

1A



Geisli

Kennsluleiðbeiningar

Efnisyfirlit

Um námsefnið	3
Skýringar á táknum í nemendaefni	5
Inngangur	6
Þrautir	10
Mælingar	15
Margföldun og deiling	20
Rúmfræði og þrívídd	28
Reikniaðgerðir	33
Almenn brot	39
Mynstur og breytur	45
Reitir og hnitakerfi	51
Talnaleikni	55
Jól í skóla	59

Geisli 1A

Kennsluleiðbeiningar

- © 2011 Guðbjörg Pálsdóttir, Guðrún Angantýsdóttir og Jónína Vala Kristinsdóttir
- © 2011 teikningar: Halla Sólveig Þorgeirsdóttir

Ritstjóri: Hafdís Finnbogadóttir

Öll réttindi áskilin
1. útgáfa 2002
2. útgáfa 2011
Námsgagnastofnun
Kópavogi

Umbrot og útlit: Námsgagnastofnun

Geisli 1A

Um námsefnið

Gott er í upphafi vetrar að ræða við nemendur um stærðfræðinám og vinnubrögð. Einnig þarf að vekja athygli þeirra á uppbyggingu námsbókarinnar og þeim táknum sem þar eru notuð. Gert er ráð fyrir að tekinn sé tími í að skoða bókina og að nemendur velti fyrir sér hvað þeir hafi lært og hvernig þeir læri. Heppilegt getur verið að lesinn sé saman upphafstextinn og nemendur vinni síðan verkefni sjálfstætt. Að því loknu er mikilvægt að nemendur og kennari ræði saman um leiðir við nám og hvernig verkefni nemendum þykja áhugaverð. Nemendur geta sagt frá hvað þeir merktu við sem leiðir við stærðfræðinám og hvers vegna. Það gefur kennara góða innsýn í hvaða möguleika nemendur sjá og hvernig þeir hugsa um námið. Þeir þurfa að finna að stærðfræðinám bjóði upp á fjölbreytt vinnubrögð þar sem þeir hafa möguleika á að hafa áhrif á vissa þætti.



Námskrá

Námsefnið tekur mið af *Aðalnámskrá grunnskóla* í stærðfræði. Einkum er stuðst við markmið sem sett eru fyrir miðstigi. Námsefnið er sjálfstætt framhald af námsefnisflokknum *Einingu* og er miðað við að nemendur hafi kynnst vinnubrögðum eins og að rannsaka, ræða, túlka, vinna hlutbundið, skrá og leysa þrautir.

1A og 1B

Grunnnámsefni 5. bekkjar er samsett af tveimur grunnbókum, Geisla 1a og Geisla 1b, þremur þemaheftum, verkefnaöppu og kennsluleiðbeiningum sem finna má á heimasíðu Námsgagnastofnunar. Auk þess er ýmiss konar efni á vef Námsgagnastofnunar og til eru margt konar kennsluforrit og annað ítarefni.

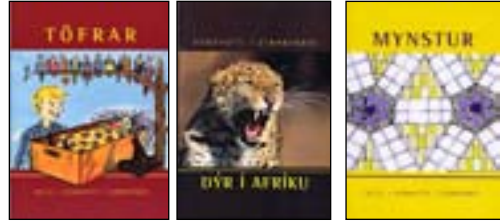
Í kennsluleiðbeiningum er fjallað um miðstignemandann og stærðfræðinám. Þar er einnig umfjöllun um sérhvern kafla í grunnbókunum. Gefnar eru kennsluhugmyndir og dregnar fram meginhugmyndir með hverjum kafla. Gert er ráð fyrir að hver kennari byggji upp heildstætt kennsluferli fyrir sinn bekk. Áhersla er lögð á að nemendur þrói með sér góðan skilning og geti gert skýra grein fyrir lausnum sínum. Sérstakur kafli er um námsmat. Hugmyndir að námsmatsverkefnum eru í möppu og á læstu svæði kennara. Þar eru líka gefin dæmi um matsviðmið.



Grunnbækurnar eru einnota þar sem nemendur ýmist skrá lausnir sínar og vangaveltur í sjálfa bókina eða í vinnuhefti. Þar má finna fjölbreytt viðfangsefni af ýmsum sviðum stærðfræðinnar. Fyrri bókinni er skipt í tíu kafla sem heita; *Þrautir, Mælingar, Margföldun og deiling, Rúmfræði og þrívídd, Reikniaðgerðir, Mynstur og breytur, Almenn brot, Reitir og hnitakerfi, Talnaleikni og Jól í skóla*. Seinni bókinni er skipt í 10 kafla sem heita: *Vetur, Ritháttur og brot, Flutningur og form, Reikniaðgerðir, Mynstur og algebra, Flatarmál, Líkindi, Brot, Þrautir, Ferðalög*.

Þemahefti

Þemaheftin þrjú eru fjölnota bækur. Þau heita *Töfrar*, *Dýr í Afríku* og *Mynstur*. Við laus verkefnanna í þemaheftunum gefst nemendum tækifæri til að efla stærðfræðipækkingu sína og beita henni á ýmis svið. Verkefni í heftinu *Töfrar* tengjast öll bókinni *Abrakadabra*, eftir Kristínu Steinsdóttur. Þau eru flest í léttum dúr og reyna á rök hugsun, innsæi og talnaskilning. Í þemaheftinu um dýr eru stór dýr í Afríku sérstaklega skoðuð. Stærðfræðilegt inntak er fyrst og fremst háar tölur, hlutföll, myndrit og samsettir útreikningar. Megininntak í heftinu *Mynstur* eru flutningar og formskoðun. Einnig eru verkefni þar sem nemendur eiga að búa til mynstur bæði rúmfræðileg og talnamynstur. Góð tækifæri gefast til listsköpunar.



Aftast í þemaheftunum eru hugtakakort sem nýta má við skipulagningu á viðfangsefnum tengdum öðrum þemum en eru í bókunum. Sem dæmi væri hægt að verja aðrar skáldsögur sem grunn að þemavinnu, húsdýr eða annað.



Verkefnamappa

Í verkefnamöppu eru ýmis verkleg viðfangsefni, spil og fleira ítarefni. Í kennsluleiðbeiningum eru settar fram hugmyndir um notkun þeirra en kennurum er vitanlega í sjálfsvald sett hvaða verkefni þeir nýta fyrir nemendur sína og á hvaða hátt.



Ýmsar leiðir má fara við að skipuleggja stærðfræðináms fyrir nemendur í 5. bekk. Námsfniþakinn Geisli 1 er fjölbreyttur og gefur kennurum tækifæri til að skipuleggja kennslu miðað við nemendahópa og aðstæður á hverjum stað. Hafa þarf þó í huga að við gerð þemaheftanna var miðað við að strax að hausti gætu nemendur unnið heftið *Töfrar*. Forsenda fyrir sumum verkefnum í *Dýr í Afríku* er að nemendur þekki línurit og því er heppilegt að þeir hafi áður fengist við viðfangsefni í kaflanum Reitur og hnitakerfi í *Geisla 1A*. Þemaheftið *Mynstur* er heppilegt að taka eftir að unninn hefur verið kaflinn Flutningar og form í *Geisla 1B*.

Skýringar á táknum í nemendaefni

Í bókinni eru notuð eftirfarandi tákni til leiðbeiningar fyrir nemendur.



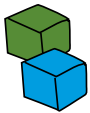
Þú skalt vinna verkefnið með öðrum.

Þetta tákni er við verkefni sem nemendur eru hvattir sérstaklega til að vinna með öðrum. Eðlilegt er að nemendur vinni einnig saman að lausn annarra verkefna og alltaf er nauðsynlegt að ræða lausnir sínar við aðra. Samvinna getur falist í stuttu spjalli eða nánari samvinnu þar sem nemendur taka sameiginlega ábyrgð á lausn verkefnis. Nemendur geta ýmist verið tveir saman eða fleiri í hópi.



Þú skalt skrá vinnu þína í vinnuhefti.

Þau viðfangsefni sem þetta tákni er við krefjast annaðhvort nánari úrvinnslu á verkefnum sem nemendur hafa áður fengist við eða um er að ræða fleiri verkefni af sama toga.



Veldu þér hjálpargögn og skráðu lausn þína.

Verkefni með þessu tákni eru flest þess eðlis að talsverða umhugsun þarf við að leysa þau og nemendur eru hvattir til að velja sér þau hjálpargögn sem þeir telja best henta hverju sinni. Eðlilegt er að þeir noti þann skráningarmáta sem skýrir best hvernig þeir hugsuðu lausn sína. Það geta verið skýringarmyndir, texti og táknmál stærðfræðinnar. Nemendur læra þannig að skrá hugsun sína og það hjálpar þeim að skilja skráningarkerfi stærðfræðinnar.



Notaðu vasareikni.

Hér er gert ráð fyrir að nemendur noti vasareikni við lausn verkefnanna, til dæmis þar sem fengist er við háar tölur.

Inngangur

Við 10 ára aldur hafa flestir nemendur náð þeim þroska að geta gert sér einhverja grein fyrir þekkingu sinni og skilningi á hvers kyns fyrirbrigðum. Í 1.–4. bekk hafa þeir aflað sér þekkingar og skilnings á tugakerfinu, reikniaðgerðum, rými, mælingum, formum og tölfræði. Mikilvægt er að þeir læri nú að koma skipan á þessa þekkingu sína og þjálfist í að skoða skilning sinn á fyrirbrigðum stærðfræðinnar. Samhliða því að læra að gera sér grein fyrir eigin þekkingu og skilningi, þurfa þeir að læra að taka ábyrgð á námi sínu. Hvers kyns skráning og flokkun á því sem þeir eru að fást við hjálpar þeim að fá yfirsýn yfir kunnáttu sína og færni.

Ung börn þurfa að fá að handleika hluti til að átta sig betur á þeim, þurfa að telja hluti, áður en þeir geta talið í huganum, nota spegil til að spegla myndir til að geta séð spegilmyndina fyrir sér o.s.frv. Nemendur í 5. bekk eiga auðveldara með að gera sér mynd í huganum af því sem þeir eru að fást við. Þeir þurfa þó oft að grípa til þess að vinna á hlutbundinn hátt eða gera sér skýringarmyndir. Þegar þeir eru að fást við viðfangsefni sem eru þeim framandi eða þeir hafa óljósan skilning á er afar mikilvægt að þeir hafi tök á að nota hvers kyns hjálpargögn. Í hverri kennslustofu ættu því að vera tiltæk nauðsynleg hjálpargögn til að nota við vinnuna. Markviss skoðun á ákveðnum fyrirbærum með góðum hjálpargögnum getur líka styrkt mjög skilning nemenda á stærðfræði. Að skoða hvað kemur á skjá vasareiknis ef honum eru gefin ákveðin fyrirbæri, skoða hvernig mynd breytist ef henni er snúið, hliðrað eða speglað, til dæmis með því að gefa skipanir í tölvu og kanna rúmmál ferstrendinga með því að nota sentikubba eru dæmi um slíka skoðun.



Til þess að geta gert sér grein fyrir eigin skilningi á stærðfræði þurfa nemendur að hafa velt honum fyrir sér. Það læra þeir m.a. með því að skýra hann fyrir öðrum, bæði munnlega og skriflega. Samræður við bekkjarfélaga og kennara um lausnaleyðir við úrvinnslu verkefna hvetja til rökstuðnings og útskýringa á eigin skilningi. Viðbrögð bekkjarfélaga og kennara geta líka hjálpað nemendum til að sjá þekkingu sína í nýju ljósi. Hlutverk kennarans er þar afar mikilvægt. Hann þarf að hlusta á skýringar nemenda og spyrja þá spurninga sem hjálpa þeim til að dýpka skilning sinn á því sem þeir eru að fást við hverju sinni. Ef vel tekst til geta slíkar umræður orðið skapandi námsumhverfi fyrir bæði nemendur og kennara.

Að gera skriflega grein fyrir lausn á verkefni hjálpar nemendum að koma skipan á hugsun sína. Eðlilegt er að nota texta, skýringarmyndir og táknmál stærðfræðinnar jöfnum höndum og ræðst framsetningin hverju sinni af eðli verkefnanna og þroska nemenda. Viðbrögð kennara við skriflegum skýringum nemenda eru jafn mikilvæg og viðbrögð við munnlegum skýringum þeirra. Oft getur reynst nauðsynlegt að biðja þá að skýra nánar munnlega hvað þeir eiga við til að kennarinn geri sér fulla grein fyrir hvaða skilningur liggur að baki. Þá er mikilvægt að hann geti skoðað allt ferlið við lausn nemenda og allar tilraunir þeirra til að takast á við verkefnin. Þeir þurfa því að venjast því að sýna alla skráningu sína, strika yfir það sem þeir hættu við, en ekki þurrka út. Ef kennari fær að skoða lausnaferli nemenda verður hann betur fær um að gefa þeim viðbrögð sem hjálpa þeim til að þokast áfram í skilningi sínum á viðfangsefnum stærðfræðinnar.

Á tímum hraða og tækni er mikilvægt að vera meðvitaður um eigin skilning á fyrirbærum, vera fljótur að átta sig á hvernig maður getur notað þekkingu sína við að leysa vandamál og sjá fyrir sér nýjar leiðir að lausn. Í dag eru reiknivélar almennt notaðar við að framkvæma flókna útreikninga og það er því ekki lengur nauðsynlegt að vera fljótur að framkvæma, á blaði, útreikninga með háum tölum. Það er hins vegar mikilvægt að geta gert sér grein fyrir hvort niðurstaðan sem reiknivélin gefur sé rétt. Til þess að vera fær um það þarf að hafa góðan talnaskilning. Færni í hugarreikningi er líka afar mikilvæg, bæði að geta reiknað nákvæmlega með lágum tölum og geta námundað háar tölur að heilum hundruðum, þúsundum o.s.frv. og þannig fundið lausn sem er nálægt því að vera rétt. Slík þekking kemur sér vel þegar niðurstöður sem reiknaðar hafa verið eru sannreyndar. Nemendur þurfa að fá að notfæra sér vasareikna og tölvur við að leysa verkefni og einnig að kynnast því hvernig er hægt að nota þessi tæki til að varpa ljósi á ýmis fyrirbrigði stærðfræðinnar.

Vinnubrögð

Hér er lögð áhersla á að nemendur finni sínar eigin leiðir við útreikninga og kynnist mörgum ólíkum leiðum með því að skoða hvernig bekkjarfélagarnir leysa verkefni sín. Við það að nota eigin leið öðlast nemendur skilning á eðli reikniaðgerðarinnar. Þeir þurfa að fá að þróa skilning sinn með því að fá stöðugt flóknari verkefni að glíma við og rannsaka hvernig tölur breytast þegar framkvæmdar eru á þeim ákveðnar aðgerðir. Með því að skoða markvisst aðferðir sem aðrir nota við útreikninga kynnast nemendur nýjum leiðum sem þeir hafa ekki reynt áður. Kennari getur líka kynnt fyrir nemendum ákveðnar leiðir, sem hann telur að þeir þurfi að hafa vald á.

Mælingar eru stór þáttur í daglegu lífi okkar. Nemendur þurfa að þekkja mismunandi gerðir mælinga og geta valið hvers konar mæling hentar hverju sinni. Mikilvægt er að þeir öðlist tilfinningu fyrir þeim eiginleika sem mæla á og er ágiskun góð leið til að þróa slíka næmni. Leggja þarf áherslu á nákvæm vinnubrögð og nemendur þurfa að ná leikni í að beita margs konar mælitækjum og skrá niðurstöður með viðeigandi mælieiningum.

Mikilvægt er að nemendur átti sig á hve rúmfræði er víða notuð í manngerðu umhverfi til dæmis við ýmiss konar hönnun, í myndlist, byggingarlist, hannyrðum, verkfræði, tölvutækni og kortagerð. Þeir þurfa einnig að fá tækifæri til að ræða um hvar rúmfræðileg fyrirbrigði er að finna í náttúrunni og skoða form, mynstur og speglunarása blóma, laufa, bergtegunda og dýra. Við rúmfræðirannsóknir er mikilvægt að nemendur skrái niðurstöður sínar á skipulegan hátt, kynni þær og dragi af þeim ályktanir. Við að leysa rúmfræðiprautir efla nemendur hæfni sína í að sjá fyrir sér hluti og rökstyðja lausnarleiðir sínar.

Nemendur á miðstigi hafa flestir gaman af ýmiss konar spilum. Mörg spil eru þess eðlis að það þarf að hugsa skipulega til að geta tekið þátt í þeim. Dæmi um slík spil eru: Mastermind, Hanoiturninn, tangram, tafl, sjóorusta og þrír í röð. Spilareglum þarf að fylgja og við það eflist rökhugsun og ályktunarhæfni. Það er mikil glíma að vera góður í spilum og oft þarf að sýna útsjónarsemi og hugmyndaflug. Árangur byggist á hvort spilarar hafa áttað sig á samhengi og geta nýtt sér það við spilamenskuna. Því þarf að gefa nemendum tækifæri til að ræða hvernig stærðfræðileg hugsun og þekking nýtist þeim til að bæta árangur sinn.

Kennsluferli

Kennari þarf að byggja upp heildstætt kennsluferli fyrir veturinn og skipta því niður í lotur. Námssefninu er skipt í þætti og er hægt að nota þá skiptingu sem grunnviðmið. Hverjum þætti eru sett markmið og settar fram hugmyndir að viðfangsefnum þar sem nemendur nálgast inntakið á mismunandi hátt og þurfa að beita fjölbreyttum vinnubrögðum. Hver kennari þarf að byggja upp kennsluferli sem hentar nemendahópi hans og aðstæðum.

Í upphafi kennsluferlis hentar oft vel að beina sjónum nemenda að efninu með spurningum og umræðum út frá þeim. Skoðun hluta, þrautir, rannsóknir og hugflæði geta þó líka verið góð vinnubrögð sem byrjun á nýju viðfangsefni. Í lokin er alltaf mikilvægt að gefa svigrúm fyrir umræður og vangaveltur. Margir kennarar velja að nota vinnuferli sem ýmist er kallað einn, fleiri, allir eða hugsa, para, deila. Í því felst að þegar nemendur fá verkefni byrja þeir á að hugsa hver fyrir sig og velta svo fyrir sér hvernig þeir gætu hugsanlega tekist á við það og finna jafnvel leið að lausn. Þeir deila svo hugmyndum sínum með einum eða fleiri bekkjarfélögum, rökstyðja þær og hlusta á skýringar annarra. Hópurinn reynir að komast að sameiginlegri niðurstöðu. Í lokin gerir svo hver hópur bekknum grein fyrir henni. Við slíka kynningu er mikilvægt að kennarinn sjái til þess að sem flestar hugmyndir komi fram og hann þarf að hvetja nemendur til að skýra skipulega frá, bæði með orðum, myndum og með notkun hjálpargagna.



Stundum hentar vel að skipuleggja svæða- eða stöðvavinnu. Sem dæmi má nefna þegar nota þarf hjálpargögn, s.s. mælitæki, tölvur eða annað sem einungis er til í takmörkuðu magni. Nemendur vinna þá saman í litlum hópum á afmörkuðum svæðum þar sem komið hefur verið fyrir þeim hjálpargögnum sem nota þarf við verkefni. Þeir færa sig milli stöðva þannig að í lok ákveðins tímabils hafi allir fengist við verkefni á öllum stöðvunum. Ekki er nauðsynlegt að allir leysi öll verkefni en gott er að nemendur fái tækifæri til að ræða um þau og bera þau saman.

Við samningu þessa námssefnis hefur verið haft í huga að það henti nemendum með ólíkan skilning á þeim sviðum stærðfræðinnar sem til umfjöllunar eru hverju sinni. Megináhersla er lögð á að nemendur dýpki skilning sinn á viðfangsefnum og öðlist aukna leikni. Ef nemendur læra að leita lausna á sínum eigin forsendum og notfæra sér þá þekkingu og skilning sem þeir hafa, eiga þeir að hafa gagn af því að takast á við öll viðfangsefni í námssefninu. Tilgangurinn er ekki að geta alltaf fundið rétta lausn, heldur sá að læra eitthvað af glímunni við viðfangsefni. Með samvinnu við aðra fá nemendur víðari sýn á viðfangsefni og oft geta rökræður við bekkjarfélaga og kennara opnað augu nemenda fyrir því sem þeim var áður hulið. Kennari getur valið að einfalda eða þyngja verkefni fyrir einstaka nemendur ef hann telur ástæðu til, eða sleppa verkefnum sem hann telur ekki henta. Þá er ekki síður mikilvægt að gera mismunandi kröfur til nemenda um úrvinnslu verkefna þannig allir þurfi að reyna á sig við vinnuna og læra eitthvað af því að takast á við verkefni. Í kennluleiðbeiningum og á vinnuspjöldum er talsvert af verkefnum sem kennari getur lagt fyrir nemendur og er þar að finna bæði auðveld og flókin viðfangsefni.

Námsmat

Námsmati, sem er órjúfanlegur þáttur alls skólastarfs, eru gerð skil í sérstökum kafla sem finna má á Veftorgi í stærðfræði fyrir miðstig og heitir [Námsmat](#).

Á læstu svæði kennara og í möppu sem fylgir efninu eru hugmyndir að námsmatsverkefnum og matsviðmið.

Yfirlit yfir námsmatsverkefni – Geisli 1A

Viðfangsefni

Matsverkefni

Þrautir

Áhersla á hvernig nemendur geta skráð lausnaferli og rökstutt þrautalausnir sínar. Hópverkefni og/eða að nemendur vinni fyrst einir, svo í hópi og svo að bekkurinn komi sér saman um lausn.

Mælingar

Yfirlitsverkefni - verklegt hópverkefni. Áhersla á að greina hvaða vald nemendur hafa á vinnubrögðum, þeir viti hvað felst í því að mæla, geti mælt af nákvæmni og gert skýrslu um mælingar sínar.

Margföldun og deiling

Sjálfsmat – einstaklingsverkefni. Nemendur greini sjálfir hvernig þeir standa. Áhersla á aðgerðaskilning og að nemendur geti skýrt skilning sinn með eigin orðum.

Rúmfræði og þrívídd

Hópverkefni. Nemendur vinna saman í hópum við að hanna og skoða umbúðir. Áhersla á að skoða hvernig þeir nýta stærðfræðipekkingu sína.

Reikniaðgerðir

Yfirlitsverkefni. Nemendur fá skriflegt námsmatsverkefni sem tekur til reikniaðgerðanna fjögurra. Leiðir við reikning sérstaklega skoðaðar. Í verkefnum Sundlaugar og Veidiferð er sjónum einkum beint að beitingu stærðfræði á viðfangsefni daglegs lífs og rökstuðning.

