 1 A* og rifja þá upp leiðir sem þeir hafa áður skoðað við að margfalda og deila. Í þessum kafla eru skoðaðar fleiri leiðir. Þegar svæðum er skipt niður, stærð hvers svæðis fundin og lagt saman kemur dreifireglan vel í ljós. Það hjálpar einnig mikið við skilning á ferli að geta sýnt það með hlutum og myndum. Því ber að leggja áherslu á að nemendur geti útskýrt það ferli sem þeir fara eftir og þær aðferðir sem þeir prófa. Kjörið er að nota peninga og sætisgildiskubba. Teikningar í rúðunet eru líka gagnlegar, sérstaklega við margföldun og deilingu. Auðveldlega má skoða og sannreyna skiptingu á svæðum, en þó breytt sé um lögun, breytist stærðin ekki.





Ekki er síður mikilvægt að átta sig á því að deila má í áföngum. Það er til dæmis gert í aðferðinni sem byggir á töflunotkun. Þar er útkoma fundin í áföngum og niðurstaða skráð hverju sinni. Að geta hlutað dæmi niður er oft gagnlegt og gott að æfa sig í því. Töflur ýta líka undir skipulega skráningu og auðvelda nemendum að rekja leið sína, fara yfir útreikninga og segja öðrum frá. Þannig sjá nemendur þrepalausnir og hvernig umrita má dæmi til að auðvelda útreikninga. Þetta eykur möguleika þeirra til að áætla svör í huganum og að nota námundun til að meta trúverðugleika svara.

Samhengi aðgerðanna kemur vel í ljós þegar beitt er tvöföldun og helmingun við að margfalda og deila. Ástæða er til að gefa þessari aðferð sérstakan gaum því hún sýnir mjög skýrt að margföldun og deiling eru andhverfar aðgerðir. Til fróðleiks má geta þess að í Algorismus í *Hauksbók*, elsta íslenska ritinu þar sem fjallað er um stærðfræði, eru tvöföldun og helmingun taldar sérstakar reikniaðgerðir auk hinna fjögurra hefðbundnu. *Hauksbók* er talin rituð um 1300.

Hvað gerist þegar margfaldað eða deilt er með einum? Þessi spurning er áhugaverð því hún leiðir að hugmyndinni um hlutleysu. En ef einn er notaður í öðrum reikniaðgerðum? Er líka til einhver tala sem hefur engin áhrif í samlagningu og frádrætti? Af hverju skyldi það vera sama tala í þessum tveimur reikniaðgerðum? Slíkar vangaveltur varpa ljósi á eðli reikniaðgerðanna og hjálpa nemendum að fá yfirsýn.

Gott er að nemendur finni dæmi úr eigin umhverfi og tengi reikniaðgerðir við eitthvað sem þeir og fólk í umhverfi þeirra er að fást við. Þeir þurfa að gera sér grein fyrir hvernig útreikningar hafa áhrif á margt í umhverfinu. Með því að skoða dæmi úr umhverfinu verður túlkun eðlilegur hluti af ferlinu og auðveldara að skapa umræður um gildi reikniaðgerðanna og nákvæmni í meðferð talna.

Það gæti verið áhugavert að kynnast einhverju í rekstri skólans. Þar má finna ýmis dæmi um margföldun og deilingu jafnt í innkaupum á bókum og ritföngum sem í rekstri mötuneytis. Það er til dæmis áhugavert að vita hver er pappírskostnaður á nemanda á viku/mánuði eða hve mikið kostnaðurinn myndi aukast ef nemendum fjölgaði um 50? Hvað kostar *Geisli 2B*? Hve mikið kostar hann fyrir alla nemendur í 6. bekk? Lengi má finna viðfangsefni af þessum toga og geta nemendur sjálfir komið með hugmyndir og leitað svara.

Mörg áhugaverð viðfangsefni er líka að finna úti í samfélaginu þar sem margföldun og deiling geta hjálpað nemendum að átta sig á samhengi. Hugtakið meðaltal er oft notað í fjölmiðlum þegar fjallað er um safnanir fyrir nauðstadda, eyðslu í flugelda eða annað sem finna má í neytendafræðslu. Dæmi um viðfangsefni gætu verið:

- Íslendingar eyða að meðaltali 200 krónum á dag í sælgæti. Hvað má þá gera ráð fyrir að nemendur skólans/íbúar bæjarins eyði miklu á dag/viku/mánuði?
- Hve mikið hefur hver Íslendingur gefið að meðaltali ef tíu milljónir safnast?
- Kanna hve mörgum ljósritum er dreift í bekknum í nokkrar vikur og áætla út frá því kostnað á nemanda á mánuði/skólaári.

Ekki er nauðsynlegt að vinna eingöngu með stórar tölur en þó ber að hafa í huga að stórar tölur kalla á skipulega útreikninga og skráningu. Skoða má minni hópa eða nota bekkinn sem viðfangsefni. Við gerð kostnaðaráætlana þarf oft að margfalda og deila og nemendur gætu haft gaman af að skipuleggja skíðaferð, ferð til höfuðborgarinnar eða bíóferð fyrir bekkinn.

Meginmarkmið kaflans er að nemendur skoði og prófi mismunandi leiðir við margföldun og deilingu. Þeir fá ríkuleg tækifæri til þess í þessum kafla en jafnframt þarf að hvetja þá til að velta fyrir sér hvaða leiðir þeir geta og vilja notfæra sér.

Hugmynd að kennsluferli

Í kaflanum eru rifjaðar upp leiðir við reikning og kynntar nýjar leiðir. Mikilvægt er því að ræða við nemendur um gildi þess að geta valið hentugar leiðir hverju sinni og að ekki henti öllum sömu leiðir. Jafnframt þarf að ræða um hverja leið með opnum hug og nemendur þurfa að prófa leiðir til að þekkja þær og geta nýtt sér þær.

Grunnbók bls. 19
Í upphafi kaflans er gott að allir vinni samtímis dæmi á bls. 19 og gaman væri þá að reyna að finna sem flestar leiðir til að reikna dæmi 1 og skoða kosti hverrar leiðar. Kynntar eru í kaflanum nokkrar leiðir við reikning og gæti verið gott að skipta umfjöllun á daga og kalla dagana eftir aðferðunum, t.d. andhverfar aðgerðir, flatarmyndir, 100, helmingun og tvöföldun, rússneska leiðin og áfangar. Einnig mætti setja upp stöðvar með þessum nöfnum.

Grunnbók bls. 20–24, vinnubók bls. 11–17
Oft er gott að nýta sér það að aðgerðir eru andhverfar við útreikninga. Í vinnubók bls. 11 er rifjað upp að margföldun og deiling eru **andhverfar aðgerðir** og nemendur eiga að nýta sér það. Þeir gætu líka búið til flóknari keðjur en eru í dæmi 1 í vinnubók með fleiri hlekkjum þar sem byrjað er og endað á sömu tölu. Rúðunet er gott hjálpargagn við

útreikninga. Á bls. 20 er sýnt hvernig nýta má *flatarmyndir* í rúðuneti til að skoða hvernig skipta má margfeldi niður í minni margfeldi. Á bls. 21 er sýnt hvernig nýta má margföldun með **100** og svo deilingu þegar margfalda á með 50 eða 25. Gaman er að leika sér með þessa aðferð og prófa verulega stórar tölur. Nemendur þurfa að átta sig á að máli skiptir að 2 eða 4 gangi upp í þættinum sem margfalda á 25 eða 50 með. *Helmingun og tvöföldun* byggir á sömu hugmynd. Þar er unnið að því að einfalda dæmin með því að helminga eða tvöfalda bæði við margföldun og deilingu. Nemendur hafa áður skoðað hvernig einfalda má samlagningar- og frádráttardæmi með því að að lækka og hækka tölur með því að leggja við eða draga frá. Hér eru tölur einfaldaðar með margföldun og deilingu. Þessum tengslum er áhugavert að beina sjónum nemenda að. *Rússneska leiðin* er kynnt í vinnubók bls. 14. Einhverjir nemendur gætu haft gaman að því að grúska í af hverju þessi aðferð virkar meðan hinir prófa hana á fleiri dæmum. Hér gæti líka verið við hæfi að rifja upp eða kynna fingramargföldun. Oft er hentugt að reikna í *áföngum*. Þá er hægt að einfalda útreikninga og reikna í huganum flókin dæmi, ekki síst ef hægt er að skrá milliniðurstöður. Reikniritin sem flestir hafa lært í skóla byggja á að reikna í áföngum. Á bls. 23 og 24 í grunnbók og bls. 15 í vinnubók eru dæmi þar sem nemendur eiga að reikna skipulega í áföngum út frá sætiskerfinu. Hér eru mörg dæmi og er bæði unnið með margföldun og deilingu.

Á bls. 12, 13, 16 og 17 í vinnubók eru ýmis upprifjunar- og æfingadæmi sem nemendur gætu unnið samhliða eða eftir vinnu með önnur dæmi í kaflanum. Á bls. 12 og 13 er upprifjun á margföldun og deilingu með tugtölum. Á bls. 17 og 18 eru skemmtilegar þrautir og spil þar sem nemendur þurfa að nýta sér þekkingu sína. Á *Vinnuspjaldi 33: Gengur dæmið upp* og *Vinnuspjaldi 34: Ertu með afgang* kynnast nemendur leiðum til að skoða deilanleika talna. Þau eru góð viðbót við skoðun á aðferðum því oft er gagnlegt að geta metið hvort ein tala gangi upp í annarri.

Grunnbók bls. 25, vinnubók bls. 18
Dæmi 19 er umræðuverkefni þar sem gert er ráð fyrir að nemendur ræði saman um efni kaflans. Oft næst bestur árangur ef nemendahópnum er skipt í fjögurra manna hópa þar sem allir hafa hlutverk og hver hópur skilar niðurstöðum sínum í bekkjarumræðum. Gott gæti verið að hóparnir fengju fleiri spurningar og mætti byrja á að hafa þankahríð í nemendahópnum um spurningar: Hvaða spurninga mætti spyrja um leiðir við margföldun og deilingu? Kennari gæti líka bætt við spurningum eins og: Hvers vegna er gott að kunna margar leiðir við margföldun og deilingu? Gefið dæmi fyrir hverja aðferð sem sýnd er á bls. 25?

Umræðuverkefnið getur verið námsmatsverkefni þar sem kennari leggur áherslu á að hlusta á nemendur og meta hvernig þeir standa varðandi beitingu hugtaka, skilning á aðferðum, skilning á margföldun og deilingu og í umræðum, þ.e. að setja fram hugmyndir, hlusta á hugmyndir annarra, halda þræði og draga saman.

Í vinnubók bls. 18 eru dæmi sem henta vel sem námsmatsverkefni. Gott gæti verið að breyta fyrirmælum og biðja nemendur að beita sem flestum aðferðum til að sýna að þeir hafi vald á mörgum aðferðum.

Námsmatsverkefnið *Verð* gæti líka hentað hér. Það gefur kennara færi á að meta hvernig nemendum gengur að beita stærðfræðiþekkingu sinni á viðfangsefni daglegs lífs. Verkefnið krefst margháttaðrar þekkingar af nemendum og þeir þurfa að vera opnir við að leita leiða. Eitt af markmiðum kaflans er einmitt að geta áætlað niðurstöður og leyst dæmi í þrepum.

Einnig gæti hentað að nota námsmatsverkefnið *Reiknireglur* þar sem nemendur skoða reiknireglur. Miðað er við að þeir hafi hugtakalista í grunnbók sér til stuðnings við lausn dæma.

Ef nemendur hafa ekki unnið þemaheftið *Reiknitæki* hentar vel að vinna það í tengslum við þennan kafla. Þar eru ýmis dæmi um leiðir við reikning.

