1 2 3 4 5 6

Stærðfræði

Lausnir

Lausnir

8-tíu

NÁMSGAGNASTOFNUN
12. desember 2008

Átta–tíu 3

Lausnir

Ritstjóri: Hafdís Finnbogadóttir

1. útgáfa 2006
Námsgagnastofnun

Umbrot og útlit: Námsgagnastofnun

Tölur

bls. 4

1 a) T.d. í viðskiptum, stærðfræði, tölvufræði og líffræði.
b) T.d. í stærðfræði, líffræði, efnafræði og eðlisfræði.

2 a) 2 000 000 001 200 000
b) 3 000 001 000 006 000 000
c) 170 000 000 008 056 000

3 a) 2083,333 ... km^3
Nóaflóðið varaði 960 klukkustundir og því hefur úrkoman þurft að vera u.þ.b. 2083 km^3 að jafnaði á klukkustund.

bls. 5

4 1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14, 20, 21, 22, 23, 24, 30, 31, 32, 33, 34, 40, 41, 42, 43, 44, 100

5 a) 10
b) 13
c) 31
d) 110

Hópverkefni

Dæmi um rökstuðning. Ef talið er skipulega hve margar tölur á ákveðnu talnabili hafa tölustafina 9 kemur í ljós að hlutfallið hækkar alltaf. Aðeins talan 9 hefur tölustafinn 9 á talnabilinu 0–10. Ef talnabilið er stækkað í 100 eru níu tölur með 9 í einingarsætinu eingöngu og svo tíu tölur með 9 í tugasætinu. Þessi rannsókn leiðir í ljós að sama mynstur kemur fram ef sætum er fjölgað. Ef skoðaður er fjöldinn fyrir 10^7 er hann $9 \cdot 40951 + 10^6 = 5217031$ eða yfir 50% talna á bilinu 0–100 000 000 hafa 9 í einu sæti eða fleirum.

bls. 6

6 a) 7^4 c) 15^6
b) x^6 d) b^{11}

7 a) $6^3 \cdot a^4$ c) $4^2 \cdot 5^3$
b) $3^2 \cdot m^6$ d) $k^6 \cdot h^3$

8 a) 64 c) 14 e) 19 g) 343 i) 7776 k) 625
b) 1024 d) 32 f) 512 h) 50 j) 104976 l) 256

9 $6^5 = 7776$
$6^4 = 1296$
$6^3 = 216$
$6^2 = 36$
$6^1 = 6$
$6^0 = 1$

10 $8^3 = 512$
$8^2 = 64$
$8^1 = 8$
$8^0 = 1$

11 $5^4 = 625$
$5^3 = 125$
$5^2 = 25$
$5^1 = 5$
$5^0 = 1$

12 a) Þær hafa allar sama gildi, þ.e. 1.
b) $a^0 = 1$. $a^2 = a^2$ (mætti einnig skrifa $a \cdot a$).

bls. 7

13 a) $8a^2$ c) $3x^3$ e) $7v^4 - 5v^2$
b) $3a^6 + 3a^3$ d) $14p^2$ f) $24 + 11x^8$
g) x^2 og x^3 má ekki leggja saman því þessar stærðir hafa ekki sama veldisvísi.

Ef talan 3^2 2^3 væri sett í stað x þá væri dæmið $2^2 \cdot 2^3 = 4 + 8 = 12$ en $2 \cdot 2^5 = 64$

14 a) $3x^4 + 4x^3$ c) $5a^3 + 2a^2$ e) $2k^4 + 5k^2$
b) $4h^2 + 6h$ d) $4x^2 + 5x$ f) $3a^2 + 7b^2$

15 Jón lagði veldisvísana saman. Ef b er t.d. 4, kemur í ljós að $4^2 \cdot 4^3 \neq 4^5$
$16 + 64 \neq 1024$

16 a) p^9 b) y^{10} c) q^{19} d) 8^{29}

17 a) 2^8 c) $2^5 \cdot 7^5$ e) a^{17} g) $6^3 \cdot 3^{11}$
b) 3^6 d) 5^8 f) b^{12} h) 5^{17}

bls. 8

18 Ef veldisstofninn er sá sami þá gildir sú regla um deilingu velda að draga má veldisvísi deilis frá veldisvísi deilistofns. $7^4 : 7^2 = 7^2 \quad {}^{4-2=2}$

19

a) 3^4	c) 5^1	e) 6^4	g) x^3	i) 10^5
b) f^2	d) 9^8	f) 6^5	h) e^5	j) 14^2

20

a) 3^{12}	d) 7^4	g) $5^3 \cdot 2^6$	j) a^9
b) 4^7	e) 9^7	h) 12^3	k) r^4
c) $8^0 = 1$	f) 5^6	i) 7^3	l) v^1

21

j) 262144	a) 531441	
k) 1296	b) 16384	
l) 252	c) 1	
	d) 2041	
	e) 4782969	Gildi annarra liða.
	f) 15625	
	g) 8000	
	h) 1728	
	i) 343	

bls. 9

22 a) $3 \cdot 10^8$ m/s
b) $1{,}5 \cdot 10^8$ km
c) $4 \cdot 10^7$ km
d) $9{,}5 \cdot 10^{17}$ km
e) $3{,}84 \cdot 10^5$ km
f) Jörðin: $1{,}5 \cdot 10^8$ km
Merkúríus: $5{,}8 \cdot 10^7$ km
Venus: $1{,}08 \cdot 10^8$ km
Mars: $2{,}28 \cdot 10^8$ km

bls. 10

23

a) a^3	c) 4^1	e) 6^6	g) 5^{-3}
b) x^3	d) 2^1	f) 6^{-2}	h) 3^2

24 a) $\frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$ b) $\frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$ c) $\frac{1}{6^6} = \frac{1}{46656}$ d) $\frac{1}{a^3}$ e) $\frac{1}{w^{23}}$ f) $\frac{1}{g^2}$

25 a) 4^{-2} því $2^{-3} = \frac{1}{8}$ en $4^{-2} = \frac{1}{16}$

b) 2^{-6} því $2^{-6} = \frac{1}{64}$ en $6^{-2} = \frac{1}{36}$

c) 5^{-3} því $4^{-3} = \frac{1}{64}$ en $5^{-3} = \frac{1}{125}$

d) 7^{-5} því $7^{-5} = \frac{1}{16807}$ og $2^{-5} = \frac{1}{32}$

26 a) $\frac{1}{b^2}$ c) 2^3 eða 8 e) $\frac{1}{b^5}$

b) $\frac{1}{3^1} = \frac{1}{3}$ d) 432 eða $2^4 \cdot 3^3$ f) a^7

27 a) Jafnt og einn því $17^0 = 1$.

b) Stærra en einn því $13^{10} \cdot 12$ er há tala.

c) Minna en einn því $2^{-4} = \frac{1}{16}$.

d) Minna en einn því 7^{-9} er einingarbrot með mjög stóran nefnara.

e) Stærra en einn því 13^4 er tala nálægt 30 000.

f) Minna en einn því 9^{-3} er einingarbrot.

bls. 11

28 a) 0,0001 b) 0,00000001 c) 0,001 d) 0,000000001

29 Ef veldið er -9 lenda níu stafir fyrir aftan kommu. Ef veldið er –8 þá lenda átta stafir fyrir aftan kommu. Fjöldi stafa fyrir aftan kommu er jafn veldisvísinum.