Almenn brot

Hópverkefni. Nemendur eiga að búa til hjálpargögn og nýta þau við útreikninga. Áhersla á að skoða brotaskilning.

Mynstur og breytur

Skriflegt einstaklingsverkefni. Áhersla á mynstur og reglu auk þess að nota breytur til að skrá óþekktar stærðir.

Reitir – hnitakerfi

Skrifleg einstaklingsverkefni þar sem nemendur eiga að sýna skilning sinn á því að skrá og lesa úr upplýsingum sem gefnar eru í hnitakerfi. Einnig eru nemendur beðnir um að lesa úr línuritum og draga ályktanir af tölulegum gögnum.

Háar tölur

Yfirlitsverkefni um talnaskilning. Einstaklings- eða hópverkefni. Áhersla á að nemendur geti notað hluti til að sýna fjölda og unnið með fjögurra stafa tölur.

Jól í skóla

Hópverkefni. Áhersla á að nemendur beiti stærðfræði við viðfangsefni daglegs lífs. Verkefnið felst í að búa til stærðfræðiverkefni í tengslum við undirbúning fyrir jólin í þeirra eigin skóla.

Markmið

Að nemendur

- þjálfist í að leita leiða til að leysa þrautir
- noti fjölbreyttar aðferðir við lausn verkefna
- öðlist færni í að skýra lausnaleyð sína fyrir öðrum, bæði í mæltu máli og rituðu
- temji sér að prófa lausnir í samhengi við upphaflegt verkefni
- semji eigin þrautir
- öðlist sjálfstraust við að leysa stærðfræðiverkefni

Umfjöllun og kennsluhugmyndir

Við samningu þessarar bókar hefur það verið haft að leiðarljósi að til þess að öðlast skilning á viðfangsefnum sínum þurfi nemendur að fá að glíma við þau. Þeir fá fjölbreytileg verkefni til að spreyta sig á og er mikilvægt að hjálpa þeim að draga saman þekkingu sína, vinna úr reynslu sinni og koma skipulagi á hana.

Við lausn þrauta er farið í gegnum ákveðið ferli. Þetta ferli læra nemendur best með því að glíma við þrautir og ræða aðferðir sínar við aðra. Til að hjálpa þeim að draga saman reynslu sína eru þeim gefnar ábendingar um þetta ferli í lok kaflans. Þessi kafli er hugsaður sem undirbúningur að því vinnuferli sem notað er í bókinni og því mikilvægt að gefa nemendum góðan tíma til að venjast því.

Í kennarabók með *Einingu 8* er kafli um þrautir. Þar er fjallað um hvað þraut er, ólíkar tegundir þrauta og vinnuferli við lausnir þeirra.

Vinna nemenda

Þegar glímt er við þraut er nauðsynlegt að byrja á að velta fyrir sér um hvað hún snýst og gera sér áætlun um leiðir til lausnar. Þá getur verið gott að ræða við aðra um hugmyndir sínar til að varpa ljósi á eigin skilning. Þegar verkefni hefur verið leyst er nauðsynlegt fyrir nemendur að gera öðrum grein fyrir hvernig þeir fóru að við að finna lausn. Það hjálpar þeim til að dýpka skilning sinn á viðfangsefninu og þeim aðferðum sem þeir beittu við lausnina. Með því að hlusta á skýringar annarra kynnast nemendur líka fleiri lausnaleyðum og það getur hjálpað þeim til að skilja enn betur það sem þeir hafa verið að fást við. Nemendur geta líka komið með gagnlegar spurningar og ábendingar til bekkjarfélaganna í slíkri umræðu. Þeir sem hafa góðan skilning á viðfangsefninu græða oft ekki minna á slíkri umræðu en þeir sem skemmra eru komnir í skilningi sínum. Oft koma nemendur auga á villur í lausnum sínum þegar þeir þurfa að rökstyðja þær fyrir öðrum. Þeir þurfa þá að fá tækifæri til að yfirfara vinnu sína og gefa nýjar skýringar.

Nemendur geta gert sér skrá yfir leiðir sem hugsanlegt er að fara við að leysa þrautir og finnst mörgum gott að hafa slíkan minnislista á vegg í skólastofunni. Hér er dæmi um slíkan lista, en hvetja ætti nemendur til að koma með sem flestar hugmyndir.

- teikna skýringarmynd
- leita eftir mynstri
- búa til eða nota töflu
- setja á svið
- einfalda þrautina og leysa þannig fyrst
- gera skipulegan lista
- rekja sig afturábak
- skrifa þrautina sem dæmi
- giska á og sannreyna
- gera eða nota línurit
- gera líkan
- kanna alla möguleika



Hlutverk kennarans

Þegar nemendur eru að vinna að lausnum sínum þarf kennari að reyna að gera sér grein fyrir skilningi hvers og eins á því sviði stærðfræðinnar sem verið er að fást við hverju sinni. Þetta er ekki alltaf einfalt en með því að hlusta á nemendur sína, fylgjast með hvernig þeir vinna og taka þátt í samræðum við þá, aflar kennari sér upplýsinga sem nýtast honum til að byggja mat sitt á. Þannig öðlast kennarinn skilning á hvernig nemendur hugsa og það gerir honum kleift að leiðbeina þeim á þeirra eigin forsendum. Spurning frá kennara, sem byggð er á þekkingu hans á nemandanum, getur opnað augu nemandans fyrir nýju sjónarhorni á viðfangsefnið. Ef kennari temur sér að skrá hjá sér athugasemdir um hvern nemanda auðveldar það honum að fylgjast með skilningi hvers og eins og hjálpar honum til að taka ákvörðun um hvað hann vill leggja áherslu á í kennslu sinni.

Við lausn þrautar velja nemendur ólíkar leiðir og ræðst það af eðli þrautarinnar, skilningi og þekkingu nemendanna á viðfangsefninu og færni þeirra í að beita þekkingu sinni. Mikilvægt er að nemendur geri sér grein fyrir að þeir fara í gegnum ákveðið ferli þegar þeir leysa þraut, allt frá fyrstu skoðun á verkefninu þar til þeir hafa rökstutt lausn sína fyrir öðrum. Umræður um mismunandi lausnaleyðir varpa ljósi á þetta ferli, en nemendur þurfa hjálp við að draga saman reynslu sína af því að vinna að lausn. Þrautir krefjast oft talsverðrar útsjónarsemi og skipulegra vinnubragða. Í verkefninu um Danmerkurferðina (bls. 6) eru gefnir tveir möguleikar og getur kennari breytt tölunum að vild og gert ólíkar kröfur til nemenda. Margar þrautir eru þess eðlis að auðveldlega má einfalda þær eða þyngja með því að breyta forsendum. Þetta ættu kennarar að nýta sér þegar þeir telja þörf á. Nemendur geta svo borið saman svör miðað við ólíkar forsendur og skoðað samhengi í forsendum og svörum.

Þrautirnar um útilegu, sundkeppni og skákmót eru allar í mörgum þrepum og erfitt að leysa þær nema skrá skipulega hjá sér, nota hluti eða setja söguna á svið á einhvern máta. Ef nemendur eiga erfitt með að gera sér grein fyrir um hvað þrautirnar snúast ætti að hvetja þá til að setja þær á svið, til dæmis með því að teikna aðstæður.

Hugmynd að kennsluferli


Mikilvægt er að kennarar byggji upp heildstætt kennsluferli í kringum viðfangsefni hvers kafla sem hentar þeim nemendahópi sem unnið er með. Kaflanum má skipta í tvo þætti. Fyrri þátturinn er um tölur og einkenni sætiskerfisins. Þar eru viðfangsefni sett fram með því markmiði að ýta undir að nemendur geti áttað sig á regluleika og rannsakað.

Seinni þátturinn eru tvær gerðir þrauta, þ.e. eldspýtnaþrautir og fjölþrepaþrautir. Þar gefst nemendum tækifæri til að prófa sig áfram og velta fyrir sér leiðum við að leysa þrautir. Hér fylgir dæmi um kennsluferli.

Bls. 2–3

Umræður um tölur með áherslu á hundrað. Gott er að skoða í byrjun sætisgildiskubba og telja á hundruðum. Síðan mætti telja í kór á hundruðum út frá núverandi ártali bæði upp og niður. Í framhaldi af því að telja nú á 50 og mætti þá fara í leik þannig að bolta væri kastað á milli og nemendur ættu að nefna næstu tölu í talnaröðinni. Nemendur vinna bls. 2 og 3 sjálfstætt, hver fyrir sig eða í pörum. Ítarefni er að finna í verkefnamöppu með *Geisla 1*. Þrautin Merkilegar tölur á vinnuspjaldi 2 og leikurinn Talnastríð á vinnuspjaldi 3 henta vel til að bjóða nemendum að glíma við í framhaldi af þessari vinnu.

Bls. 4–5

Skipting talna í oddatölur og sléttar tölur er talnafræðileg nálgun að skoðun á tölum. Mikilvægt er að nemendur vinni hlutbundið með þennan þátt. Byrja þarf á því að skoða með nemendahópnum mismunandi turna sem hafa breiddina tveir kubbar . Spyrja má nemendur hvort þeir geti séð hvort fjöldinn sem notaður var við bygginguna sé oddatala eða slétt tala. Ræða þarf spurninguna: Hvað einkennir turna sem byggðir eru úr fjölda sem er slétt tala? Hvað gerist ef tveir turnar eru settir saman? Gott er að hvetja nemendur til að vinna saman í litlum hópum verkefni á bls. 4 og 5. Verkefni 20 og 21 á bls. 5 er gott að nota til að draga saman umræðuna um sléttar tölur og oddatölur og vekja athygli á mikilvægi rannsókna í stærðfræði. Verkefni á vinnuspjöldum 1 og 2 henta vel fyrir nemendur sem eru fljótir að ljúka verkefnum á bls. 4 og 5.

Bls. 6

Á blaðsíðu 6 er að finna verkefni þar sem sjónum er beint að uppbyggingu þriggja stafa talna. Nemendur gætu unnið sjálfstætt að verkefnum og síðan lagt eigin þrautir hver fyrir annan. Gott væri að þeir kynntu síðan lausnir sínar og valdar lausnaleyðir fyrir nemendahópnum.

Bls. 7–9

Eldspýtnaþrautirnar á bls. 7 geta nemendur leyst saman eða hver í sínu lagi. Sumir nemendur hafa mjög gaman af svona þrautum og er fleiri slíkar að finna á vinnuspjaldi 4 – Taktu þann síðasta. Hentugt er að nota myndvarpa til að þeir geti sýnt lausnir sínar. Um leið og þeir sýna lausnir sínar er gott að fá þá til að velta fyrir sér hvernig þeir fóru að og hvað beindi þeim til að prófa leiðir sem leiddu til lausnar.

Fjölþrepaþrautirnar á bls. 8 er gott að nemendur leysi í hópum eftir að hafa rætt saman um leiðir við lausnir þrauta. Þeir þurfa að hafa við höndina talningarefni, kubba eða aðra smáhluti til að nota. Það hjálpar þeim mikið til að halda utan um upplýsingarnar og prófa sig áfram. Hvetja ætti nemendur síðan til að teikna myndir sem sýna lausnaleyð þeirra. Gott er að nemendur beri saman lausnaleyðir sínar. Fleiri þrautir er að finna hér í kennsluleiðbeiningunum og á vinnuspjöldum 5–7. Athygli er vakin á að á vinnuspjöldunum eru þrautir af öðrum sviðum og ekki unnið út frá tölum.

Í lok kaflans ætti að draga saman hugmyndir um hvernig megi bera sig að við að leysa þrautir. Kennari getur líka nýtt sér lista sem finna má í undirkaflanum Vinna nemenda og bætt við hugmyndir nemenda.

Vinnuspjöld úr möppu

- 1 Klukkubrautir
- 2 Merkilegar tölur
- 3 Talnastríð
- 4 Taktu þann síðasta
- 5 Sjóstangveiði
- 6 Hnútar og lykkjur
- 7 Peningabraut



Ítarefni

Hér koma nokkrar þrautir sem kennarar geta lagt fyrir einstaka nemendur eða allan bekkinn. Á vinnuspjöldum með námsefninu eru auk þess fleiri þrautir.

Tvær tölur

Eftirlýstar eru tvær tölur milli 1 og 10. Ef einn er lagður við fyrri töluna og einn er dreginn frá þeirri seinni, fæst sama talan. Ef aftur á móti einn er dreginn frá fyrri tölunni og einn lagður við seinni töluna verður hún tvöfalt hærri en sú fyrri.

- Hverjar eru þessar tvær tölur?

Bókahillan

Tvær bækur standa hlið við hlið í bókahillu. Hvor þeirra er 100 síður. Bókin til vinstri er á hvolfi. Ef þú leggur saman blaðsíðutalið, lengst til vinstri í vinstri bókinni og blaðsíðutalið lengst til hægri í hægri bókinni, hvaða útkomu færðu þá?

Bræðurnir á Bakka

Bræðurnir á Bakka fóru í sund. Þegar komið var að því að borga voru þeir spurðir að aldri. Sá elsti þeirra varð fyrir svörum og sagði: „Ég er fjórum árum eldri en næstelsti bróðir minn. Hann er fjórum árum eldri en næstýngsti bróðir okkar. Yngsti bróðirinn er helmingi yngri en ég.”

- Hvað eru þeir bræður gamlir?
- Heldur þú að þeir hafi þurft að borga barna- eða fullorðingsgjald í sund?

Samlokur

Smiðirnir Gylfi og Gunnar, settust niður í hádegishléi sínu til að borða samlokurnar sínar. Gylfi var með fimm samlokur, en Gunnar var með þrjár. Þá kom þar að félagi þeirra, Sigurgeir. Hann hafði ekki með sér neitt nesti og buðu félagar hans honum því að deila með sér máltíðinni. Þeir skiptu samlokunum á milli sín og fengu allir jafnan hlut.

Að lokinni máltíðinni bauðst Sigurgeir til að borga félögum sínum 80 kr. fyrir samlokurnar. Gylfi taldi rétt að hann fengi 50 kr. og Gunnar 30 kr.

Gunnar taldi rétt að skipta peningunum jafnt á milli þeirra.

Sigurgeir lagði hins vegar til að Gylfi fengi 70 kr. og Gunnar 10 kr.

- Hver þeirra telur þú að hafi haft rétt fyrir sér?

Klukkan

Hvað er klukkan núna ef hún fyrir tveimur tímum síðan var jafn mikið yfir eitt eftir hádegi og hún átti eftir í eitt eftir miðnætti?

Mælingar

Markmið

Að nemendur

- geri sér grein fyrir hvað felst í því að mæla
- velji heppileg mælitæki til að mæla með
- velji sér mælieiningar sem hentar því sem mæla á
- geti beitt mælitækjum af nákvæmni
- átti sig á uppbyggingu metrakerfisins
- átti sig á að hægt er að mæla sama hlut á mismunandi vegu



Umfjöllun

Mælingar eru stór þáttur í daglegu lífi og því heppilegt nauðsynlegt að tengja þær við umhverfi nemenda. Í þessari bók er bætt við fyrri umfjöllun um metrakerfið og eru viðfangsefni nemenda aðallega tengd lengd og þyngd. Umhverfi skólans er kjörinn vettvangur til ýmissa mælinga og þá um leið til að finna hvaða mælitæki og mælieiningar má nota við hinar ýmsu mælingar á skólalóðinni. Mikilvægt er að vinna úr niðurstöðum mælinga. Notkun töflureiknis hentar oft vel til að skrá niðurstöður og skoða síðan í mismunandi myndritum.

Nemendur þurfa að öðlast tilfinningu fyrir þeim eiginleika sem mæla á og geta metið niðurstöður eigin mælinga og annarra. Mæling þyngdar, lengdar, rúmmáls og flatarmáls er áþreifanleg en einnig þarf að ræða um óáþreifanlegar mælingar svo sem á hita, hraða og tíma. Nemendur þekkja hitamæli og gera sér grein fyrir þegar kalt eða heitt er í veðri en eiga erfitt með að meta hvaða hitastig er. Sama gildir um hraða. Þeir þekkja hraðamæli en eiga erfitt með að meta hraða bíla sem fara um nágrenni skólans.

Mælitæki og mælieiningar

Í námsefninu *Einingu* kynntust nemendur algengum mælieiningum og helstu mælitækjum sem notuð eru við mælingar. Í inngangskafli kennarabókar *Einingar 7* er fjallað um mælingar almennt. Í þessu námsefni er lögð áhersla á staðlaðar mælieiningar og samanburð á mismunandi einingum. Nemendur skoða hvernig hægt er að mæla mismunandi eiginleika hluta. Þeir þurfa að fá tilfinningu fyrir hvað verið er að mæla, þekkja leiðir til þess og viðeigandi mælieiningar. Þeir þurfa að þróa hæfni sína til ágiskunar. Oft er árangursríkt að mæla sama hlut með nokkrum mismunandi mælieiningum. Ágiskun beinir sjónum nemenda að þeim eiginleika sem mældur er og mælingaferlinu sjálfu. Þeir verða að finna sér viðmið og koma sér upp tækni við ágiskunina. Það dýpkar skilning þeirra að ræða ágiskanir sínar við aðra, sannreyna þær og draga ályktanir af rannsóknum sínum.

Gaman er að velta fyrir sér hvaða hluti, stóra og smáa, er hægt að mæla á hinum ýmsu stöðum:

- hvað er hægt að mæla í flugvél?
- hvaða mælingar er hægt að framkvæma á bílaverkstæði?
- en í verslunarmiðstöð?

Einnig er þarft að ræða um mismunandi mælitæki. Í námsbók eru viðfangsefni á skólalóðinni bæði hugsuð sem einstaklings- og hópverkefni. Nemendur geta skráð í bækur sínar hugmyndir um hvað hægt er að mæla úti. Þegar þeir hafa skoðað skólalóðina er heppilegt að gefa þeim tíma til að segja frá athugunum sínum. Seinna vinna þeir í hópum viðfangsefni að eigin vali og skila niðurstöðum sameiginlega.

Við vinnu í námsbók þurfa nemendur tíma til að skoða mismunandi mælitæki og ræða um hvaða tæki er heppilegt að nota við hverja mælingu. Þá er hægt að skoða merkingu á reglustiku og málbandi og velta fyrir sér hversu nákvæmlega er hægt að mæla með þeim. Kennari getur spurt:

- „Hvað þýðir það að segja að Jón sé 45,5 kg að þyngd?“ Nemendur ræða um mismunandi mælieiningar og velta fyrir sér hvort það sé sama þyngd ef sagt er að hann sé 45 kg og 500 g eða 45500 g.
- Hvað er reglustikan margir mm, cm eða dm?

Hér eru tillögur að mælingarverkefnum annars vegar verkefnum þar sem nemendur mæla sjálfir og þar sem þeir skoða niðurstöður annarra. Ekki má gleyma ágiskun áður en þær eru framkvæmdar.

- Marga smáhluti er hægt að vigta á jafnvægisvog. Nemendur geta búið til lóð úr leir til dæmis 10 g, 50 g og 100 g, sem nota má við mælingar til að athuga þyngd smáhluta. Gott er að hafa í huga við gerð lóðanna að einn sentikubbur vegur 1 g.
- Hægt er að nota sentikubba við skoðun á flatarmáli. Hvað er bréfmíði, minnisbók, lítil stílabók eða pennaveski að flatarmáli. Nemendur athuga flatarmálið með sentikubbum.
- Hægt er að nota sentikubba við skoðun á rúmmáli. Hvert er rúmmál misstórra smákassa eins og til dæmis ópapakka, krítarkassa eða mjólkurfernu. Nemendur athuga rétt rúmmál með sentikubbum.
- Í Heimsmetabók Guinness er hægt að finna upplýsingar um niðurstöður alls kyns mælinga. Þær má nota til að skoða mælingar frá ýmsum hliðum. Dæmi: Nemandi ber hæð sína saman við hæð stærsta manns í heimi. Nemendur geta valið sér viðfangsefni, skrifað um það eða sagt frá.
- Nemendur gera lista yfir hvers konar mælingar þeir nota daglega, hvernig mælingar eru algengastar í heimahúsum, skrá hjá sér og ræða niðurstöður.

Sami hlutur mældur á mismunandi vegu

Nauðsynlegt er að velta fyrir sér mismunandi mælieiginleikum og ræða um þá, til dæmis þyngd, lengd, flöt, rúm, tíma, hita, hraða og hljóðstyrk og þá lýsingu sem mælingin gefur okkur af því sem mælt er. Í námsbók er fyrst og fremst verið að skoða lengd og þyngd, seinna í bókinni er fjallað um rúmmál og í næstu bók, *Geisla 1B* er fjallað um flatarmál. Til að athuga aðra eiginleika en þyngd og lengd má benda á verkefni um hitamælingar á vinnuspjaldi 9. Þar er lýsing á hvernig hægt er að búa til einfaldan hitamæli og nemendur athuga



hvað gerist þegar þeir setja hann í heitt eða kalt vatn. Einnig er verkefni um mælingar á hitastigi á mismunandi stöðum í skólanum, hitastig víða um heim er skoðað og niðurstöður skráðar í töflureikni.

Kennari þarf að kalla fram umræður um mælingu á mismunandi eiginleikum sama hlutar, hvaða mælingar er til dæmis hægt að gera á

- mjólkurfernu
- gólfflís
- ísmola

Það er mismunandi hversu fljótt nemendur átta sig á að í mælingum felst að samanburður við þekktu einingu, t.d. sentimetra eða kílógrömm. Reynsla þeirra, skyn og tilfinning eru ólík og því eru umræður og verkleg vinna mikilvægur þáttur í náminu. Þar fá þeir tækifæri til að þroska hæfileika sína til að geta metið og túlkað hinar ýmsu mælingar.

Þegar unnið er að mælingum hentar stöðvavinna vel. Á einni stöð geta nemendur til dæmis mælt flatarmál, annarri rúmmál, þriðju hitastig og fjórðu lengd. Ef áhersla er lögð á að allir öðlist færni í þessum ólíku mælingum er mikilvægt að allir vinni verkefni á öllum stöðvunum. Ef tilgangurinn er hins vegar að kanna hvers konar mælingar henta best til að mæla ákveðin fyrirbrigði getur verið nóg að hver hópur framkvæmi mælingar á einni stöð og nemendur ræði svo niðurstöður sínar.



Staðlaðar mælingar og uppbygging metrakerfis

Í námsbók er reynt að tengja mælieiningar við eldri mælitæki eins og þumlung og alin.

