

1 2 3 4 5 6

Stærðfræði

Lausnir

Lausnir

8-tíu



NÁMSGAGNASTOFNUN
28. ágúst 2009

Átta-tíu 5

Lausnir

© 2007 Björgvin Sigurðsson, Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir

Ritstjóri: Hafdís Finnbogadóttir

Öll réttindi áskilin

1. útgáfa 2007

2. útgáfa 2009

Námsgagnastofnun

Umbrot og útlit: Námsgagnastofnun

Rúmfræði og algebra

bls. 4

1 Margar lausnir.

Hér eru nokkur dæmi um misstóra rétthyrninga sem binda má um með 2 metra bandi.

	Breidd	Lengd	Krossband	Rúmmál
40	4	16	200	2560
30	5	35	200	5250
2	50	46	200	4600
5	45	45	200	10125
30	20	20	200	12000
25	25	25	200	15625
12	38	38	200	17328
15	30	40	200	18000
20	30	30	200	18000
14	36	36	200	18144
15	35	35	200	18375
16	34	34	200	18496
17	33	33	200	18513
18	32	32	200	18432
17	30	36	200	18360

bls. 5

2 a $10 \cdot 3 \cdot h = 60$

$30 \cdot h = 60$

$h = 2 \text{ cm}$

b $7,5 \cdot 2 \cdot h = 60$

$15 \cdot h = 60$

$h = 4 \text{ cm}$

c $8 \cdot 2,5 \cdot h = 60$

$20 \cdot h = 60$

$h = 3 \text{ cm}$

3 F = G · h

a $72\text{m}^3 = 24\text{m}^2 \cdot h$

$\frac{72\text{m}^3}{24\text{m}^2} = h$

$3\text{m} = h$

b $60\text{m}^3 = 24\text{m}^2 \cdot h$

$\frac{60\text{m}^3}{24\text{m}^2} = h$

$2,5 \text{ m} = h$

c $67,2\text{m}^3 = 24\text{m}^2 \cdot h$

$\frac{67,2\text{m}^3}{24\text{m}^2} = h$

$2,8 \text{ m} = h$

d $86,4\text{m}^3 = 24\text{m}^2 \cdot h$

$\frac{86,4\text{m}^3}{24\text{m}^2} = h$

$3,6\text{m} = h$

8-tíu

$$4 \quad a \quad \frac{R}{h} = G \qquad b \quad \frac{R}{b \cdot h} = l$$

$$5 \quad a \quad l = 4 \text{ cm} \qquad d \quad G = 68 \text{ m}^2$$

$$b \quad l = 4,5 \text{ cm} \qquad e \quad R = 388,8 \text{ cm}^3$$

$$c \quad R = 100 \text{ m}^3 \qquad f \quad h = 5,6 \text{ cm}$$

bls. 6

$$6 \quad a \quad \text{Rauður flötur: } 1,2 \text{ cm} \cdot b = 3 \text{ cm}^2 \quad b = 2,5 \text{ cm}$$

$$\text{Blár flötur: } 1,2 \text{ cm} \cdot b = 12 \text{ cm}^2 \quad b = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Grænn flötur: } 2,5 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2$$

$$b \quad \text{Rúmmál } 2,5 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 1,2 \text{ cm} = 30 \text{ cm}^3$$

$$c \quad 3 \cdot 12 \cdot 25 = 900$$

Margfeldið er 900 en það er jafnt og $30 \cdot 30$ eða rúmmálið í öðru veldi.

$$7 \quad a \quad \text{Margfeldi hliðarlengda í öðru veldi er jafnt og margfeldi flatarmáls hliðarflata.}$$

b Það má finna rúmmálið með því að margfalda saman flatarmál hliðarflata og taka síðan ferningsrót af þeirri tölu. Þá fæst rúmmálið.

$$8 \quad a \quad 4 \cdot 16 \cdot 9 = 576 \qquad \sqrt{576} = 24 \qquad \text{Rúmmálið er } 24 \text{ m}^3.$$

$$b \quad 4 \cdot 1,6 \cdot 25 = 160 \qquad \sqrt{160} = 12,64 \qquad \text{Rúmmálið er } 12,64 \text{ m}^3.$$

$$c \quad 0,8 \cdot 8 \cdot 0,9 = 57,6 \qquad \sqrt{57,6} = 2,4 \qquad \text{Rúmmálið er } 2,4 \text{ m}^3.$$

$$9 \quad a \quad \text{Rúmmálið er } 4 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} = 288 \text{ cm}^3.$$

b Finna þarf rúmmál réttstrendings sem hefur rúmmál sem er meira en hálf rúmmál réttstrendingsins. Hálf rúmmál má finna með því að helminga einhverja eina af hliðarlengdunum.

c Með því að helminga eina af hliðarlengdunum og bæta einum cm við einhverja hliðarlengdina má fá rúmmál sem er aðeins meira en hálf rúmmál. Minnstur munur miðað við hálf rúmmál verður ef einum er bætt við lengstu hliðarlengdina og önnur hvor hinna er helminguð.

$$4 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} = 168 \text{ cm}^3$$

8-tíu

bls. 7

- 10 Svör miðast við að $\pi = 3,14$. Svör eru námunduð að einum aukastaf
- a** Barnafóður rúmmál $2210,6 \text{ cm}^3$ Fiskamauk rúmmál $1607,7 \text{ cm}^3$
 Suddakássa rúmmál $759,9 \text{ cm}^3$ Vambir rúmmál $552,6 \text{ cm}^3$
 Smjattkögglar rúmmál $1519,8 \text{ cm}^3$
- b** Réttstrendur kassi utan um barnafóður, rúmmál 2816 cm^3 .
 Réttstrendur kassi utan um fiskamauk, 2048 rúmmál cm^3 .
 Réttstrendur kassi utan um suddakássu, rúmmál 968 cm^3 .
 Réttstrendur kassi utan um vambir, rúmmál 704 cm^3 .
 Réttstrendur kassi utan um smjattköggla, rúmmál 1936 cm^3 .
- 11 **a** Rúmmálið er $678,24 \text{ cm}^3$.
b Ef hæðin er helminguð (3 cm) en þvermálið helst óbreytt helmingast rúmmálið.
c Ef hæðin er tvöfölduð (12 cm) en þvermálið helst óbreytt þ.á. tvöfaldast rúmmálið.
d Ef hæðin er margfölduð með 1,5 en þvermálið helst óbreytt þá verður rúmmálið 150% af rúmmáli upphaflega sívalningsins.
- 12 **a** Rúmmál sívalnings fjórfaldast ef lengd geisla botnflatar hans er tvöfölduð en hæðin helst óbreytt.
b Rúmmál sívalnings tvöfaldast ef hæð hans er tvöfölduð en geisli botnflatar helst óbreyttur.
- 13 **a** $12,6 \text{ cm} \cdot h = 100,8 \text{ cm}^3$ **b** $(1,6 \text{ m})^2 \cdot 3,14 \cdot 5,2 \text{ m} = 41,79 \text{ m}^3$. $R = 41,79 \text{ m}^3$
 $h = 8 \text{ cm}$
- c** $G \cdot 2,5 \text{ m} = 45,25 \text{ m}^3$
 $G = 18,1 \text{ m}^2$

bls. 8

- 14 Margar mögulegar lausnir.
- 15 Reiknað er með að hæð A4 blaðs sé 30 cm og breidd þess 21 cm nema í þrístrendingnum þar eru hliðarlengdir gefnar.
 Réttstrendingur: rúmmál $826,9 \text{ cm}^3$
 Sívalningur: ummálið er 21 cm og þvermál botnflatarins er því um það bil 6,7 cm
 Rúmmál sívalningins verður því um það bil $1057,1 \text{ cm}^3$
 Þrístrendingur: rúmmál 525 cm^3

8-tíu

bls. 9

$$16 \text{ a } \frac{11,5 \cdot 20 \cdot 2}{2} = 230\text{m}^2 \quad \text{b } \frac{17,5 \cdot 16 \cdot 2}{2} = 280\text{m}^2 \quad \text{c } \frac{10 \cdot 9}{2} + \frac{30 \cdot 9}{2} = 180\text{m}^2$$

$$\frac{23 \cdot 20}{2} = 230\text{m}^2$$

$$\frac{35 \cdot 16}{2} = 280\text{m}^2$$

$$\frac{40 \cdot 9}{2} = 180\text{m}^2$$

$$17 \text{ a } \frac{2a \cdot b}{2} \quad \text{b } \frac{a \cdot b}{2} + \frac{a \cdot b}{2}$$

$$\text{c } \frac{2a \cdot b}{2} = \frac{a \cdot b}{2} + \frac{a \cdot b}{2}$$

$$\frac{2a \cdot b}{2} = 2 \left(\frac{ab}{2} \right) \quad ab = ab$$

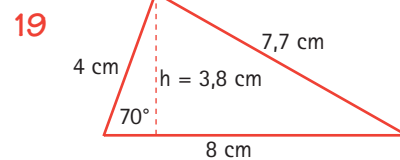
d Í a-lið má sjá að finna má flatarmálið með því að margfalda saman hæð og grunnlínu og deila með tveimur. Í b-lið má sjá að flatarmálið má einnig finna með því að skipta þríhyrningnum upp í tvo rétthyrnda þríhyrninga, finna flatamál þeirra hvors fyrir sig og leggja það svo saman. Einnig má sjá að í raun má finna flatamál jafnarma þríhyrninga með því að margfalda saman hæð og hálfu grunnlínu.

18 a Hliðarlengdir verða 7 cm.

b Hæðin verður um það bil 6 cm.

$$\text{c Flatarmál þríhyrningsins verður } \frac{6 \cdot 7}{2} = 21 \text{ cm}^2$$

d Ef reiknað er með að hæðin sé um það bil 30 cm verður rúmmálið 630 cm³.



$$F = \frac{8 \cdot 3,8}{2}$$

$$F = 15,2 \text{ cm}^2$$

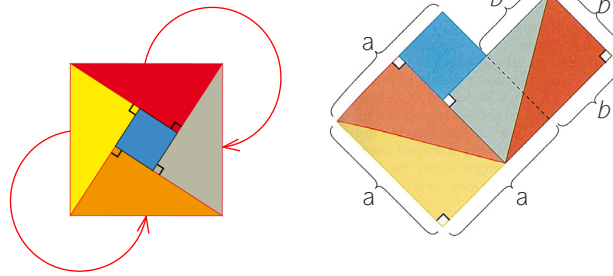
Nota má hvaða hlið sem er sem grunnlínu og teikna hæð hornrétt á hana.

Ef hæðin er teiknuð á hliðina sem er 8 cm eins og myndin sýnir verður hæðin um það bil 3,8 cm.

8-tíu

bls. 10

20 a-c



d Flatarmál minni ferningsins er a^2 og þess stærri b^2 .

e Flatarmál þeirra beggja er $a^2 + b^2$.

f Sjá má að raða má bútunum sem mynda ferninginn með hliðarlengdir c og flatarmálið c^2 upp á annan hátt þannig að þeir myndi flöt sem skipta má í tvo ferninga sem hefur flatarmálið $a^2 + b^2$.

21 a $3^2 + 4^2 = x^2$

$x^2 = 25$

$x = 5$

b $4^2 + 7^2 = x^2$

$x^2 = 65$

$x \approx 8,06$

c $8^2 + 7^2 = x^2$

$x^2 = 113$

$x \approx 10,63$

22 Með því að nota hæð hússins og mæla fjarlægð stigans frá húsvegnum má nota setningu Pýþagórasar til að finna lengd stigans.

bls. 11

23 Yfirborðsflatarmálið verður fjórfalt flatarmál þríhyrninganna sem mynda hliðar píramídans að viðbættu flatarmáli grunnflatarins sem er ferningur.

24 a Hann er með þríhyrndan grunnflöt og þrjár þríhyrndar hliðar.

b Finna má yfirborðsflatarmálið með því að finna flatarmál allra þríhyrninganna sem mynda hann.

25 Píramídi hefur grunnflöt sem er marghyrningur og þríhyrndar hliðar sem mætast allar í einum punkti. Fjöldi þríhyrndra hliða er jafn fjölda hliða grunnflatar.

bls. 12

26 a Grunnflötur keilu er hringlaga og hliðarflöturinn er hluti af hring.



c Yfirborðsflatarmálið er fundið með því að finna flatarmál grunnflatarins og flatarins sem myndar hliðina.

27 Grunnflötur keilu er alltaf hringlaga en grunnflötur píramída er marghyrningur. Keila hefur einn sléttan hliðarflöt. Hliðarflötir píramída eru myndaðir úr þríhyrningum. Fjöldi þeirra ræðst af fjölda hliða marghyrningsins sem myndar grunnflöt píramídans

8-tíu

- 28 a** Flatarmál hliðarflatarins er $\frac{3}{4}$ af flatarmáli hrings með geislann 5 cm.
Reiknað er með því að $\pi = 3,14$.

$$F = \pi \cdot 5^2 \cdot \frac{3}{4}$$

$$F = 58,87 \text{ cm}^2$$

- b** Ummál grunnflatar keilunnar verður $\frac{3}{4}$ af ummáli hrings með geislann 5.

$$U = 10 \cdot \pi \cdot \frac{3}{4}$$

$$U = 23,55 \text{ cm}$$

- c** Til að finna flatarmál grunnflatarins þarf að nota ummál hans til að finna þvermál hans og geisla. Þá má finna flatarmál grunnflatarins.

$$U = p \cdot \pi$$

$$23,6 = p \cdot 3,14 \quad \text{Geisli grunnflatarins er því 3,75 cm og flatarmál hans verður um það bil 44,1 cm}^2.$$

$$\frac{23,6}{3,14} = p$$

$$7,5 \text{ cm} = p$$

- d** Yfirborðsflatarmál keilunnar er því flatarmál grunnflatar að viðbættu flatarmáli hliðarflatar eða $58,9 \text{ cm}^2 + 44,1 \text{ cm}^2 = 103 \text{ cm}^2$

- 29** Til þess að finna yfirborðsflatarmál keilnanna þarf að byrja á að reikna út hve stór hluti úr hring hliðarflöturinn er.

- a** Hliðarflöturinn er 300° af 360° eða $\frac{5}{6}$ hlutar

- b** Hliðarflöturinn er 250° af 360° eða um það bil 69%

- c** Hliðarflöturinn er 160° af 360° eða um það bil 44%

Flatarmál hrings með geislann 4cm er um það bil $50,2 \text{ cm}^2$

Ummál hrings með geislann 4 cm um það bil er 25,1 cm

- a** Hliðarflötur keilunnar er $\frac{5}{6}$ af $50,2 \text{ cm}^2$ eða um það bil $41,8 \text{ cm}^2$.

Ummál grunnflatar keilunnar er $\frac{5}{6}$ af 25,1 cm eða um það bil 20,9 cm.

Þvermál grunnflatarins verður um það bil 6,7 cm og flatarmál hans verður því um það bil $35,2 \text{ cm}^2$.

Yfirborðsflatarmál keilunnar verður því um það bil $41,8 \text{ cm}^2 + 35,2 \text{ cm}^2 = 77 \text{ cm}^2$.

- b** Hliðarflötur keilunnar er 69% af $50,2 \text{ cm}^2$ eða um það bil $34,6 \text{ cm}^2$.