30 a) $3 \cdot 10^{-2}$ c) $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ e) $3{,}405 \cdot 10^{-8}$ g) $4 \cdot 10^{-16}$

b) $1{,}9 \cdot 10^{-5}$ d) $1{,}007 \cdot 10^{-2}$ f) $4{,}5 \cdot 10^{-10}$ h) $9{,}876 \cdot 10^{-8}$

31 a) Vatnssameind er léttari.

b) Gullfrumeind er þyngri.

c) Vetnisfrumeind er,6735 $\cdot 10^{-24}$ g.

Vatnssameind er 2,991 $\cdot 10^{-23}$ g.

Gullfrumeind er 3,271 $\cdot 10^{-22}$ g.

32 Margar mögulegar lausnir.

bls. 13

33 Á fyrstu tíu reitunum yrðu samanlagt 1023 hveitikorn.
Á næstu tíu reitum yrðu samanlagt 1 047 552 hveitikorn.
Á síðasta reitnum yrðu 9 223 372 037 000 000 000 hveitikorn.

34 Með námundun eru laun Sessa 1 200 000 000 000 rúmmetrar af hveiti.

35 Margar mögulegar lausnir.
Ein möguleg lausn er að kornhlaðan væri 12 000 metrar á lengd, 10 000 metrar á breidd og 10 000 metrar á hæð.

bls. 14

36 Liðir a, c og f hafa svar sem er náttúruleg tala.

bls. 15

37 −14 er í mengi Z og Q.

8,3 er í mengi Q.

25 er í mengi N, Z og Q.

$\frac{3}{4}$ er í mengi Q.

$\frac{-3}{4}$ er í mengi Q.

1450 er í mengi N, Z og Q.

$2{,}5 \cdot 10^3$ er í mengi N, Z og Q.

6,359 er í mengi Q.

$\frac{15}{97}$ er í mengi Q.

−14,5692 er í mengi Q.

bls. 17

38 a) Mengi náttúrlegra talna (N).
b) Mengi heilla talna (Z).
c) Mengi ræðra talna (Q).
d) Mengi rauntalna (R).

39 Öll hin talnamengin (þ.e. N, Z og Q) eru hlutmengi í mengi rauntalna. N er hlutmengi í Z og líka í Q svo dæmi sé tekið.

40 Þær tölur sem bætast við eru talan 0 og allar neikvæðar heilar tölur.

41 a) Svarið er tala í mengi náttúrlegra talna.
b) Svarið er tala í mengi ræðra talna.
c) Svarið er tala í mengi náttúrlegra talna.
d) Svarið er tala í mengi náttúrlegra talna.
e) Svarið er tala í mengi heilla talna.
f) Svarið er tala í mengi náttúrlegra talna.
g) Svarið er tala í mengi náttúrlegra talna.
h) Svarið er tala í mengi ræðra talna.
i) Svarið er tala í mengi ræðra talna.
j) Svarið er tala í mengi heilla talna.

42 Margar mögulegar lausnir.

43 $\sqrt{2} = 1{,}414213562$
$\sqrt{3} = 1{,}732050808$
$\sqrt{5} = 2{,}236067977$
$\sqrt{7} = 2{,}645751311$
$\sqrt{10} = 3{,}16227766$
Engin regla er á röð aukastafa.

bls. 18

44 a) $\frac{1289}{1000}$ b) $\frac{37}{5}$ c) $\frac{-89}{25}$ d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{177}{25}$ f) $\frac{1}{200}$

45 Almennu brotin í liðum a og c er ekki hægt að skrá sem endanleg tugabrot.

46 a) $6\frac{1}{2}$
b) 11
c) 10
d) 6
e) 3,25

47 a) 17
b) 0,75
c) 2,345
d) $\sqrt{3}$
e) 275
f) 5

48 a) 5,1
b) 23
c) 5,666 ...
d) 4
e) 17
f) 23,4

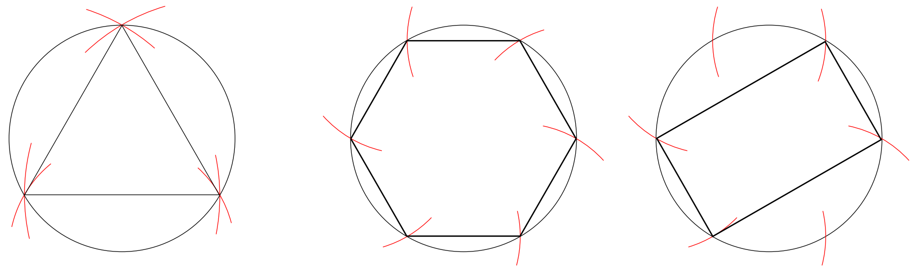
49 a) 9
b) 3
c) 1
d) 12
e) $43\frac{1}{2}$
f) 7

50 Margar mögulegar lausnir.

Rými

bls. 20

1 a) Það sem einkennir reglulegan marghyrning er að allar hliðar hans eru jafnlangar og öll horn hans jafnstór.



2 Margar mögulegar lausnir.

bls. 21

3 a) Jafnhliða þríhyrningum, ferningum og reglulegum fimmhyrningum.

b) Hver flötur margflötunganna er úr einni gerð af reglulegum marghyrningi. Öll horn eru jafn stór og allar brúnir eru jafn langar.

4 a)

	H (horn)	B (brúnir)	F (fletir)	H – B + F
Fjórflötungur	4	6	4	2
Teningur	8	12	6	2
Áttflötungur	6	12	8	2
Tólfflötungur	20	30	12	2
Tuttuguflötungur	12	30	20	2

b) Fjöldi hliða í þríhyrningunum fjórum sem mynda fjórflötunginn er 12, það er tvisvar sinnum fleiri en fjöldi brúna.

c) Fjöldi hliða í ferningunum sex sem mynda teninginn er 24, það er tvisvar sinnum fleiri en fjöldi brúna.

Fjöldi hliða í þríhyrningunum átta sem mynda áttflötunginn er 24, það er tvisvar sinnum fleiri en fjöldi brúna.

Fjöldi hliða í fimmhyrningunum tólf sem mynda tólfflötunginn er 60, það er tvisvar sinnum fleiri en fjöldi brúna.

Fjöldi hliða í þríhyrningunum tuttugu sem mynda tuttuguflötunginn er 60, það er tvisvar sinnum fleiri en fjöldi brúna.