Mikilvægt er að nemendur átta sig á uppbyggingu metrakerfisins og sjái sambandi þess við tugakerfið. Í námsbókinni eru verkefni til að þjálfar nemendur í að færa á milli mælieininga. Nemendur þurfa að geta gert sér grein fyrir hvaða hlutir eru um það bil 1 metri að lengd, finna slíkan hlut og aðra hluti sem eru 1 dm og 1 cm. Þessa hluti nota þeir síðan sem viðmið. Þeir þurfa að fá þjálfun í að mæla lengd ýmissa hluta, til dæmis á borðinu sínu eins og strokleðurs og blýants, og bera saman við mælingu á glugga eða hurð. Til að öðlast þessa tilfinningu er mikilvægt að þjálfast í að giska á stærðir. Hægt er að fara í leiki þar sem nemendur handfjatla hluti og giska á lengd þeirra eða þyngd. Þeir mæla síðan lengd hlutarins eða vikta hann og bera saman niðurstöður og ágiskun. Hægt er að giska á ýmislegt fleira og mæla svo, til dæmis lengd fótboltavallar eða flatarmál miðrymis í skólahúsnæði, hitastig inni í skólastofu og úti á skólavelli eða hve langan tíma það tekur að flytja dægurlag. Vinnuspjald 8 er tilvalið í framhaldi af þessari umræðu. Þar er fengist við þyngd (athugið að oft er þyngd innihalds skráð á umbúðir).

Það er nauðsynlegt að ræða um mælieiningar sem ekki er auðvelt að skoða eins og til dæmis kílómetra. Gott er að láta nemendur áætla hve löng vegalengd er í skólann. Hér svara oft þeir sem búa nálægt skólanum í metrafjölda en aðrir sem búa langt frá skólanum tala um kílómetra. Tilvalið er að skoða kort yfir skólahverfið. Einnig er heppilegt að láta nemendur giska á fjarlægð frá skólanum að þekktum stað í nágrenni hans. Hægt er að athuga fjarlægðina með göngumæli, ökumæli eða korti. Við skoðun á landakorti er hægt að áætla vegalengd milli bæja. Hægt er að finna kort í símaskrá eða á heimasíðu Landmælinga Íslands.

Söguhorn

Fróðlegt er fyrir nemendur að kynnast því hvernig stærðfræðin hefur verið sköpuð af mönnum. Grunneiningar metrakerfis eru metri og kílógramm. Metrakerfið var fyrst lögleitt í Frakklandi 1799. Upphaflega átti metri að vera $1/10\,000\,000$ af vegalengdinni frá Norðurpól að miðbaugi og massaeyningin kílógramm var massi 1 dm^3 af vatni við 4°C . Út frá þessum skilgreiningum voru gerðir staðlar úr platínu. Seinna komust menn að því að mælingum á vegalengdinni sem notuð var sem viðmið skeikaði um tæpa 2300 metra. Árið 1960 var metri skilgreindur að nýju út frá bylgjulengd geislunar frá frumefninu krypton og árið 1983 var tekin upp ný skilgreining. Einn metri jafngildir nú þeirri vegalengd sem ljósið fer á $1/299\,792\,458$ hluta úr sek. í lofttæmi. Á Íslandi var metrakerfið lögleitt árið 1907. Var þar kveðið á um að frá 1. janúar 1912 skyldi einungis notað metrakerfi.

Hugmynd að kennsluferli

Ýmsar leiðir má fara í uppbyggingu kennsluferlis út frá viðfangsefnum mælingakafans. Áherslu þarf að leggja á verklega þáttinn og að nemendur fái tækifæri til að giska, mæla og álykta.

Bls. 10–12

Á fyrstu opnu kafans er hópverkefni þar sem nemendur eiga að rifja upp þekkingu sína á mælingum og máta hana við umhverfi sitt. Eftir upprifjun um hugtökin mælieiningar og mælitæki er gott að skipta nemendum í 3–4 manna hópa og biðja þá að vinna verkefni 1a og 1b. Ræða þarf hugmyndir nemenda um mælieiningar og mælitæki og hjálpa þeim af stað við ágiskun á hugsanlegum niðurstöðum mælinga. Síðan geta hóparnir farið út og unnið verkefni 1c. Verkefnin á þessari opnu gefa kennara gott tækifæri til að kynnast nemendum og hugmyndum þeirra. Það er því upplagt fyrir kennara að ganga um og hlusta á hvað nemendur ræða. Hann getur síðan valið nokkur áhugaverð atriði til umræðu í upphafi næsta tíma.

Kennari getur gripið með sér stein í kennsluna og notað sem umræðugrundvöll í verkefni 2. Það verkefni geta kennari og nemendahópur unnið saman og kennari þannig stutt nemendur í að efla skilning sinn á mælieiginleikum. Hvetja ætti nemendur til að spreyta sig á fjölbreyttum mælieiginleikum en fyrir flesta er nóg að skrá niðurstöður mælinga á einum hlut í vinnuhefti. Gott er að kennari veki forvitni með því að setja fram spurningar svo nemendur geti velt fyrir sér og tengt saman.

Bls. 13

Á blaðsíðu 13 er sjónum beint að uppbyggingu metrakerfisins og samhengi mælieininganna í gegnum lengdarmælingar. Á flestum töflureglustikum og sumum málböndum má skýrt sjá lengd desimetra og sentimetra. Gaman getur verið að nemendur geri sér málband þar sem afmarkaðir eru desimetrar eða að þeir búi sér til desimetra. Til þess geta þeir merkt á renning, grillpinna, band, blýant, tugalengjur úr sætisgildiskubbum eða sogrör. Verkefnin á blaðsíðunni má nota til að koma nemendum af stað við mælingar og gefa þeim frelsi til að velja sér hluti til að mæla.

Bls. 14–15

Nemendur hafa flestir notað reglustiku. Á bls. 14 er millimetrinn kynntur með skoðun á reglustikunni. Hér gefst tækifæri til að ræða um aflestur af mælingum og að erfitt er að vera alveg nákvæmur. Teikna má nokkur strik á töfluna og skoða hvernig má mæla þau með mismunandi nákvæmni. Mikilvægt er að nemendur mæli sem mest og fái góða þjálfun í að mæla með misnákvæmum mælitækjum. Ágæt verkefni er að finna á vinnuspjaldi 10 – Ummál, þar sem unnið er með desimetra og sentimetra. Á vinnuspjaldi 11 – Mælingar og tugabrot, er vinna með millimetra þar sem niðurstöður eru skráðar með tugabrotum og er gaman fyrir nemendur að kynnast því.

Margs konar mælieiningar eru notaðar í heiminum og kjörið að nemendur kynnist nokkrum þeirra og hvaða viðmið eru notuð. Gömlu íslensku mælieiningarnar eru góðar til að nota sem grunn í umræðum um muninn á stöðluðum og óstöðluðum mælieiningum. Í verkefnum 14 og 15 eiga nemendur að raða spjöldum eftir stærð. Gott er að nemendur útbúi spjöld og raði þeim í stærðarröð, bæði með þeim tölum sem eru í dæmum og eigin tölum. Hér hentar líka ágætlega að nota vinnuspjald 12 – Fjölskyldan í Puttalandi.

Bls. 16–17

Þyngd er mælieiginleiki sem gaman er að kanna. Nemendur geta búið sér til jafnvægisvog úr herðatré og þunnum plastpokum. Heppilegt er að nota létt járnherðatré og binda poka í báða enda. Þá má hengja vogina á grind skólaborðanna. Ef bera á saman þyngd má setja hlut í hvorn poka. Búa má til lóð úr sentikubbum eða leir og mæla þannig þyngd. Í verkefnum er síðan unnið með að 1000 grömm séu í einu kíló og nemendur fá tækifæri til að æfa sig að breyta mælieiningum. Nemendur geta unnið vinnuspjald 8 – Innkaup ef möguleiki er á að fara í matvöruverslun eða kynna sér þyngd. Annars má nota hugmyndina og nýta þá hluti sem eru í stofunni, t.d. hve þungar námsbækurnar eru, skólatöskurnar eða pennaveskin.

Mælieiginleiki hita er oft ræddur í daglegu lífi. Það er gaman að mæla hita, inni og úti og fylgjast með hvernig hitinn breytist. Einnig geta nemendur búið til eigin hitamæla eins og sýnt er á vinnuspjaldi 9.

Vinnuspjöld úr möppu

- 8 Innkaup
- 9 Hitarannsóknir
- 10 Ummál
- 11 Mælingar og tugabrot
- 12 Fjölskyldan í Puttalandi



Margföldun og deiling

Markmið

Að nemendur

- efli skilning sinn á reikniaðgerðunum margföldun og deilingu og geti notað þær við að leysa þrautir af mismunandi gerð
- geti nýtt sér þekkingu á tugakerfinu til að margfalda með heilum tugum
- þekki margföldunarhlutleysu og áhrif 0 við margföldun
- átti sig á að víxlregla gildir við margföldun
- geri sér grein fyrir að margföldun og deiling eru andhverfar aðgerðir
- geri sér grein fyrir að deiling getur bæði verið jöfn skipting og endurtekinn frádráttur



Umfjöllun og kennsluhugmynd

Nemendur hafa orðið talsverða reynslu af að margfalda og deila. Skilningur þeirra á þessum reikniaðgerðum er þó væntanlega enn nokkuð ómótaður og því nauðsynlegt að þeir fái að vinna að viðfangsefnum sem efla skilning þeirra á eðli aðgerðanna.

Í kennarabók með *Einingu 7* er umfjöllun um margföldun og deilingu.

Þar kynntust nemendur m.a.

- að margföldun er endurtekin samlagning
- hvernig hægt er að nota dreifireglu við margföldun
- hvernig flatarmál er reiknað með margföldun
- hvernig nota má margföldun til að finna möguleika á samsetningum
- deilingu sem jafnri skiptingu
- deilingu sem endurteknum frádrætti

Lausnir verkefna

Eðlilegt að nota margföldun þegar um er að ræða ákveðinn fjölda hópa með jafn mörgum stökum í hverjum, finna þarf flatarmál eða stærð er endurtekin. Nemendur sem ekki hafa öðlast góðan skilning á aðgerðinni grípa gjarnan til þess að nota endurtekna samlagningu því það er þeim eðlilegt að nota það sem þeir hafa skilning á. Með því að gefa nemendum tækifæri til að ræða saman um þær leiðir sem þeir fara við að leysa þrautirnar gefst þeim tækifæri til að skoða ólíkar leiðir og efla þannig frekar skilning sinn á aðgerðinni. Sem fyrr er mikilvægt að hvetja nemendur til að nota þau hjálpargögn sem nauðsynleg eru til að þeir skilji betur reikniaðgerðina.

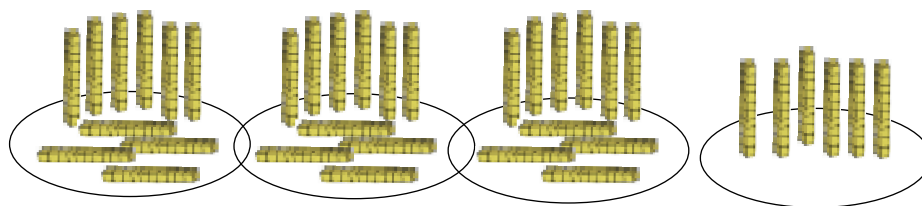
Ekki er vert að letja nemendur til að nota endurtekna samlagningu meðan skilningur þeirra á margföldunarferlinu er óljós, en með því að vinna með margföldun á ýmsan máta og kynnast því hvernig aðrir nota hana ætti skilningur þeirra á henni smám saman að eflast. Með því að hlusta á skýringar nemenda getur kennari gert sér grein fyrir hver skilningur þeirra á aðgerðinni er. Spurningar kennara geta líka hjálpað nemendum til að gera sér betur grein fyrir skilningi sínum á viðfangsefninu. Oft getur verið gott að biðja þá að sýna fleiri en eina leið að lausn eða skoða leiðir annarra nemenda og kanna að hvaða leyti ólíkar leiðir eru mismunandi. Ef leiðir nemenda eru allar af svipuðum toga getur kennari bent þeim á fleiri leiðir.

Í námsbók (bls. 23) eru sýndar tvær ólíkar lausnir nemenda til að gefa dæmi um þetta. Gert er ráð fyrir að nemendur hafi þegar skoðað lausnir bekkjarfélaga sinna og rætt um þær. Þá er gott að skoða með nemendum þær mismunandi aðstæður sem gefa tilefni til margföldunar og hvaða leiðir þeir hafa notað í hverju tilviki.

Hér eru sýnd fleiri dæmi um hvernig nemendur geta hugsanlega leyst þraut um frímerkjabók.

Sif:

Fyrst notaði ég talnagrind. Ég taldi 6 kúlur fimm sinnum. Þá var ég komin með 3 tugi. Þá vissi ég að það eru 30 frímerki. Svo notaði ég sætisgildiskubba. Fyrst tók ég 3 tugi 10 sinnum. Þá var ég komin með 30 tugi sem er jafnt og 3 hundruð. Svo tók ég 3 tugi tvisvar sinnum, það er jafnt og 60. Þannig vissi ég að það eru 360.



Þórður:

$2 \cdot 5 = 10$

$4 \cdot 5 = 20$

$6 \cdot 5 = 30$

Það komast 30 frímerki á hverja síðu.



$12 \cdot 30 = 10 \cdot 30 + 2 \cdot 30 = 300 + 60 = 360$

Það komast 360 frímerki í bókina.

Hér hefur verið valin sú leið að leggja fyrir nemendur nokkrar flóknar þrautir til að hvetja þá til að finna eigin leiðir að lausn. Í framhaldi af þeim koma gjarnan léttari þrautir af sama toga eða nánari úrvinnsla sem ætlað er að beina sjónum nemenda að eðli reikniaðgerðanna. Ef nemendur fá létt dæmi í byrjun, þar sem þeir sjá lausnina strax, þurfa þeir ekki að velta fyrir sér hvernig best sé að takast á við viðfangsefnið.

Mynstur í margföldun

Með því að skoða hvernig margföldunartaflan er byggð upp og þau ólíku mynstur sem þar er að finna styrkja nemendur enn frekar skilning sinn á reikniaðgerðinni og tugakerfinu auk þess sem þeir leggja grunn að skilningi sínum á algebru. Það er nauðsynlegt að þekkja algeng margfeldi og geta notað þau sem grunn til að finna önnur margfeldi út frá. Þetta má þjálfna með hvers kyns skoðun á mynstri í töflum og samanburði á þeim.

Dæmi um slíka skoðun er að kanna hvernig taflan speglast um skálínu og skoða hvað veldur spegluninni. Þá er vert að skoða ferningstölurnar sem liggja á skálínunni og kanna hvernig þekking á þeim getur hjálpað til við að finna margfeldi. Dæmi um slíka könnun er í námsefninu (bls. 20). Þar kemur fram að $1 \cdot 3$ er einum lægra en $2 \cdot 2$, $2 \cdot 4$ er einum lægra en $3 \cdot 3$ o.s.frv. Á sama hátt má skoða hvað gerist ef valdar eru tölur sem eru annars

vegar tveimur lægri og hins vegar tveimur hærri en talan sem margfölduð er með sjálfri sér. Dæmi: $3 \cdot 3 = 9$, $1 \cdot 5 = 5$, $4 \cdot 4 = 16$, $2 \cdot 6 = 12$ o.s.frv. og velta fyrir sér hvers vegna þessi mismunur kemur fram. Þannig má skoða áfram hvað gerist ef valdar eru tölur sem eru þremur lægri og þremur hærri o.s.frv.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	17	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Vasareiknir er mjög öflugt tæki til að skoða mynstur í margföldunartöflunni. Með því að setja inn fasta og bera tölurnar saman við margföldunartöfluna sjá nemendur vel það samhengi sem er milli samlagningar og margföldunar. Gott er að nota hundrað talna töflu við slíka skoðun og merkja þá reiti sem koma fram. Þannig má bera saman tölur í mismunandi töflum og skoða hvaða tölur eru sameiginlegar í tveimur eða fleiri töflum. Dæmi um slík verkefni eru í nemendabók bls. 19 og á vinnuspjaldi 14.

Töflureiknir er líka gott tæki til að skoða þetta samhengi. Ef slegin er inn talnaröðin 1–20 og svo gefin fyrir mæli um að margfalda með ákveðinni tölu er hægt að skoða hvernig mynstur kemur fram. Sjá nánari lýsingu með verkefni á vinnuspjaldi 13. Á sama hátt má fást við aðrar talnarunur. Hægt er að velja sléttu tölurnar og skoða hvaða mynstur kemur fram ef þær eru margfaldaðar með ákveðnum tölum. Ef valdar eru oddatölurnar kemur fram annað mynstur og er gagnlegt að skoða muninn á þessum tveimur mynstrum.

Að leita að tölu á *talnalínu* er leikur sem nota má til að þjálfa margföldun. Sá sem stýrir leiknum velur sér tölu á ákveðnu talnabili (talnalínu er hægt að teikna á töflu eða hafa á myndvarpa eða blaði). Hægt er að setja reglur um hvernig má spyrja og þá til dæmis hægt að ákveða að bara megi spyrja hvort talan sé margfeldi af ákveðnum tölum.



Dæmi:

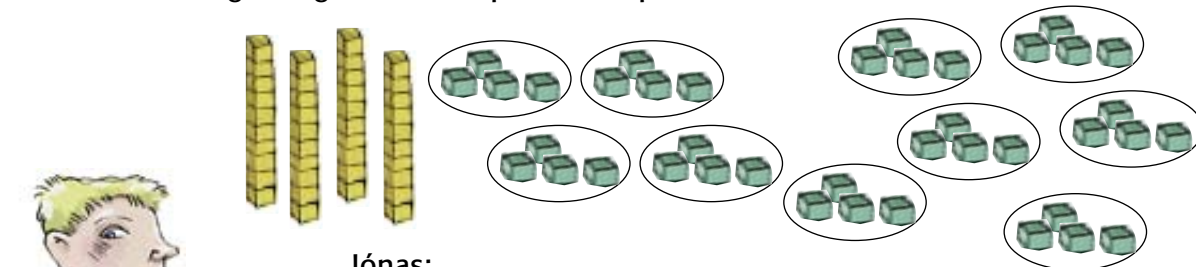
Stjórnandi velur töluna 27. Nemandi spyr til dæmis hvort talan sé í 5 sinnum töflunni. Svarið er nei og stríkar þá stjórnandi yfir allar tölur í 5 töflunni. Næst er spurt hvort talan sé í þrisvar sinnum töflunni og þar sem svarið er já eru nú allar tölur sem eru ekki í henni úr leik. Þá eru bara eftir tölur sem eru í þrisvar sinnum töflunni og ekki í 5 sinnum töflunni. Ef næst er spurt hvort talan sé í 6 sinnum töflunni verða fáar tölur eftir. Þannig fækkar tölunum sem eru eftir. Þegar spurt er hvort talan sé í 9 sinnum töflunni, verða einungis eftir tölurnar 9 og 27. Nú er eftirleikurinn auðveldur. Hægt er að skipuleggja leikinn sem keppni á milli hópa eða að nemendur setji sér að finna töluna með sem fæstum spurningum. Hægt er að nota hærri tölur á talnalínunni, til dæmis talnalínubil frá 25 til 50 eða 73 til 100 o.s.frv.

Deilingarverkefni

Það vefst sjaldan fyrir börnum að skipta í ákveðinn fjölda hópa ef þeir fá að vinna með hluti (til dæmis skipta 40 kúlum milli 5 barna). Erfiðara getur verið að sjá fyrir sér hvernig hægt er að skipta ef stærð hópa er þekkt, en ekki fjöldi þeirra t.d. skipta á 60 eggjum í 12 eggjabakka. Nauðsynlegt er að nemendur fái að glíma við verkefni um skiptingu með því að nota hluti eða skýringarmyndir á meðan þeir eru að öðlast skilning á tengslum margföldunar og deilingar.

Í verkefni um spilakvöld (bls. 26) þarf að skipta fólki á fjögurra manna borð. Nemendur þurfa fyrst að átta sig á hve margir gestir eru á spilakvöldinu. Þeir þurfa að taka afstöðu til hvort nemendur í bekkjunum eiga að spila með gestum sínum eða ekki. Ef einhverjir nemendur velja að reikna aðeins með gestunum getur það gefið tilefni til umræðna um mismunandi útkomu þar sem reiknað er með ólíkum tölum.

Dæmi um hugsanlegar lausnir á þraut um spilakvöld.



Jónas:

Ég notaði kubba. Ég tók 40 kubba og skipti þeim á borðin. Það urðu 10 borð. Ég notaði vasareikni til að leysa dæmi Helga. Ég sló inn 76 og svo $\square - 4$ og \square . Ég taldi hve oft ég þurfti að ýta á \square þar til ég fékk 0. Það var 19 sinnum.

Eva Lind:

Fyrir 4 þarf 1 borð. 40 er 10 sinnum meira
þá þarf 10 borð hjá Sigrúnu.
Fyrir 40 þarf 10 borð
fyrir 20 þarf 5 borð
fyrir 16 þarf 4 borð
Það þarf 19 borð hjá Helga



Í dæminu um uppskeru Sigrúnar verður afgangur þegar hún skiptir á milli bekkjarfélaganna. Þá er mikilvægt að taka til umræðu hvort dæmið hafi gengið upp og hvað eigi að gera við það sem gengur af. Í slíkum umræðum koma nemendur oft með tillögur um að skipta einingum í brot og getur slík umræða lagt grunn að skilningi nemenda á brotum.

Gert er ráð fyrir að nemendur vinni saman við að leysa verkefni um að skipta frímerkjum. Við slíka vinnu koma fram ólíkar hugmyndir að leiðum við að leysa þrautirnar. Þetta verkefni er ætlað til að beina sjónum nemenda enn frekar að því hversu margar ólíkar leiðir er hægt að fara við að skipta.



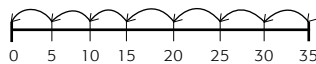
Einkenni margföldunar og deilingar

Nauðsynlegt er að nemendur geri sér grein fyrir þeim lögmálum sem gilda um reikniaðgerðir og er hér sérstaklega lögð áhersla á þau lögmál sem gilda um margföldun og deilingu og samspil þessara reikniaðgerða. Sem fyrr er farin sú leið að hvetja nemendur til að rannsaka og koma sjálfir með tillögu að skýringu áður en reglan er sett fram. Slík viðfangsefni getur verið gott að vinna í litlum hópum þar sem nemendur geta borið saman hugmyndir sínar og reynt að komast að sameiginlegri niðurstöðu.