Ummál grunnflatar keilunnar er 69% af 25,1 cm eða um það bil 17,3 cm.

Þvermál grunnflatarins verður um það bil 5,5 cm og flatarmál hans verður því um það bil $23,7 \text{ cm}^2$.

Yfirborðsflatarmál keilunnar verðu því um það bil

$$34,6 \text{ cm}^2 + 23,7 \text{ cm}^2 = 58,3 \text{ cm}^2.$$

8-tíu

- c Hliðarflötur keilunnar er 44% af $50,2 \text{ cm}^2$ eða um það bil $22,1 \text{ cm}^2$.
 Ummál grunnflatar keilunnar er 44% af $25,1 \text{ cm}$ eða um það bil 11 cm .
 Þvermál grunnflatarins verður um það bil $3,5 \text{ cm}$ og flatarmál hans verður því um það bil $9,6 \text{ cm}^2$.
 Yfirborðsflatarmál keilunnar verðu því um það bil $22,1 \text{ cm}^2 + 9,6 \text{ cm}^2 = 31,7 \text{ cm}^2$.

- 30 Ummál grunnflatar keilunnar er um það bil 38 cm . Þvermál hennar er því um það bil $12,1 \text{ cm}$ og geislinn $6,05 \text{ cm}$. Flatarmál grunnflatar keilunnar er því $114,9 \text{ cm}^2$. Flatarmál hliðarflatarins er $\frac{3}{4}$ hlutar af flatarmáli hringss með geislann 8 cm eða um það bil $150,7 \text{ cm}^2$. Yfirborðsflatarmálið er því $114,9 \text{ cm}^2 + 150,7 \text{ cm}^2$ eða $265,6 \text{ cm}^2$.

bls. 13

- 31 a Rúmmál réttstrendingsins er flatamál grunnflatar margfaldað með hæðinni.
 b Rýmið sem píramídinn tekur virðist vera minna en helmingur af rúmmáli réttstrendingsins.
- 32 a Rúmmál sívalningsins er flatamál grunnflatar sem eru hringur margfaldað með hæðinni.
 b Rýmið sem keilan tekur virðist vera minna en helmingur af rúmmáli sívalningsins.
- 33 Hópverkefni – engin ein lausn.

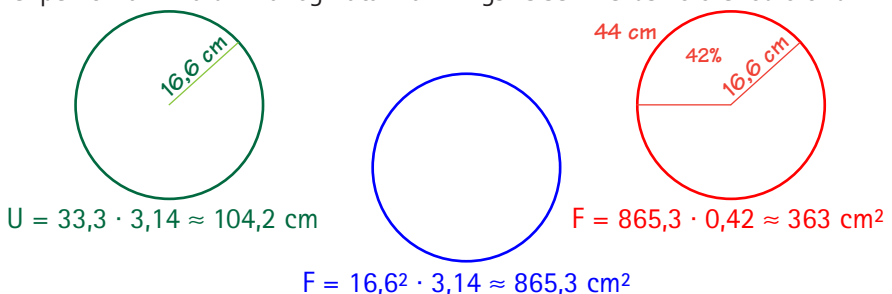
bls. 16

- 34 a Rúmmál $769,3 \text{ cm}^3$.
 Flatarmál grunnflatar er um það bil $153,9 \text{ cm}^2$.
 Ummál grunnflatar um það bil 44 cm .

Með því að nota setningu Pýþagórasar má finna lengdina fá ytri brún grunnflatar keilunnar að toppi hennar.

$$15^2 + 7^2 = x^2 \quad x^2 = 274 \quad x = 16,6 \text{ cm}$$

Þessi lengd er jöfn geisla hringssins sem hliðarflöturinn er búinn til úr og þegar hún er þekkt má finna ummál og flatarmál hringssins sem keilusniðið er búð til úr.



Ummál keilunnar er 44 cm en það eru um það bil 42% af ummáli hringssins sem keilusniðið er búð til úr. Flatarmál keilusniðsins er því um það bil 42% af flatarmáli hringssins sem sniðið er búð til úr eða um það bil 363 cm^2 .

Yfirborðsflatarmál er keilunnar er því $153,9 \text{ cm}^2 + 363 \text{ cm}^2 = 516,9 \text{ cm}^2$

8-tíu

- b** Reikna má rúmmál og yfirborðsflatarmál keilunnar og svipaðan hátt og í lið a.

Rúmmál keilunnar er um það vil $2119,5 \text{ cm}^3$.

Flatarmál grunnflatar keilunnar er um það bil $254,3 \text{ cm}^2$

Flatarmál keilusniðs er um það bil $732,8 \text{ cm}^2$

Yfirborðsflatarmál keilunnar er því $254,3 \text{ cm}^2 + 732,8 \text{ cm}^2 = 987,1 \text{ cm}^2$

- c** Reikna má rúmmál og yfirborðsflatarmál keilunnar og svipaðan hátt og í lið a.

Rúmmál keilunnar er 192 cm^3 .

Hér er flatarmál grunnflatar þekkt eða 64 cm^2 og nota þarf það til að finna geisla grunnflatar

$$64 = r^2 \cdot 3,14 \quad r^2 = \frac{64}{3,14} \quad r^2 = 20,38 \quad r \approx 4,5$$

Flatarmál keilusniðs er um það bil $144,1 \text{ cm}^2$

Yfirborðsflatarmál keilunnar er því $64 \text{ cm}^2 + 144,1 \text{ cm}^2 = 208,1 \text{ cm}^2$

- d** Rúmmál píramídans er $\frac{6 \cdot 8 \cdot 10}{3} = 160 \text{ cm}^3$

Flatarmál grunnflatar er 48 cm^2

Nota þarf setningu Pýþagórasar til að finna hæð þríhyrninganna sem mynda hliðar píramídans.

$$\begin{aligned} \text{Hæð þríhyrninga með grunnlínu 8 cm} \quad & 3^2 + 10^2 + c^2 \\ & 109 = c^2 \\ & c = 10,4 \end{aligned}$$

$$\text{Flatarmál þríhyrninga með grunnlínu 8 cm.} \quad F = \frac{10,4 \cdot 8}{2} = 41,6 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Hæð þríhyrnings með grunnlínu 6 cm.} \quad & 4^2 + 10^2 + c^2 \\ & 116 = c^2 \\ & c = 10,8 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\text{Flatarmál þríhyrninga með grunnlínu 6 cm.} \quad F = \frac{10,8 \cdot 6}{2} = 32,4 \text{ cm}^2$$

Yfirborð píramídans er $48 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 41,6 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 32,4 \text{ cm}^2 = 196 \text{ cm}^2$.

35 Rúmmál 50 cm^3 .

36 Hæðin er 9 cm .

37 Grunnflöturinn er þríhyrningur með hæð m og grunnlínu m . Flatarmál grunnflatar er því $\frac{m \cdot m}{2}$. Hæð píramídans er m og því má tákna rúmmál píramídans með reglunni.

$$\frac{\frac{m \cdot m}{2} \cdot m}{3} = \frac{m^3}{6}$$

8-tíu

38 Hæðin er 4 cm.

39 Rúmmálið er þekkt og finna þarf hæðina.

$$183 = \frac{5 \cdot 5 \cdot 3,14 \cdot h}{3}$$

$$549 = 78,5 \cdot h$$

$$h = \frac{549}{78,5} \approx 7 \text{ cm}$$

Geislinn er 5 cm og því er ummál grunnflatar er $2 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 3,14 = 31,4 \text{ cm}$.

40 a Rúmmál keilu með hæð 22 cm og geisla 8 cm er $1473,7 \text{ cm}^3$.

b Til að finna rúmmál vatnsins í keilunni þarf að draga frá rúmmál sem samsvarar því rúmmáli sem kemst fyrir í tóma hluta keilunnar. Það svarar til rúmmáls keilu sem hefur hæðina 11 cm og geisla sem er 4 cm eða um það bil $184,2 \text{ cm}^3$.

Rúmmál vatnsins í keilunni er því $1289,5 \text{ cm}^3$.

bls. 17

41 Tafla sett upp í töflureikni til að reikna ummál, geisla, hæð og rúmmál keila sem búnar eru til með því að klippa misstóra hringgeira út úr hring með 10 cm langan geisla.

Keila 3 sem búin er til með því að taka 60° hringgeira út úr hringnum hefur mesta rúmmálið.

	Geisli	Ummál	Hringgeiri	Keilusnið	Hlutfall af 360	Ummál keilu	Geisli	Hæð	Rúmmál
Keila 1	10	62,80	20,00	340,0	0,94	59,31	9,44	3,29	306,85
Keila 2	10	62,80	40,00	320,0	0,89	55,82	8,89	4,58	378,87
Keila 3	10	62,80	60,00	300,0	0,83	52,33	8,33	5,53	401,78
Keila 4	10	62,80	80,00	280,0	0,78	48,84	7,78	6,29	397,97
Keila 5	10	62,80	100,00	260,0	0,72	45,36	7,22	6,92	377,61
Keila 6	10	62,80	120,00	240,0	0,67	41,87	6,67	7,45	346,73
Keila 7	10	62,80	140,00	220,0	0,61	38,38	6,11	7,92	309,40
Keila 8	10	62,80	160,00	200,0	0,56	34,89	5,56	8,31	268,61
Keila 9	10	62,80	180,00	180,0	0,50	31,40	5,00	8,66	226,61

8-tíu

bls. 18

42

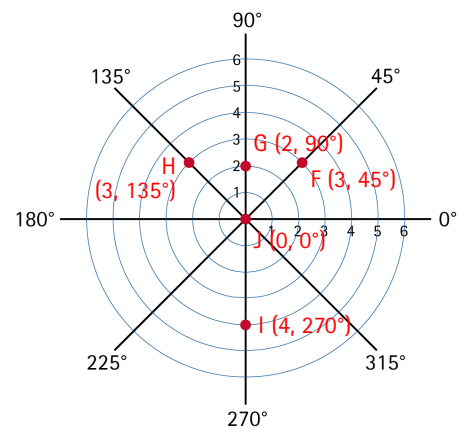
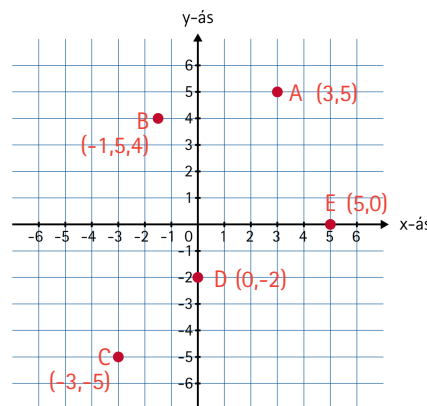
	Þvermál	Geisli í cm	Rúmmál í cm ³	Yfirborðsflatarmál í cm ²
golfkúla	45,9 mm	2,30	50,9	66,15
tenniskúla	6,36 cm	3,18	134,6	127,01
kúla kvenna	102,5 mm	5,13	565,22	330,54
kúla karla	120 mm	6,00	904,3	452,16
handbolti	17,5 cm	8,75	2804,7	961,63
fótbolti	22,1 cm	11,05	5648,79	1533,61
körfubolti	21 cm	10,50	4846,6	1384,74

43

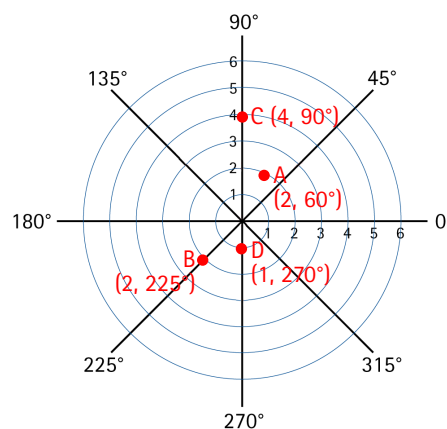
	Þvermál	Geisli í cm	Yfirborðsflatarmál í cm ²
golfkúla	45,9 mm	2,30	66,15
tenniskúla	6,36 cm	3,18	127,01
kúla kvenna	105 mm	5,25	346,19
kúla karla	120 mm	6,00	452,16
handbolti	17,5 cm	8,75	961,63
fótbolti	22,1 cm	11,50	1661,06
körfubolti	21 cm	10,50	1384,74

bls.

44



45



8-tíu

bls. 20

46 a Hnit A (4,6)

Hnit B (1,2)

b Hnitið (4,6) segir að til sé lausn fyrir jöfnuna ef y er jafnt og 6 sem er að x sé jafnt og 4.

Hnitið (1,2) segir að til sé lausn fyrir jöfnuna ef y er jafnt og 2 sem er að x sé jafnt og 1.

47 a Lengd a er 3 eða mismunur á x -gildum punktanna A og B.

b Lengd b er 4 eða mismunur á y -gildum punktanna A og B.

c Finna má fjarlægðina milli A og B með setningu Pýþagórasar því hún myndar langhlið (c) í rétthyrndum þríhyrningi þar sem a og b eru skammhliðarnar.

$$3^2 + 4^2 = c^2 \quad c^2 = 25 \quad c = 5$$

48 a Mismunur á x gildum punktanna A og B er 3 og mismunur á y gildum þeirra er -4 .

$$(7 - 4)^2 + (2 - 6)^2 = (AB)^2$$

$$3^2 + (-4)^2 = (AB)^2$$

$$25 = (AB)^2$$

$$5 = AB$$

b Mismunur á x gildum punktanna A og B er 7 og mismunur á y gildum þeirra er 2.

$$(7 - 0)^2 + (2 - 0)^2 = (AB)^2$$

$$7^2 + 2^2 = (AB)^2$$

$$53 = (AB)^2$$

$$7,3 \approx AB$$

c $(7 - (-5))^2 + (-6 - 2)^2 = (AB)^2$

$$12^2 + (-8)^2 = (AB)^2$$

$$208 = (AB)^2$$

$$14,4 \approx AB$$

8-tíu

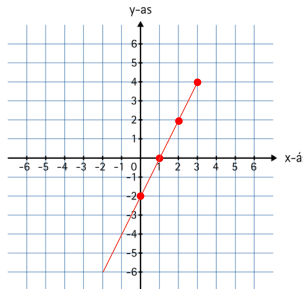
49 A	B	C	D
$12^2 + 5^2 = c^2$	$12^2 + 12^2 = c^2$	$12^2 + 8^2 = c^2$	$12^2 + 2^2 = c^2$
$169 = c^2$	$244 = c^2$	$208 = c^2$	$148 = c^2$
$13 = c$	$17 \approx c$	$14,4 \approx c$	$12,2 \approx c$

bls. 21

50 Lína l Hallatalan er 2 og skurðpunktur við y-ás er 2. Jafnan er $y = 2x + 2$

Lína k Hallatalan er $\frac{1}{2}$ og skurðpunktur við y ár er $\frac{3}{4}$. Jafnan er $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$

51 a



b Punktarnir (3,4) og (1,0) eru á línunni.

$$\frac{4 - 0}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2$$

c Punktarnir (-3,-2) og (2,8) eru á línunni.

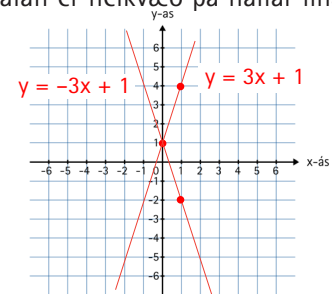
$$\frac{8 - (-2)}{2 - (-3)} = \frac{10}{5} = 2$$

d Dæmi um svar.