5 Regla Eulers gildir. Fjöldi horna er 10, fjöldi brúna er 15 og fjöldi flata er 7.
10 – 15 + 7 = 2

6 Fyrri mynd

Regla Eulers gildir. Fjöldi horna er 6, fjöldi brúna er 9 og fjöldi flata er 5.
6 – 9 + 5 = 2

Seinni mynd

Regla Eulers gildir. Fjöldi horna er 12, fjöldi brúna er 20 og fjöldi flata er 10.
12 – 20 + 10 = 2

bls. 22

7 a) Margflötungarnir eru ekki reglulegir. Allar brúnir þeirra eru jafnlangar og öll horn jafn stór en þeir eru gerðir úr tveimur gerðum af reglulegum hyrningum.

b) Mynd 1: Regla Eulers gildir. Fjöldi horna er 12, fjöldi brúna er 18 og fjöldi flata er 8.
12 – 18 + 8 = 2

Mynd 2: Regla Eulers gildir. Fjöldi horna er 24, fjöldi brúna er 36 og fjöldi flata er 14.
24 – 36 + 14 = 2

Mynd 3: Regla Eulers gildir. Fjöldi horna er 24, fjöldi brúna er 36 og fjöldi flata er 14.
24 – 36 + 14 = 2

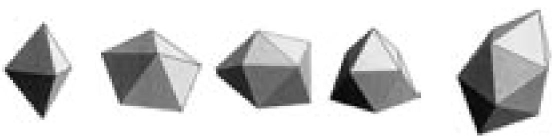
Mynd 4: Regla Eulers gildir. Fjöldi horna er 60, fjöldi brúna er 90 og fjöldi flata er 32.
60 – 90 + 32 = 2

Mynd 5: Regla Eulers gildir. Fjöldi horna er 60, fjöldi brúna er 90 og fjöldi flata er 32.
60 – 90 + 32 = 2

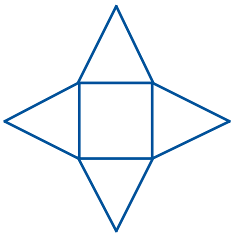
bls. 23

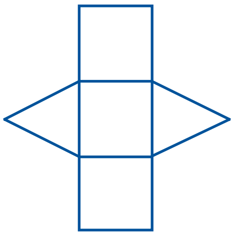
8 Hópverkefni. Margar mögulegar lausnir.

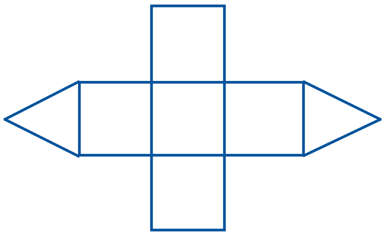
9 Hópverkefni.

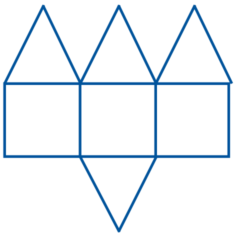


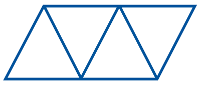
10 Hópverkefni. Margar mögulegar lausnir.

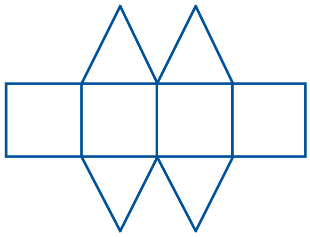

Píramídi

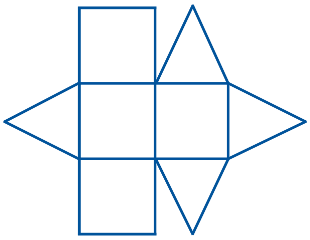

Tjald

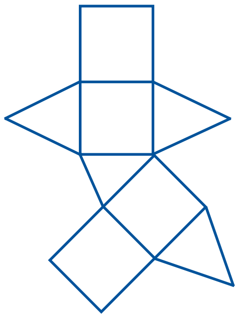

Hús


Hús


Fjórflötungur


Skakkur ferstrendingur


Sleði

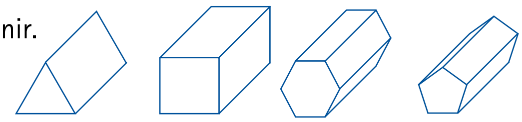

Tvö tjöld

bls. 24

11 Það sem einkennir strendinga er að þeir eru margflötungar með sams konar marghyrninga sem topp- og botnflötur eru samsíða.

12 a) Strendingarnir eru allir réttir nema sá sem er annar frá vinstri.
Það sem einkennir rétta strendinga er að hliðarfletirnir eru hornréttir á botn- og toppflöt strendingsins.

b) Margar mögulegar lausnir.



c) Rúmmál strendings má finna með því að margfalda saman flatarmál grunnflatar og hæð strendingsins.

d) Yfirborðsflatarmál strendinga má finna með því að leggja saman flatarmál botnflatar, toppflatar og hliða strendingsins.

bls. 25

13 Mynd til vinstri: Rúmmál = 128 cm^3. Yfirborðsflatarmál = 160 cm^2.

Mynd fyrir miðju: Rúmmál = 256 cm^3. Yfirborðsflatarmál = 256 cm^2.

Mynd til hægri: Rúmmál = 64 cm^3. Yfirborðsflatarmál = 96 cm^2.

14 Þrístrendingur: Rúmmál = 167,8635 cm^3. Yfirborðsflatarmál = 205,86 cm^2.

Teningur: Rúmmál = 1728 cm^3. Yfirborðsflatarmál = 864 cm^2.

Fimmstrendingur: Rúmmál = 208 cm^3. Yfirborðsflatarmál = 212 cm^2.

Sexstrendingur: Rúmmál = 285,6 cm^3. Yfirborðsflatarmál = 249,6 cm^2.

Réttstrendingur (pinnar og kúlur): Rúmmál = 675 cm^3.
Yfirborðsflatarmál = 472,5 cm^2.

Fimmstrendingur: Rúmmál = 1140 cm^3. Yfirborðsflatarmál = 640 cm^2.

15 Margar mögulegar lausnir.

16 105 792 cm^3.

17 Efri röð til vinstri: 48 cm^3.

Efri röð fyrir miðju: 84 cm^3.

Efri röð til hægri: 180 cm^3.

Neðri röð til vinstri: 60 cm^3.

Neðri röð fyrir miðju: 94,5 cm^3.

Neðri röð til hægri: 60 cm^3.

bls. 26

18 a)

1	Blár hálfur sívalningur:	147 18,81 cm^3.
2	Bleikur réttstrendingur:	162 000 cm^3.
3	Grænn sívalningur:	18 840 cm^3. (π = 3,14)
4	Bleikur sívalningur:	116 081,9 cm^3. (π = 3,14)
5	Blár réttstrendingur:	136 500 cm^3.
6	Gulgrænn sívalningur:	80384 cm^3. (π = 3,14)
7	Gulur þrístrendingur:	27 000 cm^3.
8	Ljósgrænn réttstrendingur:	360 000 cm^3.
9	Bleikur þrístrendingur:	11 700 cm^3.
10	Grænn teningur:	125 000 cm^3.

Svar námundað að einum aukastaf $\pi = 3{,}14$

b) ① Blár hálfur sívalningur: 4 562,9 cm^2.
② Bleikur réttstrendingur: 19 372,5 cm^2.
③ Grænn sívalningur: 4 611,6 cm^2.
④ Bleikur sívalningur: 14 472,9 cm^2.
⑤ Blár réttstrendingur: 25 567,5 cm^2.
⑥ Gulgrænn sívalningur: 12 238,5 cm^2.
⑦ Gulur þrístrendingur: 7 560 cm^2.
⑧ Ljósgrænn réttstrendingur: 48 980 cm^2.
⑨ Bleikur þrístrendingur: 3 717 cm^2.
⑩ Grænn teningur: 15 750 cm^2.