Víxlregla í margföldun kemur vel í ljós ef skoðað er hvernig margföldunartaflan speglast um skálínu. Þá má kanna tengsl margföldunar og deilingar með því að velja tölu í töflunni og skoða af hvaða tölum hún er margfeldi.

Dæmi:

Talan 35 er valin og ef farið er eftir lárétttri línu kemur fram að talan er í 5 töflunni (eða 7 töflunni). Ef farið er eftir lóðréttri línu kemur fram að hún er líka í 7 töflunni (eða 5 töflunni). Þannig er hægt að nota margföldunartöfluna til að finna deiliheiti tölu.



Talnalínan er líka öflugt tæki til að skoða þessi tengsl. Ef byrjað er við töluna 35 og hoppað yfir 5 bil í senn kemur í ljós að það þarf að gera 7 sinnum til að enda í 0, eða byrjað er við 0 og hoppað yfir 5 bil í senn þar til komið er að 35. Á sama hátt má skoða hvar endað er ef hoppað er 7 sinnum yfir 5 bil í senn, eða 5 sinnum yfir 7 bil í senn.

Nemendur eiga sjálfir að semja sögur um dæmi. Nauðsynlegt er að ræða við þá, um hvað dæmi geta snúist þar sem þarf að margfalda eða deila, áður en þeir takast á við að semja dæmin. Slík umræða og vinna við að semja sögurnar styrkir skilning þeirra á reikniáðgerðinni og sögur þeirra hjálpa kennaranum til að sjá hver skilningur þeirra er. Gott er að gefa nemendum tækifæri til að skoða sögur hvers annars og bera saman það sem er líkt og ólíkt í sögum þeirra. Ekki er ólíklegt að deilingardæmin geti bæði verið um að skipta í jafnt í hópa, þar sem fjöldi hópa er þekktur og að skipta í hópa þar sem fjöldi í hverjum hóp er þekktur. Nauðsynlegt er að benda nemendum á muninn á þessum ólíku deilingardæmum.



Hugmynd að kennsluferli

Í kaflanum og í verkefnamöppu er fjöldi verkefna sem mikilvægt er að kennari velji úr eftir því sem hentar nemendahópnum og einstökum nemendum. Miklu skiptir að nemendur hafi tækifæri til að nota fjölbreyttar leiðir og að þeir séu hvattir til að nota hlutbundna vinnu, teikningar og samræður. Í upphafi er unnið með margföldun og því er gott að byrja á að rifja upp hvað margföldun er og tengsl hennar við endurtekna samlagningu. Heppilegt getur verið að fara í búðarleik eða vinna með talningu í hópa til að skapa tækifæri til að velta fyrir sér gagnsemi margföldunar við að finna fjölda. Viðfangsefni í bók ættu nemendur að geta unnið nokkuð sjálfstætt.

Bls. 18–19

Á bls. 18 er lagður grunnur að skilningi á víxlreglu með því að skoða hvernig skrá má raðir á bókunarplötu bæði út frá breidd og lengd. Þá kemur líka fram að tala á oftast fleiri en eitt faldheiti og hvernig má sýna það myndrænt. Á blaðsíðu 19 er margföldun skoðuð út frá hoppum á talnalínu og í hundraðtalnatöflu. Gaman er að hoppa saman á ímyndaðri talnalínu nokkrar töflur og skrá margfeldin, 8, 16, 24, 32, ... Gagnlegt er að skoða töflurnar í hundraðtalnatöflu eftir að nemendur hafa unnið dæmi 6 og 7. Kennari getur notað hundraðtalnatöflu frá Námsgagnastofnun og límt miða yfir eða tekið töflu af Netinu og litað ákveðnar töflur. Nemendur gætu auðvitað líka gert það sjálfir á blaði eða í tölvu. Vinnuspjald 13–14 hefur að geyma verkefni þar sem margföldunartöflurnar eru skoðaðar í töflureikni. Vinnuspjald 15 er rannsóknarverkefni þar sem nemendur eiga að lita tölurnar í nokkrum margföldunartöflum í hundraðrúðunet og hentar því vel að skjóta inn hér.

Bls. 20–21

Á blaðsíðum 20 og 21 er margföldunartaflan upp í $10 \cdot 10$ skoðuð og tengsl milli margfelda. Vakin er athygli á sambandi margfelda $x \cdot x$ og $(x - 1)(x + 1)$. Gott er að vekja athygli nemenda á hvernig má auðvelda sér að muna margföldunarstaðreyndir ef tengt hefur verið saman. Sumir nemendur gætu haft gaman af því að velta fyrir sér stærri tölum. Þeir vita að $30 \cdot 30 = 900$ og þá geta þeir líka vitað hverju $29 \cdot 31$ jafngilda. Í framhaldinu er sjónum beint að víxlreglunni og hvað hún þýðir. Mikilvægt er að ræða þetta við nemendur og styðja þá í að sjá fyrir sér að um sama fjölda er að ræða þegar fjölda hópa og fjölda í hóp er víxlað. Nemendur geta væntanlega unnið verkefni í bók nokkuð sjálfstætt en hvetja þarf þá til að ígrunda, greina samhengi og draga ályktanir.

Bls. 22

Afar gagnlegt er oft að þekkja ólík faldheiti tölu. Það kemur sér vel við skiptingu og við lausnir jafna. Gott er því að nemendur verði leiknir í að þekkja góðar tölur sem eiga sér mörg faldheiti. Það er gott verkefni að nemendur búi til veggspjöld, t.d. þannig að skrifa tölu á spjald og hengja öll faldheiti hennar í band við hana. Þá kemur fljótt fram að tölur sem hafa 2 og 3 sem deila eiga sér gjarnan mörg faldheiti. Vinnuspjald 16 gefur nemendum tækifæri til að skoða regluleika og töfra 11 töflunnar.

Bls. 23

Þrautirnar í dæmum 21–24 gefa nemendum tækifæri til að rannsaka og finna eigin leiðir. Mikilvægt er að þeir kynnist jafnframt lausnum annarra. Fyrir í þessum kafla eru gefin fleiri dæmi um leiðir við lausnir. Þeir geta síðan prófað einhverjar nýjar leiðir við lausnir þrauta í verkefni 26. Margar fleiri þrautir er að finna á vinnuspjöldum 17–20 sem nota má samhliða annarri vinnu með margföldun. Þær geta verið góðar í upphafi kennslustundar.

Bls. 24

Gaman er að ræða við nemendur um margföldun með núlli. Þeir geta velt fyrir sér spurningum eins og af hverju alltaf sé sama svarið ef margfaldað er með núlli. Einnig er gott að skoða einkenni margföldunar með einum. Þetta er undirstaða að góðum skilningi á margföldun með heilum tugum og hundruðum.

Bls. 25

Áður en unnin eru verkefni á bls. 25 er gott að ræða um ræktun matjurta og hvernig sáð er eða sett niður skipulega í raðir og búin til beð. Margir nemendur hafa reynslu af matjurtaræktun og má í umræðum tengja til dæmis við stærð og skipulag skólagarða. Í verkefnunum er bæði unnið með flatarmál og fjölda og gagnlegt að varpa ljósi á hvernig margföldun er notuð í báðum tilfellum. Faldheiti tölunnar 100 eru ekki eins mörg og flestir nemendur myndu giska á. Þeir gætu líka fundið faldheiti tölunnar 120 og borið saman fjöldann. Hvetja ætti nemendur til að skrá faldheiti ýmissa talna og mætti búa til veggspjöld sem sýna faldheiti ólíkra talna.

Bls. 26–30

Á bls. 26 er sjónum beint að lausnaleiðum og gagnlegt að skoða sem flestar leiðir. Hvetja ætti nemendur til að leysa dæmin á fleiri en einn veg og ræða saman um leiðirnar. Neðst á blaðsíðunni eru verkefni þar sem setja á inn tölur þannig að beggja vegna jafnaðarmerkis séu faldheiti sömu tölu. Mikilvægt er að nemendur átti sig á gildi jafnaðarmerkisins.

Margföldun og deiling eru andhverfar aðgerðir. Deilingu má bæði skoða sem skiptingu og endurtekinn frádrátt. Nemendur ættu að vinna verkefni og síðan væri gott að skoða með þeim hvort um er að ræða skiptingu eða endurtekinn frádrátt. Dæmi 45 gefur tilefni til að skoða leiðir við deilingu. Nemendur þurfa að hafa aðgang að kubbum og öðru talningaefni og jafnframt ætti að hvetja þá til að nota myndir og talnalínu við lausnaleit. Tengsl margföldunar og deilingar er gott að skoða út frá spilastokk. Verkefni 47 og 48 ætti líka að skoða í því samhengi að þegar búið er að reikna fyrsta dæmið má nota það til að leysa hin dæmin. Þetta á einnig við önnur dæmi á blaðsíðunni og kennari ætti að ræða það við nemendur.

Deilingardæmin á blaðsíðu 29 er gott að leysa með því að nota kennslupeninga eða sætisgildiskubba. Aftur er sjónum beint að ólíkum lausnleiðum. Val á leiðum og útskýringar nemenda gefa kennara góða innsýn í hugsun nemenda um deilingu og útreikninga. Deiling gengur ekki alltaf upp og nemendur þurfa að kynna því. Hlutbundin og/eða myndræn vinna styður marga nemendur í lausnaleyti.

Stærðfræðisögur gefa nemendum tækifæri til að tengja stærðfræðina við daglegt líf sitt. Gaman gæti verið að ljúka vinnu við margföldun og deilingu með því að nemendahópurinn byggir saman til bók með stærðfræðisögum.

Vinnuspjöld úr möppu

- 13 Verkefni fyrir töflureikni
- 14 Framhald
- 15 Mynstur í margföldunartöflum
- 16 Galdrar með töfratölum
- 17 Ferðalög Helga
- 18 Sund
- 19 Á skeiðvellingum ...
- 20 Hvað voru þau gömul?



Rúmfræði og þrívídd

Markmið

Að nemendur

- geri sér grein fyrir eiginleikum tví- og þrívíðra forma
- geti þakið flöt með mismunandi formum
- efli færni sína í þrívíddarteikningu
- greini tví- og þrívíð form í umhverfi sínu
- þjálfist í rökhusun

Umfjöllun og kennsluhugmyndir

Rúmfræði er sú grein stærðfræðinnar sem fjallar um flatarmyndir og rúmmyndir og eiginleika þeirra. Helstu viðfangsefni hennar eru formskoðun, flutningar, mælingar, stefna og staðsetning. Við hvers kyns hönnun, til dæmis umbúða, bygginga, virkjana, véla og tæknibúnaðar er rúmfræði beitt, sama á einnig við um listir. Uppbyggingu sólkerfis er hægt að lýsa með rúmfræði, sama má segja um mynstur og form í náttúrunni. Í þessum kafla er aðallega fengist við formskoðun.

Söguhorn

Fyrstu dæmin um rúmfræði má rekja til Babýloníu og Egyptalands fyrir meira en 5000 árum. Upphaf viðfangsefna í rúmfræði er talið vera landmælingar. Egyptar reistu pýramída um 2500 f.Kr. og hring hefur verið skipt í 360 hluta (gráður) allt frá þessum tíma. En það voru Grikkir sem byggðu rúmfræði á röklegu samhengi. Uppgötvanir í rúmfræði eru tengdar miklum framfaraskeiðum í stærðfræði og listum eins og til dæmis þegar listamenn endurreisnartímans, sem höfðu áhuga á að mála myndir sem sýndu það sama og augað sér í þrívíðum heimi, þróuðu fjarvídarkerfi í myndum sínum. Það byggðist á að láta samsíða línur mætast í fjarskanum í svonefndum fjarpunktum. Á 17. öld varð til hnitarrúmfræði. Upphafsmaður hennar var R. Descartes. Með hnitarrúmfræðinni varð mikil framþróun í stærðfræði en þar eru jöfnur teiknaðar inn í hnitakerfi og lýsa þær flatar- og rúmmyndum. Rúmfræði er notuð í auknum mæli víða í samfélaginu svo sem í fjarSKIPTA-, tölvu- og kvikmyndageiranum.

Formskoðun og eiginleikar forma

Mikilvægt er að nemendur geri sér grein fyrir því að allir hlutir hafa ákveðna lögun og byggingu. Nemendur þurfa að skoða alls konar hluti og velta fyrir sér einkennum þeirra og samsetningu. Það skerpir athyglina að búa til líkön því það krefst mikillar nákvæmni. Þeir þurfa að þekkja heiti algengra tvívíðra og þrívíðra forma, þekkja einkenni þeirra og geta átt-að sig á hagnýtingu þeirra. Það má beina athygli nemenda að þessu með margvíslegum hætti, svo sem með skoðun og umræðum. Í inngangskafla *Einingar 5* er fjallað um rúmfræði. Einnig má benda á bókina *Elementary and Middle School Mathematics* (John A. Van de Walle, 17. kafli).

Mikilvægt er að handleika hluti við formskoðun. Það vekur bæði áhuga og forvitni nemenda og hjálpar þeim að einbeita sér að viðfangsefninu. Einnig skapast góður grundvöllur til umræðna milli nemenda og milli kennara og nemenda við slíka vinnu. Þannig fá nemendur betri yfirsýn yfir það sem þeir eru að fást við og eiga auðveldara með að lýsa vinnubrögðum sínum og rökstyðja þau. Þeir þurfa einnig að fá tækifæri til að vinna sjálfstætt að eigin listsköpun. Í framhaldi af vinnu með tangram er hægt að raða saman formum eftir fyrirmynd og einnig að búa til eigin raðmynd. Gagnlegt getur verið að skoða hvernig myndlistarmenn nota ýmis form í listsköpun sinni. Nota má listaverkabækur og sjá hvaða form listamenn nota í verkum sínum. Gaman væri fyrir nemendur að fá tækifæri til að búa til sín eigin listaverk úr mislitum formum.



Kennari getur komið með eftirfarandi spurningar til að örva umræðu um mismunandi form og einkenni þeirra:

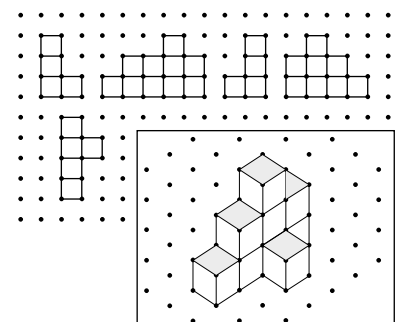
- Hvað heita form tangrambúta og hver eru einkenni þeirra?
- Hver er munurinn á ferningi og rétthyrningi?
- Búðu til trapisu úr bútonum.

Frá slíkri umfjöllun er auðvelt að fara yfir í erfiðari viðfangsefni þegar nemendur velta fyrir sér með hvaða tangrambútum búa má til þríhyrning, ferhyrning og rétthyrning og hve margir bútar eru notaðir.

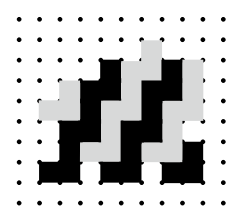
Þegar nemendur skoða og búa til tví- og þrívíð form er gott að þeir velti fyrir sér hver sé munurinn á tvívíðum og þrívíðum formum. Við skoðun á þrívíðum formum má leita svara við spurningum eins og:

- Hvaða form hafa rétthyrnda fleti?
- Hvaða form hafa þríhyrnda fleti?
- Hvað einkennir ferstrending og þrístrending?
- Hvers vegna eru ferstrendingar mikið notaðir í umbúðir?
- Hvað einkennir sívalning? Hver er flatarmynd hans?

Nemendur skoða hvernig þrívíð form líta út ef þeim er flett í sundur. Heppilegt er að fara í vettvangsferð og skoða hús, athuga þau frá mismunandi sjónarhorni og skoða form þeirra. Nemendur geta skráð hjá sér athugasemdir og rætt um þær. Þeir þurfa að skoða mismunandi sjónarhorn bygginga sem þeir hafa byggt úr sentikubbum. Byggingarnar má skoða frá ólíkum hliðum og teikna þær á punktablað. Nemendur byggja úr kubbum eftir mynd sem teiknuð hefur verið á punktablað frá fimm sjónarhornum og teikna bygginguna í þríhyrningsnet.



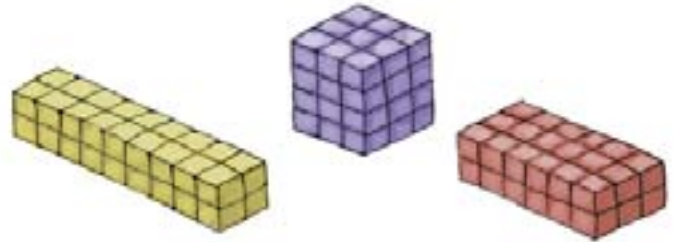
Til að þjálfra betur rúmskyn geta nemendur búið til mismunandi mynstur í punkta eða þríhyrningsnet. Þeir geta skoðað mismunandi mynsturgerð til dæmis í byggingum. Í eyðublöðum 2 á Veftorgi fyrir miðstigi á heimasíðu Námsgagnastofnunar er að finna nokkrar gerðir af punkta- og þríhyrningsnetum. Á heimasíðu Thorvaldsensafnsins í Kaupmannahöfn er hægt að skoða flísalögn, hvarfpunkta í þrívídd og formbyggingu höggmynda Bertil Thorvaldsens. Leitarorð: Thorvaldsen Museum.



Rúmmál

Rúmmál kubbabygginga má skoða og bera saman með sentikubbum. Nemendur geta búið til kubbabyggingu og giskað á hve margir kubbar eru í henni. Þeir geta búið til tening sem hefur hliðarlengdina 3, 4 eða 5 sentikubba og athugað heildarfjölda kubbanna. Til samanburðar geta þeir svo velt fyrir sér hve marga kubba þarf í mismunandi ferstrendinga. Nemendur geta fengið til dæmis 18 sentikubba, búið til úr þeim mismunandi ferstrendinga og skráð hjá sér lengd, breidd og hæð þeirra. Kennari getur einnig verið með fjölbreyttar umbúðir, fengið nemendur til að giska á og athuga rúmmálið með sentikubbum, vökva eða grjónum.

Það getur verið erfitt að bera saman rúmmál íláta, sérstaklega ef þau eru mismunandi að lögun. Þá geta nemendur notað sem viðmið mæliglös sem þeir þekkja til dæmis líttramál, desilíttra- eða millilíttramál, fyllt ílátin með vökva eða grjónum, hellt í mæliglösinn og skráð niðurstöður. Hér er tilvalið að skoða hin ýmsu form og láta nemendur giska á og athuga til dæmis hverju munar á rúmmáli pýramída og tenings með sömu hæð.



Tilvalið er að skoða alfræðibækur sem gefnar hafa verið út fyrir börn og láta nemendur finna upplýsingar í þeim um lögun hluta.

Það er nauðsynlegt að leggja áherslu á fjölbreytta, verklega vinnu og umræður. Það hjálpar nemendum að þróa hugsun sína, efla skilning sinn á viðfangsefninu og mynda tengsl milli hugtaka rúmfræðinnar og táknmynda hennar.

Hugmynd að kennsluferli

Bls. 31

Fyrsta blaðsíða kaflans er helguð tangram. Gott er að byrja á að segja nemendum frá því að Kínverjar hafi snemma staðið framarlega í stærðfræði og meðal annars séu margar gestaþrautir og spil upprunnin þaðan. Eyðublað með ferningi, skipt í tangram-bútana sjö, er að finna á heimasíðu Námsgagnastofnunar á stærðfræðivef miðstigs. Nemendur klippa bútana sjö út úr ferningnum og gott að minna þá á að vera nákvæmir svo lögunin haldist. Sýndar eru nokkrar myndir sem nemendur eiga að leggja og finna má fleiri á Netinu. Það er kjörið heimaverkefni að nemendur glími við tangram-þrautir á Netinu eða með bútunum sínum. Ekki er síðra að hvetja þá til að búa til eigin tangram-þrautir og leggja hver fyrir annan. Þeir geta raðað bútunum saman, strikað í kring og boðið bekkjarfélagana að þekja. Heppilegt er að þeir skrái lausnina hjá sér. Oft má finna margar ólíkar lausnir á því að þekja sömu mynd. Teikniverkefni á vinnuspjaldi 22 hentar vel til að skoða fleti og ólíka möguleika á samsetningu þeirra. Þar er unnið með jafnhliða þríhyrninga og möguleika á litamynstrum.

Bls. 32

Gaman gæti verið að lesa Söguhornið úr kennsluleiðbeiningunum upp fyrir nemendur og ræða inntak þess. Oft eru einhverjir í nemendahópnum sem þekkja eitthvað af inntakinu eða hafa til dæms áhuga á egypsku píramíðunum. Það geta því spröttið skemmtilegar samræður um hvernig mannkynið hefur byggt upp þekkingu og hvernig hún berst mann frá manni. Sniðið af teningnum á bls. 32 er að finna í eyðublöðum miðstigs. Hugtakið teningur er reglulegur þrívíður hlutur sem hefur sex ferningslaga hliðar. Orðið teningur er oft notað um alla verpla og jafnvel talað um tíu hliða tening. Hér er því hentugt tækifæri til að ræða um skilgreiningar á hugtökum. Einnig er gaman að skoða fleiri hluti frá mismunandi sjónarhorni. Gagnlegt væri að stilla upp á borð nokkrum hlutum og biðja nemendur að teikna fjögur sjónarhorn eða velta fyrir sér hvernig hús eru ólík eftir því hvaðan horft er á þau. Á vinnuspjaldi 21 er að finna teningaverkefni þar sem nemendur vinna með teningasnið. Það hentar vel til að leggja áherslu á sjónarhorn og form.

Bls. 33

Á bls. 33 er að finna teikniverkefni. Þar fást nemendur við að teikna teninga í þríhyrninganet. Gott er að þeir fái stærri blöð sem finna má í eyðublöðum. Þeir þurfa að fá tíma til að prófa sig áfram og ná valdi á að teikna í þrívídd með hjálparpunktum. Fyrir marga er þetta mikil upplifun að sjá teningana rísa út úr myndinni. Áherslu ætti að leggja á teikningarnar og nemendur geta líka teiknað fyrst og byggt svo. Vinnuspjöld 23 og 24 hafa að geyma teningaverkefni þar sem skoðaðar eru kubbabyggingar. Þar eru skoðaðar myndir og nemendur eiga að lesa úr þeim.