Hallatala segir til um hve mikið y-gildið hækkar ef x gildi hækkar um 1. Hallatala getur bæði verið jákvæð og neikvæð. Ef hallatalan er neikvæð þá hallar línan til vinstri en til hægri ef hún er jákvæði.

Dæmi jákvæð hallatala $y = 3x + 1$

Dæmi neikvæði hallatala $y = -3x + 1$



8-tíu

52 a Hallatala línu sem hefur punktana (8,12) og (2,6)

$$\frac{6 - 12}{2 - 8} = \frac{-6}{-6} = 1$$

b Hallatala línu sem hefur punktana (2,-4) og (7,6)

$$\frac{6 - (-4)}{7 - 2} = \frac{10}{5} = 2$$

c Hallatala línu sem hefur punktana (2,0) og (0,4)

$$\frac{4 - 0}{0 - 2} = \frac{4}{-2} = -2$$

53 a

$$4 \cdot 1 + b = 7$$

$$b = 3$$

b

$$8 \cdot 3 + b = 19$$

$$b = -5$$

c

$$4 \cdot (-1) + b = -7$$

$$b = -3$$

bls. 22

54 a Hæðin er 3,8 cm.

b Grunnflöturinn er um það bil 28,3 cm².

c Rúmmálið er um það bil 117,2 cm³.

d Rúmmáli er um það bil 351,7 cm³.

e Rúmmálið er 12 cm³.

f Þær gætu verið 3 cm og 4 cm eða 2 cm og 6 cm.

g Reglan fyrir rúmmál kúlu er $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$. Geislinn í þriðja veldi er margfaldaður með pí (3,14) og $\frac{4}{3}$.

h Rúmmál kúlu með 2,5 cm geisla er um það bil 65,4 cm³.

55 a Hér stendur a fyrir hallatöluna og b fyrir skurðpunkt við y ás.

$$b \quad a \cdot 2 + 4 = 8$$

$$a = 2$$

$$c \quad \frac{-1 - 9}{-2 - 3} = \frac{-10}{-5} = 2$$

d Fjarlægðin milli punktanna A (3,9) og B (-2,-1) er

$$(-2 - 3)^2 + (-1 - 9)^2 = (AB)^2$$

$$(-5)^2 + (-10)^2 = (AB)^2$$

$$25 + 100 = (AB)^2$$

$$11,2 \approx AB$$

Tölur og talnafræði

bls. 23

- 1 a 2112
 b 2002
 c Fjöldi spegiltalna á milli 1 og 2002 er 20 ef ártalið 2002 er með. Spegiltölur geta ekki haft einn eða þrjú tölustafi.
- 2 a Margar lausnir. Hér eru nokkur dæmi um fæðingardaga þar sem fyrri hluti kennitölu verður spegiltala: 03. nóvember 1930, 29. nóvember 1992 og 15. nóvember 1951.
 b 0, 1, 2 og 3.

bls. 24

- 3 Hér eru dæmi um lausnir:
 a 0, 2 og -2 .
 b 5, -7 og $-\frac{4}{2}$
 c Bæði talnamengin innihalda allar heilar tölur.

- 4 a Q b N c Q d R e Q f Q

bls. 25

- 5 a Ræðar tölur: $\sqrt{4}$, 0,345, $\sqrt{25}$, 523, $-8\frac{2}{9}$, 15^3 , $-3,9$, $-\sqrt{100}$ og 278988,25.
 Óræðar tölur: π , -4π , $\sqrt{3\pi}$, $2\pi^3$ og $\frac{\pi}{2}$.
 b $\sqrt{4}$, $\sqrt{25}$, 523, 15^3 og $-\sqrt{100}$.
 c $\sqrt{4}$, $\sqrt{25}$, 523 og 15^3 .

- 6 a $x = 1 \rightarrow N$ b $x = 2,5 \rightarrow Q$ c $x = -2 \rightarrow Z$ d $x = \frac{1}{6} \rightarrow Q$

- 7 a Q c R e R g R
 b N d R f Q h Q

bls. 26

- 8 a 15613 c Lausnina er ekki að finna í G. e 3198 g 247
 b 358570 d Lausnina er ekki að finna í G. f 41743 h Lausnina er ekki að finna í G.

8-tíu

- 9 a -1 c -17 e -300 g 300
 b Lausnina er ekki að finna í G. d 34 f 3 508 141 h Lausnina er ekki að finna í G.

- 10 a 350 c 700 e 5250 g Engin lausn
 b $388\frac{8}{9}$ d 787500 f $2333\frac{1}{3}$ h 0

- 11 a $52\frac{1}{3}$
 b $\frac{4}{7}$
 c π (athuga villa í 1. prentun bókar, dæmi á að vera $\frac{2\pi}{2}$)
 d 6
 e 3,75
 f 74
 g $\pi + 3,75$ (athuga villa í 1. prentun bókar, dæmi á að vera $\frac{2\pi}{2}$)
 h Ekki hægt að einfalda en talnagildið er u.þ.b. 4,556

- 12 a 0 c -2,25
 b -4 d 24
 e Til að gildi stæðunnar sé í mengi náttúrlegra talna þarf x að vera heil tala stærri en 1. Til að gildi stæðunnar sé í mengi heilla talna þarf x að vera heil tala.

bls. 27

- 13 a $\frac{3}{4}$
 b $\frac{4}{3}$
 c $\frac{17}{10}$
 d Hutföllin er hægt að skrá á fleiri en einn veg.

- 14 Margar mögulegar lausnir.

- 15 a Sem tugabrot 0,75. Sem prósentu 75%. Sem almennt brot $\frac{3}{4}$.
 b Sem tugabrot 0,56. Sem prósentu 56%. Sem almennt brot $\frac{14}{25}$.
 Það er ekki sama hlutfall og í a-lið.

8-tíu

16 a $\frac{4}{15} \left(\frac{320}{1200} \right)$

b 45%

c Seinni blandan hefur hærra hlutfall af járnsvarfi. Í þeirri blöndu er járnsvarf u.þ.b. 48%, en 45% í fyrri blöndunni.

17 a Hlutfall af frostlegi er $\frac{13}{24}$. Hlutfall af vatni er $\frac{11}{24}$.

18 a–b Margar lausnir.

c U.þ.b. 13,9% réttthyrningsins eru ólituð.

bls. 28

19 Margar mögulegar lausnir. Hér er tekið dæmi þar sem notuð eru almennu brotin $\frac{1}{3}$ og $\frac{2}{5}$.

a $\frac{1}{3}$ og $\frac{2}{5}$

b $\frac{3}{8}$. Almenna brotið er tala sem liggur á milli fyrstu brotanna.

c Teljarinn yrði 4 og nefnarinn yrði 11. Brotið sem fram kemur er $\frac{4}{11}$ og er það tala sem liggur á milli fyrstu brotanna.

20 Raðað frá stærsta til minnsta.

a $\frac{5}{12} \rightarrow \frac{2}{5} \rightarrow \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{7}$.

b $\frac{3}{8} \rightarrow 0,33 = \frac{2}{6} \rightarrow 32\%$.

c $6 \rightarrow 0,4 \rightarrow 35\% \rightarrow \frac{1}{4}$.

d $\frac{11}{12} \rightarrow \frac{32}{35} \rightarrow 90\% \rightarrow 0,89$.

21 a $\frac{1}{5} = 0,2$

$\frac{1}{6} = 0,166666667$

$\frac{1}{7} = 0,142857143$

$\frac{1}{8} = 0,125$

b $\frac{1}{5}$ og $\frac{1}{8}$ var hægt að breyta í endanlegt tugabrot. $\frac{1}{6}$ og $\frac{1}{7}$ var hægt að breyta í óendanlegt lotubundið tugabrot.

22 Nokkur dæmi um almenn brot sem hægt er að breyta í endanlegt tugabrot:

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{5}{8}, \frac{9}{12}, \frac{13}{25}$.

8-tíu

23 Nokkur dæmi um almenn brot sem hægt er að breyta í óendanlegt lotubundið tugabrot: $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{5}{22}$, $\frac{13}{27}$.

bls. 29

24 a 0,7 **b** 0,8 **c** 0,06 **d** 0,52 **e** 0,2 **f** 0,375 **g** 0,675 **h** 1,25

25 a $\frac{3}{5}$ **b** $\frac{7}{20}$ **c** $\frac{3}{1000}$ **d** $\frac{7}{2}$ **e** $\frac{4}{5}$ **f** $\frac{3}{250}$ **g** $\frac{9}{4}$ **h** $\frac{11}{8}$

26 a $0,7777\dots = 0,\overline{7}$ Lengd lotu: 1.

b $0,3535\dots = 0,\overline{35}$ Lengd lotu: 2.

c $0,385385\dots = 0,\overline{385}$ Lengd lotu: 3.

d $0,76123761237\dots = 0,\overline{76123}$ Lengd lotu: 5.

27 a $0,6363\dots = 0,\overline{63}$ Lengd lotu: 2.

b $0,454545\dots = 0,\overline{45}$ Lengd lotu: 2.

c $0,2439024390\dots = 0,\overline{24390}$ Lengd lotu: 5.

d $0,459459\dots = 0,\overline{459}$ Lengd lotu: 3.

e $0,567567\dots = 0,\overline{567}$ Lengd lotu: 3.

f $0,444\dots = 0,\overline{4}$ Lengd lotu: 1.

g $1,111\dots = 0,\overline{1}$ Lengd lotu: 1.

h $0,230769230769\dots = 0,\overline{230769}$ Lengd lotu: 6.

28 a $0,142857142857\dots = 0,\overline{142857}$

b $0,285714285714\dots = 0,\overline{285714}$

c $0,428571428571\dots = 0,\overline{428571}$

d $0,571428571428\dots = 0,\overline{571428}$

e $0,714285714285\dots = 0,\overline{714285}$

f $0,857142857142\dots = 0,\overline{857142}$

g $1,285714285714\dots = 1,\overline{285714}$

h $1,857142857142\dots = 1,\overline{857142}$

8-tíu

bls. 30

29 a $x = 0,363636\dots$ Lengd lotunnar er 2, því er x margfaldað með 10^2 .

$$100x = 36,363636\dots$$

$$-x = 0,363636\dots$$

$$99x = 36$$

$$x = \frac{36}{99} = \frac{4}{11}$$

b $x = 0,22222\dots$ Lengd lotu: 1. Má skrá sem almenna brotið $\frac{2}{9}$.

c $x = 0,434343\dots$ Lengd lotu: 2. Má skrá sem almenna brotið $\frac{43}{99}$.

d $x = 0,534534\dots$ Lengd lotu: 3. Má skrá sem almenna brotið $\frac{534}{999}$.

e $x = 0,232232\dots$ Lengd lotu: 3. Má skrá sem almenna brotið $\frac{232}{999}$.

f $x = 0,99999\dots$ Lengd lotu: 1. Má skrá sem almenna brotið $\frac{9}{9} = 1$.

bls. 31

30 a $2^5 = 32$ **b** $2^2 = 4$ **c** $2^8 = 256$ **d** $2^0 = 1$

31 a $8 = 2^3$ **b** $128 = 2^7$ **c** $512 = 2^9$ **d** $1024 = 2^{10}$

32 Margar mögulegar lausnir. Tvær stæður sem einfaldaðar gefa lausnina 2^6 eru: $2^2 \cdot 2^4$ og $2^9 : 2^3$

33 a $49 = 7^2$, $343 = 7^3$ og $16807 = 7^5$. Samkvæmt veldareglum er $7^2 \cdot 7^3 = 7^5$.

b Gildi $\frac{5764801}{823543}$ er $7^1 = 7$.

c Gildi $\frac{117649}{2401}$ er $7^2 = 49$.

d Tölustafurinn í einingasætinu í 7^{12} er 1.

34 a Margar mögulegar lausnir. T.d. $2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 = 3^3$ og $5 \cdot 6 \cdot 7 + 6 = 6^3$.

b $(n - 1) \cdot n \cdot (n + 1) + n = n^3$.

bls. 32

35 a $n = 6$ **b** $n = 6$

8-tíu

36 a $(2^3)^3 = 512.$

b $(2^5)^3 = 32768.$

c $(3^2)^5 = 59049.$

d $(3^5)^2 = 59049.$

e $(5^2)^3 = 15625.$

37 a $64 = 2^6$

b $2^{10} = 1024$

c $2^8 = 256$

d $(4^3)^2 = 4096.$ $(4^2)^5 = 1048576.$ $(4^2)^4 = 65536.$

e Margar mögulegar lausnir.

f Reglan er $a^{m \cdot n}$ 38 a Til dæmis ef $x = 2$, $y = 3$ og $z = 2$.b Dæmi um lausnir: $(4^1)^3$ og $(8^1)^2$.

39 a 10 og 12

b Tölurnar 8 og 10. $8^2 = 64$ og $10^2 = 100$. Mismunur er 36 sem er ferningstala tölunnar 6.

40 Járngerður er fædd 1980. 2025 er ferningstala tölunnar 45. Járngerður verður því 45 ára gömul árið 2025.

bls. 33

41 a 3,46 b 5,66 c 3,87 d 9,00 e 15,87 f 35,36

42 Þegar fundin er ferningsrót af ferningstölum er verið að leita að tölu sem margfölduð með sjálfri sér gefur ferningstöluna. Tala sem margfölduð er með sjálfri sér getur aldrei gefið neikvæða útkomu.

43 a 11 b 13 c 5 d 25 e 100 f 16

44 a Í einingasætinu gæti verið annað hvort tölustafurinn 4 eða 6. Ferningsrótin hlýtur að vera slétt tala því margfeldi tveggja sléttra talna er alltaf slétt tala.

b Ferningsrótin er oddatala. Slétt tala margfölduð með sjálfri getur aldrei gefið ferningstölu sem er oddatala sem útkomu.

8-tíu

45 Út frá athugunum ykkar ættuð þið að geta ályktað að það að finna ferningsrót ferningstölu er það sama og að hefja ferningstöluna í háfta veldi.

46 a $\sqrt{4} + \sqrt{9} > \sqrt{13}$

b $\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{36}$

c $\sqrt{25} + \sqrt{16} > \sqrt{41}$

d $\sqrt{25} \cdot \sqrt{16} = \sqrt{400}$

e $\sqrt{25} - \sqrt{16} < \sqrt{9}$

f $\sqrt{25} : \sqrt{16} > \sqrt{\frac{25}{16}}$

g Margföldun og deiling.

47 a 4 **b** 5 **c** 10 **d** 12 **e** 6

bls. 34

48 a 25 **b** 49 **c** 49 **d** 121 **e** 4 **f** 9

49 a 125 **b** 343 **c** -343 **d** 1331 **e** -8 **f** 27

50 $35 = 2^3 + 3^3$

51 Ef Sigurður hefur rótartakka á vasareikninum getur hann notað hann og fundið þriðju rót. Ef slíkur takki er ekki á vasareikninum getur hann deilt tvisvar með upphafstölunni.