Vinnuspjöld
33 Gengur dæmið upp?
34 Ertu með afgang?

Rökhugsun

Markmið

Að nemendur
- leysi rökþrautir og skýri lausnir sínar
- lesi leiðarlýsingu og geri áætlun út frá henni
- geri leiðarlýsingu
- fylgi einföldum röksemdafærslum og meti sanngildi þeirra
- flokki gögn, lýsi eiginleikum þeirra og finni sammengi og sniðmengi
- raði rökkubbum eftir gefinni reglu

Umfjöllun og kennsluhugmyndir

Rökfræði er snar þáttur í öllu námi, sérstaklega stærðfræðinámi. Skoða má sama hlut frá mismunandi sjónarhornum, flokka hann á mismunandi vegu og þannig átta sig á að sami hlutur getur tilheyrt fleiri en einum flokki. Til dæmis má skoða skó og yfirhafnir nemenda og hvernig hægt er að flokka þær á ólíkan hátt, svo sem eftir lit, stærð, tegund o.fl.

Með því að fást við verkefni þar sem beita þarf rökhugsun, velta fyrir sér eiginleikum hluta og færa rök fyrir hugmyndum eru nemendur að koma skipulagi á þekkingu sína.

Í daglegu lífi þarf oft að beita rökhugsun. Notkun ýmissa tækja sem notuð eru í daglegu lífi byggist á röð fyrirmæla. Dæmi um það er tölva, vasareiknir, ljósritunarvél, sími, þvottavél og bíll. Nemendur og kennari geta valið eitt tæki og skoðað leiðbeiningar við það og rætt um hvernig notkun þess felst í að fara eftir röð fyrirmæla. Við samsetningar þarf að gæta þess að setja hlutana saman í réttri röð t.d. þegar byggt er úr tæknilegó eftir fyrirmælum. Nemendur geta sett saman kubba og síðan skrifað lýsingu, útskýrt munnlega eða með teikningu hvernig þeir fóru að. Einnig er hægt að skoða bækur með lýsingum á vélum og tækjum og sjá hvernig þau eru byggð. Dæmi um þetta má finna í bókinni *Vélar og tæki og starfsemi þeirra*. Nemendur geta líka skráð afmörkuð ferli úr daglegu lífi, t.d. að fá sér súrmjólk eða bursta tennur, eða reynt að spreyta sig á framleiðsluferli t.d. mjólkur eða stóls.

Margir leikir og spil byggjast á rökhugsun. Í verkefnamöppum með *Einingu* og *Geisla* er að finna ýmsa rökleiki og spil (dæmi: Í *Geisla 1A,* Brotaeltispil og Hvernig er minnið og í *Geisla 1B*, Leikur í hnitakerfi og Tölutákn). Margir þeirra henta bæði yngri og eldri nemendum og oft má aðlaga þá aldri nemenda. Skemmtilegt getur verið að skoða skipulag spilaborðs þar sem draga á spjöld eins og t.d. í Matador. Hve langt er milli reita þar sem draga á spjöld? Ef tveir teningar eru notaðir í spilinu má bera niðurstöður saman við rannsókn sem nemendur gerðu í tölfræðikaflanum. Nemendur geta hannað eigin spilaborð og spil og gert grein fyrir hugmyndum sínum við hönnunina.

Til eru ýmsir vel þekktir rökleikir og spil eins og til dæmis skák, sjóorrusta, mastermind o.fl. en alltaf eru að koma fram nýir leikir og dæmi um einn slíkan er Tantrix (http://www.tantrix.co.uk/).

Tilvalið er að nemendur skipuleggi ratleik. Í leiknum þurfa að felast fyrirmæli sem eru leiðarlýsing t.d. að fara ákveðinn skrefafjölda að næstu stöð og þurfa svo að beygja um horn, t.d. 45° eða 90°. Mikilvægt er að hafa í huga að það sé ekki of auðvelt að komast frá einni stöð yfir á aðra heldur þurfi að beita rökhugsun til þess. Leiðarlýsing innandyra gæti t.d. verið: Farðu fram hjá þremur kennslustofum, beygðu til hægri, farðu upp næsta stiga, farðu áfram tuttugu skref, beygðu þar til vinstri o.s.frv. Einnig má nota kort af hverfinu ef ratleikur er utandyra. Þá má nota áttavita og stefnu til að finna rétta stöð.

Í grunnbók á bls. 84 er leiðakerfi fyrir almenningssamgöngur í erlendri stórborg sem er nemendum framandi en þeir koma væntanlega til með að kynnast slíkum leiðakerfum síðar meir á ferðalögum erlendis. Þeir hafa áður skoðað leiðakerfi almenningsvagna í Reykjavík. Nemendur geta líka skoðað leiðakerfi annarra samgöngutækja. Í vinnubók eru verkefni þar sem nemendur þurfa bæði að fylgja leiðarlýsingu og að semja fyrirmæli sem eru leiðarlýsing. Þrautirnar í kaflanum eru annars vegar samsetningarþrautir og hins vegar þrautir þar sem fylgja þarf ákveðinni leið.

Meta þarf sanngildi yrðinga í kaflanum. Hér kynnast nemendur hvernig yrðingar eru settar fram á rökrænan hátt bæði með orðum og á táknmáli stærðfræðinnar. Þá þurfa þeir að skoða eiginleika ákveðins safns og flokka það með aðstoð mengjamynda. Hugtökin sniðmengi og sammengi eru hér kynnt í fyrsta sinn með aðstoð mengjamynda þar sem þær sýna á skýran hátt hvað er sniðmengi og hvað sammengi. Tilvalið er að taka fleiri dæmi um að flokka nemendur í snið- og sammengi t.d. eftir háralit, augnlit og kyni.

Ítarefni

Smith, Miranda. 1991. *Vélar og tæki og starfsemi þeirr*a. Reykjavík, Mál og menning.

Hugmynd að kennsluferli

Margar leiðir má fara við vinnu með þennan kafla. Í honum eru margar þrautir og stutt viðfangsefni sem geyma má og taka seinna í tengslum við vinnu með aðra efnisþætti. Rökhugsun þarf að nota við flest viðfangsefni stærðfræðinnar og því gott að minna nemendur á það reglulega. Hér er sýnt dæmi um kennsluferli þar sem öll verkefni eru nýtt úr grunnbók, vinnubók og verkefnamöppu.

Grunnbók bls. 26–29, vinnubók bls. 19–22
Í upphafi kaflans er skoðað leiðakerfi lesta í Osló (bls. 26). Til eru ágæt kort af leiðakerfi strætisvagna á höfuðborgarsvæðinu sem gaman gæti verið fyrir nemendur á því svæði að skoða og vinna svo í framhaldi af því *Vinnuspjald 38: Stætisvagnaþrautir* eða verkefni út frá eigin svæði. Nemendur annars staðar af landinu geta skoða leiðakerfi almenningssamganga í sveitarfélagi sínu, nágrannasveitarfélögum eða eftir eigin vali. Gagnlegt er að kunna að lesa úr leiðakortum og velta fyrir sér hvernig skipuleggja má ferðir út frá þeim upplýsingum. Dæmin í bókinni snúast um að lesa úr kortinu og má ef aðstæður leyfa skanna það inn og varpa upp með skjávarpa til að auðvelda aflestur. Á bls. 19 og 20 í vinnubók er unnið með annars konar skráningu á leiðum sem nemendur gætu haft gagn og gaman af því að leysa. Dæmi 5 á bls. 21 í vinnubók er gaman að vinna myndrænt. Nemendur geta búið til myndir af viðeigandi kúlum og brauðform og sett upp möguleikana. Þá geta þeir skoðað muninn ef bragðtegundum er fækkað og leiða má að reglu til að reikna út möguleikana eftir hvaða forsendur eru, þ.e. fjöldi kúluna, hvort þær mega vera eins og hvort röð þeirra skiptir máli. Með því að nota kennaratyggjó aftan á kúlurnar má rannsaka þetta og prófa sig áfram með ólíkar forsendur.

Á bls. 28 og 29 í grunnbók, bls. 22 í vinnubók og á vinnuspjöldum 35–41 er að finna fjölda þrauta. Kennari og nemendur geta valið þrautir eða setja má upp svæðavinnu þar sem nemendur velja hvaða svæði þeir vilja fara á og þurfa ekki að fara á öll. Farið er inn á ýmsa inntaksþætti svo sem tölur, reikniaðgerðir og rúmfræði. Sérstaklega er hér bent á að nota rúmfræðiþrautirnar því þeir reyna á aðra þætti en talnaleikni og því gefa þær nemendum sem eiga erfitt með reikning góð tækifæri. Nota á fylgiblöð til að útbúa raðspil (vinnuspjald 36) þar sem reitir eru stærri og því auðveldara að klippa og spila. Betra er að velja færri þrautir og að nemendur vinni þær til enda. Sumir nemendur blómstra við lausnir þrauta og er um að gera að veita þeim aðgang að sem flestum þrautum. Á veftorgi miðstigs er að finna fleiri þrautir. Margir tölvuleikir byggjast líka á að leysa þrautir og er því gott að ræða við nemendur um það og benda þeim á slóðir að góðum leikjum.

Grunnbók bls. 30–32, vinnubók bls. 23–25
Ein leið til að skrá flokkun er að nota mengi. Það er myndrænt og auðvelt er að skrá skörun flokka. Í grunnbók bls. 31 og vinnubók bls. 24 eru notuð hugtökin sammengi og sniðmengi sem auðvelt er að útskýra út frá mengjamynd. Í vinnubók bls. 23 er sjónum beint að hugtökunum **og** og **eða**. Þar er unnið út frá því að **og** þýði sama og bæði en **eða** þýði bæði eða annað hvort. Þannig verður **og** tengt sniðmengi og **eða** tengt sammengi. Ef lítið er til af rökkubbum má skipta viðfangsefnum niður á stöðvar. Í tengslum við dæmi 14 og 15 í grunnbók og dæmi 9 í vinnubók gætu nemendur skráð sambærilegar upplýsingar um eigin árgang eða nemendahóp. Rökkubbar gefa tilefni til margvíslegra verkefna og er kaballinn á bls. 32 dæmi um það. Gefa ætti nemendum góðan tíma til að leggja eigin kubbakabal og er þá gott að þeir vinni saman í pörum. Verkefni á bls. 25 í vinnubók gæti verið gaman að stækka í ljósrita og gefa nemendum tækifæri á að vinna það með spjöldum. Þeir geta líka unnið verkefnið um fiskinn þannig.

Nýta má ýmis af námsmatsverkefnunum *Þrautir* við lok vinnu við þennan kafla. Mikilvægt er að velja úr því þrautirnar eru of margar. Miðað við áherslur í þessu kennsluferli gæti þrautin hans Jóns spæjó hentað vel. Þar þurfa nemendur að vinna skipulega og skrá. Sama er segja um þrautina *Fjórir lítrar í könnu*.

Vinnuspjöld
35 Talnaleikfimi
36 Raðspil með fimmínum
37 Raðþraut
38 Strætisvagnaþrautir
39 Tímaþrautir
40 Bland í poka

Tugabrot

Markmið

Að nemendur

- efli skilning sinn á tugabrotum og geti skráð þau
- geti raðað tugabrotum eftir talnagildi
- leggi saman og dragi frá með tugabrotum
- reikni með tugabrotum í hagnýtum tilgangi og átti sig á skráningu í metrakerfi
- skoði áhrif reikniaðgerðanna á tugabrot
- geti skráð brot sem tugabrot, almenn brot og prósentur

Umfjöllun og kennsluhugmyndir

Talnalínan er ekki bara óendanleg til hægri og vinstri, hana má líka endalaust gera fíngerðari. Á hana má skrá æ nákvæmar eftir því sem aukastafir eru fleiri. Sum tugabrot eru þó óendanleg og því erfitt að finna nákvæman stað fyrir þau á talnalínu. Mörg þeirra má skrá á mun einfaldari hátt sem almenn brot eða ferningsrætur. Tugabrot eru mikið notuð í samfélaginu og jókst notkun þeirra mikið með tilkomu vasareikna. Þeir gera útreikninga með marga aukastafi jafn auðvelda og um heilar tölur væri að ræða. Gott er að benda nemendum á að á mörgum vasareiknum er brotatakki $\boxed{a^b/_c}$ sem hægt er að nota til að reikna almenn brot.