Bls. 34

Kjörið er að skipta nemendum í hópa þegar vinna á verkefni á bls. 34. Gaman er að búa til stangir með því að rúlla upp dagblöðum. Hver hópur fær það verkefni að búa til tvö ólík þrívíð form með nokkrum jafnlöngum stöngum. Það skiptir miklu að ítreka að stangirnar eigi að vera jafnlangar til að fá fram reglulegu formin píramíða og tening. Nemendur geta síðan skrifað lýsingar á formum sínum og þá má halda sýningu á formum allra hópanna. Einnig má nota sögrör í stað dagblaðastanga þá tekur verkið mun styttri tíma. Nemendur geta síðan svarað spurningum á bls. 34 eða líta má svo á að þeir hafi þegar svarað þeim í verklegu vinnunni.

Bls. 35

Það breytir miklu að hafa þrívíð form til að skoða þegar vinna á verkefni á bls. 35. Ef þau eru ekki til í skólanum má finna viðeigandi pakkningar/kassa. Jafnvel þó ekki sé hægt að finna allt er gott að hafa nokkur þrívíð form til athugunar. Verkefni gæti verið gott að nemendur ynnu tveir saman.

Bls. 36

Verkefni á bls. 36 getur verið gaman að nemendur og kennari vinni saman. Þarna er verið að skerpa á ýmsum hugtökum og greiningu á eiginleikum tvívíðra og þrívíðra forma. Gott er að ræða bæði hvað formin eiga sameiginlegt og hvað skilur þau að.

Bls. 37–38

Við vinnu með verkefni á bls. 37 og 38 er miðað við að nemendur hafi sentikubba. Hér er verið að leggja grunn að skilningi á rúmmáli. Ef ekki eru til sentikubbar gæti verið gott að vinna sambærileg verkefni með annars konar kubbum. Það er mikilvægt að nemendur geti unnið á hlutbundinn hátt og séð hvernig kubbunum fjölgar eftir því sem einhver hliðarlengdin eykst. Ekki ber að fara í formúluna fyrir rúmmáli ferstrendinga heldur á að leggja grunn að því að nemendur skilji á hvaða hugmynd hún hvílir. Skoða má rúmmál með því að mæla lítramál og er slíkt verkefni að finna á vinnuspjaldi 25.

Í lok kaflans er gott að fara yfir efni hans. Hér hefur verið lögð áhersla á að til er tvívídd og þrívídd og að nemendur geti rætt um eiginleika forma.

Vinnuspjöld úr möppu

- 21 Teningarnir hennar Kolbrúnar
- 22 Þríhyrningsmynstur
- 23 Kubbabyggingar
- 24 Teningaþraut
- 25 Rúmmálsmælingar



Reikniaðgerðir

Markmið

Að nemendur

- efli skilning sinn á reikniaðgerðum og þjálfist í að beita þeim á mismundandi verkefni
- þjálfist í að reikna með háum tölum
- kynnist nokkrum ólíkum leiðum við að leggja saman og draga frá
- þjálfist í að nota fleiri en eina leið við útreikninga

Umfjöllun og kennsluhugmyndir

Nemendur hafa nú fengið talsverða þjálfun í notkun reikniaðgerða og ættu að hafa orðið nokkuð haldgóðan skilning á eðli þeirra. Hér fá nemendur tækifæri til að rifja upp þessa þekkingu sína og þjálfast í að reikna með háum tölum. Hér er sérstök áhersla lögð á samlagningu og frádrátt, en nemendur þurfa einnig að nota þekkingu sína á margföldun og deilingu. Gert er ráð fyrir að þeir finni sínar eigin leiðir við að reikna dæmin og sýndar eru nokkrar ólíkar leiðir til lausnar. Þeir þurfa að fá góðan tíma til að ræða lausnaleiðir sínar við aðra og rökstyðja hvernig þeir fundu svar. Þannig sjá þeir að hægt er að nota mismunandi leiðir og að það getur farið eftir eðli verkefnanna og stærð talnanna hverju sinni hvað hentar best. Sum dæmi er til dæmis mun fljótlegra að reikna í huganum en að setja upp á blað. Ef kennari velur að leggja áherslu á að nemendur temji sér að nota ákveðið reiknirit verður jafnframt að kappkosta að þeir skilji á hverju það byggir. Grundvöllur fyrir skilningi á reikniritum í tugakerfinu er skilningur á uppbyggingu þess. Þegar nemendur geyma eða taka til láns þurfa þeir að skilja hvað það merkir að breyta á milli eininga í tugakerfinu, þ.e. að breyta einingum í tug og færa yfir í tugasætið, eða fá lánaðan tug og breyta í einingar. Mikilvægt er að þeir noti hjálpargögn meðan þeir eru að móta skilning sinn á reikniritinu, en læri ekki bara að framkvæma ákveðnar aðgerðir. Í *Einingu 7*, kennarabók, er fjallað um stöðluð reiknirit. Einnig er að finna skýra umfjöllun um hvernig má kynna þau í bókinni *Elementary and Middle School Mathematics* (John A. Van de Walle, 11. kafli).

Útreikningar

Þegar nemendur eru komnir með góðan skilning á eðli reikniaðgerðar geta þeir farið að skoða markvisst hvernig hægt er að beita henni við mismunandi aðstæður. Gagnlegt er að velta fyrir sér hvaða leið er einfaldast og fljótlegast að fara við útreikninga hverju sinni eftir því hvaða tölur er verið að fást við.

Dæmi: Leggja á saman 379 og 543

Leið I

Ég byrja á að fylla upp í hundruð með því að bæta 21 við 379 og fæ 400.
Bæti svo 543 við 400 og fæ 943.
Dreg síðast 21 frá 943 og fæ 922.

Leið II

Legg fyrst hundruðin við 379, fæ 879.
Legg svo tugina við 879 og fæ 919.
og síðast legg ég einingarnar við 919 og fæ 922.

Hér þarf að gæta að því að breyta tugum í hundrað og einingum í tug, svo það er flókin leið í þessu tilviki.

Leggja á saman 2472 og 3215



Hér er einfalt að byrja á að leggja saman þúsundin, svo hundruðin, þá tugina og í lokin einingarnar og engin hætta á ruglingi þar.

Í þessu dæmi hentar ekki að byrja á að fylla upp í hundrað eða þúsund.

Gott getur verið að punkta hjá sér tölur til minnis þegar þannig er reiknað í hugarum. Leikur sem þessi með tölur og reikniaðgerðir þjálfa nemendur í hugareikningi og eflir skilning þeirra á tölum og reikniaðgerðum.

Við frádrátt er oft einfaldara að bæta við lægri töluna þar til sú hærra er fengin, en að draga frá.

Reikna á dæmið 93 – 28

Byrja á að bæta 2 við 28 og fæ 30.

Bæti svo við 6 tugum og fæ 90

Þá á eftir að bæta 3 við til að fá 93.

Samtals hef ég bætt 65 við.

Hér er líka hægt að byrja á að draga 30 frá 93

Svo er 2 bætt við 63 og svarið verður 65.



Nemendur koma áreiðanlega auga á margar leiðir og er mikilvægt að þeir fái að rökstyðja þá aðferð sem þeir nota. Talnalínan getur verið gott hjálpartæki við þessa vinnu.

Á hliðstæðan hátt má fást við margföldun og deilingu.

Hvernig er einfaldast að reikna dæmið $20 \cdot 15$?

Það er hægt að hugsa sem $20 \cdot 10 + 20 \cdot 5 = 200 + 100 = 300$

Eða $2 \cdot 15 = 30$, þá er $20 \cdot 15 = 300$

Reikna á dæmið $75 : 5$

$75 = 50 + 25$ $50 : 5 = 10$ og $25 : 5 = 5$ Þá er $75 : 5 = 15$

$75 = 3 \cdot 25$ $25 : 5 = 5$ og $75 : 5$ er þá þrisvar sinnum meira eða 15

Vasareiknir ætti alltaf að vera tiltækur við útreikninga þannig að nemendur geti gripið til hans ef þeir telja það heppilegt. Hann leysir þá samt ekki undan því að skilja hvað þeir eru að gera þegar þeir láta hann vinna. Gott er að temja sér að skoða alltaf hvort sennilegt sé að lausn sé rétt. Hvernig get ég til dæmis séð hvort svarið er rétt ef ég legg saman á vasareikni 4239 og 158 og fæ út 597?

Verkefni um töfratölur á bls. 41 er hugsað til að varpa ljósi á uppbyggingu tugakerfisins. Mikilvægt er að nemendur finni sínar eigin skýringar á því sem í ljós kemur. Það styrkir rökhugsun þeirra að kanna hvað liggur að baki niðurstöðunum og eflir skilning þeirra á tugakerfinu. Níu sinnum taflan birtist í ýmsum myndum þegar verkefni eru leyst. Það er því kjörið tækifæri að taka hana til umfjöllunar og skoða mynstrið og speglunina í henni.

9, 18, 27, 36, 45 / 54, 63, 72, 81, 90

Í framhaldi af þeirri umræðu gæti verið áhugavert að leggja fyrir eftirfarandi þraut til að kanna hvort nemendur geti notfært sér þekkingu sína á töflunni til að leysa þrautina.

Fátækur bóndi í Grikklandi hinu forna, leitaði til véfréttar til að fá ráðleggingar um hvernig hin fullkomna hjörð væri. Véfréttin svaraði: „Hin fullkomna hjörð er þannig að sjáir þú margfeldi kiðlinga og lamba í spegli, gefur það þér summu þeirra.“

Hve stór þarf hjörð bóndans að verða til að uppfylla þetta skilyrði?

Vasareiknaverkefni gefur tilefni til að skoða niðurstöður útreikninga.

- Hvers vegna kemur sama talan í alla fjóra reitina í innsta hringnum?
- Ætli þetta gerist alltaf, sama hvaða tölur er byrjað með?

Hugmyndir að verkefnum til skoðunar í litlum hópum eða í sameiginlegri umræðu í bekk:

- Hvernig er einfaldast og fljótlegast að leysa dæmin?
- Hvers vegna er auðveldast að nota þá aðferð sem var valin?

	$4 \cdot 15$
$78 + 42,$	$3 \cdot 24$
$115 + 5,$	$18 \cdot 2$
$685 + 257$	$120 \cdot 4$
$3425 + 5261$	
$2693 + 328$	$33 : 3$
	$48 : 4$
$54 - 37$	$82 : 10$
$86 - 31$	$105 : 5$
$350 - 47$	
$658 - 121$	

Hugmynd að kennsluferli

Nemendur þurfa að ná góðu valdi á að leysa fjölbreytt reikningsdæmi. Miklu skiptir að þeir venji sig á að skoða dæmin vel áður en byrjað er að reikna. Þeir þurfa að greina hvað spurt er um og hvaða upplýsingar eru gefnar. En þeir þurfa einnig að velta fyrir sér hvaða aðferð henti við útreikningana. Gott er að byrja á því að skoða útreikninga Tryggva og Önnu og fá nemendur til að ræða hvernig þau hafa hugsað. Næst er að fá fleiri hugmyndir frá nemendum um hvernig megi finna verð á spilastokk og töfrasprotu. Þannig má leggja grunn að góðum vinnubrögðum og því að mestu skipti að geta hugsað af yfirvegun um dæmin, ekki að reikna hratt. Áherslu ber einnig að leggja á skráningu. Taka ætti margar leiðir við útreikninga til umræðu nokkrum sinnum á leið gegnum kaflann. Hér á undan í kennsluleiðbeiningunum eru nokkur góð dæmi til að skoða með nemendahópnum.

Bls. 39–41

Samhliða vinnu við þennan kafla er kjörið að hafa í gangi búðarleik. Nemendur í fjögurra manna hópum geta útbúið mismunandi verslanir, t.d. töfrabúð, fataverslun, leikfangaverslun, ritfangaverslun og matvöruverslun. Þeir geta bætt við í búðirnar sínar á tímabilinu og gefið afslætti. Fara mætti í búðarleik einu sinni í viku og þá fái helmingur nemanda úthlutað peningaupphæð (t.d. 5000 kr.) til að versla fyrir og hinir afgreiða. Nota má kennslupeninga og vasareikna og fá þannig grundvöll fyrir umræðu um notkun vasareikna.

Verkefni 3 og 4 er tilvalið að nemendur vinni saman í litlum hópum og hver hópur segi svo frá kostnaðaráætlun sinni. Í dæmum 5 og 6 eru skemmtilegar glímur þar sem reynir á útsjónarsemi og mikilvægt er að nemendur fái tíma til að glíma við þau. Sumum nemendum er gott að gefa dæmi þar sem tölur eru lægri, t.d. að 15 er summa 7 og 8, en hvaða nágrannatölur hafa summuna 17? Fyrir aðra er nóg að vekja athygli á hvað stendur í dæminu og fá þá til að endursegja það. Í dæmi 6 má beina sjónum nemenda að því að samlagning og frádráttur eru andhverfar aðgerðir. Hvetja ætti nemendur til að leita fleiri leiða í dæmum 7–10. Gaman gæti verið að velja eitt dæmi og skrá á töfluna eða búa til á veggmynd alla möguleika sem nemendur finna til að leysa það.

Dæmi 11 er gott að gefa góðan tíma og mikilvægt að hægt sé að vinna það til enda. Það gefur verkefninu mun meira vægi ef hópur nemenda vinnur að verkefninu samtímis. Gott getur verið að skoða á hundradtalanatöflu hvernig svörin birtast. Það hjálpar nemendum að átta sig á af hverju þversumma svaranna er alltaf 9. Eins og segir hér fyrir í kennsluleiðbeiningum er kjörið að skoða mynstrið í níu sinnum töflunni og speglunina í henni og í framhaldi af því þrautina um fátæka bóndann í Grikklandi. Á vinnuspjaldi 26 er að finna áhugavert rannsóknarverkefni með þriggja stafa tölum svipað og í dæmi 11. Í dæmi 12 er sjónum nemenda beint að tengslum samlagningar og frádráttar. Ýta ætti undir að nemendur noti fjölbreyttar aðferðir við reikning í dæmi 13. Oft er hentugt að fylla upp í tuginn. Gaman er fyrir nemendur að glíma við talnaleiki á vinnuspjöldum 27, 28 og 29.

Bls. 42–44

Á blaðsíðu 42 er stórt frádráttardæmi. Athygli nemenda þarf að vekja á hugtakinu mismunur og tengsl þess við hugtakið frádráttur. Nemendur geta prófað sig áfram með hve mörgum sinnum þurfi að draga frá til að komast í núllið. Neðst á blaðsíðunni eru sýndar fjórar leiðir til að reikna dæmið $74 - 47$. Nemendur ættu að skoða þessar leiðir vel og reyna að

meta þær og finna fleiri leiðir. Ef búin hefur verið til veggmynd fyrir samlagningardæmi er nú gott tækifæri til að búa til sambærilega mynd fyrir frádrátt. Dæmin á blaðsíðu 43 eru æfingadæmi í frádrætti. Hvetja ætti nemendur til að búa til fleiri myndadæmi eins og dæmi 22 og leggja hver fyrir annan.

Oft er rætt um að leggja ætti meiri áherslu á að nemendur noti myndir og teikni við lausn verkefna. Margir nemendur eiga auðvelt með að hugsa í myndum. Í verkefni 21 er nemendum ætlað að tengja saman mismunandi tjáningarmáta. Þeir gætu teiknað peninga til að sjá betur fyrir sér.

Bls. 45

Verkefni 23–30 er hentugt að vinna í töflureikni. Nemendur geta unnið tveir saman við tölvu eða kennari og hópur nemenda vinna saman þar sem kennari stjórnar tölvunni en nemendahópurinn tekur ákvarðanir og metur niðurstöður. Ætla má að þessi nálgun krefjist þess að kennari hafi aðeins hálfan nemendahópinn. Markmiðið er að nemendur sjái hvernig nota má töflureikni við samsetta útreikninga og hvernig það að vél reikni gefur tækifæri til að skoða marga möguleika léttilega. Á vinnuspjaldi 31 eru líka dæmi sem gott er að leysa með því að nota töflureikni. Margir Íslendingar nota töflureikni oft við vinnu sína. Nemendur gætu hugsanlega gert könnun á því hvernig og hvort fólk notar töflureikni.

Bls. 46–47

Á blaðsíðu 46 er athygli beint að stærðfræði í íþróttum. Áhugavert gæti verið að skoða hvernig nemendur nota sjálfir stærðfræði í íþróttaiðkun sinni eða við að fylgjast með íþróttum. Eins gæti verið gaman að skoða áhugaverð met frá síðustu Ólympíuleikum. Einnig er kjörið að fara út að hlaupa þekkta vegalengd og finna út hve langt nemendahópurinn hefur hlaupið. Í spilum og þrautum er líka oft reiknað. Dæmi um slík viðfangsefni er að finna á vinnuspjaldi 30.

Margföldun og deiling eru andhverfar aðgerðir. Dæmi 36, 37 og 38 tengjast því í töflunni í dæmi 36 má finna svörin við dæmum 37 og 38. Sama hugsun er í dæmum 39 og 40 og hvetja ætti nemendur til að hugsa um þessi tengsl og nýta sér þau.

Gagnlegt er að taka eina kennslustund í að nemendur vinni í fjórum hópum sem sérhæfi sig í samlagningu, frádrátt, margföldun og deilingu. Nota má verkefnin hér að framan og hver hópur segir frá lausnum sínum. Þannig má draga saman áherslur kaflans á að nemendur meti, áður en þeir leysa dæmi, hvaða leið þeir telji góða til að leysa dæmin og að þeir hafi nokkrar leiðir á valdi sínu.

Bls. 48

Á síðustu blaðsíðu kaflans er annars vegar unnið með hugareikning og hins vegar vasareikni. Gaman getur verið að setja upp keppni þar sem nemendahópnum er skipt í tvennt eða tveir nemendur fengnir til að keppa. Kennari les síðan upp dæmi sem ýmist er fljótlegra að reikna í huganum eða á vasareikni. Dæmin gætu verið: $4 + 10$, $10 \cdot 2$, $100 + 3000$, $125 : 25$, $5 \cdot 7$. Svona keppni er góður undanfari umræðna um notkun vasareikna og hvernig nemendur kunna ýmsar staðreyndir utan að án þess að hafa nokkurn tíma meðvitað lært þær þannig. Flestir vita að $3 + 2 = 5$ og að $7 + 3 = 10$. Hvernig stendur á því? Leiðir við hugareikning eru margar en oft er gott að skrá hjá sér milliniðurstöður. Það einfaldar oft útreikninga að búta tölur niður.

Lokaverkefnið á að vekja áhuga nemenda á að reikna ýmislegt út. Hér eru nemendur beðnir að reikna út dagafjölda og tilvalið að láta þá finna upp á atburðum til að reikna út frá. Áður en hafist er handa við næsta kafla er kjörið að vinna þemaheftið Mynstur. Þar reynir á aðra þætti en í þessum kafla og nemendur fá tækifæri til að skoða hugtakið mynstur á ýmsa vegu.

Vinnuspjöld úr möppu

- 26 Skrýtnar tölur
- 27 Töfraferningar
- 28 Stærsta tala – minnsta tala
- 29 Pílukast
- 30 Frímerkjasafn ...
- 31 Vörulisti



Almenn brot

Markmið

Að nemendur

- geti skráð ræðar tölur sem almenn brot
- efli færni sína í að myndgera almenn brot á mismunandi hátt
- geti skráð ólík heiti á sömu tölu
- noti almenn brot til að lýsa fjölda, magni og stærð
- ræði saman um stærðfræði og færi rök fyrir máli sínu
- skrái niðurstöður sínar og geri grein fyrir lausnaferli í mæltu máli

Umfjöllun og kennsluhugmyndir

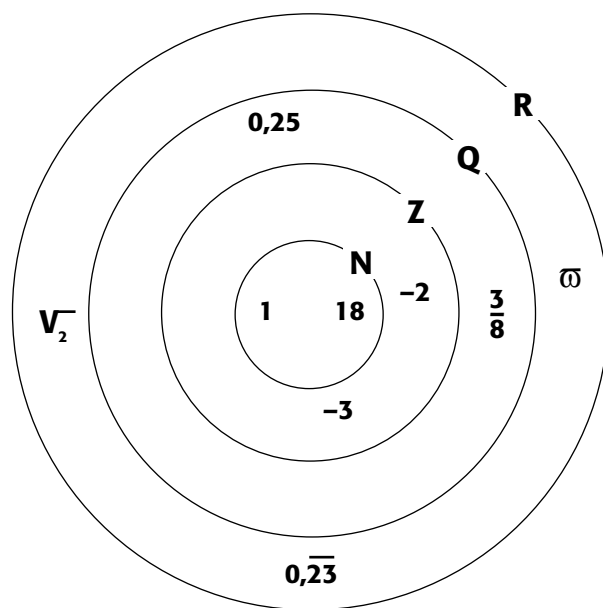
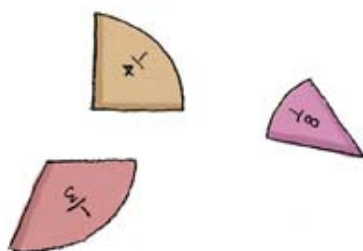
Góður talnaskilningur er ein meginundirstaða frjórrar vinnu í stærðfræði. Á fyrstu skólaárunum eru nemendur að byggja upp skilning á náttúrlegum tölum og uppbyggingu tugakerfisins. Á miðstiginu er nauðsynlegt að þeir byggi upp traustan brotaskilning. Hér er fengist við almenn brot. Nemendur hafa áður fengist við almenn brot og tugabrot en ekki er hægt að búast við að þeir hafi myndað sterkan talnaskilning á þessu sviði. Í *Einingu 8 – kennara-bók* er fjallað um brot og hvernig má leggja grunn að skilningi á þeim. Þar segir m.a.:

Almenn brot eru skráning fyrir jafna hluta af heild og byggjast á því:

- Í hve marga hluta heild er skipt.
- Að teljari segir um hve marga hluta er að ræða.
- Að nefnari segir til um hve stór hver hluti er eða hversu marga hluta heild er skipt í.
- Að tvö jafngild almenn brot eru tvær aðferðir til að lýsa sömu stærð.

Nemendur á miðstigi hafa flestir komist að raun um að ekki er nóg að hafa bara heilar tölur. Eftir því sem þeir eldast hafa þeir þörf fyrir meiri nákvæmni og þá er heppilegt að geta skráð hluta úr einingu. Tugabrot eru mikið notuð í daglegu lífi en oft koma almennu brotin sér líka vel. Í daglegu máli er oft talað um helminga og fjórðunga og útreikningar verða stundum einfaldari með almennum brotum. Einnig er oft styttra milli daglegs máls og almennra brota og því auðveldara að öðlast skilning á þeim. Í umræðum í bekknum má taka upp spurningar eins og:

- Hvar notum við almenn brot?
- Má finna almenn brot á umbúðum?
- Eru brot notuð við tímamælingar?