52 a Já

b Jákvæð

53 a 5 **b** -1 **c** -4 **d** 6 **e** -11 **f** 8

54 a 7,48

b Ekki hægt að finna ferningsrót af neikvæðum tölum.

c 16,67

d 52,57

e Ekki hægt að finna ferningsrót af neikvæðum tölum.

f 16,34

8-tíu

55 a 3,83 b -3,27 c 6,53 d 14,03 e -21,00 f 6,44

56 a 12 b -1 c 7 d $\approx 18,5$ e 9 f 27

bls. 35

57 a Frumtölur lægri en 50: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 og 47.

b 9. Það eru: 7, 17, 37, 47, 67, 71, 73, 79 og 97.

c 7. Það eru: 11, 13, 17, 31, 37, 71 og 73.

58 a Sex talnanna má sjá að geti ekki verið frumtölur:

369 – talan 3 gengur upp í þversummuna.

420 – slétt tala og því deilanleg með 2.

428 – slétt tala og því deilanleg með 2.

579 – talan 3 gengur upp í þversummuna.

580 – slétt tala og því deilanleg með 2.

825 – endar á 5 og því gengur 5 upp í töluna.

b $369 = 3 \cdot 3 \cdot 41$

$420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

$428 = 2 \cdot 2 \cdot 107$

$579 = 3 \cdot 193$

$580 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 29$

$825 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$

$1981 = 7283$

c 367 og 1973 eru frumtölur.

59 a Já

b Já

c Já

d Já

e Nei, því talan 17 er þáttur í 391.

f Já

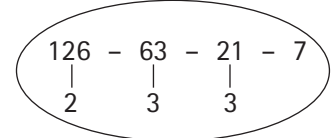
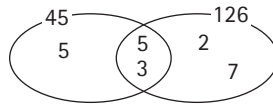
g Já

h Nei, því talan 7 er þáttur í 1337.

8-tíu

bls. 36

60a $45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$
 $15 = 3 \cdot 5$

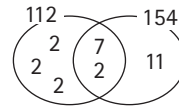


Frumþættir 45 eru $3 \cdot 3 \cdot 5$.

Frumþættir 126 eru $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$.

Lægsta talan sem báðar tölurnar ganga upp í er 630 og stærsti sameiginlegi þáttur er 3^2 .

b $112 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$
 $56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$
 $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$
 $14 = 2 \cdot 7$



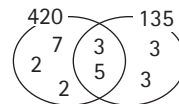
$154 = 2 \cdot 7 \cdot 11$

Frumþættir 112 eru $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$.

Frumþættir 154 eru $2 \cdot 7 \cdot 11$.

Lægsta talan sem báðar tölurnar ganga upp í er 1232 og stærsti sameiginlegi þáttur er $2 \cdot 7$.

c $420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
 $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
 $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$
 $35 = 5 \cdot 7$



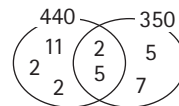
$135 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

Frumþættir 420 eru $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$.

Frumþættir 135 eru $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$.

Lægsta talan sem báðar tölurnar ganga upp í er 3780 og stærsti sameiginlegi þáttur er $3 \cdot 5$.

d $440 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$
 $220 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$
 $110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$
 $55 = 5 \cdot 11$



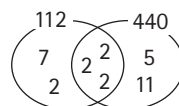
$350 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

Frumþættir 440 eru $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$.

Frumþættir 350 eru $2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$.

Lægsta talan sem báðar tölurnar ganga upp í er 15400 og stærsti sameiginlegi þáttur er $2 \cdot 5$.

e $112 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$
 $56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$
 $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$
 $14 = 2 \cdot 7$



$440 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$

Frumþættir 112 eru $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$.

Frumþættir 440 eru $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$.

Lægsta talan sem báðar tölurnar ganga upp í er 6160 og stærsti sameiginlegi þáttur er $2 \cdot 2 \cdot 2$.

8-tíu

- 61 a $\frac{5}{14}$ b $\frac{8}{11}$ c $\frac{9}{28}$ d $\frac{35}{44}$ e $\frac{14}{55}$
- 62 a $\frac{83}{630}$ b $\frac{1140}{1232} = \frac{285}{308}$ c $\frac{461}{3780}$ d $\frac{641}{15400}$ e $\frac{2145}{6160} = \frac{39}{112}$
- 63 a $\frac{25}{36}$ b $\frac{61}{72}$ c $\frac{77}{216}$ d $1 \frac{83}{135}$ (eða $\frac{218}{135}$) e $8 \frac{26}{35}$ (eða $\frac{5598}{630}$)

bls. 37

- 64 Þær ferningstölur sem eru þannig að ferningsrót þeirra er framtala eiga sér einungis þrjá deila, þ.e. einn, töluna sjálfa og svo ferningsrótina. Dæmi um það er talan 25. Talan 25 er ferningstala og ferningsrót hennar er 5 sem er framtala. Deilar tölunnar 25 eru þrjú, þ.e. 1, 5 og 15.
- 65 Deilar tölunnar eru 24 talsins. Þeir eru: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180 og 360.
- 66 a Deilar eru 12, þ.e.: 1, 2, 4, 5, 7, 10, 14, 20, 28, 35, 70 og 140.
 b Deilar eru 4, þ.e.: 1, 5, 41 og 205.
 c Deilar eru 9, þ.e.: 1, 2, 4, 13, 26, 52, 169, 338 og 676.
 d Deilar eru 4, þ.e.: 1, 3, 151 og 453.
- 67 Ellefu. Þrenndirnar eru: (1,2,200), (1,4,100), (1,5,80), (1,8,50), (1,10,40), (1,16,25), (2,4,50), (2,5,40) og (2,8,25).
- 68 a Talan er 108. b Talan er 252.
- 69 Tölurnar eru 6, 7, 8 og 9.
- 70 Margar mögulegar lausnir.
- 71 a 3 og 5. c 2, 3, 4, 6 og 9. e 2, 3, 4 og 6. g 3, 5 og 9.
 b 3 og 9. d 2 og 7. f 7 h 2, 3 og 6.
- 72 Átta. Þær eru: 60, 120, 180, 240, 300, 360, 420 og 480.

8-tíu

81 Tölur deilanlegar með 2 þegar 1 hefur verið dreginn frá eru: 3, 5, 7, 9, ...

Tölur deilanlegar með 2 og 3 þegar 1 hefur verið dreginn frá eru:
7, 13, 19, ...

Tölur deilanlegar með 2, 3 og 4 þegar 1 hefur verið dreginn frá eru:
13, 25, 37, ...

Tölur deilanlegar með 2, 3, 4 og 5 þegar 1 hefur verið dreginn frá eru:
61, 121, 181, ...

Allar tölur í öllum talnarunum hljóta að vera oddatölur því þær eiga að vera margfeldi af 2 sem 1 hefur verið bætt við. Setja má reglu fyrir hverja talnarunu:

Deilir 2 : $2 + 1 + (n - 1) \cdot 2 = 3 + 2(n - 1)$ n er númer tölur í talnarunu

Deilar 2 og 3 : $2 \cdot 3 + 1 + (n - 1) \cdot 2 \cdot 3 = 7 + 6(n - 1)$

Deilar 2, 3 og 4: Þar sem talan 4 er ekki frumtala þarf að frumbátta. Tölurnar ganga allar upp í töluna 12. Reglan er því: $2 \cdot 2 \cdot 3 + 1 + (n - 1) \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 13 + 12(n - 1)$

Reglu fyrir talnarunum sem uppfylla þessi skilyrði má orða almennt þannig að notuð sé lægsta tala sem allar deilar ganga upp í og einum bætt við. Síðan bætist við margfeldi af lægstu tölu sem allar ganga upp og númer tölu að einum fráðregnum.

82 Á teningnum eru átta horn þar sem þrjár tölur á teningi eru sýnilegar. Hægt er að koma því þannig fyrir að þetta séu alltaf tölurnar 1, 2, og 3.

$$8 \cdot (1+2+3) = 48$$

Á milli hornanna eru 8 teningar með tvær hliðar sýnilegar sem geta alltaf verið 1 og 2

$$8 \cdot (1+2) = 24$$

Miðja hverrar hliðar (6) er teningur með einn flöt sýnilegan sem gæti lægst verið 1.

$$6 \cdot 1 = 6 \quad \text{Minnsta summan sem fá má er því } 48 + 24 + 6 = 78$$

8-tíu

Líkur

bls. 39

- 1 Margar mögulegar lausnir.

bls. 40

- 1 **a** Líkur á rauðum eða grænum lit eru $0,375 + 0,125$ eða $0,5$
b Líkur á bláum eða grænum lit eru $0,5 + 0,125$ eða $0,625$
c Líkur á rauðum eða bláum lit eru $0,5 + 0,375$ eða $0,875$
d Ekki er hægt að fá bæði rauðan og grænan lit og því eru líkurnar 0

- 3 **a** Líkur á að fá grænan, gulan eða hvítan lit eru $0,9$.
 Líkur á því að fá svartan eru því $0,1$
b Líkur á að fá gulan eða grænan eru $\frac{1}{3} + 0,4$ eða $0,7333\dots$
c Líkur á að fá gulan eða svartan eru $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ eða $\frac{1}{2}$

bls. 41

- 4 **a** Líkur á að fá bláan á fyrsta spjaldinu eru $\frac{6}{16}$ eða $0,375$
 Líkur á að fá bláan á miðspjaldinu eru $\frac{7}{20}$ eða $0,35$
 Líkur á að fá bláan á spjaldinu lengst til hægri eru $\frac{8}{15}$ eða um það bil $0,53$.
 Þar eru líkurnar á að hitta bláan því mestar.
b Spjaldið fyrir miðju, því þar eru líkur á að hitta bláan minnstar.
- 5 Það skiptir ekki máli hvor kassinn er valinn því líkur á að fá rauða kúlu þegar valin er ein kúla af handahófi eru jafn miklar. Líkurnar eru $0,4$ í báðum kössunum.
- 6 $\frac{3}{5}$ eða 33 buxur eru hvítar. Það geta því mest verið 21 gráar buxur.
- 7 **a** $0,4$
b $0,45$
c $0,65$
d 140

8-tíu

bls. 42

8 a $Ú = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$



c $A = \{2, 4, 6\}$ og $B = \{1, 3, 5\}$

d $A \cap B = \{\}$



b $A \cap B = \{2, 4\}$

c Líkurnar á að fá slétta tölu eða tölu sem er minni en 5 eru $\frac{5}{6}$.

10 Nei, Jóhanna hefur ekki rétt fyrir sér. Ef við fáum 5 á teningi þá er það oddatala og líkurnar á því að fá 5 má ekki telja tvisvar.



11 a $\frac{16}{24}$ eða $\frac{2}{3}$

b $\frac{8}{24}$ eða $\frac{1}{3}$

c $\frac{4}{24}$ eða $\frac{1}{6}$

12 a $Ú = \{1F, 2F, 3F, 4F, 5F, 6F, 1S, 2S, 3S, 4S, 5S, 6S\}$

b $A = \{1S, 2S, 3S, 4S, 5S, 6S\}$

c $B = \{6S, 6F\}$

d $A \cap B = \{6S\}$

e Villa í 1. prentun bókar. Spurningin á að vera:

Hverjar eru líkurnar á að fá skjaldarmerki eða sexu þegar teningi og krónupeningi er kastað upp samtímis. Svar: $\frac{7}{12}$ eða 0,58333...

13 Þegar finna á líkur að tveimur atburðum sem skarast þarf að gæta þess að tvítelja ekki þá atburði sem skarast.

bls. 43

14 a $\frac{5}{8}$ eða 0,625

b Já, hann á jafn mikla möguleika.

c Hann á meiri líkur á að fá gullpening en þú áttir. Líkur þinar á fá gullpening voru $\frac{5}{8}$ eða 0,625. Líkur vinarins á að fá gullpening eru $\frac{5}{7}$ eða 0,714. Ef þú hefðir dregið gullpening hefðu líkur vinarins verið $\frac{4}{7}$ eða 0,571.


8-tíu

- 15 a Atburðirnir eru háðir. Fyrri atburðurinn hefur áhrif á líkur þess að sá seinni gerist þar sem spilið er ekki sett aftur í stókkinn
- b Atburðirnir eru óháðir. Fyrri atburðurinn hefur engin áhrif á þann seinni.
- c Atburðirnir eru óháðir. Fyrri atburðurinn hefur engin áhrif á þann seinni.
- d Atburðirnir eru háðir.
- e Atburðirnir eru óháðir.

bls. 44

16 a

Verpill 1	Verpill 2	Útkoma	Verpill 1	Verpill 2	Útkoma
1	1	1	3	1	3
1	2	2	3	2	6
1	3	3	3	3	9
1	4	4	3	4	12
2	1	2	4	1	4
2	2	4	4	2	8
2	3	6	4	3	12
2	4	8	4	4	16

- b $\frac{4}{16}$ eða $\frac{1}{4}$ eða 0,25
- c $\frac{3}{16}$ eða 0,1875
- d $\frac{5}{8}$ eða 0,625
- 17 Það eru $3 \cdot 4$ valmöguleikar í boði.
Valmöguleikarnir eru 12.
- 
- 18 Það munu 8 vinnuflokkar vera við störf í sveitarfélaginu,
4 flokkstjórar · 2 flokkar.
Hámarksfjöldi næst ef 8 unglingar eru í hverjum flokki.
4 flokkstjórar · 2 flokkar · 8 unglingar í flokki verða 68 unglingar.
- 19 Með því að margfalda saman fjölda valmöguleika hvers atburðar.
- 20 2 framleiðendur, 8 tegundir, 3 litir. Möguleikarnir eru $2 \cdot 8 \cdot 3 = 48$
- 21 a 4 framleiðendur, 2 möguleikar á gírurum, 3 litir, 4 stærðir.
Möguleikarnir eru $4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 96$
- b $4 \cdot 2 \cdot 3 = 24$
- c $4 \cdot 3 \cdot 4 = 48$

8-tíu

bls. 45

22 a Þau gætu raðast í sæti á 24 mismunandi vegu.

b Þeir gætu raðast í sæti á 6 mismunandi vegu.

23 a 2 b 6 c 24 d 120 e 720

24 a 6
b 12

25 a 64
b 24
c 6

bls. 46

26 a Líkurnar á að fá ekki bláan lit eru $\frac{3}{4}$. Líkurnar á að drykkjarmálið lendi ekki á botninum eru $\frac{4}{5}$. Svarið er því $\frac{3}{5}$.

b $\frac{3}{20}$ eða 0,15

c $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{20}$ eða 0,2

27 a $\frac{4}{12} \cdot \frac{5}{8} = \frac{20}{96} = \frac{5}{24}$

b $\frac{1}{24}$

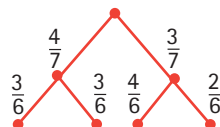
bls. 47

28 a $\frac{1}{25}$ eða 0,04

b $\frac{4}{5}$ eða 0,8

c $\frac{4}{25}$ eða 0,16

29



8-tíu

- a** Líkurnar á að fá 2 rauða mola eru $\frac{12}{42}$ eða $\frac{2}{7}$.
Líkurnar á að fá 2 bláa mola eru $\frac{6}{42}$ eða $\frac{1}{7}$.
- b** Samanlagðar líkur á fá tvær rauðar og tvær bláar eru $\frac{3}{7}$.
Líkur á að fá rauða og bláa eru því eða $\frac{4}{7}$.