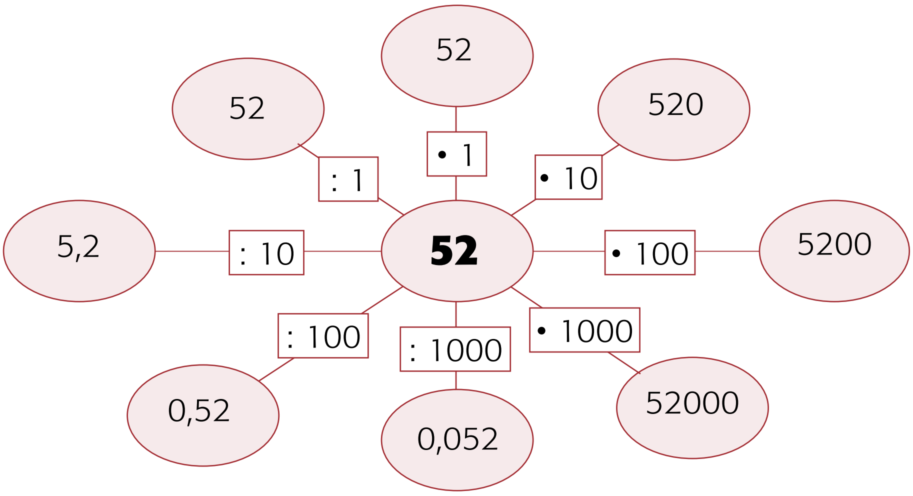
Tugabrot voru eftir því sem best er vitað fyrst notuð í Kína í kringum árið núll. Hugmyndin barst til Evrópu á miðöldum og finnast dæmi um notkun tugabrota fyrst frá um 1600. Notkun tugabrota tengist notkun sætiskerfisins og skráningum í það.

Hugmyndin á bak við tugabrot var kynnt í *Geisla 1*. Þar var fengist við það hvernig sætiskerfið stækkar í báðar áttir. Skilningur á $\frac{1}{10}$ er forsenda þess að skilja tugabrot. Komman segir til um að komið sé niður fyrir viðmiðunareiningu. Gott er að skoða þetta með því að nota metrakerfið, til dæmis getur 1,48 staðið fyrir ýmsar lengdir og það skiptir miklu máli hvort miðað er við kílómetra, metra eða sentímetra.

Umfjöllun um tugabrot er gott að byrja með því að skoða talnalínur. Nota má talnalínu sem skipt er niður í 10 bil. Byrjað er að skrá 0 við annan enda talnalínunnar og 1 við hinn. Nemendur eiga svo að skrá hvaða tala er í miðjunni og merkja síðan við öll bilin. Síðan geta þeir æft sig í að telja upp og niður á 0,1, 0,2 o.s.frv. Því næst er talnalínan merkt upp á nýtt. Næst er 0,5 skráð við enda talnalínunnar. Hvað tala kemur þá í miðjuna? Hin bilin eru síðan merkt á viðeigandi hátt. Svona má halda áfram og vinna með sífellt þrengra talnabil.

Vasareiknir er gott hjálpartæki þegar rannsaka á stórar tölur og smáar. Hver er stærsta tala sem búa má til á vasareikninn? En minnsta talan? Hvert er stærsta tugabrotið og hvert það minnsta? Hve mörg tugabrot með einn aukastaf eru milli 99 og 100? En milli 2,5 og 3,2? Hve miklu þarf að bæta við 7,3 til að fá 10?

Einnig má taka einhverja tölu og skoða hvað gerist þegar deilt er í hana með 1, 10, 100 eða 1000 og þegar hún er margfölduð með 1, 10, 100 eða 1000.



Einnig má skrá eitthvert tugabrot á töfluna og fá hugmyndir nemenda um hvað þurfi að gera til að breyta tölunni í heila tölu.

Í daglegu lífi kynnast nemendur tugabrotum aðallega í tengslum við mælingar og íþróttir. Þeir vita að þeir eru flestir nálægt 1,5 metrar á hæð og þegar þeir fylgjast með hvernig stangarstökkvurum gengur, vita þeir að 4,45 m er gott stökk. Vegna þess hve þekkt er að nota tugabrot í íþróttum eru þær notaðar sem útgangspunktur fyrir mörg verkefnanna. Nemendur eru hvattir til að skoða notkun tugabrota í íþróttahúsinu og kjörið er að skoða niðurstöður einhverra íþróttamóta sem þeir þekkja, Íslandsmet eða heimsmet. Það gefur líka tilefni til að skoða hvaða tölur skipta máli. Hve mikla nákvæmni er hægt að sýna við að mæla langstökk eða hástökk? Hvers vegna skyldi svo oft vera mælt í metrum og sentímetrum?

Verðgildi íslensku krónunnar er það lítið að aurar eru almennt ekki notaðir. Í bankakerfinu eru þó enn notuð tugabrot til dæmis við gengisskráningu og vaxtaútreikninga. Hvers vegna skyldi vera talin þörf á því? Hvenær fer það að skipta máli hvort verðgildi dollars er 77,15 eða 77,23 á móti íslensku krónunni. Skiptir það máli þegar einum dollara er skipt? En þegar skipt er 1000 eða 10.000 dollurum?

Í námskrá er ekki mikil áhersla lögð á reikning með tugabrotum, heldur liggur meginþunginn á að nemendur efli skilning sinn á samhengi milli brotaformanna og rithætti hvers og eins. Í þessum kafla er þó fengist markvisst við samlagningu og frádrátt. Að reikna með tugabrotum er svipað og að reikna með heilum tölum nema að taka þarf tillit til kommunnar. Nemendum er sýnt hvernig nota má talnalínu við samlagningu og frádrátt. Þeir þekkja ýmsar aðrar leiðir við frádrátt og samlagningu heilla talna sem þeir geta nýtt sér. Sem dæmi um aðferðir sem notaðar hafa verið í námsefni þeirra má nefna að taka hvert sæti fyrir sig, að geyma og taka til láns, búa til góðar tölur og fylla upp í heila tölu (eða tug). Mikilvægt er að ræða um fjölbreyttar leiðir og hvernig það fer meðal annars eftir tölum hvaða aðferð þykir góð hverju sinni. Til dæmis hvetur dæmið 1,98 + 0,02 til að telja áfram meðan 1,23 + 1,77 kallar á að fylla í tug. Gott getur verið að skoða nokkur dæmi og að nemendur finni sjálfir dæmi sem þeir myndu velja að reikna eftir tiltekinni aðferð. Hvers konar dæmi vilduð þið leysa með því að taka hvert sæti fyrir sig? Finnið dæmi þar sem þið búið til góðar tölur og reiknið svo.

Reikniaðgerðirnar margföldun og deiling eru örlítið skoðaðar og reikniaðgerðirnar fjórar bornar saman. 0,5 og 0,25 eru góðar tölur til að nota í dæmum þegar skoða á áhrif reikniaðgerðanna og samhengi þeirra. Hér er sjónum nemenda beint að því að þegar margfaldað er með broti verður útkoman ekki stærri heldur minni og þegar deilt er með broti verður útkoman stærri. Rétt er að vekja athygli nemenda á þessu með því að fá þá til að reikna nokkur dæmi með vasareikninum. Ekki er þó gert ráð fyrir að nemendur nái neinni leikni í að margfalda og deila með tugabrotum.

Nemendur hafa fengist við þrjár gerðir brota, það er almenn brot, tugabrot og prósentur. Í lok kaflans er samhengi milli ritháttanna rifjað upp. Við ýmsa útreikninga þarf að færa á milli rithátta og því er nauðsynlegt að þekkja þessar gerðir. Tíundu hlutar og hundraðshlutar eru undirstaða í skráningu tugabrota. Með því að lengja almennt brot í hundraðshluta má skrá það sem tugabrot eða prósentur. Sum almenn brot er erfitt að skrá sem tugabrot og er það gott könnunarverkefni fyrir nemendur að finna almennt brot sem verður tugabrot með einum, tveimur, þremur eða óendanlega mörgum aukastöfum. Þeir geta líka skoðað almennu brotin $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, … $\frac{1}{12}$ breytt þeim í tugabrot og flokkað þau eftir fjölda aukastafa sem fram koma. Nemendur geta líka velt fyrir sér hvort komi fram talnamynstur í aukastöfum þegar þeir eru margir.

Vert er að hafa í huga að ekki má búast við því að nemendur hafi kynnst tugabrotum mikið í sínu daglega lífi nema í tengslum við mælingar. Kennsla í tugabrotum þarf því að mestu leyti að grundvallast á skilningi á sætiskerfinu og grunnhugmyndinni um sætisgildi. Þegar kemur að því að skipta þurfi viðmiðunareiningunni í minni hluta er það gefið til kynna með því að setja kommu. Þannig má skrá nær allar stærðir.

Hugmynd að kennsluferli

Grunnbók bls. 33–37, vinnubók bls. 26–27
Talnalína gefur möguleika á að skoða hvaða tölur sem er. Endalaust er hægt að bæta tölum við og einnig hægt að þrengja bil milli talna. Áður en hafist er handa við að vinna verkefni kaflans er ágæt kveikja að kennari hengi snúru á vegg og hengi á enda hennar 0,7 og 0,8. Nemendur fá svo fyrirmæli um að skrifa tölu milli 0,7 og 0,8 á miða og hengja miða sinn á réttan stað á snúrunni. Búast má við að nemendur skrifi margir tölur með tveimur aukastöfum og því má spyrja hvort þeir geti bætt við aukastöfum til að fá fleiri tölur. Tölurnar má síðan skoða út frá sætisgildi og rifja þau upp með nemendum. Þannig geta þeir tengt saman almenn brot og tugabrot. Í dæmum 1–6 og á bls. 26 í vinnubók er unnið með sætisgildi á svipaðan hátt.

Mikilvægt er að nemendur átti sig á að hundraðshlutar eru skráðir með tveimur aukastöfum og tíunduhlutar með einum. Þeir geta skoðað snúruna með tölunum milli 0,7 og 0,8 með tillitil til hve margar tölur má finna þar á milli. Sjónum er þannig beint að óendanleikanum. Í dæmum 7–11 er unnið áfram tugabrotaskráningu. Á blaðsíðu 35 eru dæmi sem reyna á talnaskilning og byrjað að vinna með reikniaðgerðir. Hvetja ætti nemendur til að nota talnalínu þegar þeir leysa dæmin. Gaman gæti verið að vinna dæmi 18 myndrænt. Nemendur gætu teiknað kílómetrasteina og límt myndirnar á gólfið á línu sem er 10 metra. Þannig má skoða margar tillögur og ræða hve möguleikarnir eru óendanlegir.