Brotaskilningur

Mikilvægt er að nemendur geri sér grein fyrir að almennt brot er tala, þ.e. skráning á stærð, fjöldi eða magni en líti ekki bara á það sem skiptingu. Almennt brot er skráning á hlutfalli milli hluta og heildar og er nauðsynlegt að nemendur geri sér grein fyrir því. Teljari tákna fjölda hluta en nefnari hve stóran hluta af heild er um að ræða. Til að styrkja þann skilning og sjá fyrir sér hlutana þurfa nemendur að vinna með gögn.

Margar leiðir má fara til að efla brotaskilning. Til að öðlast frekari skilning á stærð brots og að brot er tala sem tákna afmarkaða stærð er gott að æfa hvers kyns talningu. Hvað eru margir helmingar, þriðjungar, fjórðungar o.s.frv. í einum heilum? Hvað gerist þegar farið er yfir einn í talningu? Ef haldið er áfram að telja sjá nemendur hvernig teljarinn stækkar en nefnarinn helst óbreyttur, til dæmis $\frac{6}{5}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{8}{5}$ o.s.frv. Skoða má spurningar eins og hve oft þarf að telja til að fá þrjá ef hlaupið er á hálfum, þriðjungum, fjórðungum o.s.frv. En ef talið er upp að $\frac{14}{3}$? Hve margir heilir eru í $\frac{14}{3}$? En $\frac{17}{3}$? Til að finna svar við slíkum spurningum má til dæmis nota brotabúta, telja á talnalínu eða teikna.

Nemendur geta unnið saman í litlum hópum og útbúið talnalínur. Hver hópur fær þá band til dæmis einn metra að lengd. Hver hópur fær úthlutað tilteknum brotum þannig að einn hópur fær þriðjunga, annar fjórðunga o.s.frv. Brotaheiti eru skrifuð á miða og fest á réttan stað á bandinu. Böndin eru svo öll hengd upp á vegg, hvert fyrir neðan annað og þannig fæst fram brotatafla svipuð og er í námsbókinni. Slíka töflu er gott að hafa hangandi uppi á vegg því það styður við brotaskilninginn.

Brotabútar eru hentug námsgögn. Þá má nota á fjölbreyttan hátt og mikilvægt að nemendur hafi greiðan aðgang að þeim. Nemendur geta skoðað hvernig búa má til heilan hring með jafnstórum brotabútum eða með tveimur mismunandi gerðum búta. Þeir geta reynt að finna margar leiðir til að búa til heilan hring með brotabútum. Einnig má nota teninga. Nemendur skrá þá brotaheiti á límmiða og líma á tening. Þeir skiptast síðan á að kasta og reyna að mynda heilan hring með brotabútum úr þeim brotum sem upp koma. Gott getur verið að tengja við raunveruleikann með því að fá nemendur til að búa til sögu til dæmis um sölu tertu á veitingastað eða fá þraut um sama efni.

Lárukökur

Lára bakar 4 tertur fyrir kaffisölu bekkjarins. Hún selur fjóra þriðjunga, sex fjórðunga og þrjár hálfar tertur. Hve mikið er þá eftir? Hvað seldi hún fyrir mikið?

Verðlisti

Heil terta 1200 kr.

Hálf terta 600 kr.

Þriðjungur 400 kr.

Fjórðungur 300 kr.

Afmæli Elínar

Elín býður bekknum sínum í afmælið sitt. Hún bakar pizzur og áætlar $\frac{1}{5}$ úr pizzu á mann. Í bekknum eru 23 nemendur. Hve margar pizzur þarf hún að baka? Hve marga lítra af gosi þarf hún að kaupa ef hún ætlar $\frac{1}{2}$ lítra á mann? Hvað þarf hún þá að kaupa margar tveggja lítra gosflöskur.

Það er lærdómsríkt fyrir nemendur búa sjálfir til orðadæmi og leggja fyrir bekkinn. Þá þurfa þeir að nýta almenn brot til að tjá sig og tengja við daglegt umhverfi.

Góð leið til að þjálfa og styrkja skilning er að spila. Í verkefnamöppu eru tvö spil, þ.e. Brota-eltispil og Samstæðuspil. Nota má brotabúta og spila bingó með þeim. Þá velja nemendur sér til dæmis fjóra brotabúta og raða á borðið. Kennari/stjórnandi dregur síðan brotabút og les upp heiti hans. Ef nemandi er með þennan tiltekna brotabút má leggja hann til hliðar. Sá sem fyrstur nær að fjarlægja alla búta sína vinnur. Einnig geta nemendur útbúið bingóspjald og spilað á því.

Með brotabútum er skoðað hvernig búa má til heilan hring. Það getur eftt skilning nemenda að skoða hvernig unnið er út frá heilum og rétthyrningur eða þríhyrningur notaður sem grunnviðmið. Nemendur geta fengið A4 blað, brotið það í tvennt og rifið. Þeir leggja síðan annan helminginn til hliðar en taka hinn helminginn, brjóta hann í tvennt og rífa. Þannig er haldið áfram eins lengi og úthald nemenda leyfir. Þeir skrá síðan stærð hver brots miðað við A4 blað. Skemmtilegt er að tveir og tveir vinni saman og hafi hvor sinn litinn af pappír. Þeir gefa hvor öðrum búta svo önnur hver stærð verði í sama lit. Í lokin má svo raða bútum saman aftur.

Mikilvægt er að nemendur átti sig á því að allar stærðir má tákna á marga vegu. Þeir hafa áður skoðað heilar tölur en nú þarf að beina sjónum þeirra að jafngildum brotum. Með því að skoða brotatöfluna má sjá að $\frac{1}{3}$ og $\frac{2}{6}$ eru jafnstór brot. Á *vinnuspjaldi 33* í verkefnamöppu er verkefnið *Að skipta svæðum*. Þar skoða nemendur hvernig brotabútum fjölga við frekari skiptingu án þess að stærð brotsins breytist.

Með brotabútum skoða nemendur hvernig almenn brot geta verið skráning á hlutfalli af flatarmáli til dæmis hrings. Þeir þurfa líka að kynnst því að um hluta af hópi eða fjölda getur líka verið að ræða. Í námsbókinni er skráður íþróttáahugi í tilteknum bekk. Nemendur gætu haft gagn af því að skoða eigin umhverfi, bekk eða skóla. Þeir geta til dæmis kannað hvernig hlutfallið er milli aldursstiga í skólanum eða hve stór hluti nemenda er í hverju stjórnumerki. Þeir geta líka fengið þrautir og orðadæmi eins og Óskar í vanda, Trefillinn og Stærðfræðisurningar.

Óskar í vanda

Óskar á 120 cm af snæri. Hann notar $\frac{1}{3}$ þess til að binda niður hlass á hjólið sitt og ætlar að nota afganginn til að loka kartöflupokum. Hann þarf $\frac{1}{6}$ af snærinu til að binda um hvern poka. Hve mörgum pokum getur hann lokað? Hve marga sentimetra notar Óskar til að binda hlassið? En hvern poka? Hve mikið er eftir af bandinu þegar Óskar er búinn að binda hlassið og fyrir tvo poka?

Trefillinn

Viktor er að þrjóna trefil til að gefa afa sínum í afmælisgjöf. Afi hans á afmæli eftir fjórar vikur. Trefillinn þarf að vera 180 sentimetra langur. Fyrstu vikuna þrjónar Viktor þriðjunginn og næstu viku þar á eftir $\frac{1}{6}$. Nú hefur hann tvær vikur til stefnu. Hvernig ætti hann að skipta afganginum niður?

Stærðfræðisurningar

Amma Freyju verður bráðum fimmtug. Af því tilefni langar Freyju að búa til stærðfræðisurningar til að nota í afmælinu hennar. Hún er komin með sex spurningar. Svaraðu þeim og bættu tveimur við. Ræddu við bekkjarfélaga þína um spurningarnar og leggðu svo spurningar þínar fyrir þá. Hvaða spurning er erfið? Hver er létt?

1. Amma var í grunnskóla í tíu ár. Hve stór hluti ævi hennar er það?
2. Amma eignaðist fyrsta barnið sitt þegar $\frac{2}{5}$ ævi hennar voru liðin.
Hve stóran hluta ævi sinnar hefur hún verið mamma? Hve mörg ár eru það?
3. Amma mín var 55 cm þegar hún fæddist. Það er $\frac{1}{3}$ af hæð hennar í dag. Hve há er hún?
4. Þegar mamma byrjaði í skóla var hún $\frac{2}{3}$ af hæð ömmu minnar.
Hve há var mamma þá?
5. Aldur ömmu er $\frac{1}{6}$ af póstnúmerinu hennar. Hvar á amma heima?
6. Fyrstu $\frac{2}{5}$ hluta ævi sinnar bjó amma í foreldrahúsum. Næstu $\frac{2}{5}$ hluta bjó mamma mín hjá henni. Hve gömul var amma þegar mamma flutti að heiman? Hve gömul var mamma þá?

Nemendur geta skoðað á hlutbundinn hátt samlagningu brota með því að nota mæliglös. Í verkefnaöppu er að finna verkefni þar sem nemendur eiga að útbúa eigin mæliglös og nota þau til að finna heildarmagn og skrá það í almennum brotum. Á sumum vasareiknum er hægt að reikna með almennum brotum. Nemendur geta slegið dæmi inn í vasareikninn og velt fyrir sér hvað gerist. Þeir geta borið saman hvað kemur fram ef þeir slá inn sömu brot og þeir nota við vatnsmælingarnar.

Hugmynd að kennsluferli

Bls. 49–50

Í upphafi kaflans þarf að ræða um almenn brot. Þegar fleti er skipt í jafna hluta má skrá skiptinguna með almennum broti. Gott getur verið að skoða að það að vera með $\frac{1}{4}$ þýðir að fjóra hluta þarf til að mynda heildina. Það má gera með því að rífa A4 blað í fjóra jafna hluta og skoða hvernig það verður aftur jafn stórt ef hlutunum er raðað saman. En hvað gerist ef $\frac{1}{4}$ er rifinn í tvennt? Hve marga hluta þarf þá? Umræður um spurningar af þessu tagi geta verið góð kveikja. Um leið er rifjað upp hvernig fjórðungur er skráður. Verkefni á fyrstu blaðsíðunni ættu að vera upprifjun fyrir flesta nemendur og því ágætt að þeir vinni þau sjálfstætt. Í dæmi 6 er haldið áfram á sama hátt en í dæmi 7 eru nemendur beðin að draga ályktanir. Gott er að ræða það formlega eða óformlega í nemendahópnum. Brotaeltispil eru góð til að styðja nemendur í að tengja saman mynd og tákni. Á vinnuspjaldi 32 eru leiðbeiningar um gerð slíks spils og notkun.

Bls. 51–56

Á blaðsíðu 51 er að finna verkefni þar sem nemendur eiga að nota brotabúta. Áður en vinnan hefst þurfa þeir að fá tækifæri til að leika sér með bútana. Í umfjölluninni hér á undan eru gefnar nokkrar hugmyndir, t.d. um bingó sem gott er að nýta til að nemendur þekki vel bútana og stærðir þeirra. Dæmi 8–12 er mikilvægt að nemendur vinni á hlutbundinn hátt og geti sýnt lausnir myndrænt. Kennari ætti því að ganga á milli og fá nemendur til að sýna sér hvernig þeir geta útskýrt svör sín með því að nota bútana. Í tengslum við vinnu með dæmi 14 og 15 geta nemendur fengið fleiri þrautir, t.d. Lárúkukur og Afmæli Elínar, sem er að finna hér að framan, eða þeir geta búið sjálfir til svipaðar þrautir.

Áður en vinna hefst við dæmi 16 og 17 er gott að nemendur telji á brotum. Þeir þekkja vel að telja á einum og líka að telja á tveimur eða tíu. En til að styrkja skilninginn á að almenn brot eru tölur en ekki bara hlutföll er mikilvægt að leggja áherslu á talningu. Nota má brotabúta og telja, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$ o.s.frv. Þannig átta nemendur sig líka á að almenn brot eru ekki bara notuð til að skrá hluta úr einum. Í kaflanum er þó fyrst og fremst unnið með almenn brot minni eða sama sem einn.

Nemendur hafa kynnst almennum brotum í gegnum að skoða fleti og talnalínu. En almenn brot eru líka notuð við skoðun á stakstæðri heild eða fjölda. Á blaðsíðum 53 og 54 er þetta skoðað. Kjöríð er að nemendur skoði eigin nemendahóp á svipaðan hátt og er gert er við 5. B í dæmi 23.

Brotarenningar er ein leið ennþá til að skoða brot. Mikilvægt er að áherslan í kennslunni liggja á að styrkja nemendur í að byggja upp brotaskilning sinn. Nemendur þurfa hver og einn að búa sér til brotarenninga. Gott er að nota A4 blöð og hentar ágætlega að fá fjóra renninga úr hverju blaði. Nemendur þurfa að vera nákvæmir svo að stærðir hvers almenns brots verði sem réttastar. Þeir eiga síðan að nota renninga við lausn dæmanna á blaðsíðunni. Nemendur ættu að geyma brotarenningana og nota áfram við vinnu með almenn brot.

Þegar brotataflan er fyllt út ætti að ræða við nemendur um samanburð á stærðum og hvernig standi á því að $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$ og $\frac{6}{12}$ standast á. Út frá því er gott að skoða hvaða brot eru minni en $\frac{1}{2}$ og hver stærri. Nemendur nota síðan brotatöfluna til að svara spurningum í dæmum 33–36. Vinnuspjald 34 hefur að geyma myndræna nálgun og teikningar fyrir jafngild brot. Þessi verkefni henta vel samhliða vinnu með verkefni á blaðsíðu 56.

Bls. 57–58

Á blaðsíðu 57 er sjónum beint að brotum sem eru stærri en einn. Áður en hafist er handa við verkefni á blaðsíðunni er heppilegt að vinna vinnuspjald 33. Þar eiga nemendur að útbúa eigin mælikrúkkur. Hugmyndin að baki því að nota ávaxtasafa er að gefa nemendum myndræna nálgun og hjálpa þeim að sjá fyrir sér. Gaman væri að leyfa þeim að sula með vatn og prófa sig áfram. Þeir gætu merkt á mælikönnur fjórðunga og þriðjunga og velt fyrir sér dæmum á borð við dæmi 40.

Í lok kaflans eru hugtökin teljari og nefnari kynnt. Ekki ber að leggja mikla áherslu á þau en gott fyrir nemendur að kynnast þeim og sjá hve gagnsæ þau eru. Nemendur eiga að útskýra hvað tiltekin almenn brot þýða og gott er að hvetja þá til að sýna það með mynd. Í lok kaflans er gott að ræða um hjálpargögnin og bera saman almenn brot á renningi og brotabút. Lokaverkefni kaflans gæti verið spilið á vinnuspjaldi 35.

Gott er að gauka að nemendum viðbótarverkefnum svipuðum og gefin eru dæmi um í stærðfræðispurningum. Nemendur gætu líka búið til svipaðar þrautir sjálfir.

Vinnuspjöld úr möppu

32 Brotaeltispil

33 Vatnsull

34 Að skipta svæðum

35 Hvernig er minnið?



Mynstur og breytur

Markmið

Að nemendur

- efli skilning sinn og færni í meðferð talna
- þjálfist í að greina mynstur og regluleika
- efli skilning sinn á eðli reikniaðgerða.
- efli talnaskilning sinn
- kynnist því að nota bókstafi sem staðgengla talna
- læri að nota breytur
- geri sér grein fyrir að oft geta verið mörg rétt svör við sama dæmi

Um fjöllum og kennsluhugmyndir

Stærðfræði er oft nefnd vísindi mynstra og regluleika. Einn af meginþáttum í þróun stærðfræðilegrar hugsunar er að finna leiðir til að greina regluleika og skrá hann. Mikilvægt er að nemendur geti lýst regluleikanum með eigin orðum og sýnt hann með myndum, orðum og/eða táknum. Eftir því sem hæfnin til röksemdafærslu þróast geta þeir betur beitt táknmáli stærðfræðinnar til að styðja við rökhugsun sína. Í kennarabók – *Eining 6* er kafli um mynstur og algebru.

Mynstur

Nemendur hafa áður unnið töluvert með mynstur, bæði talnamynstur og rúmfræðimynstur. Góð æfing er að búa til mismunandi mynstur sem fylgja sömu forskrift. Eftir forskriftinni AABCC gætu komið mynstur eins og

I Blátt, blátt, brúnt, bleikt, bleikt, blátt, blátt, brúnt, bleikt, bleikt ...



III 1, 1, 2, 3, 3, 1, 1, 2, 3, 3 ...

Safna má saman hugmyndum nemenda og þeir geta líka búið til mynstur sem aðrir nemendur reyna að skrá á ABC formi. Í kaflanum um *margföldun og deilingu* er margföldunartaflan upp í $10 \cdot 10$ skoðuð. Þar koma fram margvísleg mynstur sem nemendur gætu spreytt sig á að skrá.

Talnarunur getur verið gott að skoða saman í bekknum. Ef talið er upphátt og hlaupið á mismunandi tölum, heilum eða brotum, verður reglan oft skýrari fyrir nemendum.

1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29

$\frac{1}{2}$, 1, $\frac{11}{2}$, 2, $\frac{21}{2}$...

Áhugavert er að bera saman talnarunur og skoða hvað er líkt og hvað ólíkt. Bera má saman talnarunur eins og

1, 3, 5, 7, ... Líkt, alltaf tveir á milli.

2, 4, 6, 8, ... ólíkt, sléttar tölur í annarri rununni en oddatölur í hinni.

2, 4, 6, 8, ... og 2, 4, 8, 16, ... (líkt, eingöngu sléttar tölur, ólíkt, tveir bætast við í annari rununni en margfaldað með tveimur í hinni)

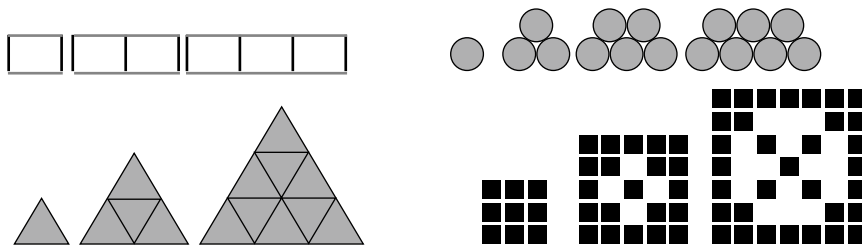
3, 4, 3, 4, ... og 9, 7, 9, 7, ...

5, 10, 15, 20, ... og 2, 7, 12, 17, ...

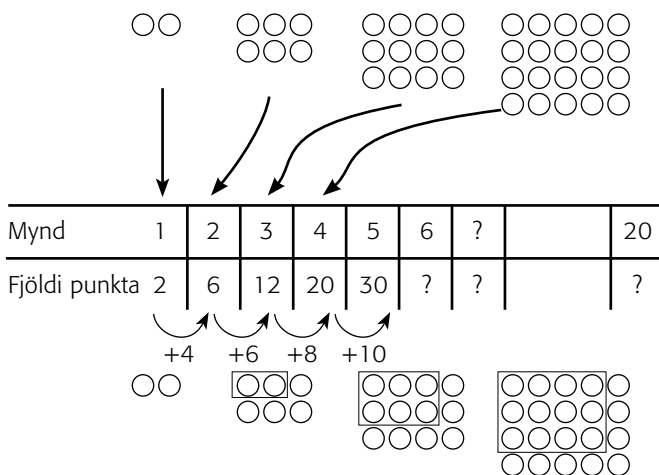
10, 20, 30, 40, ... og 50, 100, 150, 200, ...

Nemendur geta búið til eigin talnarunur og borið saman við runur bekkjarfélaganna. Skoðun á talnarunum er gott viðfangsefni fyrir þá sem eru að efla skyn sitt á regluleika.

Regluleiki getur líka verið fölginn í reglulegum vexti en ekki bara endurtekningu og fastri aukningu.



Nemendur þurfa bæði að skoða og greina mynstrin og finna eftir hvaða reglu þau vaxa. Mikilvægt að nemendur leggi mynstrin með hlutum og teikni eða skrái svo.



Það hjálpar nemendum að sjá regluna eða átta sig á tengslum að búa bæði til töflu yfir fjölda hluta og teikna eða leggja mynstrin. Þeir geta þá skoðað breytingun milli mynda og greint reglu í vextinum. Þannig geta þeir, með því að skrá í töflu eða leggja mynstrið, fundið hvernig 10. mynd lítur út og hve margir hlutir eru í henni. Til að geta sett fram almenna reglu og sagt fyrir um fjölda í n. mynd þarf að greina samband milli fjölda hluta í mynd og númers myndarinnar.

Leikni í meðferð talna

Talnaleikni er góður eiginleiki sem nýtist bæði í stærðfræðinámi og í daglegu lífi. Fólk hefur þróað með sér ýmsar leiðir til að muna númer. Símanúmer eru almennt sögð þannig að fyrstu þrjár tölurnar eru teknar hver fyrir sig og svo tvær og tvær. Sum símanúmer er þó auðveldara að segja öðru vísi til dæmis 5 500 300. Símanúmer eru ágætt dæmi um hvernig stórar tölur eru bútaðar niður til að auðveldara sé að muna þær. Gaman gæti verið að kanna hvort nemendur þekkja einhverjar fleiri leiðir til að leggja tölur á minnið.

Mikilvægt er að nemendur séu hvattir til að þróa með sér að vera glöggir á tölur og samband þeirra. Ýmsir talnaleikir eru heppilegir til þess að ýta undir að nemendur efli talnaleikni sína. Til þess að kveikja áhuga og vekja forvitni er oft gott að hafa hæfilega ögrun og kasta fram spurningum sem setja af stað vangaveltur hjá nemendum. Í byrjendanámsefninu *Einingu* er töluvert af spilum og leikjum sem nota má en oft þarf að breyta talnabili og nemendur geta jafnvel breytt reglum. Það má nefna:

- Ég hugsa mér tölu milli 1000 og 10000. Þá reyna samnemendur að komast að því hver talan er og mega spyrja 10 spurninga og fá já og nei svör.
- Hver er reglan? Einn nemandi hugsar sér reglu, til dæmis að leggja 5 við og margfalda með 4. Nemendur nefna tölur sem stjórnandinn beitir reglunni á og segir síðan útkomuna. Hinir eiga að finna út hver reglan er.
- Summan er hundrað. Á *vinnuspjaldi 35* má finna spilaborð og spilareglur. Nemendur hafa tvo teninga og er annar tugateningur og hinn einingateningur. Markmiðið er að finna tölu sem myndar summuna 100 með tölunum sem upp koma á teningunum.