19 Margar mögulegar lausnir.

20 Mynd til vinstri: 20 cm.
Mynd fyrir miðju: 4,6 cm.
Mynd til hægri: 80 cm.

bls. 27

21 Það eru 10000 fersentímetrar í einum fermetra.

22 a) 1 m^2
b) 1,35 m^2
c) 1,08 m^2

23 Það eru 1 000 000 rúmsentímetrar í einum rúmmetra.

24 a) 1 m^3.
b) 1,35 m^3.
c) 1,008 m^3.

25 Þegar flatarmál er fundið eru margfaldaðar saman tvær stærðir (lengd og breidd) og því eru þeir útreikningar skráðir sem metrar í öðru veldi.

Þegar rúmmál er fundið eru margfaldaðar saman þrjár stærðir (lengd, breidd og hæð) og því eru þeir útreikningar skráðir sem metrar í þriðja veldi.

26 a) $623{,}7\ cm^2 = 0{,}06237\ m^2$

b) Margar mögulegar lausnir

c) Margar mögulegar lausnir

d) Margar mögulegar lausnir

27 a) $2{,}4\ m^2$.

b) $12{,}95\ m^2$.

c) $0{,}56\ m^2$.

d) $0{,}0555\ m^2$.

28 Margar mögulegar lausnir.

29 a) $10\,000\,000\ cm^3$.

b) $1\,240\,000\ cm^3$.

c) $55\,500\,000\ cm^3$.

d) $2782\ cm^3$.

bls. 28

30 Mynd til vinstri: $3000\ cm^3$.

Mynd fyrir miðju: $7000\ cm^3$.

Mynd til hægri: $4000\ cm^3$.

31 $1000\ cm^3$ jafngilda einum lítra.

32 a) 10

b) Mynd til vinstri: $3\ dm^3$. Mynd fyrir miðju: $7\ dm^3$. Mynd til hægri: $4\ dm^3$.

c) 1 rúmdesímetri jafngildir einum lítra. 0,001 rúmmetrar jafngilda einum lítra.

33 a) $100\ cm^3$.

b) $10\ cm^3$.

c) $1\ cm^3$.

34 a) 0,1 dm^3.

b) 0,01 dm^3.

c) 0,001 dm^3.

35 a) 180 cm^3.

b) 500 cm^3.

c) 1500 cm^3.

d) 330 cm^3.

e) 200 cm^3.

36 Potturinn tekur rúmlega 2787 lítra. Potturinn er 2786720 cm^2 eða um það bil 2787 lítrar.

bls. 29

37 Margar mögulegar lausnir. Hér eru hugmyndir að lausn.

25 l bakpoki: 50 cm hæð, 12,5 cm á dýpt og 40 cm á breidd.

55 l bakpoki: um það bil 73 cm hæð, 15 cm á dýpt og 50 cm á breidd.

70 l bakpoki: 80 cm hæð, 17,5 cm á dýpt og 50 c m á breidd.

38 a) Farangursrými sem tekur um það bil 695 l gæti verið um það bil 165 cm á breidd, 75 cm á hæð og 56 cm á dýpt.

Ef farangursrýmið rúmar 0,520 m^3 gæti það verið 160 cm á breidd, 65 cm á hæð og 50 cm á dýpt.

b) Farangursrými sem rúmar 1450 l gæti verið um það bil 165 cm á breidd, 75 cm á hæð og 117,2 cm á dýpt.

Ef farangursrýmið rúmar 970 l gæti það verið um það bil 165 cm á breidd, 70 cm á hæð og 84 cm á dýpt.

39 Margar mögulegar lausnir.

40 a) Hugmyndir að lausnum:

	Hæð	Breidd	Dýpt
Þriggja sæta sófi	95 cm	195 cm	90 cm
Sjónvarp	76 cm	66 cm	60 cm
Einbreitt rúm	210 cm	90 cm	55 cm
Kommóða	90 cm	100 cm	44 cm
Ísskápur	185 cm	80 cm	77 cm
Reiðhjól	110 cm	23 cm	140 cm

b) Þessar tölur um áætlað rúmmál eru nokkuð raunhæfar.

41 a) 587,55 cm.
b) 1192,9 cm.

bls. 31

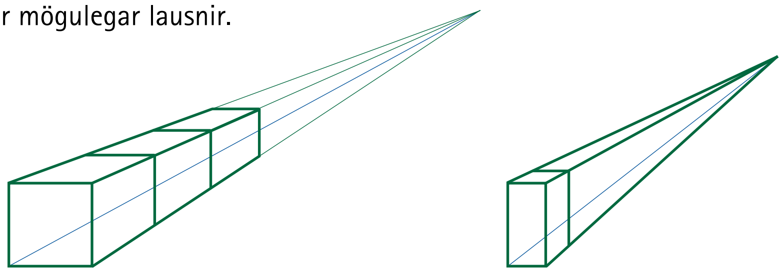
42 a) Jimmy er u.þ.b. 165 cm á hæð og 61 kíló. $5 \cdot 0{,}305 + \frac{0{,}305}{12} \cdot 5 = 165$ cm
b) Hann hjólar þá 28,175 km á dag.
c) U.þ.b. 2,8 l.
d) Gestaherbergið er u.þ.b. 28 m^2 sem eru 15% af heildarflatarmáli hússins.
e) Dýfingalaugin er 10,968 m djúp.
f) Stóri nuddpotturinn tekur 5677,5 l af vatni.