30 Líkurnar eru $\frac{14}{48}$ eða $\frac{7}{24}$.

- 31 a** Líkurnar eru $\frac{1}{2}$
- b** Líkurnar eru $\frac{24}{54}$ eða $\frac{4}{9}$
- c** Líkurnar eru $\frac{30}{54}$ eða $\frac{5}{9}$

bls. 48

- 32 a** Heiða en skotnýting hennar var $\frac{26}{30}$ sem er um það bil 87%.
- b** 72%

33 Íris	$\frac{135}{250}$ eða 0,54 sem eru 54%
Ásgeir	$\frac{78}{124}$ eða 0,63 sem eru 63%
Ásta	$\frac{26}{52}$ eða 0,50 sem eru 50%
Sunna	$\frac{49}{74}$ eða 0,66 sem eru 66%
Guðrún	$\frac{98}{123}$ eða 0,80 sem eru 80%
Selma	$\frac{103}{110}$ eða 0,94 sem eru 94%

34 Margar mögulegar lausnir.

bls. 49

- 35 a** Líkur á að Halldóra hitti í körfuna ef hún tekur eitt skot eru um það bil 75%. Rökstyðja má svarið með því að leggja saman öll skot og allar tilraunir og finna þannig skotnýtingu. Einnig má finna skotnýtingu eftir hverjar 50 tilraunir og finna síðan meðalskotnýtingu út frá því.
- b** Jakobína ætti að velja Gerði því það eru mestar líkur á að hún hitti í körfuna.

36 a Meðaltíðni hjá Ragnheiði er 0,39.
Meðaltíðni hjá Lilju er 0,34.
Meðaltíðni hjá Sigrúnu er 0,38.

8-tíu

b Meðaltíðni hjá þeim öllum er 0,37. Fræðilegar líkur eru $\frac{3}{8}$ eða 37,5% sem er mjög nálægt niðurstöðum þeirra.

bls. 50

37 Þeim má raða á 120 mismunandi vegu.

38 Námundað er að tveimur aukastöfum.

a $\frac{9}{18}$ eða $\frac{1}{2} = 0,50$

b $\frac{9}{18}$ eða $\frac{1}{2} = 0,50$

c $\frac{4}{18}$ eða $\frac{2}{9} \approx 0,22$

d $\frac{4}{18}$ eða $\frac{2}{9} \approx 0,22$

e $\frac{12}{18}$ eða $\frac{2}{3} \approx 0,67$

f $\frac{15}{18}$ eða $\frac{5}{6} \approx 0,83$

g $\frac{3}{18}$ eða $\frac{1}{6} \approx 0,17$

h 0

39 Margar mögulegar lausnir.

40 Margar mögulegar lausnir.

Reikningur og algebra

bls. 51

1 a $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$

b $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

c $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$

2 a $a \leq 3$

b $x \leq 6$

c $x < 8$

3 a Rauðar, grænar og gular kúlur eru samtals 41 af 48. Bláar kúlur eru $\frac{7}{48}$.

b Minnsti samnefnari er 48 sem er minnsti fjöldi af kúlum.

4 a $\frac{2}{5}$

b $2\frac{2}{15}$

bls. 52

5 a Dæmi um lausn: $\frac{3}{18} + \frac{8}{12} = \frac{5}{6}$

b Dæmi um lausn: $\frac{6}{20} + \frac{3}{5} = \frac{9}{10}$

c Dæmi um lausn: $\frac{a}{5} + \frac{a}{5} = \frac{2a}{5}$

d Dæmi um lausn: $\frac{3a}{15} + \frac{5a}{25} = \frac{2a}{5}$

6 $\frac{7}{8} \rightarrow 0,875$.

Hér hefur almenna brotið verið skráð sem tugabrot.

$\frac{7}{8} \rightarrow \frac{14}{16} \rightarrow \frac{21}{24}$

Hér er brotið $\frac{7}{8}$ lengt með 2, þá 3, o.s.frv. Næsta brot væri $\frac{28}{32}$.

$\frac{7}{8} \rightarrow \frac{14}{16} \rightarrow \frac{28}{32}$

Hér er brotið lengt með 2. Næsta brot væri $\frac{56}{64}$.

$\frac{7}{8} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

Hér eru fundin 3 brot sem lögð saman gefa $\frac{7}{8}$.

$\frac{7}{8} \rightarrow 87\frac{1}{2}\%$

Hér hefur almenna brotið verið skráð sem prósentur.

$\frac{7}{8} \rightarrow \frac{70}{80} \rightarrow \frac{700}{800}$

Hér er brotið lengt með 10. Næsta brot væri $\frac{7000}{8000}$.

$\frac{7}{8} \rightarrow 7:8 \rightarrow 14:16$

Hér er brotið skráð sem hlutfall. 14:16 er sama hlutfall. Einnig má skrá sama hlutfall sem 21:24.

7 a Jafngilt. Hægt að stytta með a og fá $\frac{7}{8}$.b Jafngilt. Hægt að stytta með 2ab og fá $\frac{7}{8}$.c Jafngilt. Hægt að stytta með $a(a+2)$ og fá $\frac{7}{8}$.d Jafngilt. Hægt er að taka $\frac{7}{8}$ út fyrir sviga og svigarnir (a^2+3) styttest út.

8-tíu

8 Þau brot sem eru jafngild eru:

$$\frac{6}{15} - \text{Hægt að stytta með } \frac{2}{5}.$$

$$\frac{8}{20} - \text{Hægt að stytta með } 4.$$

$$\frac{200}{500} - \text{Hægt að stytta með } 100.$$

$$\frac{2ab}{5ab} - \text{Hægt að stytta með } ab.$$

$$\frac{8a(a+1)}{20a(a+1)} - \text{Hægt að stytta með } 4a(a+1).$$

9 Til dæmis: $\frac{2}{6}$, $\frac{3ab}{9ab}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{30}{90}$, $\frac{5a(b+2)}{15a(b+2)}$, $\frac{a}{3a}$, $\frac{100}{300}$ og $\frac{6(a+1)}{18(a+1)}$.

bls. 53

10 a $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$

$$\begin{array}{cccc} 24 & - & 12 & - & 6 & 3 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ 2 & & 2 & & 2 & 3 \end{array}$$



Lægsti samnefnari er $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 168$.

$$\frac{153}{168} = \frac{51}{56}.$$

b $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$

$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$

$$\begin{array}{cccc} 105 & - & 35 & - & 7 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 3 & & 5 & & 7 \end{array}$$



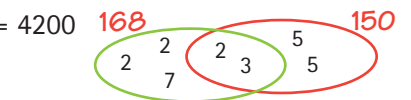
Lægsti samnefnari er $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$.

$$\frac{803}{420}.$$

c $168 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$

$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$

$$\begin{array}{cccc} 168 & - & 84 & - & 42 & - & 21 & - & 7 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 2 & & 2 & & 2 & & 3 & & 7 \end{array}$$



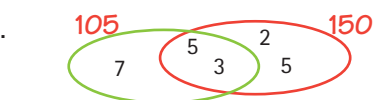
Lægsti samnefnari er $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 = 4200$

$$\frac{129}{4200} = \frac{43}{1400}.$$

d $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$

$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$

$$\begin{array}{cccc} 105 & - & 5 & - & 7 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 3 & & 5 & & 7 \end{array}$$



Lægsti samnefnari er $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 = 1050$.

$$\frac{699}{1050} = \frac{233}{350}.$$

8-tíu

11 **a** 12 **b** 21 **c** 6 **d** 15

- 12 **a** Hæsti sameiginlegi þáttur er m .
b Hæsti sameiginlegi þáttur er a .
c Hæsti sameiginlegi þáttur er $3m$.
d Hæsti sameiginlegi þáttur er xy .
e Hæsti sameiginlegi þáttur er $5m^2n$.

- 13 **a** Hæsti sameiginlegi þáttur er $5b$. Lægsti samnefnari er $10b$.
b Hæsti sameiginlegi þáttur er n . Lægsti samnefnari er $3n$.
c Hæsti sameiginlegi þáttur er x^2y . Lægsti samnefnari er $2x^2y$.
d Hæsti sameiginlegi þáttur er 2 . Lægsti samnefnari er $6m$.
e Hæsti sameiginlegi þáttur er 3 . Lægsti samnefnari er $9ab$.
f Hæsti sameiginlegi þáttur er $2x$. Lægsti samnefnari er $2x^2$.
g Hæsti sameiginlegi þáttur er ab . Lægsti samnefnari er $3a^2b$.
h Hæsti sameiginlegi þáttur er 4 . Lægsti samnefnari er $12m^2n$.
i Hæsti sameiginlegi þáttur er mn . Lægsti samnefnari er $5mn^2$.
j Hæsti sameiginlegi þáttur er ab^2 . Lægsti samnefnari er a^2b^2 .

bls. 54

14 **a** $\frac{11}{10b}$ **c** $\frac{7}{2x^2y}$ **e** $\frac{6-2ab}{9ab}$ **g** $\frac{4-6a}{3a^2b}$ **i** $\frac{7n+15}{5mn^2}$
b $\frac{5}{3n}$ **d** $\frac{5-3m}{6m}$ **f** $\frac{3x+11}{2x^2}$ **h** $\frac{5+9m^2n}{12m^2n}$ **j** $\frac{8a-1}{a^2b^2}$

15 **a** $1\frac{19}{20}$ **b** $\frac{12-7a}{21}$ **c** $\frac{24+7b}{10}$ **d** $3\frac{6m-3}{8m^2}$ **e** $\frac{6-a}{15}$

16 **a** $\frac{1}{2} + \frac{2}{1} = 2\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4} + \frac{4}{3} = 2\frac{1}{12}$

$\frac{2}{3} + \frac{3}{2} = 2\frac{1}{6}$ $\frac{4}{5} + \frac{5}{4} = 2\frac{1}{20}$

b $\frac{5}{6} + \frac{6}{5} = 2\frac{1}{30}$ $\frac{6}{7} + \frac{7}{6} = 2\frac{1}{42}$ $\frac{7}{8} + \frac{8}{7} = 2\frac{1}{56}$

c Reglan er $\frac{a}{a+1} + \frac{a+1}{a} = 2 + \frac{1}{a(a+1)}$

Summan er alltaf tveir heilir að viðbættu almennu broti með teljarann einn og nefnara sem er margfeldi nefnaranna í upphaflegu brotunum.

8-tíu

17 a $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$

$\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \frac{1}{20}$

$\frac{5}{6} - \frac{4}{5} = \frac{1}{30}$

b Reglan er: Mismunurinn er almennt brot með teljarann einn (mismunur teljaranna) og nefnara sem eru margfeldi nefnara upprunalegu brotanna.

$$\frac{a}{a+1} - \frac{a-1}{a} = \frac{1}{a(a+1)}$$

c $\frac{6}{7} - \frac{5}{6} = \frac{1}{42}$

$\frac{7}{8} - \frac{6}{7} = \frac{1}{56}$

bls. 55

18 Umræður. Engin lausn.

19 a $\frac{14}{9} = 1\frac{5}{9}$

c $\frac{35}{11} = 3\frac{2}{11}$

e $\frac{2}{x}$

g $\frac{2m}{3}$

i $\frac{6y}{4} = \frac{3y}{2} = 1\frac{1}{2}y$

b $\frac{21}{7} = 3$

d $\frac{60}{6} = 10$

f $\frac{2}{a}$

h $\frac{2m^2}{5}$

j $12x$

20 Umræður. Engin lausn.

21 a $\frac{4}{21}$

d $\frac{60}{30} = 2$

g $\frac{14m}{21} = \frac{2m}{3}$

b $\frac{18}{35}$

e $\frac{18}{45} = \frac{2}{5}$

h $\frac{6ab^2}{18} = \frac{ab^2}{3}$

c $\frac{4}{5x}$

f $\frac{2}{6a} = \frac{1}{3a}$

i $\frac{12x}{2x} = 6$

bls. 56

22 Umræður. Engin lausn.

23 a $\frac{4}{14} = \frac{2}{7}$

b $\frac{5}{18}$

c $\frac{13}{30}$

d $\frac{4x}{28} = \frac{x}{7}$

e $\frac{2}{3m}$

f $\frac{2ab}{14a} = \frac{b}{7}$

8-tíu

24 $12 : \frac{3}{4} = 16.$

25 a 16

b 48

c 24

d 36

e 18

bls. 57

26 Margföldunarandhverfa 2 er $\frac{1}{2}$.

Margföldunarandhverfa 5 er $\frac{1}{5}$.

Margföldunarandhverfa $\frac{1}{4}$ er 4.

Margföldunarandhverfa $\frac{2}{7}$ er $\frac{7}{2}$.

Margföldunarandhverfa $\frac{5}{8}$ er $\frac{8}{5}$.

Margföldunarandhverfa $\frac{21}{2}$ er $\frac{2}{21}$.

Margföldunarandhverfa $\frac{5}{4}$ er $\frac{4}{5}$.

Margföldunarandhverfa 12 er $\frac{1}{12}$.

27 a $1260 : 2 = 630$

$1260 : 5 = 252$

$1260 : \frac{1}{4} = 5040$

$1260 : \frac{2}{7} = 4410$

$1260 : \frac{5}{8} = 2016$

$1260 : \frac{21}{2} = 120$

$1260 : \frac{5}{4} = 1008$

$1260 : 12 = 105$

b $1260 \cdot \frac{1}{2} = 630$

$1260 \cdot \frac{1}{5} = 252$

$1260 \cdot 4 = 5040$

$1260 \cdot \frac{7}{2} = 4410$

$1260 \cdot \frac{8}{5} = 2016$

$1260 \cdot \frac{2}{21} = 120$

$1260 \cdot \frac{4}{5} = 1008$

$1260 \cdot \frac{1}{12} = 105$

c Já, niðurstöður eru þær sömu.

d Margar mögulega lausnir.

8-tíu

28 Margar mögulegar lausnir.

29 a 12

c 36

e $\frac{3}{50}$

g 1

b $12\frac{1}{2}$

d $2\frac{1}{2}$

f $3\frac{9}{10}$

h $8\frac{1}{3}$

bls. 58

30 a 18

b $\frac{2}{3}$ l.

c $4\frac{1}{2}$

31 a 20

b 10

c 32

32 a 10

c 5x

e $8\frac{1}{3}$

g 3

b 3a

d $\frac{10}{y}$

f $\frac{25}{a}$

h $3\frac{1}{2}$

33 a 3

b $4\frac{1}{2}$

c 2a

d $\frac{7x}{7+2x}$

bls. 59

34 a $5\frac{1}{3}$

c $5\frac{a}{4} = 1\frac{1}{4}a$

e 2

g $2\frac{2}{3}$

i $\frac{1}{2}$

b $1\frac{1}{2}$

d $5\frac{a}{4} = 1\frac{1}{4}a$

f 2y

h $\frac{6x^2}{25}$

j 2

35 $\frac{8}{8} : \frac{1}{3} = \frac{24}{8} = 3$

$\frac{7}{8} : \frac{1}{3} = \frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$

$\frac{6}{8} : \frac{1}{3} = \frac{18}{8} = 2\frac{1}{4}$

$\frac{5}{8} : \frac{1}{3} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$

$\frac{4}{8} : \frac{1}{3} = \frac{12}{8} = 1\frac{1}{2}$

$\frac{3}{8} : \frac{1}{3} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$

$\frac{2}{8} : \frac{1}{3} =$ Ekki hægt þar sem $\frac{2}{8}$ er minna en $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{8} : \frac{1}{3} =$ Ekki hægt þar sem $\frac{1}{8}$ er minna en $\frac{1}{3}$

8-tíu

36 a $\frac{1}{2}$

b $\frac{1}{6}$

c $\frac{4}{15}$

d $\frac{1}{15}$

bls. 62

37 a 210

b 500 500

c 3 126 250

d 12 090

bls. 63

38 a $5^5 \cdot 3^3$

c $11^2 \cdot (\frac{2}{5})^3$

e $a^2 \cdot 2^3$

b $7^2 \cdot a^6$

d $11 \cdot b^5$

f $5^3 \cdot v^2$

39 a $(\frac{1}{2})^4$

c $\frac{2}{3} \cdot (\frac{7}{8})^4$

e $(\frac{5}{4})^2 \cdot (\frac{a}{9})^2$

b $(\frac{2}{3})^4$

d $(\frac{3}{7})^3 \cdot (\frac{5}{7})^2$

f $(\frac{2a}{5})^3$

40 a $\frac{1}{8}$

b $\frac{64}{125}$

c $\frac{1296}{625}$

d $\frac{49}{16}$

41 Margar mögulegar lausnir. Dæmi um svar: Halldís hefur rétt fyrir sér því ef tala a er margfölduð með broti sem er minna en einn verður margfeldið alltaf minna en a.