Margir nemendur hafa gaman af vangaveltum eins og hvaða ár verðum við 50 ára, 75 ára, 100 ára? Þeir geta líka kannað hvenær ýmsir í umhverfi þeirra ná sömu áföngum. Þeir geta valið sér einn eða fleiri starfsmenn eða nemendur í skólanum og spurt þá um fæðingarár og reiknað út fyrir þá sömu upplýsingar.

Þeir geta líka skoðað vegakort og velt fyrir sér hvar þeir gætu verið staddir ef þeir ækju/hjóluðu 50 km, 75 km eða 1000 frá heimabyggð sinni.

Mikilvægt er að nemendur þrói með sér leiðir við hugarreikning. Leikni í hugarreikningi hjálpar nemendum að meta hvort líklegt er að svar sé rétt og flýtir jafnframt fyrir útreikningum hvort sem er á blaði eða í reiknivélum.

Nemendur sem hafa þróað eigin leiðir við blaðreikning geta oft notað sömu aðferðir við hugarreikning. Margar leiðir eru til en ýmist er verið að taka tölur í sundur eða sameina. Þannig eru búnar til þægilegar tölur að reikna með.

Dæmi:

- þegar finna á summuna $137 + 13$ má hugsa $137 + 3 = 140$ og tíu í viðbót eru 150. Þá er 13 tekið í sundur og fjöldinn skráður sem $10 + 3$, síðan er fyllt upp í tuginn og þá dæmið orðið létt.
- þegar reikna á dæmið $342 - 178$ má byrja að hugsa fyrst 100 af 300, þá er komið $242 - 78$, 70 af 240 er 170, þá er komið $172 - 8$ sem er 164.

Í hugarreikningi getur oft verið gott að skrá niðurstöður milliútreikninga.

Oft er gott að geta séð hvort rétt hefur verið reiknað. Spyrja má nemendur: Af hverju segi ég að $2 \cdot 336 = 673$ hljóti að vera vitlaust reiknað? Hvernig getið þið séð það?

Hvað með $3 \cdot 425 = 1075$? Getið þið séð án þess að reikna dæmið í heild hvort svarið er rangt? Á *vinnuspjaldi 36* er verkefni þar sem nemendur reikna fyrst lauslega í huganum og nota svo vasareikni til að fá nákvæmt svar.

Slíkar spurningar og vangaveltur hjálpa nemendum að venja sig á að athuga hvort lausnir þeirra geti staðist og finna leiðir til að leita að villum.

Breytur

Breytur eru tákni sem standa í stað talna eða talnabils. Mikilvægt er að nemendur átti sig strax á að bókstafir sen standa fyrir breytur tákna ekki hluti heldur fjölda. Breytur hafa mismunandi merkingu eftir því hvort þær eru notaðar sem tákni fyrir magn sem breytist, óþekktar stærðir eða til að sýna samband milli stærða. Setja má fram stæður um verð eða fjölda stólfóta. Fyrst nota nemendur eingöngu tölur en svo má skoða hvernig skrá má almennt reiknirit sem hægt er að nota við hvaða verðútreikninga eða stóla fjölda sem er. Breytu sem tákni um óþekktar stærð notuðu nemendur þegar þeir voru að skoða sambandið milli samlagningar og frádráttar. Þegar settar eru fram jöfnur eða ójöfnur er oft um að ræða bæði óháða og háða breytu. Óháða breytan getur tekið mörg gildi en háða breytan stjórnast af óháðu breytunni, sbr. $2x + 5 = y$.

Þegar notaðir eru bókstafir er ekki skráð margföldunarkerki á milli. Skráð er $7a$ sem stendur fyrir $7 \cdot a$ en þegar skráð er 74 er ekki átt við $7 \cdot 4$. Röðin skiptir heldur ekki máli því víxlreglan gildir í margföldun. Þess vegna er satt að $a^7 = 7a$ en 74 er ekki jafnt og 47 . Þessi skráningarmáti getur vafist fyrir nemendum.

Það reynist mörgum nemendum erfitt að ná valdi á táknmáli stærðfræðinnar. Mjög mikilvægt er að byrja ekki of snemma að nota mikið táknmál heldur láta nemendur segja frá eða skrá með orðum eða tölum. Gott viðfangsefni er að vinna með mynstur, greina þau og halda áfram með þau. Þá sjá nemendur dæmi um að sama reglan getur birst í mismunandi myndum en verið lýst með sömu orðum og sama táknmáli.

Nemendur kynnast hér hugtakinu grunnmengi. Þeir nota náttúrulegu tölurnar og/eða hluta þeirra. Oft er það þannig að ekki koma allar mögulegar lausnir til greina og því er unnið með tiltekin talnabil. Gott er að taka dæmi úr daglega lífinu um þetta. Þar má nefna þegar reikna á hagnað af því að selja tiltekna vöru er ekki hægt að selja meira en til er í búðinni. Þegar reikna á kostnað við föndur í skólanum fer hann eftir fjölda nemenda og hve mikið efni hver þeirra notar. Slíkar athuganir hentar oft vel að setja upp í töflureikni og skoða niðurstöður. Sjá vinnuspjald 37.

Oft reynist vel að segja nemendum sögu og láta þá til skiptis nefna tölur og aðgerðir. Saga gæti byrjað svona. Í naglaværksmiðju eru framleiddir 200 naglar á klukkutíma. Framleitt er ____ klukkutíma á dag. Í hverjum mánuði er naglavélin látin ganga _____ daga. Byggingarvöruverslunin selur _____ nagla á dag og kaupir inn á tveggja vikna fresti ...

Margs konar töfraleikir eru til með tölur. Til að átta sig á töfrunum er gott að skrifa tölur niður og nota breytur. Nemendur geta bæði reynt að finna galdurinn í eftirfarandi talnagöldrum og búið til eigin leiki.

Talnagaldur

Skrifaðu niður einhverja tölu.

Bættu við þá tölu næstu tölu á eftir.

Bættu við níu.

Deildu með tveimur.

Dragðu upphaflegu töluna frá.

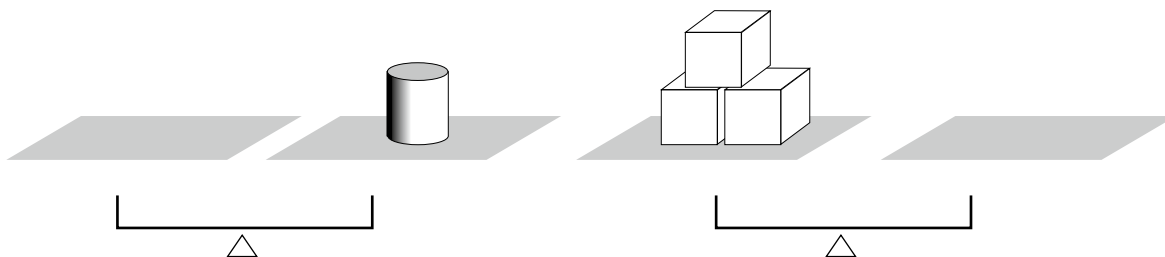
Þú fékkst töluna 5, ekki satt?

Prófaðu fleiri tölur. Hvernig stendur á því að niðurstaðan er alltaf 5?

Veldu þér tölu milli 1 og 9, margfaldaðu með 5, bættu við 3, margfaldaðu með tveimur, bættu við annarri tölu á bilinu 1–9 og dragðu 6 frá. Hvað sérðu?

Veldu tölu, margfaldaðu með 6, bættu við 12, helmingaðu útkomuna, dragðu 6 frá, deildu með 3. Hvað gerist?

Nemendur geta skráð jöfnur með því að skoða myndir af hlutum á jafnvægisvog eða vigt.



Hvaða form er þyngst?

Með því að tengja saman upplýsingar og skrá jöfnur geta nemendur fundið út þyngd hvers hlutar.

Á vinnuspjaldi 37 eru verkefni sem styðja við skilning á notkun bókstafa sem tákna fyrir óþekktar stærðir.

Hugmynd að kennsluferli

Bls. 59–62

Undirstaða skilnings á algebru er að gera sér grein fyrir að skrá má fjöldann á óendanlega marga vegu. Einnig er gagnlegt að hafa gaman af því að greina tengsl og regluleika. Fyrstu verkefni í kaflanum eru hugsuð sem rannsóknarverkefni sem ýta undir að nemendur geri eigin uppgötvanir og greini regluleika. Hjálpargögn eru mikilvæg, í verkefnum 2–5 er t.d. gott að nota vasareikni og í verkefnum á bls. 60 eru sætisgildiskubbar og kennslupeningar hentugir. Gaman væri að hver nemandi veldi sér tölu og fyndi flókna leið til að tákna hana. Nemandinn getur skráð hana á glæru og hinir ættu svo að finna hver talan er. Taka mætti í þetta eina viku og skipta nemendum í fimm hópa, einn fyrir hvern dag.

Stundum er talað um talnasetningar. Þá er átt við setningar eins og $2 + 3 = 1 + 4$. Þessi setning er sönn því stæðurnar beggja vegna jafnaðarmerkisins eru jafngildar. Hvetja ætti nemendur til að leita að sambandi milli stæðnanna sitt hvorum megin jafnaðarmerkisins og milli liða í dæmunum. Jafnframt er gott að vekja athygli á að ekki kemur alltaf ein tala á eftir jafnaðarmerki. Kennari getur skoðað dæmi 14 með nemendum og hvernig þeir rökstyðja svör sín.

Gaman er að búa til talnamynstur með vasareikni. Gera má margar einfaldar rannsóknir og mikilvægt er að kennari hjálpi til við að kveikja forvitni fyrir því hve löng runan verði áður en kemur þriggja stafa og fjögurra stafa tala og undrist að það séu ekki jafnmargar tveggja, þriggja og fjögurra stafa tölur. Hann þarf að vera fyrirmynd í að undrast og setja fram spurningar. Ef tekst að fá nemendur til að rannsaka og deila uppgötvunum sínum getur vinna með þessa blaðsíðu tekið langan tíma. Hér eru verkefni sem styðja nemendur við að efla talnaleyfni sína og orða stærðfræðihugsun sína svo þessum verkefnum ætti að gefa léttleika og spennu. Vinnuspjöld 36, 37 og 38 hafa að geyma áhugaverð rannsóknarverkefni.

Bls. 63

Áður en hafist er handa við rúmfræðileg mynstur er tilvalið að skoða mynstur í peysum, á gjafapappír eða öðru sem auðvelt er að nálgast. Nemendur gætu teiknað upp mynstureininguna. Þeir gætu líka teiknað mynstur í tölvu eins og sýnt er í þemaheftinu Mynstur. Hér eru sýnd dæmi um mynstur þar sem mynstureining er endurtekin og líka um vaxandi mynstur þar sem alltaf bætist í grunnmyndina. Gott er að vekja athygli nemenda á þessum tveimur leiðum við að búa til mynstur. Nemendur gætu saumað út mynstur, eigin hönnun eða valið eitt af þeim sem eru í bókinni.

Bls. 64–65

Mynstur og breytur eru tveir þættir í algebru. Á vinnuspjaldi 39 er gott inngangsverkefni um breytur. Þar er unnið með peninga og því nauðsynlegt að hafa kennslupeninga. Í verkefnum í námsbókinni eru breytur fyrst kynntar sem óþekkt stærð sem hefur verið falin. Gott er að skrifa nokkrar jöfnur á töfluna og líma yfir einhverja töluna. Nokkrir nemendur gætu gert þetta. Síðan eiga aðrir nemendur að giska og svo má skoða undir miðann. En hvað gerist þegar um ójöfnur er að ræða? Þá koma oft margar tölur til greina þegar finna á óþekkta stærð en ekki allar. Þetta má skoða með því að vera með talnarenning og máta tölurnar við. Skoða þarf með nemendum þennan mun sem skapast eftir því hvort jafnaðarmerki eða stærra eða minna en merki er í talnasetningunni.

Í lok kaflans er fjallað um hugtakið grunnmengi. Þennan texta þarf að lesa með nemendum og ræða jafnframt um mikilvægi þess að lesa í stærðfræði og læra stærðfræðihugtökin. Nemendur geta haft gaman af því að læra ný orð um hugmynd sem þeir þekkja. Góður stuðningur gæti verið að búa til talnarenninga fyrir afmörkuð grunnmengi og prófa þá á ýmsum dæmum á töfluna.

Vinnuspjöld úr möppu

- 36 Summan er 100
- 37 Námundun
- 38 Töflureiknir
- 39 Peningar

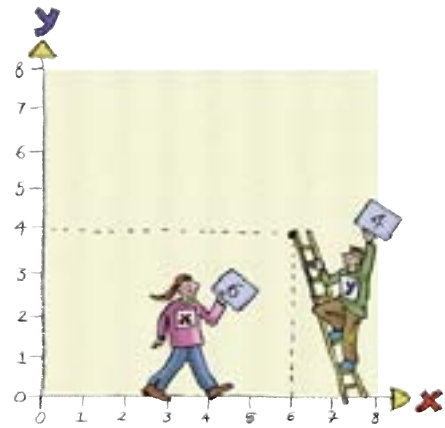


Reitir og hnitakerfi

Markmið

Að nemendur

- geri sér grein fyrir uppbyggingu hnitakerfisins
- geti lesið og skráð hnit
- geti lesið úr myndritum
- safni, flokki og setji fram töluleg gögn
- dragi ályktanir af tölulegum gögnum.



Umfjöllun og kennsluhugmyndir

Daglega lesa nemendur upplýsingar úr ýmiss konar töflum, til dæmis við lestur tímaáætlana og korta. Við slíkan lestur þjálfast þeir í að nota hnitakerfi. Í umfjöllun um ýmis málefni í fjölmiðlum og annars staðar eru oft sett fram töluleg gögn. Mikilvægt er því að allir nái valdi á ýmsum aðferðum til að skoða og greina slík gögn og skilji á hverju þau eru byggð og hvernig þau eru sett fram. Í þessum kafla er aðallega fengist við hnitakerfi og línurit.

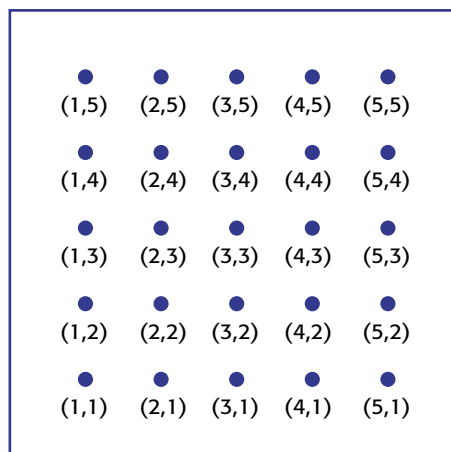
Reitir og hnitakerfi

Nemendur þekkja margs konar töflur í umhverfinu svo sem stundatöflu. Upplagt er að byrja umfjöllun um þetta efni með því að skoða stundatöflu nemenda. Velta má upp spurningum eins og:

- Hvað eru margir stærðfræðitímar á viku?
- Hvaða kennslustund er í 4. tíma á þriðjudögum?
- En í 6. tíma á föstudögum?

Nemendur geta búið til fleiri spurningar og lagt fyrir félagi sína. Einnig má skoða aðrar tímatöflur til dæmis áætlanir almenningsfarartækja.

Kortalestur byggist á því að lesa staðsetningu með því að gefa upp reiti. Á kort er teiknuð tafla og fær hver dálkur bókstaf og hver röð tölu. Margs konar kort má nota til dæmis af skólahverfinu og finna þá staðsetningu skólans, heimila og annarra staða sem nemendur þekkja. Einnig er áhugavert að skoða Íslandskort eða kort frá öðrum heimshlutum og finna staðsetningu þéttbýlisstaða og náttúruyfyrirbrigða. Á vinnuspjaldi 41 er að finna dæmi um slík verkefni.



Nemendur þurfa að æfa sig að skrá hnit í hnitakerfi. Leggja þarf áherslu á að þeir lesi alltaf fyrst af lárétta ásnúm og síðan af þeim lóðrétta. Pinnabretti er heppilegt námsgagn og má byrja á að gefa nöglum þess hnit. Nemendur geta síðan búið til ýmis form, til dæmis ferning eða þríhyrning en einnig geta þeir búið til einfaldar myndir og skrá hnit hornpunktanna. Í ritinu *Dagur stærðfræðinnar – rúmfræði* (Flötur, samtök stærðfræðikennara. 2000) er lýsing á leiknum Vangaveltur í hnitakerfinu. Einnig er á vef Námsgagnastofnunar gagnvirkt efni sem heitir *Reyndu þig við hnitakerfið*. Þar geta nemendur æft sig í að skrá og lesa hnit.

Tölfræði

Nemendur þurfa að öðlast reynslu í að safna tölulegum gögnum, flokka þau, skrá og setja fram á myndrænan hátt. Oft er heppilegt að gera tíðnitöflu og nota hana þegar finna á meðaltal, tíðasta gildi, skoða dreifingu eða búa til myndrit. Mikilvægt er að nemendur geti lesið og túlkað margs konar myndrit. Leitni kemur oft skýrar fram í þeim en í töflum. Ekki er nauðsynlegt að nemendur safni öllum gögnum sjálfir. Þeir geta skoðað ýmiss töluleg gögn, til dæmis um heimabyggð sína. Slík gögn má fá á skrifstofum sveitastjórna og heimasíðum margra byggðarlaga.

Súlurit og skífurit eru gjarnan notuð með flokkunarbreytum. Gögn eru þá flokkuð eftir eiginleikum, til dæmis kyni, þjóðerni eða stjórnmalaskoðunum. Hér er ekki ætlast til að nemendur læri að teikna skífurit. Þeir geta þó sett upplýsingar í töflureikni og fengið fram skífurit. Nemendur þurfa að átta sig á að skífurit sýna hlutföll og því getur verið gott að þeir reyni að skrá þau sem almenn brot. Skífurit er heppilegt að nota þegar verið er að skoða tiltölulega fáar stærðir og bera saman eins og fylgi stjórnmalaflokka eða afstöðu eftir kynjum. Nemendur geta athugað miðstig í eigin skóla. Þeir skrá fjölda í hverjum árgangi og skiptingu eftir kynjum. Samhliða geta þeir skoðaða meðalfjölda í bekk. Niðurstöður má setja fram í súlurit og skífuriti og bera þessar gerðir myndrita saman.

Tölulegar breytur fást við mælingar og segja til um breytileika á tilteknu tímabili. Um getur verið að ræða mælingar á veðri eða líf- og eðlisfræðilegum eiginleikum. Myndræn framsetning fyrir tölulegar breytur getur verið stuðlarit eða línurit. Kostur við línurit er að auðvelt er að birta mismunandi athuganir í sama myndriti. Mörg áhugaverð línurit er að finna á ýmsum heimasíðum meðal annars Veðurstofu Íslands og vegagerðarinnar.

Mikilvægt er einnig að nemendur geri eigin athuganir, skrái upplýsingar á skipulegan hátt teikni línurit og túlku niðurstöður. Þeir geta aflað upplýsinga um eigin hæð á mismunandi aldri og gert línurit sem sýnir vöxt þeirra. Einnig geta þeir skráð hitastig í nokkrum stórborgum á afmörkuðu tímabili og sett fram í línuriti.

Í daglegu umhverfi sjá oft nemendur alls kyns myndrit sem nauðsynlegt er að þeir geti lesið og túlkað. Gott getur verið fyrir nemendur að skoða tímarit, dagblöð eða heimasíður, velja sér línurit, túlka það og greina bekknum frá. Við túlkun þurfa þeir að draga ályktanir og þá er áhugavert að ræða nýjar spurningar sem vakna og velta fyrir sér hvaða gagna þurfi að afla til að svara þeim.

Stöðvavinna getur verið heppilegt skipulagsform þegar nemendur eru að vinna með mismunandi myndrit. Nemendur gera athuganir eða kannanir, skrá þær í töflureikni eða í tíðnitöflu og setja niðurstöður fram í myndriti. Á einni stöð má gera könnun á fjölda lesinna bóka í árganginum, skrá niðurstöður í tíðnitöflu og setja í súlurit. Á annarri stöð geta nemendur gert könnun á vinsældum útvarpstöðva og skráð niðurstöður í töflureikni. Á þriðju stöðinni geta nemendur unnið úr niðurstöðum á hitamælingum á tilteknu tímabili, til dæmis síðasta mánuði, og skráð niðurstöður í línurit. Þegar nemendur greina frá niðurstöðum sínum má beina sjónum sérstaklega að mismunandi myndritum og ræða hvers konar myndrit henti til að sýna niðurstöður.

Hugmynd að kennsluferli

Upplýsingar eru oft settar fram myndrænt með kortum og töflum. Það er því nauðsynlegt fyrir alla að geta lesið sér til. Kaflinn byrjar á yfirlitsmynd yfir verslunarmiðstöð þar sem skrá má staðsetningu verslana með bókstaf og tölustaf. Nemendur gætu fengið mynd af verslunarmiðstöð í nágrenni skólans eða farið í vettvangsferð og teiknað yfirlitsmynd. Gaman er líka að skoða kortabók og sjá hvernig sama skráningaraðferð er notuð þar. Þessi verkefni eru undanfari kynningar á hnitakerfinu og því gott að vekja athygli á ásumum.

Bls. 66–69

Mikilvægt er að gefa nemendum góðan tíma til að átta sig á uppbyggingu hnitakerfisins. Vekja þarf athygli á að þarna er verið að skrá staðsetningu punkta og að á báðum ásum eru tölur. Gott er að skrá hnit punkta í dæmum 3 og 4 fyrir neðan hnitakerfið. Dæmi 5–10 eru æfingadæmi í að skrá og lesa hnitpunkta sem nemendur ættu að geta unnið nokkuð sjálfstætt. Vinnuspjöld 40 og 41 hafa líka að geyma æfingaverkefni í grunnatriðum hnitakerfis. Kennari ætti að ræða við nemendur um hvernig hnitpunktar eru skráðir og hvernig þeir kynnast æ fleiri þáttum í táknmáli stærðfræðinnar. Á vinnuspjaldi 42 er skoðað hvernig hnitakerfi er notað á landakortum.