Talnalínurenningar henta vel sem hjálpargögn við samlagningu og frádrátt. Gott getur verið að skoða með nemendum hvernig nýta má renningana og lesa af þeim. Þeir geta síðan nýtt þá til að reikna dæmi 21, 22 og í vinnubók bls. 27. Þegar unnið er með stórar tölur má nýta sér að leggja saman brotin með renningunum og bæta síðan heilu tölunum við. Á bls. 37 skoða nemendur samhengi á milli reikniaðgerða. Heppilegt gæti verið að nemendur ynnu saman í pörum. Þannig má auka samræður og úthald við vinnu. *Vinnuspjald 43: Tugabrotsútreikningur* hentar vel til að skoða reikniaðgerðir og ef nemendur nota vasareikni ætti að vera auðvelt fyrir þá að sjá samhengi á milli dæmanna.

Grunnbók bls. 38–42, vinnubók bls. 28–33

Í grunnbók og vinnubók eru dæmi sem snúast um íþróttir og íþróttaiðkun. Mörg dæmi má finna um notkun tugabrota í íþróttum og er því alveg kjörið að nemendur finni dæmi um það í dagblöðum, tímaritum og á netinu og kynni hver fyrir öðrum. Bera má saman ýmis úrslit og þróun í Íslands- og heimsmetum. Heppilegt gæti verið að semja við íþróttakennara um að þeir mæli árangur nemenda í stökkum og vinna með þær niðurstöður í stað dæma á bls. 38–39. Einnig væri gaman að fara með nemendahópinn í íþróttasal og mæla og skoða áhöld á svipaðan hátt og gert er í dæmum 36–46. Nýta má dæmin en nota eigin mælingar og gefa nemendum tækifæri til að prófa. Í vinnubók á bls. 28 er unnið með hjólreiðar og gæti verið gaman að bera hraða fjallahjólaklúbbsins saman við hraða í öðrum hjólreiðakeppnum. Hér er sjónum beint að miðgildi og meðaltali. Áfram er unnið með lestur á tugabrotum og ber að leggja áherslu á það. Mörgum finnst að ekki ætti að lesa 1,23 sem einn komma tuttugu og þrír heldur sem einn komma tveir þrír því þó þetta séu tuttugu og þrír hundraðshlutar sé þessu ekki haldið áfram og sagt einn komma tvö hundruð og þrjátíu (1,230). Á bls. 30 í vinnubók eru verkefni um köst. Gaman væri fyrir nemendur að fá að prófa að kasta. Vinna við þessi verkefni verður meira lifandi og skiljanlegri ef nemendur fá að prófa sjálfir og tengt er við íþróttaiðkun í umhverfi þeirra. Tugabrot eru notuð víðar en í íþróttum og er dæmi um það á *Vinnuspjaldi 42: Verðkönnun*.

Í lok kaflans er hugtakið prósenta kynnt lítilega bæði á bls. 42 í grunnbók og bls. 31–33 í vinnubók. Í 3B er unnið meira með prósentur. Hér er áhersla á hvernig prósentuhugtakið felur í sér að skipta í hundraðshluta og prósentureiturinn er kynntur. Kennari ætti að skoða með nemendum hvernig skipta má á auðveldan hátt prósentureit í 50%, 25% og 75% sem og 10%. Út frá þessum grunnviðmiðum má finna aðrar prósentur eins og leitt er að í dæmi 49. Þessi verkefni eru kynning og því gott að nýta sér að skipta hlutfallslega. Áherslu ætti að leggja á að nemendur læri að nýta prósentureitinn. Á *Vinnuspjaldi 44: Á útsölu* er dæmi um hvernig prósentur eru notaðar í verslunum. Nemendur gætu sett upp fataverslun og haft góða útsölu.

Námsmatverkefnið *Skráning* gefur nemendum tækifæri til að sýna skilning sinn á heilum tölum og brotum. Kennari getur valið dæmi sem hann telur henta eða lagt verkefnið fyrir í heild sinni. Í námsmatsverkefninu *Á smurbrauðsstofunni* eiga nemendur að sýna vald á skipulegri skráningu og að geta nýtt prósentur.

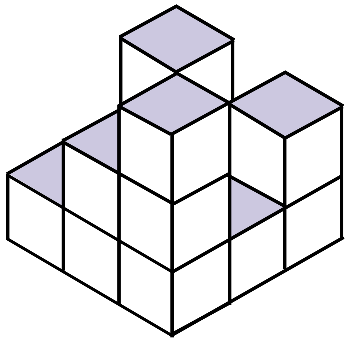
Vinnuspjöld

42 Verðkönnun
43 Tugabrotsútreikningur
44 Á útsölu

Þemahefti – Hve stórt er stórt?

Þetta þemahefti hefur að geyma fjölbreytt verkefni þar sem unnið er með stærðir og hlutföll. Hlutföll er oft erfitt að skilja og því er gott að nemendur fái tækifæri til að vinna með þau á fjölbreyttan hátt. Hér eru verkefni með uppsprettu í bókmenntum, líffræði, daglegu umhverfi, smíðum, hannyrðum og hönnun. Kennsluleiðbeiningar fylgja heftinu þar sem finna má ýmsar góðar ráðleggingar. Mörg verkefnanna má útfæra verklega og nemendur geta notað þau sem upphaf að vinnu. Hefti má vinna samhliða vinnu með kaflann um þrívídd eða taka hluta heftisins á undan (bls. 1–6) og hluta á eftir (bls. 7–14). Þrautirnar á bls. 15 og 16 hentar þó vel að taka samhliða vinnu með þrívídd.

Þrívídd



Markmið

Að nemendur

- átti sig á einkennum þrívíðra hluta og hvaða hugtök eru notuð til að lýsa þeim
- geti lýst þrívíðum hlutum með því að lýsa lögun og fjölda flata, lengd og fjölda brúna og fjölda horna
- þekki heiti nokkurra algengra þrívíðra forma svo sem tenings, réttstrendings, kúlu, sívalnings, keilu og strýtu (píramída)
- skoði og teikni þrívíða hluti og kubbabyggingar frá ýmsum sjónarhornum

Umfjöllun og kennsluhugmyndir

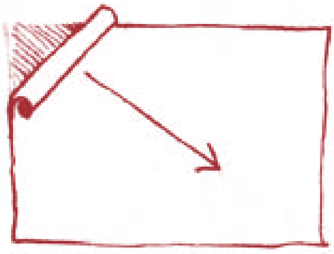
Við lifum í þrívíðri veröld og brýnt er að nemendur læri ýmis hugtök sem hægt er að nota til að lýsa henni. Þar er um að ræða ýmis hugtök sem tengjast lögun og staðsetningu hluta. Eigi lýsing að vera alveg nákvæm er einnig nauðsynlegt að fjalla um stærð en það verður tekið sérstaklega til umfjöllunar í *Geisla 3*.

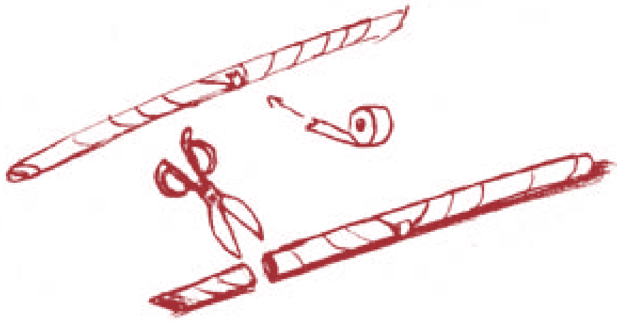
Nemendur hafa áður fengist við margvíslegar athuganir á tvívíðum og þrívíðum formum. Í *Geisla 1A* voru algeng þrívíð form eins og réttstrendingar, þrístrendingar og sívalningar skoðuð skipulega.

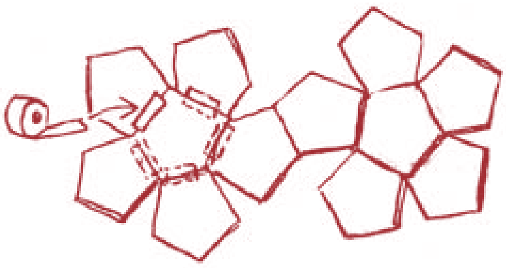
Hér eru skoðaðir reglulegir margflötungar. Í kaflanum um tvívíð form eru kynntar ýmsar gerðir marghyrninga bæði reglulegar og óreglulegar. Þar er lögð áhersla á að nemendur átti sig á einkennum reglulegra marghyrninga en þó er rétt að rifja það hugtak upp með þeim hér.

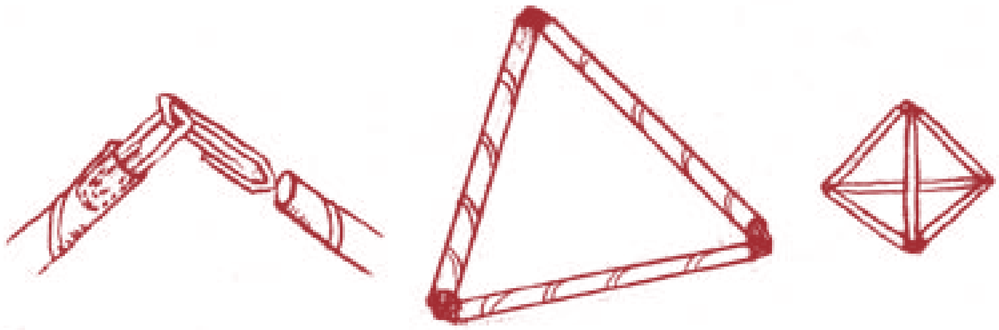
Reglulegur marghyrningur er form sem hefur allar hliðar jafnlangar og öll horn jafnstór.

Æskilegt er að nemendur spreyti sig á að búa til reglulega margflötunga. Til er ýmiss konar efniviður sem nota má í því samhengi. Benda má á Polydron en það eru plastform sem smella má saman og búa til úr þrívíða hluti. Nota má pappaform sem hægt er að fá með Einingu $\frac{3}{4}$ og $\frac{5}{6}$ og festa þau saman með límbandi. Pappaformin Polyshapes sem sett eru saman með teygju eru eflaust líka víða til í skólum. Einnig má nota sogrör, tannstöngla og kennaratyggjó og líka má búa til rör eða pinna með því að rúlla upp pappír.









Nemendur byrja á að búa til grunneiningar reglulegra hyrninga og reyna síðan að búa til lokaðan hlut úr tilteknum fjölda af ákveðinni gerð af reglulegum hyrningum. Þeir geta notað reglulega hyrninga úr pappaformunum sem fylgja með Einingu sem grunneiningar og búið til snið út frá þeim eða límt þau saman með límbandi.

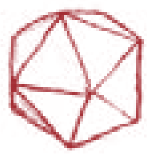
Einnig má nota snið af margflötungum sem finna má á eyðublöðum með *Geisla 2* en mun skemmtilegra er að nemendur búi til formin sjálfir.

Söguhorn

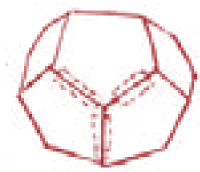
Grikkir til forna glímdu við að finna út hve marga reglulega margflötunga mætti búa til úr reglulegum marghyrningum. Þeir komust að því að eingöngu væri hægt að búa til fimm mismunandi reglulega margflötunga ef eingöngu er notuð ein gerð reglulegra hyrninga í hvert form. Margflötungarnir fimm eru kenndir við Plato svo sjálfsagt hefur hann átt þátt í að kanna þá. Í riti sínu Timaeus frá um 350 fyrir Krist líkir hann þeim við frumkraftana í alheiminum eld, jörð, vatn, loft og himingeiminn.

Það að einungis skuli hægt að búa til fimm mismunandi margflötunga byggir á því að til að hornpunktur myndist á þrívíðu formi verður summa horna sem mætast að vera minni en 360 gráður. Ef summan er nákvæmlega 360 gráður myndast sléttur flötur eins og nemendur hafa væntanlega uppgötvað í þökunarverkefnum og ef hún er stærri verður skörun.