42 Hefja þarf $\frac{5}{4}$ í fjórða veldi til að fá tölu sem er stærri en 2.

Hefja þarf $\frac{10}{5}$ í annað veldi til að fá tölu sem er stærri en 2.

43 a 0,034

b 4,63

c 1

d 64

e 0,735

44 a $\frac{1}{1296}$

c $\frac{1}{36}$

e $\frac{256}{6561}$

g $\frac{2}{3}$

b 1

d $\frac{1}{1296}$

f 1

h $\frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$

45 a $7,45 \cdot 10^5$

c $2,3 \cdot 10^{-1}$

e $2,85 \cdot 10^{-15}$

b $1,5 \cdot 10^8$

d $7,89 \cdot 10^{-6}$

f $9,72 \cdot 10^{-9}$

8-tíu

bls. 64

46 a $3^4 + 3^4 = 2 \cdot 3^4 = 2 \cdot 81 = 162$

b 4

c 130

d 0

e $7^2 + 7^2 + 7^2 = 3 \cdot 7^2 = 3 \cdot 49 = 147$

f 1221

g $\frac{5}{8}$

h $\frac{20}{27}$

47 a 3^8

c 3^{11}

e $\left(\frac{1}{3}\right)^{11}$

g $\left(\frac{a}{6}\right)^8$

b 7^3

d x^2

f 3^{-4}

h $\left(\frac{2}{3}\right)^2$

48 a 5^{-2}

b $\frac{8}{9}$

c $a^4 : b^4$

d $\frac{1}{49a^2}$

e 16

bls. 65

49 a Tómas: 1 tákna eldspýtuna lengst til vinstri. Bæta þarf þremur eldspýtum við þessa einu til að fá ferning. N-ið tákna þá hve marga ferninga búa skal til úr eldspýtunum.

Arndís: Hún notar tölustafinn 4 til að tákna fyrsta ferninginn sem hún býr til. Til að búa til nýjan ferning þarf 3 eldspýtur til viðbótar. Til að finna út hve margar eldspýtur þarf í n-marga ferninga þarf hún því að draga fyrsta ferninginn frá (n-1) og margfalda með 3.

Kristján: Í fyrri sviganum er sá fjöldi ferninga, n, sem búa skal til margfaldaður með 2, þar sem talan 2 tákna þær eldspýtur sem liggja lárétt. Seinni sviginn gefur til kynna þann fjölda eldspýta sem þarf til að loka ferningunum.

b Allar stæðurnar ættu að verða $1 + 3n$ séu þær einfaldaðar.

c Til að leggja hundrað ferninga mynstur þarf 301 eldspýtu. Til að leggja milljón ferninga mynstur þarf 3 000 001 eldspýtu.

8-tíu

$$50 \text{ a } 4x + 3 \qquad \text{c } x^2 + 5x \qquad \text{e } -3x^2 + 24x + 15$$

$$\text{b } -x + 4 \qquad \text{d } 5x - \frac{2}{3} \qquad \text{f } n^2 - 9n$$

g a-liður hefur gildið -9.

b-liður hefur gildið 7.

c-liður hefur gildið -6.

d-liður hefur gildið $-15\frac{2}{3}$

e-liður hefur gildið -84.

f-liður hefur gildið 36 ef $n = -3$

$$51 \quad x + 4 + 4x + 4x + 5 = 6x + 4 + 3x + 3 + 2$$

$$(4x + 3)(4x - 3) = 16x^2 + 12x - 3(4x + 3)$$

$$3x^2(2x^3 - 5x) = (3x^2 \cdot 2x^3) - (3x^2 \cdot 5x)$$

$$2x^3 \cdot 3x^2 = 2 \cdot 3 \cdot x^3 \cdot x^2$$

$$\frac{1}{2} - x^3 + 3 + 2x^3 = 4x^3 + \frac{3}{4} + 2\frac{3}{4} - 3x^3$$

$$52 \text{ a } \frac{4x + 2y}{10x + 5y} = \frac{2(2x + y)}{5(2x + y)} = \frac{2}{5} \quad \text{b } \frac{8y + 12}{2y + 3} = \frac{4(2y + 3)}{2y + 3} = 4 \quad \text{c } \frac{6m + 2mp}{6m^2} = \frac{2m(3 + p)}{2m \cdot 3m} = \frac{3 + p}{3m}$$

53 Það sem er í nefnara eru tveir aðskildir liðir þar sem samlagning og frádráttur skipta liðum. Það er enginn þáttur sameiginlegur báðum liðum nefnarans og teljaranum.

54 Það sem er í teljara eru tveir aðskildir liðir þar sem samlagning og frádráttur skipta liðum. Það er enginn þáttur sameiginlegur báðum liðum teljarans og nefnarannum.

bls. 66

55 Margar mögulegar lausnir.

$$56 \text{ a } 5$$

$$\text{b } \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

$$\text{c } \frac{5}{6}$$

$$\text{e } \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

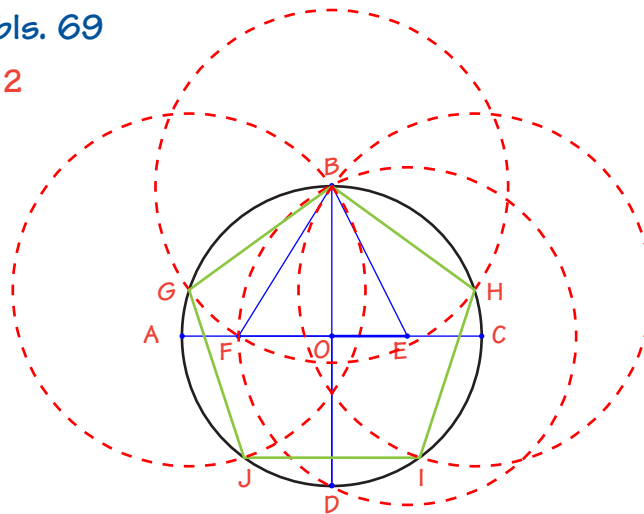
Pýþagóras

bls. 68

- 1 a 6,32 m
b 40 m

bls. 69

2



- 3 Margar mögulegar lausnir.

bls. 70

- 4 Summa deila er $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$.

- 5 Meðal annars með því að sýna fram á að allar sléttar tölur eru deilanlegar með 2. Allar frumtölur (að 2 undanskildum) eru hins vegar oddatölur. Frumtölur eiga sé enga náttúrulega deila fyrir utan 1 og töluna sjálfa. Oddatölurnar áttu því að mati Pýþagóringa að vera sjálfstæðari og sterkari en sléttar tölur.

- 6 Margar mögulegar lausnir.

bls. 71

- 7 a Sjá mynd í glósubók bls. 71
b Það má til dæmis sýna fram á með því að klippa rúðunetið þannig til að rúðurnar sem eru á skammhliðunum passi fullkomlega inn í rúðunetið sem er á langhliðinni.
c Já

8-tíu

8 a $5^2 + 12^2 = 13^2$
 $25 + 144 = 169$
 $169 = 169$

b $99^2 + 4900^2 = 4901^2$
 $9801 + 24010000 = 24019801$
 $24019801 = 24019801$

bls. 72

9 a Já. $33^2 + 44^2 = 55^2$ **b** Nei. $5^2 + 8^2 \neq 11^2$ **c** Nei. $11^2 + 22^2 \neq (\sqrt{628})^2$

10 a Veljum oddatölu og köllum hana n . Önnur skammhliðin er þá n og hin skammhliðin er þá $\frac{n^2-1}{2}$.
 Hliðarlengd langhliðarinnar er þá $\frac{n^2+1}{2}$. Þýðagóríska þrenndin er því táknuð: $(n, \frac{n^2-1}{2}, \frac{n^2+1}{2})$.

b Veljum fjórar oddatölur, t.d. 3, 5, 7 og 9. Þýðagórísku þrenndirnar eru þá:
 3, 4 og 5.
 5, 12 og 13.
 7, 24 og 25.
 9, 40 og 41.

11 a Veljum slétta tölu hærra en 2 og köllum hana n . Önnur skammhliðin er þá n og hin skammhliðin er þá $\left(\frac{n}{2}\right)^2 - 1$. Hliðarlengd langhliðarinnar er þá $\left(\frac{n}{2}\right)^2 + 1$.
 Þýðagóríska þrenndin er því táknuð: $(n, \left(\frac{n}{2}\right)^2 - 1, \left(\frac{n}{2}\right)^2 + 1)$.

b Veljum fjórar sléttar tölur stærri en 2, t.d. 4, 6, 8 og 10. Þýðagórísku þrenndirnar eru þá:
 4, 3 og 5.
 6, 8 og 10.
 8, 15 og 17.
 10, 24 og 26.

12 a Já. **b** Nei. **c** Nei. **d** Já.

8-tíu

bls. 74

13 Margar mögulegar lausnir.

14 Margar mögulegar lausnir.

bls. 75

15 c^2 er flatarmál hvíta ferningsins sem hefur hliðarlengdina c . $4\left(\frac{1}{2}ab\right)$ – er samanlagt flatarmál allra þríhyrninganna sem eru á myndinni.Mætti í raun skrá sem $\frac{4ab}{2}$. $(a+b)^2$ er flatarmál alls ferningsins.

Hér er búið að reikna upp úr svigunum.

Hér er svo búið að draga $2ab$ frá báðum megin og útkoman er setning Pýþagórasar.

$$c^2 + 4\left(\frac{1}{2}ab\right) = (a + b)^2$$

$$c^2 + 2ab = a^2 + 2ab + b^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

16 Margar mögulegar lausnir.

8-tíu Líkön

bls. 76

- 1 a 25. (Deilt með fjölda fermetra á hvert bílastæði í heildarfjölda fermetra)
 b 15
 c Deilt er með 50 m^2 í heildarfjölda fermetra iðnaðarhúsnæðis.
- 2 a 36
 b 21
 c Deilt er með 35 m^2 í heildarfjölda fermetra verslunarhúsnæðis.
- 3 a $\frac{\text{verslunarhúsn. m}^2}{35} - \frac{\text{iðnaðarhúsn. m}^2}{50} = \frac{1000}{35} - \frac{1000}{50} = 29 - 20 = 9$ bílastæði
 b $\frac{\text{verslunarhúsn. m}^2}{35 \text{ m}^2} - \frac{\text{iðnaðarhúsn. m}^2}{50 \text{ m}^2}$

bls. 77

- 4 a Við hjólreiðar.
 b Við kyrrsetu.
 c Aldrei, líkaminn er alltaf að brenna hitaæiningum. Eini möguleikinn er að um lík sé að ræða.
- 5 a 37,8 kílóhitaæiningum.
 b Jónas hefur verið að spila á píanó í 55 mínútur.
 c Jafnan er umskrifuð þannig: $\text{kílóhitaæiningar} = \frac{\text{kílóhitaæingar}}{(\text{mín.} \cdot \text{þyngd})} \cdot \text{þyngd} \cdot \text{mínútur}$.
 x stendur fyrir fjölda mínútna, 8,28 er margfeldi þyngdar Sigríðar og brennslu í körfubolta samkvæmt upplýsingum í töflu. 500 er brennsla Sigríðar. Úr jöfnunni má finna að Sigríður er 60 kg því $8,28 : 0,138 = 60$
 $500 = 0,138 \cdot 60 \cdot x$

6

		Kílóhitaæingar				
		100	200	300	400	500
Körfubolti	0,138	12,08	24,15	36,23	48,31	60,39
Smiðar	0,052	32,05	64,10	96,15	128,21	160,26
Hjólreiðar	0,169	9,86	19,72	29,59	39,45	49,31
Afslöppuð lega	0,022	75,76	151,52	227,27	303,03	378,79
Píanóleikur	0,04	41,67	83,33	125,00	166,67	208,33
Ganga	0,08	20,83	41,67	62,50	83,33	104,17
Sipp	0,162	10,29	20,58	30,86	41,15	51,44
Borðtennis	0,068	24,51	49,02	73,53	98,04	122,55
Skriftir	0,029	57,47	114,94	172,41	229,89	287,36
Fótbolti	0,132	12,63	25,25	37,88	50,51	63,13
Kyrrseta	0,021	79,37	158,73	238,10	317,46	396,83
Golf	0,085	19,61	39,22	58,82	78,43	98,04

Mæliein: mínútur

8-tíu

7 Margar mögulegar lausnir.

bls. 78

- 8 a 43 575 kr.
 b 87 150 kr.
 c 63 184 kr.
 d 631 838 kr.
 e $4000 \cdot t \cdot 1,245$

bls. 79

9 Margar mögulegar lausnir.

bls. 80

- 10 Margar mögulegar lausnir.
 11 Mat nemenda – engin ein lausn.
 12 1288,23 ml, eða 1,28823 lítrar.

bls. 81–83

13–17 Í þessum dæmum er byggt á athugunum nemenda og geta svörin því verið æði misjöfn á milli nemendahópa.

bls. 84

- 18 Engin ein rétt lausn.
 19 Margar mögulegar lausnir.
 20 Margar mögulegar lausnir.
 21 Margar mögulegar lausnir.

bls. 85

- 22 Viktor fær 7,5 milljónir.
 Freyja fær 9,5 milljónir.
 Alvin fær 8,5 milljónir.
 Blædís fær 1,5 milljónir og húsið en greiðir hlut hinna af arfinum.

8-tíu

- 23** Tilboðsverð Hlínar er hæst, 16 milljónir.
 Sjóðurinn er því $\frac{3}{4} \cdot 16 = 12$ milljónir.
 Úr sjóðnum fær Héðinn $\frac{1}{4} \cdot 12 = 3$ milljónir, Sigurður $\frac{1}{4} \cdot 15 = 3,75$ milljónir og Vaka $\frac{1}{4} \cdot 13 = 3,25$ milljónir.
 Þau hafa þá tekið samtals 10 milljónir úr sjóðnum og skipta jafnt á milli sín þeim 2 milljónum sem eftir eru.
 Héðinn fær samtals 3,5 milljónir.
 Hlín fær samtals 0,5 milljónir.
 Sigurður fær samtals 4,25 milljónir.
 Vaka fær samtals 3,75 milljónir.