43 Margar mögulegar lausnir.

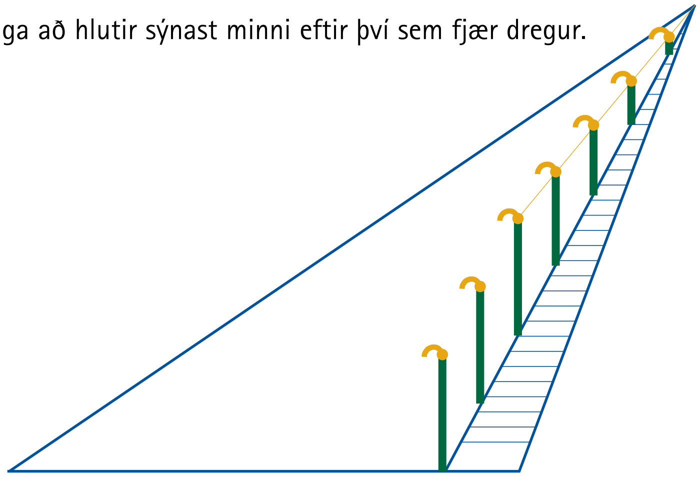
bls. 32

44 Myndin ætti að líkjast mynd í kennslubók. Gafl hússins getur þó verðið öðruvísi.

45 Margar mögulegar lausnir.



46 Hafa þarf í huga að hlutir sýnast minni eftir því sem fjær dregur.



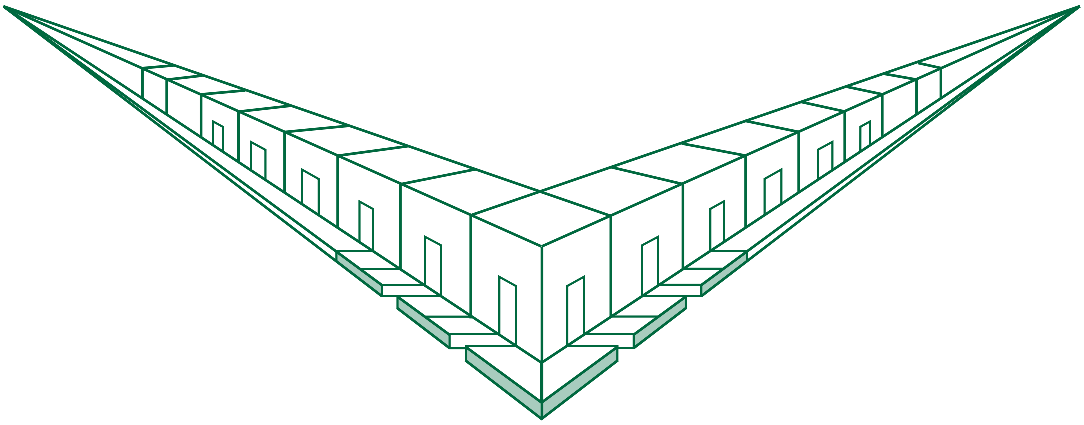
bls. 33

47 Lögun og stærð hluta breytist.

48 Matsatriði en flestum finnst B ná þrívíddaráhrifum betur.

49 Nei, húsið breytir um lögun ef það er fært nær sjóndeildarhringnum.

50 Hér kemur dæmi.



NÁMSGAGNASTOFNUN 2006 – Lausnir

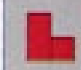
51 Já, það er hægt.

bls. 34

52

Að ofan

Að framan

				
	A 15	E 10	I 14	M 13
	B 11	F 12	J 7	N 1
	C 8	G 16	K 9	O 4
	D 6	H 3	L 2	P 5

Algebra

bls. 35

1 a) 150

b) Margar mögulegar lausnir.

c) Summa T-formsins á myndinni hækkar um 5 fyrir hverja rúðu sem það er fært til hægri. Sé T-formið fært til vinstri lækkar summan um 5 fyrir hverja rúðu. Talan 5 gengur alltaf upp í summuna. Summan lækkar um 50 fyrir hverja rúðu sem það er fært upp og hækkar um 50 fyrir hverja rúðu sem það er fært niður.

2 a)

x – 1	x	x + 1
	x + 10	
	x + 20	

b) $5 \cdot x + 30$

c) Summa talnanna er 5 sinnum talan *x* (sjá skýringarmynd) að viðbættum 30.

d)

33	34	35
	44	
	54	

3 a) Stæður fyrir summurnar eru:

Form 1 : $5 \cdot x$

Form 2 : $4 \cdot x + 18$

Form 3 : $5 \cdot x - 18$

Form 4 : $6 \cdot x + 60$

b) $5 \cdot x$

c) Já, stæðan $6 \cdot x + 60$

bls. 36

4 Summan er 15

5 a) og b) Hægt er finna átta töfraferninga sem gefa summuna 15. Þó er spurning hvað telst vera sami töfraferningurinn því þetta eru sömu þrjár tölurnar hverju sinni sem mynda summuna 15. Sumir ferningarnir eru því myndaðir með speglun eða snúningi.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

2	9	4
7	5	3
6	1	8

4	3	8
9	5	1
2	7	6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

6	1	8
7	5	3
2	9	4

6	7	2
1	5	9
8	3	4

8	1	6
3	5	7
4	9	2

8	3	4
1	5	9
6	7	2

b) Skrá má stæðu fyrir stærð hvers reits og prófa að gefa a og b mismunandi gildi.

a	b	15 – a – b
20 – 2a + b	5	–10 + 2a + b
–5 + a + b	10 – b	10 – a

6 a)

9	6	6
4	7	10
8	8	5

b)

11	5	7
7	8	15
7	9	7

c) Nei, aðeins ferningurinn í a-lið er töfraferningur, því þar er summan lóðrétt, lárétt og á ská alltaf sú sama.

7 a) $3x + 15$

b) Allar raðir, dálkar og hornalínur hafa summuna $3x + 15$.

c) Já, samanber lið b.

d)

5	17	2
5	8	11
14	–1	11

e)

7	23	0
3	10	17
20	–3	13

8 a) $2y - 1$

b) $4x - 1$

c) $15b - 8$

d) $5v + 7$

e) $3r - 1$

f) $5x + 6$

g) $3a$

h) $6m + 8n$

i) $7a + 7b$

9 Stæða *c* jafngildir 30.

bls. 37

10 a) Cecil reiknaði rétt.

b) Anna: $3 \cdot (5 + 3) - (2 \cdot 7) + 1$

Björn: $3 \cdot (5 + 3) - 2 \cdot (7 + 1)$

11 Dóra: $(3 \cdot 5) + (3 - 2) \cdot 7 + 1$

Einar: $(3 \cdot 5) + (3 - 2) \cdot (7 + 1)$

12 Fyrst er reiknað upp úr öllum svigum, því næst reiknaðir þeir liðir sem innihalda margföldun og deilingu. Að síðustu er lagt saman og dregið frá.

13 Sviginn skiptir máli í liðum b, d, f, k og l.
Sviginn skiptir ekki máli í liðum a, c, e, g, h, i og j.

14 a) 16 c) 9 e) 1

b) 16 d) 45 f) 2

g) Nei. Til að geta búið til allar tölurnar frá 0 – 30 með því að nota tölustafinn 4 fjórum sinnum þarf að leyfa notkun á veldum og ferningsrót. Dæmi um tölur sem hægt er að búa til með því að nota tölustafinn 4 fjórum sinnum, sviga og reikniaðgerðirnar samlagningu, frádrátt, margföldun og deilingu eru: $44 - 44 = 0$, $44 : 44 = 1$, $4 \cdot 4 : (4 + 4) = 2$, $(4 \cdot 4 - 4) : 4 = 3$, $(4 \cdot 4 + 4) : 5 = 5$, $4 + 4 : 4 + 4 = 9$, $(44 - 4) : 4 = 10$, $(44 + 4) : 4 = 12$, $44 : 4 + 4 = 15$, $4 + 4 + 4 + 4 = 16$, $4 \cdot 4 + 4 : 4 = 17$, $4 \cdot 4 + 4 + 4 = 24$, $44 - (4 \cdot 4) = 28$

bls. 38

15 a) $\underline{9 \cdot 6} - \underline{50} + \underline{46} - \underline{6 \cdot 7} = 54 - 50 + 46 - 42 = 8$

b) $\underline{3 \cdot 2} + \underline{5 \cdot 4} - \underline{30} = 6 + 20 - 30 = -4$

c) $\underline{8} + \underline{2 \cdot 7} + \underline{3} - \underline{4 : 2} = 8 + 14 + 3 - 2 = 23$

d) $\underline{19} + \underline{9 \cdot (2 + 6)} - \underline{27} = 19 + 72 - 27 = 64$

e) $\underline{19} + \underline{9 \cdot 2} + \underline{6} - \underline{27} = 19 + 18 + 6 - 27 = 16$

f) $\underline{62} + \underline{2{,}5 \cdot 4} - \underline{75} = 62 + 10 - 75 = -3$