Þetta veldur því að hægt er að búa til reglulegan margflötung þar sem:
3 jafnhliða þríhyrningar mætast (180°)
úr verður fjórflötungur (tetrahydron)
4 jafnhliða þríhyrningar mætast (240°)
úr verður áttflötungur (octahydron)
5 jafnhliða þríhyrningar mætast (300°)
úr verður tuttuguflötungur (icosahydron)



Einnig má búa til reglulegan margflötung þar sem:
3 ferningar mætast (270°), úr verður teningur (cube)
3 reglulegir fimmhyrningar mætast (324°)
úr verður tólfflötungur (dodecahydron) ...



Teningurinn er eins og fram hefur komið einn af hinum fimm reglulegu margflötungum eða platónsku margflötungunum eins og þeir eru oft kallaðir. Tening er mjög algengt að nota sem verpil í spilum. Á seinni árum hafa hinir reglulegu margflötungarnir verið notaðir í auknum mæli í margs konar spilum þegar æskilegt er að hafa fleiri tölur að velja úr en bara sex. Regluleiki formsins veldur því að það eru jafnar líkur á að lenda á hvaða hlið sem er sé þyngdarpunktur réttur. Til eru verplar sem ekki eru reglulegir margflötungar og í því samhengi er rétt að velta fyrir sér hvaða skilyrði form þarf að uppfylla til að hægt sé að nota það sem verpil þar sem jafnar líkur eru á að fá allar tölur á hliðum hans. Nemendur þurfa að fá tækifæri til að handleika mismunandi verpla og velta fyrir sér hvaða áhrif það hefur á gang spils ef breytt er um verpil.

Víða á netinu má finna lítil forrit eða myndir þar sem hægt er að skoða reglulega margflötunga frá ýmsum sjónarhornum (leitarorð: Platonic solids, regular plolyhydrons). Eitt slíkt má finna á slóðinni (http://www.fi.uu.nl/wisweb/welcome.html). Undir applets er leitað að rúmfræðiforritum fyrir alla aldurshópa og þar má finna forritið *Cut outs, nets.* Með því geta nemendur séð hvernig flatarmynd eða snið breytist í þrívítt form. Með forritinu Geogebra hafa líka opnast ýmsir nýir möguleikar.

Nemendur hafa áður skoðað og leitað eftir formum í umhverfi sínu bæði í náttúrunni og í verkum manna. Margir listamenn vinna mikið með form bæði tvívíð og þrívíð. Dæmi um slíkt má meðal annars sjá á *Listavef krakka* (http://www.namsgagnastofnun.is/isllistvefur/index.htm). Í grunnbók eru myndir af verkum eins listamanns og lýsing á hvernig hann notar stærðfræði við hönnun og gerð listaverka sinna. Þetta er eingöngu sett fram sem dæmi til að hvetja nemendur og kennara til að heimsækja listamenn, greina verk þeirra og fá þá til að lýsa því hvernig þeir nota stærðfræði í starfi sínu. Einnig má skoða listaverk sem nemendur hafa greiðan aðgang að, myndir af listaverkum í listaverkabókum og á vef Listasafns Íslands (http://www.listasafn.is/forsida.asp).

Hlutum er oft pakkað í kassa, bæði stökum og mörgum saman. Algengasta form kassa er ferstrendingur. Hvernig skyldi standa á því? Hvaða aðrar gerðir umbúða þekkja nemendur? Kassar og umbúðir geta verið alla vega í laginu og ræðst hönnun þeirra að sjálfsögðu af lögun þess hlutar sem pakka á inn en einnig tilgangi pökkunarinnar. Er verið að pakka hlutum til að unnt sé að flytja þá á milli staða í miklu magni á öruggan hátt eða er verið að hanna gjafaumbúðir utan um staka hluti? Mikilvægt er að nemendur átti sig á muninum á þessu tvennu. Nemendur eiga að hanna gjafaumbúðir utan um kertastjaka. Henta þær umbúðir sem þeir hanna til að flytja marga kertastjaka á milli staða? Hvers vegna? Hvers vegna ekki?

Þegar framleiða á mikið magn skiptir efnisnotkun miklu máli. Því er rétt að skoða hve mikið efni fer í umbúðirnar. Hér þurfa nemendur að finna yfirborðsflatarmál. Einnig þarf að huga að því hvernig efnið nýtist. Á vinnuspjöldum eru snið af nokkrum skemmtilegum öskjum sem nemendur gætu haft gaman af að búa til og skreyta.

Þegar þrívíðir hlutir og byggingar eru skoðaðar er ekki nóg að skoða hlutinn frá einu sjónarhorni. Byggingar sem virðast eins frá einu sjónarhorni geta verið gjörólíkar og því er nauðsynlegt að skoða þær frá mörgum sjónarhornum til að fá heildarmynd af hlutnum. Í grunnbók eru viðfangsefni þar sem nemendur skoða uppstillingar og byggingar frá ýmsum sjónarhornum og reyna að gera sér grein fyrir heildarmynd. Þegar um einfaldar byggingar eins og kubbabyggingar er að ræða er yfirleitt lágmark að þekkja þrjú sjónarhorn en þegar um raunverulegar byggingar er að ræða þarf yfirleitt að sjá bygginguna frá öllum hliðum og oft einnig að ofan. Á vefsíðu Freudenthal stofnunarinnar (http://www.fi.uu.nl Reknenweb og Wisweb) er að finna mörg skemmtileg forrit sem reyna á að nemendur skoði og byggi byggingar út frá mismunandi sjónarhornum.

Skemmtilegt verkefni getur verið að láta nemendur fá mynd af byggingu séð frá einu sjónarhorni og þeir eiga svo að teikna hana eins og hún gæti litið út. Allir nemendur gætu skoðað sömu bygginguna og fengi hver hópur þá mynd af einni hlið og einn hópurinn gæti fengið mynd af grunnfletinum.

Öll verkefnin í þessum kafla reyna á að nemendur sjái fyrir sér, lýsi og búi til þrívíða hluti og því skiptir hlutbundin vinna miklu máli. Nemendur þurfa að fá efnivið til að vinna með, einhvers konar byggingarefni, karton, umbúðir, kubba, verpla og fleira. Mikilvægt er að kennarinn sé vakandi fyrir því að nemendur nái valdi á réttum hugtökum og noti þau þegar þeir eru að fást við og lýsa þrívíðum og tvívíðum formum. Námsgagnastofnun hefur gefið út Veggmynd – *Rúmfræði* og eru þar myndir og útskýringar á ýmsum rúmfræðihugtökum.

Hugmynd að kennsluferli

Grunnbók bls. 43, vinnubók bls. 34–35

Miklu skiptir að nemendur byggi upp góðan hugtakaskilning. Í rúmfræði eru þrívíddarhugtökin myndræn og því gagnlegt fyrir nemendur að skoða vel einkenni þrívíðra forma. Á bls. 43 er unnið með verpla. Margir tala um átta hliða tening sem er alrangt því teningur er form með sex hliðar. Gaman er að ræða við nemendur hvernig verpill hefur fengið heitið teningur því oft er verpill teningur. Nemendur þurfa að fá tækifæri til að skoða mismunandi verpla og telja hliðar þeirra. Ef þeir eru ekki til í skólanum geta nemendur þó stuðst við myndina á bls. 43. Rifja þarf upp regluleg tvívíð form og tengja yfir í umræðu um regluleg þrívíð form eða margflötunga.

Á bls. 34–35 í vinnubók er gert ráð fyrir hópvinnu. Þar þurfa nemendur að nota *Vinnuspjald 50: Margflötungar – hópverkefni* og tilheyrandi fylgiblöð. Hvetja þarf þá til að klippa og líma af nákvæmni til að reglulegu flötungarnir komi fram. Nemendur gætu haft gaman að því að skoða reglulegu margflötungana (platónsku) á eftirfarandi slóðum þar sem skoða má flötungana frá mörgum hliðum og snið af þeim.
http://www.learner.org/interactives/geometry/platonic.html
http://www.fi.uu.nl/wisweb/en/welcome.html

Nemendur skoða í vinnubók möguleika á atburðum með ólíkum verplum. Kjörið er að þeir geri spil sem þeir prófa hver á öðrum.

Grunnbók bls. 44–45, vinnubók bls. 36
Á opnunni í grunnbók er skoðað hvernig þrívíð form eru notuð í leirlist. Gaman gæti verið að nemendur skoðuðu listaverk, t.d. höggmyndir og greindu form í þeim. Hér er lögð áhersla á að byggja upp orðaforða sem gerir nemendum kleift að lýsa af nákvæmni. Þeir gætu skráð lýsingum á hlutum í skólastofunni eða nágrenni skólans og búið þannig til gátur. Nota má verkefni á bls. 36 í vinnubók sem grunn fyrir slíka vinnu. Á *Vinnuspjaldi 45: Fótboltastærðfræði, Vinnuspjaldi 48: Fjórflötungur, Vinnuspjaldi 49: Úr tvívídd í þrívídd* og *Vinnuspjaldi 51: Umbúðir – hópverkefni* eru verkefni sem henta vel í stöðvavinnu.

Grunnbók bls. 46–47, 50, vinnubók bls. 37–39
Bls. 46 í grunnbók og bls. 37 í vinnubók er gott að nemendur vinni saman í litlum hópum. Þeir gætu búið til sýnishorn af ólíkum pakkningum og sett upp sýningu á þeim. Jafnhliða gætu þeir búið til óróa úr umslögum til að skreyta sýninguna eða nota í auglýsingar.

Það er ótrúlegt hvað sjónarhorn breytir miklu um upplifun. Í grunnbók og vinnubók eru nokkur dæmi um ólík sjónarhorn og væri gott ef nemendur gætu raðað nokkrum hlutum og teiknað eigin myndir auk þess að setja sig í spor annarra. Þeir gætu líka stillt upp hlutum og tekið myndir frá ólíkum sjónarhornum. Síðan gætu aðrir nemendur fengið hlutina og myndirnar og stillt upp út frá þeim. Þeir geta líka eins og sýnt er á bls. 50 tekið myndir frá þröngu sjónarhorni af hlutum og búið þannig til gátur.

Grunnbók bls. 48–49, vinnubók bls. 40
Kubbabyggingar eru hentug viðfangsefni til að skoða og skrá ólík sjónarhorn. Mikilvægt er að nemendur hafi kubba, gjarnan sentikubba, til geta byggt og skoðað sjálfir hvort bygging þeirra uppfyllir gefin skilyrði. Þessi verkefni hentar vel að vinna í paravinnu. Gaman er að teikna í punktanet sem byggir á þríhyrningsneti. Þá geta nemendur auðveldlega teiknað í þrívídd. Á veftorgi miðstigs í stærðfræði má finna fleiri eyðublöð sem nota má við teikningar. Hjálpa þarf nemendum að átta sig á hvaða upplýsingar þeir þurfa að hafa eða gefa um hverja kubbabyggingu svo hægt sé að byggja hana rétt. *Vinnuspjald 46: Vangaveltur um kubbabyggingar* og *Vinnuspjald 47: Þrívíddarteikningar af kubbabyggingum* hafa að geyma verkefni sem styðja nemendur í að greina einkenni og samsetningu kubbabygginga.

Námsmatsverkefnið *Þrívídd* hentar vel að nota við lok vinnu við þennan kafla. Þar eiga nemendur að búa til byggingar út frá gefnum forsendum og teikna eina byggingu. Verkefnið reynir á og gæti hentað að nemendur ynnu tveir saman að úrlausn þess. Þá verður úthald oft betra og fleiri hugmyndir koma fram.