- 24** Engin ein lausn.

bls. 86

- 25 a** Staðsetningu höfuðstöðva og því hver er stjórnarformaður.
b Nafni fyrirtækisins, uppsögnum og því hver er forstjóri.
c Fyrirtæki A nýtir 60 stig.
d Fyrirtæki B nýtir 70 stig.
e Margar leiðir. Ein leið er sýnd á bls. 87.

bls. 87

- 26 a** $\frac{7}{9}$
b Stjórnarmenn í fyrirtæki A nýta 64,444... stig ($25 + 35 + 20 \cdot \frac{2}{9}$).
 Stjórnarmenn í fyrirtæki B nýta 64,444... stig ($10 + 35 + 25(1 - \frac{2}{9})$).
c Skoðun nemenda – engin ein rétt lausn.

- 27** Engin ein lausn.

bls. 88

- 28** Margar mögulegar leiðir að lausn. Hér eru dæmi um tvær leiðir.
a Að velja þá tvo bíla sem fengu flest atkvæði í fyrsta sæti. Sportbillinn fær flest atkvæði í fyrsta sætið, eða tvö, og verður því fyrir valinu. Hinn billinn sem stillt verður upp verður þá annað hvort pallbillinn eða jeppinn. Þeir fá jafn mörg atkvæði í fyrsta sætið, en jeppinn fær fleiri atkvæði í annað sætið og verður því hinn billinn sem stillt er upp.
b Að telja saman heildarstigafjölda og velja þá tvo bíla sem fá fæstu stigin. Sportbillinn fær 7 stig, pallbillinn fær 10 stig, fjölskyldubillinn fær 14 stig og jeppinn fær 9 stig. Sportbillinn og jeppinn verða því fyrir valinu.

8-tíu

29 Engin ein lausn.

bls. 89

30 Skattar: Laun · skattprósenta = skattur ($60\,000 \cdot 0,3572 = 21\,432$)

Orlof: Laun · orlofsprósenta = orlof ($60\,000 \cdot 0,1017 = 6102$)

Lífeyrirsjóður: Laun · lífeyrissjóðsprósenta = lífeyrir ($60\,000 \cdot 0,04 = 2400$)

31 Þetta líkan byggir á líkum. Líkanið gefur öllum jafna möguleika og hrein tilviljun ræður hver verður fyrir valinu þegar vinna á óvinsæl verk á heimilinu eða velja á milli hluta.

32 Líkön til að greina samband stærða má finna m.a. í dæmum 22 og 30.

Líkön til að greina röð verka má finna m.a. í dæmum 19-20 og 25-27.

33 c Einföldum líkön Gísla og Ólafar:

Gíslí: $x + 2 + 4 \cdot x = x + 2 + 4x = 5x + 2$

Ólöf: $x \cdot 2 + 1 + x + x \cdot 2 + 1 = 2x + 1 + x + 2x + 1 = 5x + 2$

Þetta er sama líkanið.

Algebra og jöfnur

bls. 90

- 1 Dæmi um svör.
- a Lengd brúna rétthyrningsins + breidd hans + $3 \cdot$ hliðarlengd rúðunetsins + mismunur lengdar brúna rétthyrningsins og hliðarlengdar rúðunetsins + breidd brúna rétthyrningsins.
- b $2 \cdot$ lengd brúna rétthyrningsins + $2 \cdot$ (hliðarlengd rúðunets + breidd brúna rétthyrningsins)
- c Ummál brúna rétthyrningsins + ummál rúðunetsins – oftaldar tvær hliðarlengdir rúðunetsins.
- d Ummálið er alltaf rétt skráð.
- 2 Margar mögulegar lausnir.
Til dæmis má skrá a lið sem $2x + 1 + 4 + 4 + 4 + 3$ eða $3 \cdot 4 + 3 + 2x + 1$

bls. 91

- 3 a $2x + 2y + 2$ b $4x + 2y$ c $2x + 4y + 4$
- 4 Hægt er að teikna svæðin á ótal mismunandi vegu.
- 5 Hægt er að teikna svæðin á ótal mismunandi vegu.
- 6 a $5x - 1$ c $3x^2 + 2b$ e $3y^2 + \frac{1}{4}$
b $9a - 3r$ d $-2x^3 + 9$ f $y^2 + \frac{6}{5}y$
- 7 a $18x$ c $19b^2 - 6b$ e $2a + 4$
b $-14a - 1$ d $12xy + 3x - 7y$ f $24k - \frac{4}{5}$
- 8 a $9n$ b $6m - 4$ c $8k - 2$
- 9 a $31,5$ b 26 c 54
- 10 a $7a + 4\frac{3}{4}$. Gildi stæðunnar er 18,75.
b $a + 7$. Gildi stæðunnar er 9.
c $2a$. Gildi stæðunnar er 4.

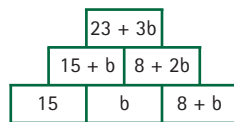
8-tíu

- d** $10b - 8,9$. Gildi stæðunnar er 16,1.
e $0b^2$. Gildi stæðunnar er 0.
f $-a^3 + 2a^2 - 4a$. Gildi stæðunnar er -8 .

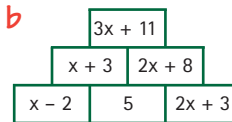
bls. 92

- 11 a** Premur árum yngri en Tinna.
b Tvöfaldur aldur Tinnu
c Gréta: $x + 4$. Matthías: $x - 1$. Torfi: $2x + 2$

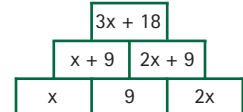
12 a



b



- c** Margar leiðir færar að lausn.
 Hér er dæmi um lausn:



- 13 a** $6b^4 - 12b$ **c** $4,6k$ **e** 2
b $3x^2 + \frac{3}{2}x$ **d** $\frac{14}{5}k^4 + 3,5$ **f** 2

- 14 a** $kg \cdot kr$
b $km/klst \cdot klst$
c $2 + 4n$ (n er númer myndar).

15 Margar mögulegar lausnir.

bls. 93

- 16 a** $4(a - 3)$ **c** $b(5 + x)$ **e** $5(5a - 1)$ **g** $2y(y - 3x)$
b $4(x^2 + 5)$ **d** $2x(2a + x)$ **f** $7k(k^2 - 1)$ **f** $11(9 + a)$
- 17 a** $3x(3x - y)$ **c** $4y^2(x + 2)$ **e** $8a(3 + a^2)$ **g** $2xy(y - 5x)$
b $4a(b - 3a)$ **d** $3c(1 + 4a^2)$ **f** $6a(4 + 3ax)$ **h** $2x^2y^2(y - 5x)$

18 Týndu stærðirnar eru hér undirstrikaðar.

a $\underline{3}(4d - 3) = 12d - 9$ **b** $\underline{h}(3h + 2x) = 3h^2 + \underline{2}hx$ **c** $8p(p + \underline{2}) = \underline{8}p^2 + 16p$

- 19 a** $2b^2 + 24b$ **c** $8k^3 + 24k^2$ **e** $2x^2 + 3ax^2$ **g** $-4ad - 6d^2$
b $8x^2 - 20x$ **d** $x^2y + xy^2$ **f** $3bx + 4ax$ **h** $-4ad + 6d^2$

8-tíu

20 a $2x^2$ b ax c ax d $2a$

e Margar mögulegar lausnir. Hér eru tvær: $2x \cdot 3ax = 6ax^2$. $a \cdot 6x^2 = 6ax^2$.

bls. 94

21 a $\frac{1}{3}x$ b $\frac{3}{x}$ c $4a$ d $4k$ e 36 f $5a$

22 a $x + 3$ c 4 e $x - 3$ g 5
 b 4 d 6 f $1 + 2a$ h xy

23 a Halla reiknar rétt.

b Til að hægt sé að deila með nefnarannum verður hann að vera sameiginlegur þáttur í öllum liðum teljarans.

c Vegna þess að $5a$ er sameiginlegur þáttur í báðum liðum nefnarans.

24 a $2d$ b d c $4 - 2x$ d $2x$

25 a $\frac{-4(a-2)}{a-2} = -4$ b $\frac{-4(-a+2)}{-a+2} = -4$ c $\frac{-4(a+2)}{a+2} = -4$ d $\frac{4(-a-2)}{-a-2} = 4$

bls. 95

26 a $\frac{2p+10}{3p+15} = \frac{2(p+5)}{3(p+5)} = \frac{2}{3}$ b $\frac{2x-6}{x}$

27 a 4, 5, 6 og 7.

b $4 \cdot 7 = 28$

c $5 \cdot 6 = 30$

d Veljum til dæmis 6, 7, 8 og 9. $6 \cdot 9 = 54$ og $7 \cdot 8 = 56$.

e Margfeldi talnanna í miðjunni er alltaf tveimur hærra en margfeldi hæstu og lægstu talnanna.

f Tölurnar eru þá: x , $x + 1$, $x + 2$ og $x + 3$.

$$x \cdot (x + 3) = x^2 + 3x$$

$$(x + 1) \cdot (x + 2) = x^2 + 3x + 2.$$

$$x^2 + 3x + 2 - (x^2 + 3x) = 2$$

28 a 3, 4, 5, 6 og 7.

b $3 \cdot 7 = 21$

c $4 \cdot 6 = 24$

d Veljum til dæmis 5, 6, 7, 8 og 9. $5 \cdot 9 = 45$ og $6 \cdot 8 = 48$.

8-tíu

e Margfeldi annarrar og fjórðu tölunnar er þremur hærra en margfeldi lægstu og hæstu tölunnar.

f Tölurnar eru þá: $x, x + 1, x + 2, x + 3$ og $x + 4$.

$$x \cdot (x + 4) = x^2 + 4x.$$

$$(x + 1) \cdot (x + 3) = x^2 + 4x + 3.$$

$$x^2 + 4x + 3 - (x^2 + 4x) = 3$$

29 a Margfeldi annarrar og fimmtu tölunnar er fjórum hærra en margfeldi lægstu og hæstu tölunnar.

30 Með orðum:

Ef við höfum n -fjölda af nágrannatölum þá er margfeldi næststærstu og næstminnstu talnanna $n - 2$ stærri en margfeldi lægstu og hæstu talnanna.

Með táknum:

$x, x + 1, x + 2, \dots, x + n - 2, x + n - 1$. (X er minnsta nágrannatalan, n tákna fjölda nágrannatalna og stærsta nágrannatalan er alltaf $n - 1$ stærri en minnsta nágrannatalan).

$$x \cdot (x + n - 1) = x^2 + xn - x. \text{ (margfeldi lægstu og hæstu talnanna)}$$

$$(x + 1) \cdot (x + n - 2) = x^2 + xn - 2x + x + n - 2 = x^2 + xn - x + n - 2.$$

(margfeldi næstminnstu og næststærstu talnanna)

$$\begin{aligned} \text{Mismunur margfeldanna er:} \quad & x^2 + xn - x + n - 2 - (x^2 + xn - x) = \\ & x^2 + xn - x + n - 2 - x^2 - xn + x = n - 2 \end{aligned}$$

31 10

bls. 96

32 a

·	40	5
30	1200	150
3	120	15

$$1200 + 150 + 120 + 15 = 1485$$

b

·	40	5
x	$20x$	$5x$
3	600	15

$$20x + 5x + 60 + 15 = 25x + 75$$

c

·	y	8
x	xy	$8x$
5	$5y$	40

$$xy + 8x + 5y + 40$$

8-tíu

d

·	c	8
a	ac	ad
b	bc	bd

$$ac + ad + bc + bd$$

e

·	a	-3
a	a ²	-3a
8	8a	-24

$$a^2 + (-3a) + 8a + (-24) = a^2 + 5a - 24$$

f

·	3x	-3
2x	6x ²	-10x
3	9x	-15

$$6x^2 + (-10x) + 9x + (-15) = 6x^2 - x - 15$$

33 a $20a^2 + 23a + 6$ **b** $20a^2 + 7a - 6$ **c** $20a^2 - 7a - 6$ **d** $20a^2 - 23a + 6$

34 a $20a^2 + 21a + 6$ **b** $-20a^2 + 7a + 6$ **c** $20a^2 + 7a - 6$ **d** $-20a^2 + 23a - 6$

35 a $3n^2 - 28n + 32$ **c** $56b^2 + 7bx + 64b + 8x$ **e** $36p^3 + 35p^2 + 6p$
b $2x^2 - 7x - 15$ **d** $10x^2 + 15ax - 3a - 2x$ **f** $36n^3 + 63n^2 + 20n$

bls. 97

36 a $b^2 + ab + ac + bc + 4b + 4c$

b $2x^2 - 2xy - x - 5y - 15$

c $6n^2 + 2nx + 7n + 3x - 3$

37 a $a^2 + 4a + 4$

b $x^2 + 14x + 49$

c $a^2 + 6a + 9$

38 Rauðu svæðin eru jafnstór, hvort um sig er $3x$ að stærð. Lögun bláa svæðisins er x^2 . Lögun græna svæðisins er $3^2 = 9$.

39 Margar mögulegar lausnir.

Dæmi um svar: Ef $a = x$ og $b = 3$ má nota myndina.

Flatarmál hennar er $x^2 + 3x + 3x + 3^2 = x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2$ það er $a^2 + 2ab + b^2$.

8-tíu

40 a $x^2 + 12x + 32$ Ath. í fyrstu prentun bókar stendur $(x + 4)(x + 8)$ en hefði átt að vera $(x + 4)(x + 4) = x^2 + 8x + 16$

b $x^2 + 16x + 64$

c $50^2 + 2 \cdot 50 \cdot 6 + 6^2 = 2500 + 600 + 36 = 3136$

d $11^2 + 2 \cdot 11 \cdot 5 + 5^2 = 121 + 110 + 25 = 256$

e $4a^2 + 12a + 9$

f $4x^2 + 4xy + y^2$

41 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

42 a $x^2 - 8x + 16$

b $x^2 - 16x + 64$

c $50^2 - 2 \cdot 50 \cdot 6 + (-6)^2 = 2500 - 600 + 36 = 1936$

d $11^2 - 2 \cdot 11 \cdot 5 + (-5)^2 = 121 - 110 + 25 = 36$

e $4a^2 - 12a + 9$

f $4x^2 - 4xy + y^2$

43 a $(n + 6)(n + 6)$ **c** $(n - 8)(n - 8)$ **e** $(7 - n)(7 - n)$ **g** $(2n + 4)(2n + 4)$
b $(n + 9)(n + 9)$ **d** $(n + 8)(n + 8)$ **f** $(10 + n)(10 + n)$ **h** $(3n + 2)(3n + 2)$

Ath. í dæmi 43d í kennslubók á að standa $n^2 + 16n + 64$. Þessu verður breytt í næstu prentun.

bls. 98

44 a $a^2 - 9$ **b** $x^2 - 25$ **c** $64 - a^2$

d Í a-lið er svarið mismunur ferningstalnanna a^2 og 3^2 . Í b-lið er svarið mismunur ferningstalnanna x^2 og 5^2 . Í c-lið er svarið mismunur ferningstalnanna 8^2 og a^2 .