16 Gott getur verið að hafa alla plúsliði öðrum megin í stæðunni og mínusliðina hinum megin. Þegar liðir eru fluttir til þarf að gæta sérstaklega að því að halda plústáknum og mínustáknum á réttum stöðum í stæðunni.

bls. 39

17 a) $\underline{5} + \underline{48 : 8} + \underline{32 \cdot 4} - \underline{8} - \underline{88 : 11} = 5 + 6 + 128 - 8 - 8 = 123$

b) $\underline{-350} - \underline{30 \cdot 8} + \underline{2700 : 9} - \underline{300} + \underline{21} = -350 - 240 + 300 - 300 + 21 = -569$

c) $\underline{125 : 25} + \underline{25 \cdot 3} - \underline{5 \cdot 7} + \underline{250 : 10} = 5 + 75 - 35 + 25 = 70$

d) $\underline{170} - \underline{3 \cdot 101} + \underline{450 : 9} + \underline{205} - \underline{2} = 170 - 303 + 50 + 205 - 2 = 120$

e) $\underline{-75 : 15} + \underline{5} + \underline{3 \cdot 5} - \underline{45 : 3} = -5 + 5 + 15 - 15 = 0$

f) $\underline{-8200 : 2} - \underline{17} + \underline{8 \cdot 500} - \underline{56 : 7} = -4100 - 17 + 4000 - 8 = -125$

18 a) $8x + 24$ d) $14a + 6$

b) 27 e) $-11b - 1$

c) $8k - 15$ f) $29x - 30$

19 a) 42 d) $-5n + 4$
b) 19 e) $2x^2 + 39$
c) 20 f) $99y - 8$

20 a) 60 c) $35x - 19$
b) 43 d) $32a + 50$

21

a	b	c	$2 \cdot a + 3 \cdot b^2$	$a : 5 + b - 24 : c$	$a + (3b - 5) - (c + 15)$
2	5	8	79	2,4	-11
2	3,5	3	40,75	4,1	-10,5
-2	1	6	-1	-3,4	-25
-3	7	-2	141	18,4	0
5	5	-12	85	8	12

bls. 40

22 a) Ef x er 5 þá er $x = 5$, $x^2 = 25$ og $x^4 = 625$
b) Ef a er 3 þá er $a^3 = 27$ og $a^5 = 243$
c) Ef x er 7 þá er $x^3 = 343$ og $x^2 = 49$
d) Ef b er 8 þá er $b^2 = 64$ og $3b^2 = 192$

23 Þegar veldi eru lögð saman má ekki leggja saman veldisvísana. Það má sjá t.d. ef $x = 5$ þá er $x + x^2 = 5 + 25$ og $x^3 = 125$ og $5 + 25 \neq 125$.

24 a) $y^2 + 3y$ d) $3x^5 + x^3 + 3x$
b) $2x^2 - 3x$ e) $5b^2 + 3f$
c) $2a^2 + 10a$ f) $6x^2 - 2a$

25 $\boxed{12n^2 = 2n \cdot 6n}$ $\boxed{7n = 4n + 3n}$ $\boxed{6n + 2n = 8n}$ $\boxed{2n \cdot 4n = 2n^2 + 6n^2}$ $\boxed{2 \cdot 6n = 12n}$

26 a) $(10 - 3)^2 > 10 - 3^2$ d) $(7 + 3)^2 > 7^2 + 3^2$
b) $(2 - 3)^2 > 2 + 3^2$ e) $(8 - 4) > 8 - 4^2$
c) $4 \cdot 3^2 < (4 \cdot 3)^2$ f) $6 \cdot 5^2 < (6 \cdot 5)^2$

27 a) $8n - 4$, $(2n)^2$, $12n$ og $2n^2$

b) $6n + 9$, $12n$ og $3n + 6$

c) $4n + 1$ og $6n + 9$

d) $3n + 1$

e) $(2n)^2$

f) $(2n)^2$ og $12n$

g) $5n + 10$

28 Margar mögulegar lausnir. Ein þeirra er $6x$.

bls. 41

29 Sannar fyrir öll gildi n: B, D, E, G, K og L.

Sannar fyrir sum gildi n: C, H og I.

Ósannar fyrir öll gildi n: A, F og J.

30

x	y	$x + 6(y - 1)$	$2x - (2y + 5)^2$	$(x + 3)^3 - 2(y + 2)$
1	2	7	-79	56
2	1	2	-45	119
3	4	21	-163	204
10	11	70	-709	2171
-1	1	-2	-53	-5

31 a) $4 \cdot 3x = 12x$

b) $-3 \cdot 2a = -6a$

c) $y \cdot 2x = 2xy$

d) $2a \cdot 4b = 8ab$

e) $x \cdot 2x = 2x^2$

f) $2n^2 \cdot 3n = 6n^3$

32

	$m + 2n + p$	
$m + n$		$n + p$
m	n	p

	$8u$	
$3t + 6u$		$2u + 3t$
$3t + 4u$	$2u$	$-3t$

33 a) Í efsta reitnum verður stæðan 2h + 2j + 2k. Allir liðir stæðunnar eru margfeldi af 2 og því verður talan í efsta reitnum alltaf slétt tala.

b) Ef í stað j kemur j + 1 verður summan í efsta reitnum 2h + 2j + 2 + 2k. Allir liðir stæðunnar eru margfeldi af 2 og því verður talan í efsta reitnum alltaf slétt tala.

c) Ef í stað 2h kemur h verður summaní efsta reitnum h + 2j + 2k. Talan í efsta reitnum verður því slétt ef h er slétt og oddatala ef h er oddatala.

bls. 42

34 4 (n + 5) og 4n + 20

35 3 (2 + n) og 6 + 3n

36 a) 3n + 9 c) 4y + 10 e) 21 + 3x g) 14x + 7

b) 5 + 5z d) 6n + 42 f) 4x + 32 h) 8x + 4

37 a) x + 3

b) 4 · (x + 3)

38 a) 2 + 3x

b) 3 · (2 + 3x)

39 a) 3 (5 + n) c) 3 (2 + 2x) e) 5 (3x + 2) g) 4 (2x + 3)

b) 4 (x + 4) d) 5 (1 + 3x) f) 3 (2,5 + n) h) 4 (2n + 10)

bls. 43

40 a) Stæðan 3(x + 2) táknar flatarmál bláa rétthyrningsins.

b) 3x + 6

41 a) Stæðan x(x – 2) táknar flatarmál græna rétthyrningsins.