Vinnuspjöld

45 Fótboltastærðfræði
46 Vangaveltur um kubbabyggingar
47 Þrívíddarteikningar af kubbabyggingum
48 Fjórflötungur
49 Út tvívídd í þrívídd
50 Margflötungar – hópverkefni
51 Umbúðir – hópverkefni

Mynstur og algebra

Markmið

Að nemendur
- skoði jöfnur sem settar eru fram á mismunandi vegu
- þjálfist í að greina breytur
- skilji hvernig nota má bókstafi sem staðgengla fyrir tölur
- skrái sama dæmi á mismunandi formi, með mynd, táknmáli, tölum og orðum
- vinni að athugun á reglum um ummál og flatarmál
- öðlist skilning á röð aðgerða við útreikninga
- þjálfist í að leysa jöfnur og ójöfnur með breytum í afmörkuðu grunnmengi

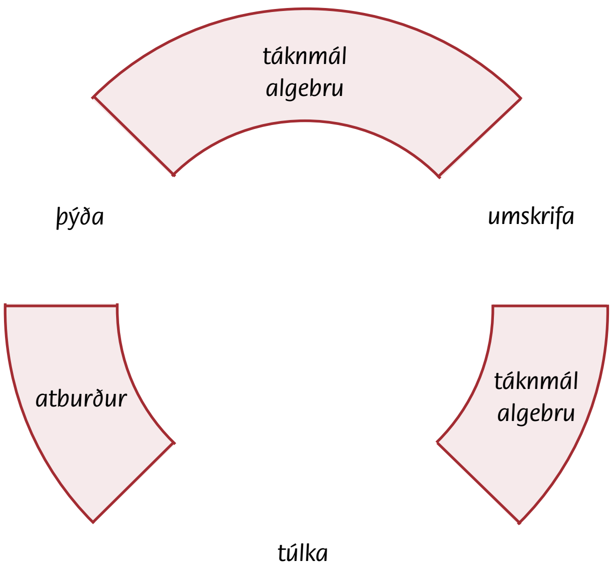
Umfjöllun og kennsluhugmyndir

Í Aðalnámsskrá grunnskóla, stærðfræði segir:

> *Ekki er gert ráð fyrir að nemendur nái tökum á algebru sem tungumáli stærðfræðinnar fyrr en á mótum grunnskólans og framhaldsskólans. Til þess að það takist vel fást nemendur á yngri stigum við að leita mynstra og tjá sig um þau, fyrst í mæltu máli en síðan á formlegri hátt með táknum og draga saman í almenna reglu. Þeir æfa að greina og draga fram almennar reglur í talnareikningi og læra að þekkja tölur af eiginleikum þeirra. Bókstafir og önnur tákn sem staðgenglar fyrir tölur eru kynnt til sögunnar ásamt jöfnum og einföldum reiknireglum, t.d. fyrir flatarmál og rúmmál (bls. 69).*

Í kennarabók með *Einingu 6* og kennsluleiðbeiningum með *Geisla 1 A* og *B* er að finna umfjöllum um mynstur og algebru.

Táknmál algebru gegnir tvíþættu hlutverki, það er bæði notað sem staðgenglar talna og sem forskrift. Þegar þraut er leyst með hjálp algebru er ferlið þrískipt.
1. Þýðing texta, talaðs máls og/eða mynda yfir á táknmál (skrá sem jöfnu).
2. Umskrifa eða einfalda táknmálið (leysa jöfnuna).
3. Túlkun á táknmálinu (lausn jöfnunnar) yfir á texta, talað mál og/eða myndir.



Atburði eða vandamáli er oft lýst í máli og/eða mynd. Það er þýtt yfir á táknmál sem síðan er umskrifað samkvæmt reglum algebrunnar. Á þann hátt er hægt með hjálp algebru að finna lausn á vandamáli eða skýringu á aðstæðum með því að túlka niðurstöður umskráningarinnar aftur yfir á venjulegt mál eða mynd.

Dæmi:

Arna átti nokkur plastumslög. Hún keypti tvo pakka með tíu umslögum í hvorum og á nú 27 umslög.
Hve mörg umslög átti Arna upphaflega?

1. Þýða

   Við veljum að tákna það sem Arna átti með x.
   Þá er hægt að þýða textann yfir á jöfnuna $x + 2 \cdot 10 = 27$

2. Umskrifa

   $x + 20 = 27$
   $x + 20 - 20 = 27 - 20$
   $x = 7$

3. Túlka

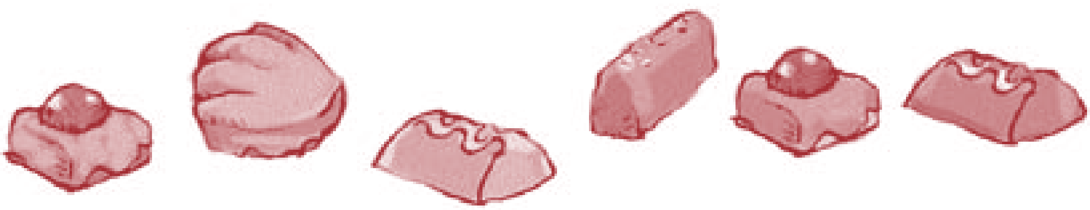
   Lausnina á jöfnuninni, $x = 7$, má túlka þannig að Arna átti upphaflega 7 plastumslög.

Það er nauðsynlegt að kunna að þýða, umskrifa og túlka til að geta nýtt sér algebru. Ef skilningur á að táknin standa fyrir óþekkta stærð er ekki fyrir hendi verður vinna með algebru merkingarlaus fyrir nemandann. Til að vinna við lausnir á jöfnum verði merkingarbær fyrir nemendur þurfa þeir líka að hafa skilning á þeim reiknireglum sem gilda þegar við leggjum saman, drögum frá, margföldum eða deilum og einnig innbyrðis tengslum reikniaðgerðanna.

Nemendur hafa áður leitað mynstra á ýmsu formi og dregið saman í almenna reglu með því að nota táknmál stærðfræðinnar. Þeir hafa líka kynnst hvernig hægt er að tákna fjölda á mismunandi hátt með hlutum, orðum, myndum og táknum og hvernig sama fjölda má tákna á mismunandi vegu. Þá hafa þeir kynnst hvernig tákna má óþekkta stærð á margan hátt. Hér er áfram lögð áhersla á þessa þætti, mynstur er táknað á ýmsa vegu, þrautir skráðar á mismunandi formi og kannað hvert jafnvægi er á milli ákveðinna stærða. Hér kynnast nemendur hvernig bókstafir eru notaðir sem staðgenglar talna og jafnaðarmerkið notað til að tákna að jafnvægi er milli þess sem stendur beggja megin við það. Mikilvægt er að nemendur geri sér grein fyrir tengslum milli táknmáls stærðfræðinnar og þess sem verið er að tákna. Þess vegna þurfa verkefnin að vera um hluti sem eru þeim kunnuglegir eða sem þeir geta sett í samhengi við eitthvað sem þeir þekkja. Notkun hluta eða teikninga er mikilvæg meðan þessi skilningur er að þróast. Alltaf er nauðsynlegt að grípa til þess að geta skoðað verkefnin á hlutbundinn hátt ef skilningur á þeim er ekki fyrir hendi.

Notkun skálavogar, þar sem kannað er hvernig jafnvægi þarf að vera milli þeirra hluta sem eru á voginni, ætti að auðvelda nemendum að skilja það samhengi sem þarf að vera milli þess sem stendur beggja vegna jafnaðarmerkis. Ef nemendur hafa ekki reynslu af notkun skálavogar getur verið gott að gera rannsókn með henni. Dæmi um þetta gæti verið að leggja yddara og blýanta á aðra skálina og finna hve marga tússpenna þarf á hina skálina til að vogin verði í jafnvægi. Nokkrum tússpennum er bætt á aðra skálina og giskað á hve mörgum yddurum og/eða blýöntum þarf að bæta við á hina. Það er svo sannreynt með tilraun. Rannsóknir sem þessar eru líklegar til að efla skilning nemenda á eðli jafnvægis og þá um leið hvað jafnaðarmerkið táknar. Verkefni í vinnubók þar sem gert er ráð fyrir að nemendur tákni jöfnu á ólíka vegu, með mynd, orðum, tölum og táknum, eru ætluð til að skerpa skilning þeirra enn frekar á þessu sambandi.

Þegar vara er keypt er verð hennar reiknað út frá verði einnar einingar og síðan er margfaldað með fjölda eininga sem keyptar eru. Verðið er því í réttu hlutfalli við magnið sem keypt er. Til að skilja betur hvernig umskráning á þessum upplýsingum og útreikningar verða til er heppilegt að skoða raunveruleg dæmi. Verkefni um grænmetis- og ávaxtaverslanir eru ætluð til að skoða hvernig vöruverð verður til. Annars vegar er skoðað hvað gerist inni í vél sem reiknar verð fyrir mismunandi þyngd af ávöxtum/grænmeti og hins vegar hvernig útbúa má eigin reiknivél með því að búa sér til töflu þar sem færðar eru inn upplýsingar um það sem vélin reiknar. Með því að skoða bæði hvernig verðið er háð þyngdinni og að finna hve mikið hefur verið keypt af vöru þegar verð hennar er gefið, kynnast nemendur sambandinu milli þyngdar vöru og verðs hennar í samhengi sem þeir þekkja. Könnun sem þessi ætti að auðvelda þeim skilning á hvernig breytur eru notaðar í mismunandi samhengi (dæmi: $220x=660$, $220 \cdot 3 = x$). Reiknivélin í búðinni finnur verðið, hún finnur það sem var óþekkt í dæminu.



Í konfektbúðinni er hægt að kaupa konfekt eftir vigt og er þá notast við sams konar útreikninga og hjá grænmetis- og ávaxtasalanum. Ef konfektið er sett í gjafaöskjur þarf að greiða sérstaklega fyrir þær. Verð umbúðanna er það sama fyrir allar stærðir af öskjum. Með því að skoða verð fyrir mismunandi þyngd af konfekti, með og án öskju, kynnast nemendur því hvernig þessi viðbót hefur áhrif á verðmyndunina. Í tengslum við þetta getur verið áhugavert að skoða verð á ýmiss konar þjónustu sem við greiðum fyrir, t.d. notkun síma þar sem greitt er fast gjald og svo ákveðið verð fyrir hvert skref. Það sama gildir um kostnað við húshitun og rafmagn, leigubíla og margt fleira.

Til að geta skoðað tengsl milli jöfnunnar fyrir kostnað við kaup á konfekti og þess línulega falls sem hún er tákn fyrir, teikna nemendur línurit sem sýnir kostnað við að kaupa annars vegar konfekt í gjafaöskju og hins vegar án hennar. Með því að bera saman línuritin og lesa af þeim kostnað fyrir mismunandi þyngd af konfekti kynnast nemendur hvernig fast verð gjafaöskjunnar hefur áhrif á verðmyndunina. Til að hjálpa nemendum til að öðlast betri skilning á þessu sambandi eru þeir hvattir til að semja um það texta (túlka táknmál algebrunnar yfir í texta).

Verkefnið um ritfangaverslunina Yddarann er hugsað sem undirbúningur fyrir skilning á tveimur breytum í sömu jöfnu. Nemendur þurfa að skoða hvað það er sem breytist í dæmunum, þ.e. að kanna hverjar breyturnar eru. Með því að skoða hvað hægt er að kaupa fyrir 1000 kr. kanna nemendur hvernig mismunandi lausnir fást á jöfnum með tveimur óþekktum stærðum eftir því hvaða forsendur eru notaðar.