45 a $(x + 4)(x - 4)$ **b** $(b + c)(b - c)$ **c** $(9 + y)(9 - y)$ **d** $(11 + a)(11 - a)$

46 a $400 - a^2$ **b** $400 - 4 = 396$ **c** $x^2 - 49$ **d** $4x^2 - 4$

47 Engin ein rétt lausn.

48 a $x^2 + 16x + 64$ **d** $3x^2 - 54x + 81$ **g** $144 - y^2$
b $a^2 + 6a + 9$ **e** $b^2 - 49$ **h** $25x^2 - 1$
c $m^2 - 25$ **f** $36 + 12y + y^2$ **i** $49 - 28a + 4a^2$

8-tíu

49 a $2x^2 + 10x + 12$

b $8a^2 + 6a - 2$

b $2k^2 - k - 1$

50 a $(x + 2)(x + 2)$

d $(2x - 3)(2x - 3)$

g Í 1. prentun bókar er villa, þar ætti að standa $k^2 + 20k + 100$
($k + 10$) ($k + 10$)

b $(7 + a)(7 - a)$

e $(3 + 2x)(3 + 2x)$

h $(4x - 1)(4x - 1)$

c $(11 - m)(11 - m)$

f $(2x + 3)(2x - 3)$

i $(12 + 6x)(12 - 6x)$

bls. 99

51 a $x + 5$

b $x + x + 5 + x + x + 5 = 4x + 10$

c $4x + 10 = 38$

$4x = 28$

$x = 7$

52 Ummál fernings er $4(x + 4)$.Ummál rétthyrnings er $2(x + 2x)$ Þar sem ferhyrningar hafa sama ummál má nota þessar upplýsingar til að finna x .

$4(x + 4) = 2(x + 2x)$

$4x + 16 = 2x + 4x$

$4x + 16 = 6x$

$16 = 6x - 4x$

$16 = 2x$

$8 = x$

Hliðarlengdir fernings eru því 12 m og flatarmál hans 144 m^2 .Hliðarlengdir rétthyrnings er 8 m og 16 m flatarmál hans 128 m^2 .53 a Stæðurnar tvær eru jafngildar. Búum til jöfnu og leysum $(20x + 1) = (10x + 3,5)$.
Fáum að $x = 0,25 \text{ cm}$. Lengd rétthyrningsins er því 6 cm.

b $6 \text{ cm} \cdot \text{breidd} = 18 \text{ cm}^2$

$\text{breidd} = \frac{18 \text{ cm}^2}{6 \text{ cm}}$

$\text{breidd} = 3 \text{ cm}$

54 Þríhyrningur: $6 \text{ cm} + a + 4 \text{ cm} + 2a + 2 \text{ cm} = 3a + 12 \text{ cm}$ Rétthyrningur: $4 \text{ cm} + 2a + 4 \text{ cm} + 2a = 4a + 8 \text{ cm}$ Leysum jöfnurnar saman til að finna hvað a er mikið:

$4a + 8 \text{ cm} = 3a + 12 \text{ cm}, \quad a = 4 \text{ cm}$

Ummál þríhyrnings: $3 \cdot 4 \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$

Flatarmál þríhyrnings: $\frac{(4 \text{ cm} + 4 \text{ cm}) \cdot 6 \text{ cm}}{2} = \frac{(8 \text{ cm}) \cdot 6 \text{ cm}}{2} = \frac{48 \text{ cm}^2}{2} = 24 \text{ cm}^2$

Ummál rétthyrnings: $4 \cdot 4 \text{ cm} + 8 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$

Flatarmál rétthyrnings: $4 \text{ cm} \cdot 2 \cdot 4 \text{ cm} = 4 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 32 \text{ cm}^2$

8-tíu

- 55 a** Allir liðir margfaldaðir með fjórum. **f** 2 bætt við báðum megin.
b 1 dreginn frá báðum megin. **g** 3 bætt við báðum megin.
c 2 dregnir frá báðum megin. **h** x dregið frá báðum megin.
d 3 dregnir frá báðum megin. **i** 2x dregin frá báðum megin.
e 1 bætt við báðum megin. **j** 3x dregin frá báðum megin.

k Allir liðir jöfnunnar margfaldaðir með 3.

C-lið er auðvelt að leysa því það dugar að beita einni aðgerð, þ.e. deila má með þremur báðum megin.

bls. 100

56 Ýmsar leiðir má nota fara við lausn og fara lýsingar eftir því hvaða leið er valin.

- a** $x = 4$ **c** $y = 5$ **e** $x = \frac{5}{4}$ **g** $x = 2$
b $x = 5$ **d** $x = 269,5$ **f** $x = 4$ **h** $x = -2$

Í 1. prentun bókar er villa, þar ætti að standa
 $5x = x + 20$

- 57** $3(x + 5) \text{ cm} = 4(x + 2,25) \text{ cm}$
 $3x + 15 \text{ cm} = 4x + 9 \text{ cm}$
 $6 \text{ cm} = x$

Allar hliðar þríhyrningsins eru $x + 5 \text{ cm}$ að lengd, eða 11 cm .

Allar hliðar rétthyrningsins eru $x + 2,25 \text{ cm}$ að lengd $8,25 \text{ cm}$.

Ummál þríhyrningsins er $11 \text{ cm} + 11 \text{ cm} + 11 \text{ cm} = 33 \text{ cm}$.

Flatarmál þríhyrningsins er: $\frac{9,5 \text{ cm} \cdot 11 \text{ cm}}{2} = \frac{104,5 \text{ cm}^2}{2} = 52,25 \text{ cm}^2$

Ummál rétthyrningsins er $8,25 \text{ cm} + 8,25 \text{ cm} + 8,25 \text{ cm} + 8,25 \text{ cm} = 33 \text{ cm}$.

Flatarmál rétthyrningsins er $8,25 \text{ cm} \cdot 8,25 \text{ cm} = 68,0625 \text{ cm}^2$.

Ábending: Til að finna flatarmál þríhyrningsins þarf að finna hæð hans.

- 58 a** $4x + 3 - x = 2x + 13 - x$ **d** $x = 23$
 $x = 5$
 Ath. villa í 1. prentun bókar, á undan $2x$ á að vera jafnaðarmerki.
b $a = -1$ **e** $k = 9$
c $2b - a = -6$ **f** $b = 7$

8-tíu

59 a $4m - x = 27$ d $y = 3$
 b $3 = x$ e $x = 2,5$
 c $6 = x$ f $3p + x = -20$

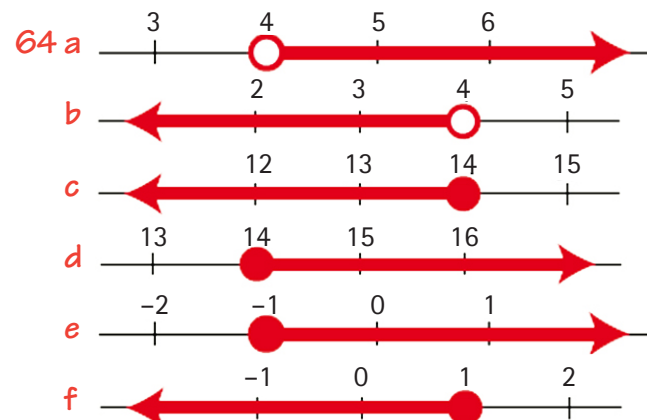
60 $x + x + 1 + x + 2 = 24$
 $3x + 3 = 24$
 $3x = 21$
 $x = 7$
 Tölurnar eru 7, 8 og 9.

61 Guðný á x myndir. Kristín á $x + 50$ myndir. Dóra á $2x$ myndir.
 $x + x + 50 + 2x = 250$
 $4x + 50 = 250$
 $4x = 200$
 $x = 50$
 Guðný á 50 myndir. Kristín á 100 myndir. Dóra á 100 myndir.

bls. 101

- 62 a x er 3.
 b x er stærri en 3.
 c x gæti verið allar þessar tölur sem nefndar eru. Ekki er hægt að skrá öll þau gildi sem x gæti haft.

- 63 a Getur verið lausn.
 b Getur ekki verið lausn.
 c Getur ekki verið lausn.
 d Getur verið lausn.
 e Til dæmis 4, 7, $\frac{19}{2}$ og 35.



8-tíu

65 Talnalína 1 og b , x getur verið allar tölur sem eru minni en eða jafnt og 4.
 Talnalína 2 og c , x getur allar tölur sem eru stærri en eða jafnt og 4.
 Talnalína 3 og a , x getur verið allar tölur sem eru stærri en 4.

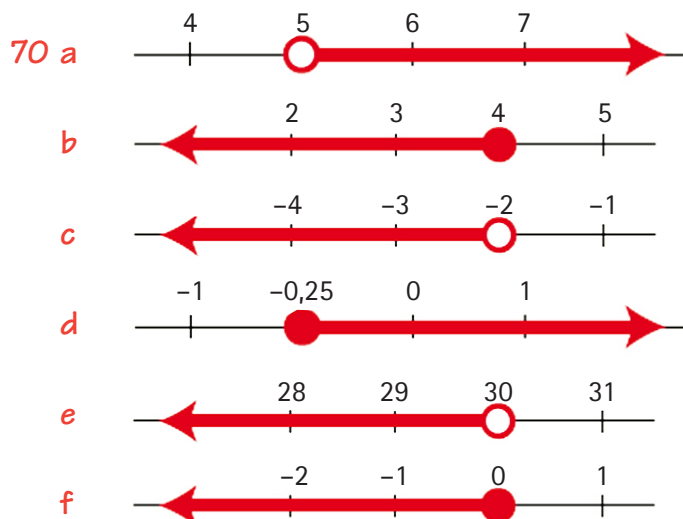
66 Talnalína 1 og d , n getur verið allar tölur sem eru stærri en eða jafnt og -4 .
 Talnalína 2 og a , n getur 3 eða 4.
 Talnalína 3 og c , a getur verið -1 , 0 , 1 , 2 og 3 .
 Talnalína 4 og b , x getur verið -2 , -1 , 0 og 1 .

bls. 102



68 a $8n + 3 \leq 50$
b Rútan getur í hæsta lagi tekið 5 vinnuhópa.

69 a $12n + 5 \leq 80$
b $12n + 5 \leq 59$
c $12n + 5 \leq 40$



8-tíu

- 71 **a** Fullyrðingin helst sönn.
b Fullyrðingin helst sönn.
c Fullyrðingin helst sönn.
d Fullyrðingin helst ekki sönn.
e Fullyrðingin helst sönn.
f Fullyrðingin helst ekki sönn.

bls. 103

- 72 **a** Litaði flöturinn = 36. $x = 12$
b Litaði flöturinn = -8. $x = -10$
c Litaði flöturinn = 3. $x = 5$
d Litaði flöturinn = 24. $x = 5$
e Litaði flöturinn = 5. $x = 1,5$
f Litaði flöturinn = 2. $x = 2$
g Litaði flöturinn = 45. $x = 6$
h Litaði flöturinn = 24. $x = 6$

- 73 **a** $a = 30$ **c** $y = -12$ **e** $x = 3$
b $a = 36$ **d** $x = -5$ **f** $x = 6$

- 74 **a** $2x$ **b** $15a$ **c** $5(m + 2)$ **d** $12x$

- 75 **a** $m = \frac{5}{9}$ **b** $b = \frac{6}{5}$ **c** $x = \frac{9}{10}$ **d** $x = 1$

bls. 104

76 Ýmsar leiðir má fara við lausn jafnanna og því misjafnt hvaða reiknireglur eru notaðar.

- a** $x = 3$ **c** $a = 4$ **e** $\frac{1}{3}$ Ath. e-liður er ekki jafna og verður tekin út í næstu prentun.
b $x = 3$ **d** $a = 3,6$

- 77 **a** $x = \frac{3}{5}$ **c** $x = \frac{3}{4}$
b $x = \frac{3}{5}$ **d** $x = \frac{3}{4}$

- 78 **a** $x = \frac{9 - 3y}{5}$ **c** $x = \frac{3a + 19}{3}$ **e** $\frac{3 - 3k}{4} = x$
b $\frac{4y - 12}{3} = x$ **d** $\frac{18 - 3b}{4} = x$ **f** $\frac{3a - 8}{7} = x$

8-tíu

bls. 105

79 a $x = 90 - \frac{1}{5}x$. Amma Maríu er 75 ára.

b $\frac{1}{5}x = 90 - x$

80 a Eign Stellu er skráð x . Jói á $2x$ og Guðjón $\frac{x}{3}$.

$$x + 2x + \frac{x}{3} = 3\,000\,000$$

 $x = 900\,000$ krónur. Stella á þá $900\,000$ krónur.b Eign Guðjóns er skráð x . Stella á þá $3x$ og Jói $6x$.

$$x = 3\,000\,000 - 3x - 6x.$$

 $x = 3\,000\,000 - 3x - 6x$. Guðjón á $300\,000$ kr.c $\frac{1}{2}x = 3\,000\,000 - x - \frac{1}{6}x$. Auður á $900\,000$ krónur.

d $\frac{1}{6}x = 3\,000\,000 - x - \frac{1}{2}x$.

81 a 950 kr.

b 14 250 kr.

82 a 20 ára. Setja má fram jöfnuna: $20 + 1 \cdot x = 2 \cdot x$ b 26 ára. Setja má fram jöfnuna: $2x - (20 + x) = 6$ c 3:2. Jóakim á $20 + 1 \cdot 10 = 30$. Andrés á $2 \cdot 10 = 20$.

83 Margar mögulegar lausnir.

Dulmálsfræði

bls. 107

- 1 ÚODHHG BVÍ ÞGÍHG
- 2 LYKILLINN ER ÞRÍR TIL HÆGRI ENGINN HEIMA
- 3 Sá sem sendir skilaboðin hliðrar hverjum bókstaf um þrjú sæti til hægri.
Sá sem les úr skilaboðunum hliðrar hverjum bókstaf um þrjú sæti til vinstri.
- 4 Margar mögulegar lausnir.
- 5 Margar mögulegar lausnir.
- 6 a Ekki koma.
b Hittumst klukkan tvö.

Lykilinn er að finna í grænu dálkunum með stafrófinu efst á síðu 107.

Þegar dulmálið er leyst er stafurinn fundinn í neðri dálki, farið tvo til hægri og upp.

Þegar dulmálið er skrifað er stafurinn fundinn í efri dálki, farið tvo til vinstri og niður.

bls. 108

- 7 Hittumst klukkan þrjú – XLHJHÁFX AÐHÆÆDD PÉPI
Hlauptu til Sigga – XÓÓKEGH XÝÐ FYVJÓ

- 8 Sendandi:
Tölugildi bókstafs + tölugildi bókstafs í lykilorði = tölugildi bókstafs í skilaboðum (ef tölugildi bókstafs í skilaboðum er hærra en 31 þarf að draga 31 frá tölugildi).

Móttakandi:

Tölugildi bókstafs í skilaboðum – tölugildi bókstafs í lykilorði = tölugildi bókstafs (ef tölugildi bókstafs er minna en 31 þarf að bæta 31 við tölugildið).

8-tíu

bls. 109

9 Margar mögulegar lausnir.

10 Margar mögulegar lausnir.

bls. 110

11 Margar mögulegar lausnir.

12






Frá vinstri: 0 1 1 0 1 1 1








Frá hægri: 1 0 0 1 0 0 0

13


0110111 0001011 0110001 0011001 0001101 0110111 1000100

1110010 1000100 1000010 1110010 1011100

bls. 111

14 a 7

b 3

c 9