b) $x^2 - 2x$

42 $x^2 + 3x$

43 a) $x^2 + 5x$ b) $7y + y^2$ c) $y^2 - 5y$ d) $20a - 2a^2$ e) $2x^2 - 2x$

44 $x + 5$

45 $x + 5$

46 a) $x(x + 4)$ b) $x(x + 9)$ c) $x(2x + 14)$

bls. 44

47 a) $2x + 16$ c) $3x^2 + 9x$ e) $4x + 2y$ g) $7x^2 + 7x$

b) $3y^2 - 21y$ d) $4x^2 + 12x + 4$ f) $7a - 4a^2$ h) $2x^3 + 10x$

48 a) $3(x + 5)$ c) $y(7 + 3y)$ e) $b(b - 4)$ g) $2x(x - 5)$

b) $5(8 - a)$ d) $2x(x + 4)$ f) $x(7 + x)$ h) $5x(x - 5)$

49 a) $12(3x + 2)$ b) $14(4 - 3k)$ c) $35b(3 - 2b)$ d) $45(x - 3y)$

50 Tölurnar eru 70 og 154.

51 Margar mögulegar lausnir.

bls. 45

52 a) 14 táknar hæð hvers geisladisks í millímetrum og 60 táknar hæð sökkulsins á hillunni í millímetrum.

b) 1180 mm

c) 30 diskar

d) 60 diskar

53 a) $H = 7x + 60$

b) 340 mm

c) 1810 mm

54 a) $H = 14x + 290$ (H táknar hæð hillunnar í millímetrum).

b) Samkvæmt hönnun Guðbjargar yrði hæð einfaldrar hillu sem tekur 250 geisladiska 3790 mm, eða 3,79 m. Hún getur því ekki komið slíkri hillu fyrir í íbúðarhúsi því hefðbundin lofthæð er u.þ.b. 2,7 m.

c) Margar mögulegar lausnir.

55 Hilla A: H = 14x + 100 (H táknar hæð hillunnar í millímetrum).
Ef hæð hillunnar er 80 cm rúmast 50 geisladiskar í henni.

Hilla B: H = 14x + 130 (H táknar hæð hillunnar í millímetrum).
Ef hæð hillunnar er 113 cm rúmast 71 geisladiskur í henni.

Hilla C: H = 14x + 140 (H táknar hæð hillunnar í millímetrum).
Ef hæð hillunnar er 154 cm rúmast 100 geisladiskar í henni.

bls. 46

56 a) y = 4x + 2
b) 50
c) 24
d) 146 = 4x + 2 eða $x = \frac{146 - 2}{4}$
e) Fjöldi borða er þá 36. Ef fjöldi stóla er 206 þá er fjöldi borða 51.
f) 130

57 $x = \frac{y - 2}{4}$ og y = 4x + 2.

58 a) y = 6x + 4
b) 76 stólar
c) 16 borð
d) 146 = 6x + 4 eða $x = \frac{146 - 4}{6}$
e) Fjöldi borða er þá 24. Ef fjöldi stóla er 206 þá er fjöldi borða 34.
f) 196 stólar

bls. 47

59

a)

	X	X	X		Y	Y	Y
Færsla 1	X	X	X	Y		Y	Y
Færsla 2	X	X		Y	X	Y	Y
Færsla 3	X		X	Y	X	Y	Y
Færsla 4	X	Y	X		X	Y	Y
Færsla 5	X	Y	X	Y	X		Y
Færsla 6	X	Y	X	Y	X	Y	
Færsla 7	X	Y	X	Y		Y	X
Færsla 8	X	Y		Y	X	Y	X
Færsla 9		Y	X	Y	X	Y	X
Færsla 10	Y		X	Y	X	Y	X
Færsla 11	Y	Y	X		X	Y	X
Færsla 12	Y	Y	X	Y	X		X
Færsla 13	Y	Y	X	Y		X	X
Færsla 14	Y	Y		Y	X	X	X
Færsla 15	Y	Y	Y		X	X	X

b)

Fjöldi froska af hvorum lit	1	2	3	...	n
Fjöldi hoppa	1	4	9		n^2
Fjöldi hliðarfærslna	2	4	6		2n
Fjöldi færslna	3	8	15		$n^2 + 2n$

c) Fjöldi hoppa er 20^2. Fjöldi hliðarfærslna er $2 \cdot 20 = 40$. Fjöldi færslna er því 440.

d) Reglan er $n^2 + 2n$. (n-ið táknar fjölda froska af hvorum lit)

e) 2600 færslur

60

Talan er 3.

61

Talan er 4.

62 Talan er 7.

bls. 48

63 Helgi hugsar sér töluna 5x + 1 og Hanna hugsar sér töluna 3x + 9.

Þau enda með sömu töluna svo 5x + 1 = 3x + 9.

Þau byrjuðu bæði með töluna 4.

64 Þau hugsuðu sér töluna 9. Hugsun Björns má tákna með stæðunni 5x + 10 og hugsun Birtu með stæðunni 3x + 28. Þessar stæður eru jafngildar þegar x = 9

65 Þau hugsuðu sér töluna 24 og útkoman var -36. Erna hugsaði 12 – 2x og Einar (12 – x) · 3. Þessar stæður eru jafngildar þegar x = 24.

66 a) x = 22 c) x = 36 e) x = 27 g) m = 4

b) $y = 9\frac{1}{3}$ d) $21\frac{2}{3} = x$ f) 32 = a h) x = 49

67 a) Notum bókstafinn *x* til að tákna verð á íþróttaskóm.

b) Verð á gönguskóm: x + 1980.

c) x + x + 1980 = 22 734 sem gefur 2x + 1980 = 22 734. Verð á gönguskóm er 12 357 kr.

68 a) 2a

b) a + 2a (eða 3a)

c) 50a + 2 · 100a (eða 250a)

d) 33 = 3a

11 = a, það eru því 11 fimmtíu krónu peningar og 22 hundrað krónu peningar.

e) 2750 kr.

bls. 49

69 a) 10b c) $8\frac{1}{2}x - 5\frac{1}{2}$

b) 10g d) $12 + \frac{7}{2}y$

70 1 – Svigar. 2 – Veldi og rætur. 3 – Margföldun og deiling. 4 – Samlagning og frádráttur.

71 a) 8 c) -21
b) 30 d) 15

72 a) 14 c) -13,5
b) 18 d) 3

73 a) $4x + 8$ c) $5a^3 - 10$ e) $24k^2 + 8k^3$
b) $3x - 9$ d) $12a + 3a^3$ f) $k^4 + 17k^3$

74 a) $4x - 10$ c) $4 + 2x$ e) $10 - 8x$
b) $12x + 24$ d) $-6x + 8$ f) $2 - 6x$

75 a) $4(x - 2)$ d) $x(x + 3)$ g) $x^2(4 + 3)$
b) $x(8 + 13)$ e) $14(3b - 1)$ h) $h^2(5 + 8h)$
c) $6(4a + 1)$ f) $y(1 + 13)$ j) $2j(4j^2 - 3)$

76 a) $(4 + 2) \cdot (3 + 1) = 12 + 4 + 6 + 2 = 24$
b) $4a + a^2 + 12 + 3a = a^2 + 7a + 12$
c) $m^2 + 2m^3 + 2m + 4m^2 = 2m^3 + 5m^2 + 2m$

8-tíu

ÞRAUT

bls. 50

1

	Jónsdóttir	Briem	Hafstað	7	9	10
Anna	X	0	0	0	0	X
Brjánn	0	0	X	0	X	0
Elín	0	X	0	X	0	0
7	0	X	0			
9	0	0	X			
10	X	0	0			