Í *Geisla 1A* kynntust nemendur hugtakinu grunnmengi og notkun þess við lausnir á jöfnum og ójöfnum. Hér er hvatt til að nota töflureikni til að skoða sambandið á milli mismunandi gilda fyrir breyturnar og lausna á dæmunum (fallið). Með því að nota töflureikni er auðvelt að kalla fram upplýsingar í fljótu bragði og því hægt að beina sjónum að því að skoða samhengi fremur en að eyða tíma í útreikninga. Verkefnið er þó að sjálfsögðu hægt að leysa án þess að hafa töflureikni við höndina. Æskilegt er þá að hvetja nemendur til að skrá svör sín í töflur eða dálka til að samanburðurinn verði auðveldari. Það getur líka verið spennandi að skoða línurit fyrir fallið. Ef töflureiknir er notaður er auðvelt að kalla það fram, en nemendur geta að sjálfsögðu teiknað það sjálfir.

Með því að skoða ummál og flatarmál nokkurra rétthyrninga og setja fram reglu um hvernig má reikna það, kynnast nemendur hvernig nota má breytur til að setja fram almenna reglu. Nemendur eru hér einnig hvattir til að nota töflureikni. Þegar þeir hafa fundið regluna og gefið töflureikninum fyrirmæli um hana geta þeir sett inn fleiri upplýsingar. Þeir geta mælt fleti í umhverfi sínu, borðið sitt, skólastofuna, ganginn og fleira og kallað fram upplýsingar um ummál þeirra og flatarmál.

Skemmtilegur leikur með tölur og samband þeirra er að finna *duldu töluna.* Við þennan leik geta nemendur notað innsæi sitt og þekkingu um tölur til að finna það sem er óþekkt. Það er líka hægt að umskrifa gefnar upplýsingar sem jöfnu og leysa þær. Þá er hægt að bera saman óformlega lausnaleið og leið þar sem reglur um lögmál reikniaðgerða eru markvisst notaðar.

Nokkrar tölur eru skrifaðar í röð. Þær eru svo lagðar saman tvær og tvær og svarið skrifað fyrir neðan (á milli þeirra).

5	9	13
14		

Þennan leik má gera misflókinn með því að hafa mismunandi stærðir óþekktar.

5	
14	

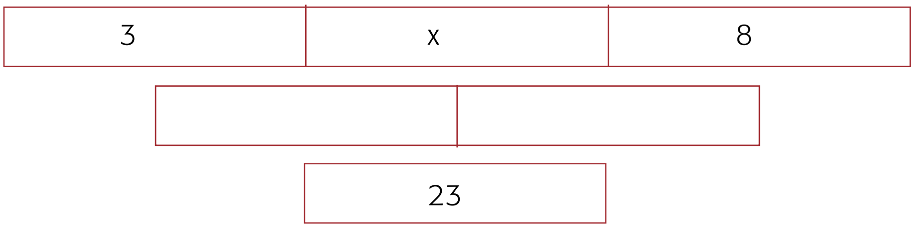
Hér er auðvelt að sjá að það þarf að bæta 9 við 5 til að fá 14. Þetta er líka hægt að skrá sem jöfnu $5+x=14$ og leysa dæmið þannig.

Í eftirfarandi dæmi er flóknara að finna óþekktu stærðirnar.

3		8
23		

Með því að skoða tölurnar sést að 3 og 8, verða 11. Það vantar því 12 til að fá 23. Talan í reitnum milli 3 og 8 á að leggjast við bæði 3 og 8. Hún hlýtur því að vera helmingurinn af 12 eða 6.

Þetta er líka hægt að setja upp sem jöfnu. Við erum að leita að tölunni í reitnum á milli 3 og 8. Við veljum að kalla hana x.



$3 + x + x + 8 = 23$
Við að leysa þessa jöfnu geta spunnist umræður um hvaða reglur gilda við lausn jöfnu. Getum við byrjað á að leggja saman tölurnar sem við þekkjum? Er hægt að segja að x+x sé jafnt og 2·x?

Þá verður til jafnan $11 + 2 \cdot x = 23$
Hvers vegna er hægt að segja að $3 + x + x + 8$ sé jafn mikið og $11 + 2 \cdot x$?
Þarna kemur reynslan af vinnunni með skálavogina að góðum notum. Er þetta jafngilt? Með því að skrá sem jöfnu og reikna, það sem áður hefur verið fundið út með því að skoða tölur og prófa sig áfram, sést hvernig lausn á jöfnu með óþekktri stærð hefur sögu. Það er ákveðið ferli sem fer fram. Nemandinn getur sjálfur séð hvernig ferlið þróast með því að bera þetta saman.

Hugmynd að kennsluferli

Við upphaf er gott að skoða hugtakið mynstur. Ræða má út frá spurningum eins og hvað er mynstur og hvar má finna mynstur. Í þemaheftinu *Mynstur* sem ætlað er 5. bekk og nemendur hafa væntanlega unnið eru sýnd dæmi um fjölbreytt mynstur sem gott gæti verið að rifja upp. Á *Vinnuspjaldi 52: Köngulóarvefir* er verkefni sem hentar vel til að skoða mynstur og skrá regluleika. Mikilvægt er að nemendur orði regluna og þeir gætu, þegar þeir búa til eigin vefi byrjað á reglu og teiknað eftir henni. Í forritinu *Drawing star* á slóðinni http://www.fisme.science.uu.nl/rekenweb/en/ er hægt að vinna á svipaðan hátt. Í tengslum við skoðun á mynstrum hentar að nemendur vinni bls. 48 í vinnubók og þeir gætu í framhaldi af því búið til dans út frá mynstri í e lið.

Grunnbók bls. 51, vinnubók bls. 41
Miklu skiptir að hafa skálavog þegar unnið er með dæmi á bls. 51. Gott er að kennari sé búinn að finna einhverja hluti sem nota má til að sýna jöfnu á skálavog og skrá með táknmáli. Hvað jafngildir eitt epli mörgum mandarínum er spurt í dæmi 1. Hvetja ætti nemendur til að skrá t.d. 5 epli = 2 mandarínur + 1 vatnsmelóna. Sumir geta gefið fjölda hverrar gerðar bókstaf líkt og gert er í rammanum með dæmi 3 meðan aðrir leysa jöfnurnar út frá myndunum eingöngu. Í vinnubók eru sambærileg dæmi og eiga nemendur þar að búa til eigin jöfnur. Þeir þurfa þá að skrá með orðum hvernig jafnvægi fæst á skálavogina.

Grunnbók bls. 52–56, vinnubók bls. 42–50

Þegar reikna á verð út frá þyngd er heppilegt að setja upp stæður og margfalda saman kílóverð og magn. Á bls. 52 er unnið með grænmeti. Hvetja ætti nemendur til að skrá dæmin með tölum og það getur verið gagnlegt að teikna dæmin upp. Í vinnubók bls. 42 er unnið með skráningu og gildi sviga til að tjá samband talna. Gott getur verið að kennarinn vinni dæmin þar með nemendum og búin séu til fleiri dæmi þar sem nota þarf sviga til að skrá samband talna. Í dæmi 10 er heppilegt að nota töflureikni til að fylla töfluna út. Ef erfitt er að komast í tölvur en skjávarpi er í stofu gætu nemendur og kennari unnið þetta saman. Dæmi 12 er erfitt og kjörið að nemendur vinni það tveir saman og búi síðan til sambærileg dæmi til að leggja fyrir annað par. Heppilegt er einnig að nota töflureikni við verkefni í vinnubók bls. 43. Reglur má skrá á táknmáli stærðfræðinnar en gott er að skrá reglur fyrir útreikningi á flatarmáli og ummáli bæði með orðum og táknmáli stærðfræðinnar. Hér gætu nemendur sem hafa aðgang að töflureikni einnig unnið verkefni í vinnubók bls. 50.

Á bls. 54 í grunnbók og bls. 44 og 45 í vinnubók eiga nemendur að glíma við fjölbreytta skráningu á sambandi talna. Mikilvægt er að þeir nái skilningi á að nota megi bókstafi til að tákna óþekkta stærð og að þeir geti tjáð samband talna með orðum. Í dæmi 14 eiga þeir að gera það með því að búa til sögu. Öll þessi verkefni geta orðið gjöfulli ef nemendur vinna þau í litlum hópum, þó hver vinni í sína bók. Hvetja ætti nemendur til að nota myndir. Í gæðakonfektbúðum er konfekt selt eftir vigt og greitt er fyrir umbúðir og magn. Þannig er unnið með breytur og fasta. Á bls. 55 í grunnbók og bls. 46 og 47 í vinnubók er unnið með pantanir á konfekti. Nemendur gætu í stað þess að vinna verkefnin sett upp búð þar sem tekið væri á móti svipuðum pöntunum. Þeir gætu líka sett upp í litlum hópum ólíkar búðir eða þjónustufyrirtæki þar sem unnið væri á svipaðan hátt. Það gætu verið bílaleigur, leigubílastöðvar, pitsustaði eða aðrir slíkir staðir þar sem er fastagjald og síðan reiknað eftir magni. En einnig mætti nýta ritfangadæmin á bls. 56 og dæmin á bls. 49 í vinnubók sem hugmynd að fyrirtæki.

Grunnbók bls. 57–59

Breytivélar eru skemmtilegar og forvitnilegar. Nemendur geta leikið breytivélar þannig að einn er breytivél sem tekur á móti miðum og skilar þeim út breyttum út frá reglum sem hann setur. Hinir nemendurnir eiga að finna út hver reglan er og skiptast á að vera breytivél. Þá þjálfast nemendur í að búa til og orða reglur. Á blaðsíðum 58 og 59 í grunnbók er unnið með grunnmengi. Kjörið er að vinna þau verkefni í töflureikni og mætti safna saman öllum töflureiknisverkefnum í kaflanum og vinna í röð. Hér er áhersla á að nemendur skilji að eingöngu lausnir þar sem breytistærðin kemur úr grunnmenginu eru gildar. Verkefni á *Vinnuspjaldi 53: Talnamyndir* fjalla um að leysa jöfnur sem settar eru fram myndrænt. Þar þurfa nemendur að tengja saman upplýsingar og hentar vel að þeir vinni þetta saman tveir til þrír því verkefni reyna á úthald og útsjónarsemi.

Mörg námsmatsverkefni fylgja þessum kafla. Nemendur gætu fengið þau öll og unnið þau sem heimapróf. Kennari getur líka valið verkefni eins og breytivélaverkefni og nýtt það til að meta skilning nemenda á samsettum aðgerðum og reglum. Verkefnið *Reglur* og verkefnið *Rannsóknir* henta til að meta skilning á að nota tákn og ná valdi á skráningu og beitingu táknmáls. Ef nemendur vinna verkefnaspjöldin fimm má ná ágætri yfirsýn yfir hve gott vald þeir hafa á þeirri algebru sem unnið hefur verið með í *Geisla 1* og *2*.

Vinnuspjöld

52 Köngulóarvefir
53 Talnamyndir

Reiðhjól

Markmið

Að nemendur

- þjálfist í að beita stærðfræði við lausn ýmissa verkefna í daglegu lífi
- kanni eiginleika hrings og þríhyrnings og dragi ályktanir af athugunum sínum
- mæli ummál hrings og horn þríhyrninga og noti niðurstöðurnar við útreikninga
- beri saman þvermál og ummál hrings
- finni upplýsingar í töflum og nýti sér þær við útreikninga
- reikni vegalengd og tíma út frá gefnum upplýsingum
- beri saman niðurstöður tímamælinga
- noti mælikvarða og breyti milli mælieininga

Umfjöllun og kennsluhugmyndir

Í *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* er fjallað um tengsl stærðfræði við daglegt líf og önnur svið.