Bls. 70–73

Seinni hluti kaflans er helgaður notkun hnitakerfisins í daglegu lífi. Fyrst eru línurit skoðuð og sett í samhengi við önnur myndrit. Ræða þarf við nemendur um hvernig lesa má úr línuritum og vinna þá ýmist út frá upplýsingum á x-ás, y-ás eða punkti á línunni. Heppilegt gæti verið að vinna dæmi 12 saman og ræða síðan spurningar nemenda úr dæmi 13. Línurit eru mikið notuð í eðlisfræði og við veðurathuganir. Kjörið er að gera veðurathuganir og skoða vef Veðurstofu Íslands. Þannig geta nemendur öðlast betri tilfinningu fyrir því hvað felst í línuritum. Dæmi 17 er æfingadæmi þar sem nemendur eiga bæði að lesa úr línuriti og færa upplýsingar úr töflu í línurit. Hér má gjarnan beina sjónum að því hvað lesa má úr línuritinu um hraða hjólreiðamannanna. Dæmi 20 felst í að lesa ferðasögu úr línuriti. Þetta verkefni er hugsað til að hjálpa nemendum að átta sig á samfellu í línuriti og að punktarnir hanga saman. Gaman væri að nemendur teiknuðu inn í hnitakerfi ferðalög og segðu ferðasöguna í leiðinni. Á vinnuspjaldi 43 eru hugmyndir að tölfræðilegum athugunum sem nemendur geta framkvæmt.

Í þessum kafla er fyrst og fremst verið að kynna hnitakerfið, hvernig hnitapunktar eru skráðir og hvernig hnitakerfi eru notuð í daglegu lífi. Ekki ætti að gera ráð fyrir að nemendur nái góðu valdi á þessu heldur er nóg að þeir þekki skráningarmátann.

Vinnuspjöld úr möppu

40 Þrír í röð

41 Ferðalag í hnitakerfi

42 Ísland og hnitakerfið

43 Tölfræðirannsókn

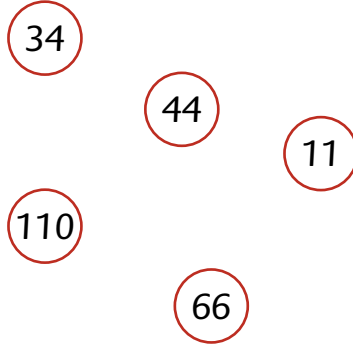


Talnaleikni

Markmið

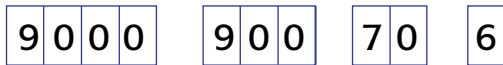
Að nemendur

- efli skilning sinn á háum tölum
- geri sér grein fyrir uppbyggingu í tugakerfinu
- nái betra valdi á hugareikningi
- geti beitt því að námunda og áætla til að meta áreiðanleika svara
- skoði reikniáðgerðir og háar tölur
- skoði ýmsa möguleika til að nota vasareikni
- geti framkvæmt samsetta útreikninga



Sætiskerfið

Við skráningu talna er almennt notað sätiskerfi með grunntölunni tíu. Nemendur hafa notað tölur upp í fjögurra stafa en ekki skoðað mikið samsetningar svo hárra talna eða reiknað mikið með háum tölum. Sætisgildiskubbarirnir hafa þúsundakubb sem gott er að skoða og velta fyrir sér hve mörg hundruð, tugi eða einingar hann hefur. Einnig er gott að sýna fjölda með kubbunum. Sætisgildisspjöld má líka nota og geta nemendur sjálfir búið sér til slík spjöld. Þá búa þeir til spjöld með tölunum frá 0–9, 10–90, 100–900 og 1000–9000.



Síðan má leggja fyrir nemendur verkefni eins og búið til töluna 9876, tölu sem er 120 minni, 30 meiri, 5000 minni o.s.frv. Gott getur verið að telja á tilteknum talnabilum, skrá á talnalínu og raða fjögurra stafa tölum í stærðarröð. Það getur einnig eftl talnaskyn að námunda, bæði að þúsundum og hundruðum.

Nemendur geta velt fyrir sér hvað 1000 er mikið með því að sýna 1000.

Þá má skoða:

- Hve mikið rúm taka 1000 bréfastaklemmur, bækur, stafir, A4 blöð, lyklar ...?
- Hve margar bréfastaklemmur, lyklar, blýantar ... vega 1000 grömm?
- Hve lengi ertu að lesa 1000 orð eða segja þau? En að slá 1000 slætti á tölvu?
- Hve langt gengur þú í 1000 skrefum, hoppum, fetum ...?
- Hvenær er bekkurinn þinn búinn að vera í 1000 daga, 750 daga, 500 daga í skóla?

Tölur yfir 1000 koma víða fyrir og þurfa nemendur æfingu í að lesa slíkar tölur. Þeir geta fengið það verkefni að finna hvaða sveitarfélög á Íslandi hafa yfir 1000 íbúa, finna tíu fjallstinda á Íslandi sem eru hærri en 1000 metrar eða skoða dagblöð og finna háar tölur (sjá vinnuspjald 43).

Skrifa má upp nokkrar tölur á bilinu 1000–10 000 og spyrja nemendur spurninga um þær. Ef skrifaðar væru tölurnar 2250, 9350, 4781, 8733, 5686, mætti til dæmis spyrja:

- Hverjar þessara talna eru sléttar tölur?
- Hver er næst 5000?
- Hverjar hafa 7 í hundraða sæti?
- Hvaða tvær tölur hafa summu nálægt 7000?
- Hvaða tvær tölur hafa mismun nálægt 7000?
- Hvaða tala yrði 4500 ef hún væri tvöfölduð?


Kennslupeningar eru heppileg námsgögn til að skerpa skilning á háum tölum. Nemendur geta sett upp fataverslun í skólastofunni, verðlagt og notað kennslupeninga til að kaupa fyrir. Einnig má reka bankastofnun og fleiri verslanir samhliða. Slík viðfangsefni gefa nemendum tækifæri til að fást við háar tölur í eðlilegu samhengi. Þeir þurfa að gefa til baka og geta þá nýtt sér að fylla upp í þúsund. Einnig má nota vasareikna. Margs konar peningaspil eru til þar sem nemendur þurfa að reikna út svo sem *Matador*, *Viltu vinna milljón* og *Verðbréfaspilið*. Við kostnaðarútreikninga er fljótt farið að fást við þúsundir króna. Á *vinnuspjaldi 44* eru nemendur beðnir um að skipuleggja ferðalag fyrir bekkinn og gera kostnaðaráætlun.

Vasareiknar

Blaðreikningur hefur verið að minnka mikið í þjóðfélaginu. Bæði heima og á vinnustöðum notar fólk æ meira reiknitæki. Nemendur gætu kannað hvernig fólk í umhverfi þeirra reiknar. Þeir gætu farið í fyrirtæki, spurt forráðamenn, ömmu og afa o.s.frv.



Vasareikna má nota til að skoða regluleika, áhrif reikniaðgerða og flýta fyrir útreikningum. Nemendur hafa í fyrstu bekkjunum skoðað ýmis talnamynstur og notað vasareikni til að létta sér að finna næstu tölu í tilteknu mynstri.

Mikilvægt er að nemendur læri að nota vasareikna af skynsemi. Þeir þurfa að átta sig á hvaða áhrif það hefur að ýta á einstaka takka og er hér skoðað hvernig nota má  takkann og minnistakkann. Þeir nýtast vel þegar framkvæma á samsetta útreikninga. Við samsetta útreikninga þarf að huga að forgangsröð aðgerða og er misjafnt hvort vasareiknar reikna í þeirri röð sem slegið er inn eða taka margföldun og deilingu fyrst. Nemendur fá það verkefni að skoða það á eigin vasareikni. Gott er að nota minnistakkann til að geyma milliniðurstöður.

Nemendur geta fengist við ýmis viðfangsefni eins og:

- Stefnt á 0. Slegið er inn 64. Nemendur skiptast á að draga frá 7, 8 eða 9 og vinnur sá sem fær fram 0 í glugga vasareiknisins.
- Hver er hæsta tala sem hægt er að búa til í vasareikninum? Hvaða tala er 10 000 minni? Hvaða tala kemur fram ef deilt er með 9? En með 3?
- Hvaða mynstur kemur fram ef 9, 99, 999, 9999 er margfaldað með sömu heilu tölunni?

Hugmynd að kennsluferli

Bls. 74–75

Í þessum kafla er áhersla á stórar tölur og vasareikna. Áhersla er á að nemendur leiki sér með tölur og sjái hvernig sömu lögmál gilda þegar unnið er með stórar og litlar tölur. Fyrst er upphitunarverkefni þar sem skoðuð er 11-taflan og einkenni hennar. Gott er að nemendur velti fyrir sér hvernig taflan heldur áfram og æfi sig í að orða regluna. Þá má biðja þá að reikna í huganum: $20 \cdot 11$, $33 \cdot 11$ og $99 \cdot 11$ og síðan með vasareikni.

Áður en hin eiginlega vasareiknavinna hefst er gott að skoða takkana á vasareikninum og fá nemendur til að prófa hvern takka. Á vasareiknum eru margir möguleikar sem almennt eru ekki notaðir, Einn þeirra er að nota aðgerðatakka ef endurtekið á að framkvæma aðgerð sem sömu tölu. Plús/mínus takkann getur til dæmis verið gott að nota ef nemandi vill breyta inn formerki eða ef leggja á saman skuldir eða útgjöld.

Dæmi 5 er sett inn til gamans og hvetja ætti nemendur til að finna fleiri orð. Það er skemmtileg glíma og reynir á rökhusun og skyn fyrir flutningum. Dæmi 6–8 eru dæmi um fjármálatilfærslur í daglegu lífi. Sögur nemenda um fjármál Hjörleifs gætu nemendur lesið upp og þannig má skoða hvað þetta getur verið dæmi um marga ólíka atburði.

Bls. 76

Á blaðsíðu 76 er unnið með fjögurra stafa tölur. Áður en vinnan hefst væri við hæfi að skoða sætiskerfið og uppbyggingu þess. Í umfjöllun um kerfið hér á undan eru nokkrar hugmyndir, t.d. hve langan tíma tekur að lesa 1000 orð? Það gæti verið góð hugmynd að vera með 20 orð og fá einhvern til að lesa þau og taka tímann. Síðan má margfalda þann tíma fyrst með 5 og síðan 10 og nota niðurstöðuna til að áætla svarið. Einnig mætti skipta nemendum í hópa og hver hópur fengi verkefni um 1000, t.d. hve marga blýanta þarf til að veiga 1000 grömm? Hve oft þarf að ganga ganginn fyrir framan stofuna til að vera búinn að ganga 1000 skref? Hve lengi er verið að telja upp á 1000? Hve margir metrar eru 1000 tíu ára börn? Eða hvar lendir þú ef þú gengur frá útidyrum skólans? Spurningarnar þarf að laga að aðstæðum og nemendafjölda. Við lausn verkefnanna er mikilvægt að nemendur hafi kennslupeninga á borðinu hjá sér. Þá geta þeir prófað sig áfram og rætt við sessunauta um verkefni.

Bls. 77

Margir krakkar hafa áhuga á ártölum og metum. Á blaðsíðu 77 eru gefin upp ártöl þegar ýmsir mikilvægir atburðir áttu sér stað eða uppgötvanir voru gerðar. Nemendur gætu, að loknum útreikningunum, valið sér eitt ártal og kynnt sér meira um atburðinn eða árið. Peningar gætu hentað vel sem hjálpartæki við útreikningana. Hlutverk talna í texta er skoðað á vinnuspjaldi 44. Þar er gott ritunarverkefni sem hentar vel til að skoða hlutverk talna í lýsingum og frásögnum.

Bls. 78–79

Hvetja ætti nemendur, meðan þeir vinna dæmi á blaðsíðu 78, til að orða reglurnar í öllum talnarunum. Ágætt er að þeir bara segi þær upphátt og gæti kennari gengið á milli og spjallað við nemendur um reglurnar. Góð upphitun gæti verið að telja á hundruðum með fjögurra stafa tölum, t.d. 4810, 4910, 5010, 5110, 5210, 5310, 5410, ... og svo aftur

á bak, 5410, 5310, 5210, 5110, 5010, 4910, ... Viðfangsefnin á blaðsíðu 79 eru líka æfingaverkefni með stórar tölur og eru fimm stafa tölur skoðaðar. Heppilegt gæti verið að skoða með sætisgildisspjöldum uppbyggingu slíkra talna og ræða hvernig endalaust má bæta við eftir sömu reglu og skrá þannig æ stærri tölur. Aftur gæti verið gott að telja á hundrað og byrja t.d. 48 800, 48 900, 49 000, ... og ekki gleyma að telja aftur á bak. Það reynir meira á nemendur að telja aftur á bak og því meiri ögrun í því en að telja áfram.

Bls. 80

Hvenær eru stórar tölur notaðar? Hvenær eru litlar tölur notaðar? Á hvaða talnabili eru tölur þegar tiltekin atriði eru rædd og metin? Geta bílar haft 8 001 dekk? Það er skemmtilegt að velta fyrir sér spurningum af þessum toga. Ekki skiptir öllu að svör verði „rétt“ miðað við okkar mat. Markmiðið er að nemendur velti fyrir sér að viðfangsefninu og í dæmi 24 eiga þeir að finna eigin dæmi.

Bls. 81

Síðasta blaðsíða kaflans er helguð útreikningum með stórum tölum. Þar er bæði vísað til peninga og sætisgildiskubba sem hjálpargagna. Þannig er ýtt undir að nemendur átti sig á að fjölda má sýna á fleiri en einn veg hlutbundið og gott getur verið fyrir þá að hugsa um stórar tölur með slíkum myndum. Vinnu við kaflann væri við hæfi að enda með því að fara í leiki á vasareikninn. Í umfjölluninni hér að framan er t.d. leikurinn Stefnt á 0. Og þar er líka spurt: Hver er hæsta tala sem hægt er að búa til í vasareikninum? Hvaða tala er 10 000 lægri en hún? Áhugavert er að ræða við nemendur að stundum er talað um stórar tölur og stundum háar tölur og á sama hátt litlar tölur og lágar tölur. Hvernig skyldi standa á því og hvenær er hvort orðalagið notað?

Vinnuspjöld úr möppu

44 Af hverju tölur?

45 Undirbúningsnefndin



Markmið

Að nemendur

- beiti aðferðum stærðfræðinnar við lausn verkefna í daglegu lífi
- þjálfist í að vinna skipulega við lausn verkefna
- efli talnaskilning sinn á heilum tölum og brotum og færni í meðferð talna
- leiti lausna á viðfangsefnum þar sem taka þarf mið af mörgum upplýsingum
- kanni eiginleika fernings og jafnhliða þrí-, fimm- og sexhyrninga og notfæri sér þekkingu sína á þeim



Umfjöllun og kennsluhugmyndir

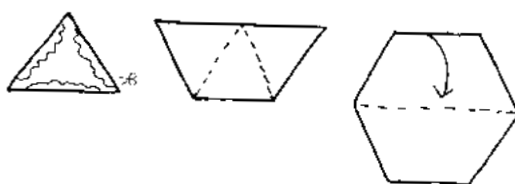
Í síðasta hluta bókarinnar eru verkefni sem öll tengjast undirbúningi í skóla fyrir jólin. Það er löng hefð fyrir því í íslenskum skólum að halda jólaskemmtanir og víða lögð mikil vinna í að undirbúa þær. Þá fá nemendur gjarnan tækifæri til að búa til jólaskraut eða smáhluti til gjafa.

Við stærðfræðinámið er mikilvægt að nemendur geti tengt þá þekkingu og skilning sem þeir eru að tileinka sér við eitthvað sem þeir þekkjá. Í stærðfræðihluta aðalnámskrár segir: „Þá ber að hafa í huga að yfirfærsla stærðfræðinámsins gerist ekki af sjálfu sér. Nemendur þurfa að fá æfingu í að setja kunnáttu sína í samband við kunnuglega hluti og hugtök og beita henni við margvísleg verkefni daglegs lífs og og annarra sviða.“ (bls. 6)

Gert er ráð fyrir að nemendur vinni þessar síður í desember. Viðfangsefnin eru því í tengslum við annað sem nemendur eru að fást við á sama tíma. Verkefnin eru flest þess eðlis að nemendur þurfa að notfæra sér þann skilning og þekkingu sem þeir hafa tileinkað sér nýlega til að geta leyst þau. Mörg verkefnanna reyna á innsæi nemenda og að þeir geti skipulagt vinnu sína. Oft er heppilegt að nemendur vinni saman tveir eða fleiri við lausn þeirra. Það hvetur þá til umræðna um leiðir að lausn og örvar þá til að nota þau hugtök sem þeir hafa tileinkað sér.

Rökhugsun

Þrautir eru vel fallnar til að gefa nemendum tækifæri til að efla rökhugsun sína. Ágætt er að rifja upp hve mikilvægt það er að byrja á að gera sér grein fyrir hvaða upplýsingar eru gefnar og eftir hverju er verið að leita. Áherslu þarf að leggja á röksemdafærslu, bæði að skilja rök annarra og geta rökstutt eigin lausnir og dregið ályktanir af niðurstöðum sínum. Í námsbók og á vinnuspjaldi 46 eru nokkrar þrautir að glíma við.



Form og föndur

Eiginleika jafnhliða forma (forma sem hafa allar hliðar jafn langar og öll horn jafn stór) eru skoðaðir og búið til alls kyns jólasbraut úr þeim. Hugtökin hvasst, rétt og gleitt horn eru rifjuð upp, skoðað hvernig horn eru á mismunandi formum og fjöldi hornalína er athugaður. Í tengslum við þessa rannsókn vakna fleiri spurningar:

- Hvers vegna stækka hornin þegar hliðunum fjölga?
- Er hægt að finna reglu fyrir fjölda hornalína?
- Hvers konar form myndast inni í öllum formunum þegar hornalínur hafa verið dregnar?

Sexhyrningur er tekinn til sérstakrar skoðunar og skoðuð tengsl hans við form snjókristalla. Mörg fyrirbæri í náttúrunni eru sexhyrnd og önnur hafa lögun annarra jafnhliða forma. Það er ekki síður mikilvægt að nemendur kynnist stærðfræðinni í náttúrunni en í manngerðum hlutum. Hér er valið að taka snjókristall sem dæmi þar sem gert er ráð fyrir að verkefnið sé unnið að vetrarlagi. Tilvalið er að skoða fleiri fyrirbrigði í náttúrunni og kanna lögun þeirra.

Origami er ævafornt japönsk list sem notuð hefur verið til að þjálfa bæði huga og hönd. Við að brjóta pappír fá nemendur góða tilfinningu fyrir eðli formanna og hvernig fram kemur nýtt form við að blaðið er brotið saman. Gott er að nota tækifærið til að nota hugtökin hornalína, miðja, ferningur og þríhyrningur þegar blaðið er brotið.

Víða er að finna efni um origami, m.a. á veraldarvefnum.

Hugmynd að kennsluferli

Jólahald er áberandi í íslensku þjóðlífi í desember. Í flestum skólum er ýmislegt gert til að gleðjast og kjörið að tengja það stærðfræðináminu. Gott er að byrja á umræðum um hvaða jólasíðir eru í eigin skóla og hvað nemendum finnst mikilvægt að halda í heiðri. Gæta þarf þess að ekki halda allir nemendur jóla heima hjá sér og því þarf að miða umræður og alla nálgun út frá viðkomandi nemendahópi. Flest verkefni í kaflanum henta til hópvinna og því er hentugt að búa til hópa sem vinna saman í gegnum allan kaflann. Mörg verkefnanna eru tímaflek og því gott að hafa samliggjandi tíma eða skipta verkefnum niður milli hópa.

Bls. 82–84

Ferlið gæti verið: Nemendahópurinn ræðir saman um fyrstu spurninguna. Síðan byrja hóparnir að vinna saman og allir hópar vinna verkefni 2 og 3. Nemendur gætu haft gagn af því að nota vasareikni við lausn dæmis 2. Við lausn þrautarinnar um jólaföndurefnið (dæmi 3) væri hentugt að nota stundatöfluform til að skrá tíma kennaranna. Dæmum 4–7 má skipta á milli hópa og ef hentar að útbúa föndurefni fyrir nemendahópinn. Einnig gætu nemendur unnið vinnuspjald 46 um kostnað við föndurefni. Jólin eru tími föndurs og því er gott að skoða einkenni forma og nota þá þekkingu til að föndra. Verkefni 8–12 ættu allir að vinna og gaman væri að hóparnir gætu búið til stjórnur úr blómavír.

Bls. 85–86

Á blaðsíðum 85 og 86 er lagður grunnur að þekkingu á sexhyrningum og origami. Mikið er til af origami-hugmyndum sem nemendur gætu haft gaman af að prófa og skoða. Í umfjöllun um form og fönður eru gefnar nokkrar slóðir að origami og er um að gera að leyfa nemendum að leita og finna fleiri góðar hugmyndir. Einnig eru fleiri hugmyndir á vinnuspjöldum 48 og 49.

Bls. 87–88

Á blaðsíðu 87 eru þrautir. Kubbaprautirnar reyna á færni í að lesa úr vísbendingum. Gaman gæti verið að hver hópur byggi til kubbapraut eða kubbaprautir til að leggja fyrir hina hópana. Prautin í dæmi 18 er krefjandi og hvetja þarf nemendur til að sýna úthald og prófa sig áfram. Prautin Jólaveislan er á vinnuspjaldi 47 og gætu nemendur valið að glíma við hana eða jólakortaprautina. Jólaskemmtanir eru oft lokapáttur í jólahaldi í skólanum. Oft er reynt að hafa skemmtiatriði frá hverjum nemendahópi en allir vita að ekki mega skemmtiatriði taka of langan tíma. Skipulagning skiptir miklu máli. Þetta verkefni leiðir hug nemenda að því að skipulag er nauðsynlegt og að líkur á að eitthvað heppnist vel aukast mjög vel ef allt er vel undirbúið. En verkefnið leggur líka upp til umræðu um að samsetningarmöguleikar eru margir og forsendur skipta miklu máli um hver niðurstaðan getur orðið.

Hér hefur verið gefið dæmi um hvernig má hugsa sér að nýta kaflann með nemendum. Vel kemur til greina að nota hugmyndirnar í kaflanum og yfirfæra þær á eigin skóla. Þá getur skapast mikil samkennd og auðveldara er að samþætta.

Vinnuspjöld úr möppu

- 46 Innkaup
- 47 Jólaveislan
- 48 Jólástjörnur
- 49 Blóm