> *Eitt meginhlutverk stærðfræðinnar í daglegu lífi er að lýsa, skýra og segja fyrir um fyrirbrigði náttúru og samfélags. Æskilegt er því að talsverður hluti af viðfangsefnum barna í stærðfræðinámi fjalli um raunveruleg fyrirbrigði. Það stuðlar að því að börnin tileinki sér eðlilegt jákvætt viðhorf til greinarinnar og öðlist sjálfstraust til að nota hana til að takast á við dagleg viðfangsefni og skilja umhverfi sitt.* (bls. 62)

Viðfangsefnið reiðhjól er valið með tilliti til þess að það gefur tilefni til formskoðunar og margs konar útreikninga. Þetta er síðasti kafli bókarinnar og er efni hans því að hluta til samantekt á öðru efni sem kynnt hefur verið. Líklegt er að margir nemendur komi á hjólum í skólann að vori og því aðgengilegt að skoða þau. Á reiðhjóli eru hringir og þríhyrningar áberandi form og því heppilegt að nota það til að skoða þessi form og eiginleika þeirra nánar.

Í byrjun eru eiginleikar hjóls skoðaðir. Gaman getur verið að skoða hvers kyns hjól og önnur hringlaga form, kanna eiginleika þeirra og hvernig og hvers vegna þau rúlla. Í framhaldi af því er skemmtilegt að velta fyrir sér hvaða farartæki komast áfram án hjóla, svo sem skip, flugvélar, skíði, sleðar og geimflaugar.

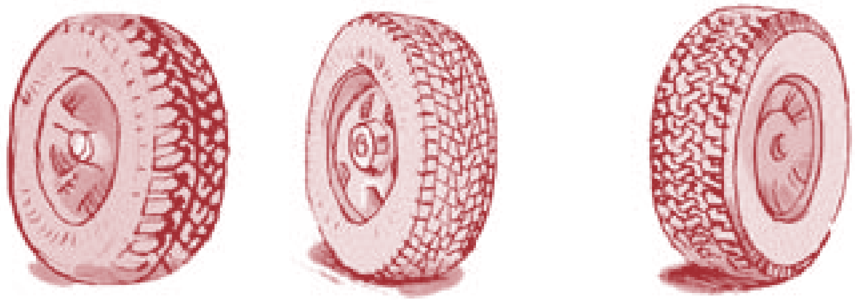
Sögu reiðhjólsins eru gerð góð skil á vef Fjallahjólaklúbbsins.

Þar er að finna margt áhugavert sem tengist hjólreiðum og getur nýst til frekari rannsókna. Upplýsingar um sögu reiðhjólsins gefa tilefni til frekari útreikninga og nemendur geta búið til sín eigin dæmi og spurningar.

- Hve langt er síðan hjólið var fundið upp?
- Hve langt er síðan byrjað var að fjöldaframleiða reiðhjól?
- Hve langur tími leið frá því fyrsta reiðhjólið var hannað þar til slöngur voru settar í dekkin?

Á blaðsíðu 62–63 er mynd af hjóli og þarf að mæla ummál dekkjanna á myndinni. Auðveldast er að mæla ummálið með því að nota band en mælingin verður þó alltaf ónákvæm. Rétt er að hvetja nemendur til að vanda sig við mælingarnar svo niðurstöður verði sem nákvæmastar. Til samanburðar geta þeir mælt ummál dekkja á eigin hjólum. Auðvelt er að mæla hversu langa leið hjólið fer þegar dekkið snýst einn hring með því að gera tilraun. Niðurstöðu hennar er hægt að nýta til að álykta um hjólið á myndinni. Bera má tilraun með reiðhjólið saman við tilraun með metrahjól sem notað er til að mæla vegalengdir.

Í vinnubók er verkefni þar sem skrá á niðurstöðu mælinga á geisla, þvermáli og ummáli. Mæla má geisla, þvermál og ummál annarra hringlaga forma til samanburðar, svo sem dósar, klukku, blómapotts og ruslafötu. Með því að leggja þetta verkefni fyrir nemendur er verið að beina sjónum þeirra að því að milli þvermáls og ummáls allra hringlaga forma er ákveðið hlutfall sem er talan π. Ekki er ósennilegt að einhverjir nemendur hafi heyrt talað um töluna π og eðlilegt er að taka hana til umfjöllunar ef áhugi nemenda beinist að því þó ekki sé ætlast til á þessu stigi að þeir kunni skil á henni. π er óræð tala og því ekki hægt að skrá hana nákvæmlega með talnatáknum, en oftast er námundað að 3,14 til að auðvelda útreikninga. Á mörgum vasareiknum er sérstakur takki sem gefur gildið á π. Gaman getur verið að skoða hvað gerist þegar ýtt er á hann og nota π til að finna ummál út frá mældu þvermáli og bera það saman við mælingar nemenda á ummáli hringja.



Mynstur á dekkjum reiðhjóla eru skemmtileg viðfangsefni. Ef hjólað er yfir hvítt blað kemur fram mynd af mynstrunum. Þá er hægt að skoða mynstrin, bera saman ólík mynstur, teikna þau og lita að vild. Gaman er að bera saman mynstur á dekkjum fjallahjóla og annarra hjóla og einnig mynstur á vetrar- og sumardekkjum bæði hjóla og bíla. Það getur líka verið áhugavert að skoða og bera saman mynstrið á blaðinu og á dekkjunum sjálfum.

Grind reiðhjóla er byggð úr einum eða fleiri þríhyrningum. Meginþungi hjólreiðamannsins hvílir á grindinni og því er heppilegt að byggja hana úr þríhyrningum. Hér hentar vel að rifja upp eiginleika þríhyrningsins (stíft form) sem fjallað var um í kaflanum um þríhyrninga. Þríhyrningar sjást einnig víðar á reiðhjólum t.d. í gjörðinni og hnakknum.

Þegar reiðhjól er valið eru sjálfsagt flestir sem máta sig við það. Til eru viðmið sem nota má til að reikna út rétta stærð. Reiknireglur eru gefnar og sýndar sem stæður með óþekktri stærð. Með því að mæla lengd fótleggjar síns geta nemendur reiknað út hve stórt hjól þeir þurfa. Hér er vert að skoða regluna og stæðuna sem er gefin. Gildir reglan fyrir alla nemendur? Er stæðan skráning á reglunni? Er nóg að setja niðurstöður mælingar inn fyrir x og reikna stæðuna? Nemendur geta borið saman niðurstöður mælinga sinna og útreikninga. Gott getur verið að rifja hér upp umfjöllun um óþekktar stærðir í kaflanum um mynstur og algebru.

Í verkefni um hjólreiðaferð Ásmundar og félaga hans reynir á að reikna út hve langt er hjólað á ákveðnum fjölda mínútna þegar vitað er hve langt er hjólað að meðaltali á klukkustund. Hér reynir á skilning á því að hver klukkustund er 60 mínútur. Nauðsynlegt er að hafa klukkuskífu tiltæka til að nemendur geti skoðað hve stór hluti úr klukkustund 20 mínútur (40 mín., 10 mín., 30 mín.) eru.

Í tengslum við þetta verkefni er tilvalið að fara í hjólreiðaferð. Þá geta nemendur gert áætlun um ferðina áður en lagt er af stað. Með því að nota kort má reikna út hve löng fyrirhuguð leið er. Nemendur þurfa að áætla meðalhraða og hve langan tíma tekur að hjóla leiðina. Í heildaráætlun fyrir ferðina þarf að gera ráð fyrir að stoppa á leiðinni. Heppilegt er að skrá skipulega hjá sér hvenær, hvar og hve lengi er stoppað. Ef kílómetramælir er með í för er hægt að lesa af honum, annars má reikna vegalengd út frá korti og niðurstöðum skráningar. Þegar heim er komið er hægt að teikna línurit yfir ferðalagið. Þá er líka hægt að reikna hve marga hringi dekkin á hjólum nemenda snerust á leiðinni.

Hugmynd að kennsluferli

Grunnbók bls. 60–61
Þykkir rökkubbar henta vel til að skoða hve oft þarf að velta formum til að snúa þeim einn hring. Einnig er gott að hafa skrúfur, rær, bortappa, tappa, flöskur, dósir og annað sem er við höndina til að skoða hvaða form rúlla og hvernig þau rúlla. Skemmtilegt heimaverkefni væri að finna fróðleiksmola um hjól og skrifa um það bréf til bekkjarins. Nemendur gætu líka fundið myndir af gömlum og nýjum hjólum og borið saman.

Grunnbók bls. 62–65, vinnubók bls. 51–56
Í stað þess að nota söguna um Jóhönnu og barnabörn hennar geta nemendur nýtt söguna til að skoða eigin reiðhjól. Skipta má nemendahópnum í 3–4 manna hópa þannig að hver hópur hafi eitt reiðhljól að skoða á sama hátt og gert er á bls. 62 og 63. Þeir mæla hjólið og teikna upp skissu af því. Þeir finna út hve langt það fer við hvern snúning og hve marga snúninga þarf til að komast tiltekna vegalengd. Skoða má mynstrin á dekkjunum og gaman er ef hægt er að móta þau í sand eða leir. Í vinnubók eru skoðaðar íhlutir fyrir hjól og gætu nemendur farið í hjólabúð eða skoðað á netinu hvað er til og hverju væri gott og gaman að bæta á hjólið sem þeir eru með.

Á bls. 64 í grunnbók og bls. 54 í vinnubók eru skoðaðar hjólagrindur til að meta hvaða stærð passar hverjum. Hóparnir gætu fundið hvaða stærð passaði hverjum nemanda í hópnum og síðan mælt nokkur hjól til að skoða muninn. Alveg eins má binda sig við að hóparnir skoði bara eigið hjól en nýti dæmin. Hver hópur gæti síðan farið í ferð með hjólið sitt og skráð gang ferðarinnar svipað og gert er á bls. 65 í grunnbók. Ekki væri verra ef nemendahópurinn gæti farið í hjólaferð og skráði þá atburði ferðarinnar á tímaás. Á síðustu blaðsíðu í vinnubók er unnið með hjólreiðakeppni. Nemendur gætu haft gaman að því að velta fyrir sér hraða reiðhjóla og gætu þeir leitað sér upplýsinga.

Viðfangsefni þessa kafla eru reiðhjól og eiga nemendur að beita stærðfræði við að skoða þau. Námsmatsverkefnið *Að eiga og reka hest* er annað dæmi um hvernig nota má stærðfræði í viðfangsefnum daglegs lífs. Nemendur gætu unnið saman í litlum hópum og kynnt niðurstöður sínar fyrir öðrum í bekknum. Gott væri að kynna sér verð á hlutum og hestum í dag. Á reiðhjólum eru hringir og þríhyrningar áberandi form. Námsmatsverkefnið

Hringir hentar til að meta skilning barna á hringforminu og möguleikum þess. En líka til að meta hve vel nemendur greina reglu og eru skapandi í búa til eigin mynstur.

Upprifjun

Í lok grunnbókarinnar eru fjögurra síðna kaflar með upprifjunardæmum úr helstu viðfangsefnum í *Geisla 2B*. Dæmi 1 felur í sér að nemendur hjálpast að við að rifja og greina hvað þeir hafa verið að fást við og læra. Gefa þarf nemendum góðan tíma og mikilvægt er að skil séu bæði skrifleg og munnleg. Allir nemendur þurfa áfram að hafa aðgang að skriflegum skilum. Ekki er úr vegi að taka munnlegu skilin upp og gefa öllum aðgang að þeim. Dæmi 2–10 má nota sem námsmatsverkefni. Nemendur geta einstaklingslega eða tveir saman unnið öll dæmin eða valin dæmi af þeim sjálfum eða kennara og skilað til mats. Æskilegt væri að þeir gætu nýtt sér skil á verkefnum í dæmi 1 við úrlausnir.