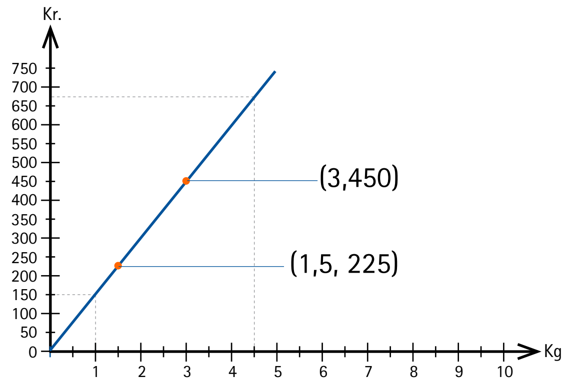
2

	Brynjar	Magnús	Páll	Aðalheiður	Jóhanna	Lára	dóttir	vinur	móðir
9:20	0	0	X	0	X	0	0	0	X
9:22	X	0	0	0	0	X	0	X	0
9:25	0	X	0	X	0	0	X	0	0
dóttir	0	X	0	X	0	0			
vinur	X	0	0	0	0	X			
móðir	0	0	X	0	X	0			
Aðalheiður	0	X	0						
Jóhanna	0	0	X						
Lára	X	0	0						

Jöfnur og gröf

bls. 51

1 a) – c)

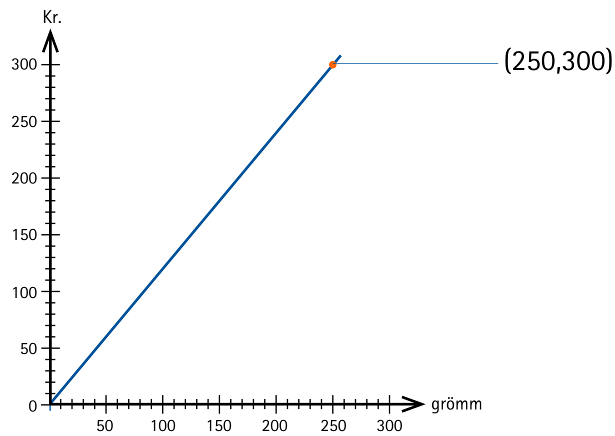


d) Strikið gengur í gegnum punktinn (0,0) vegna þess að 0 kg af banönum kosta 0 kr.

e) 1 kg kostar 150 kr.

f) 4,5 kg.

2 a)



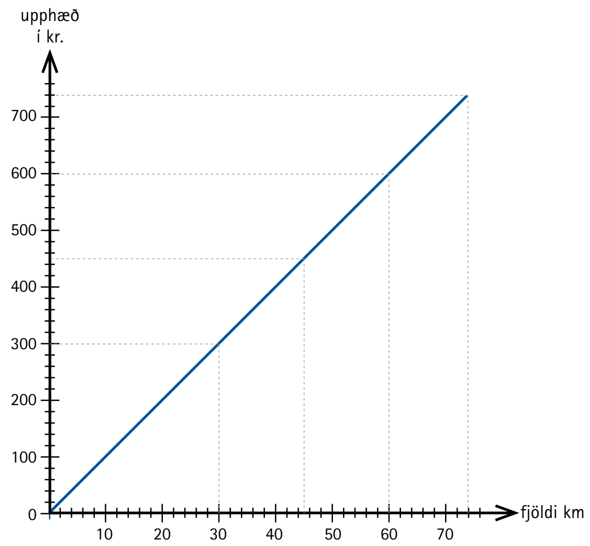
b) 120 kr.

c) 75 g

3 a)

Fjöldi kílómetra	10	30	50	70
Upphæð	100	300	500	700

b)



c) $10 \cdot x = y$ (10 krónur · fjöldi kílómetra = upphæð)

bls. 52

4 Umræður

5 a) Með orðum:

Verð á vínberjum er fjöldi kílógramma margfaldaður með kílóverði sem er 400 krónur og síðan er verð á innkaupapoka lagt við sem er 15 krónur.

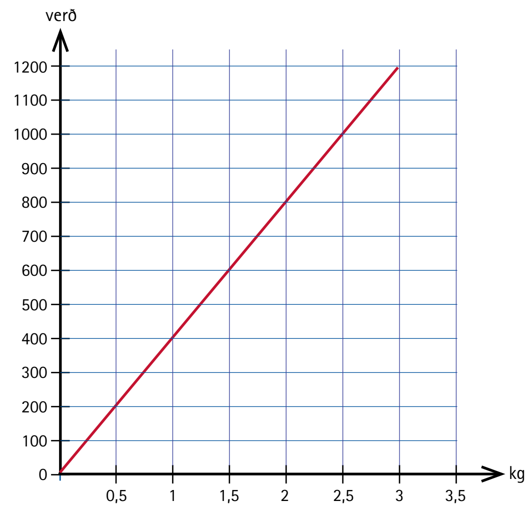
Með jöfnu: $400b + 15 = a$

a táknar verð, b táknar fjölda kílógramma og 15 er verðið á burðarpokanum.

Í gildistöflu:

Fjöldi kg	0,75	1	1,5	2	3
Verð (vínber + poki)	315	415	615	815	1215

Með grafi:



b) Það þarf að bæta 15 krónum við þegar verðið er fundið.

bls. 53

6 a) y = 3x

b) b = 6 · a · a

c) y = x - 3

d) m = 6k

7 y = 2x - 1   y + 1 = 2x   2x - y = 1

8 y = -2x

9 a) l

b) m

c) k

10 a) y er þremur minna en x.

b) Sé x margfaldað með þremur og tveir dregnir frá fáum við útkomuna á y.

c) y er tvöfalt stærra en x.

bls. 54

11

Fjöldi atkvæða	1000	2500	5000	10 000
Tekjur	99 000	247 500	495 000	990 000

12

Fjöldi smáskilaboða	10	40	50	80	100
Krónur	80	320	400	640	800

13

Notkun í mínútum	50	200	600	1500
Kostnaður	1050	2400	6000	14 100

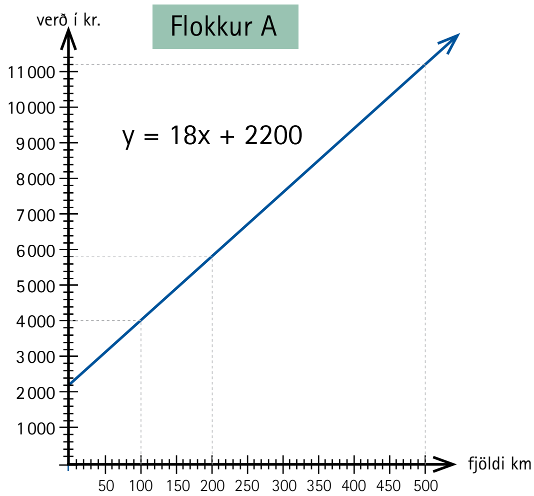
14 y = 10 · x (kostnaður = verð á skilaboði · fjöldi skilaboða)

15 y = 7 · x + 500 (kostnaður = verð á mínútu fjöldi mínútna + mánaðargjald)

16 a) Flokkur A

Fjöldi kílómetra	0	100	200	500
Verð	2200	4000	5800	11 200

b)

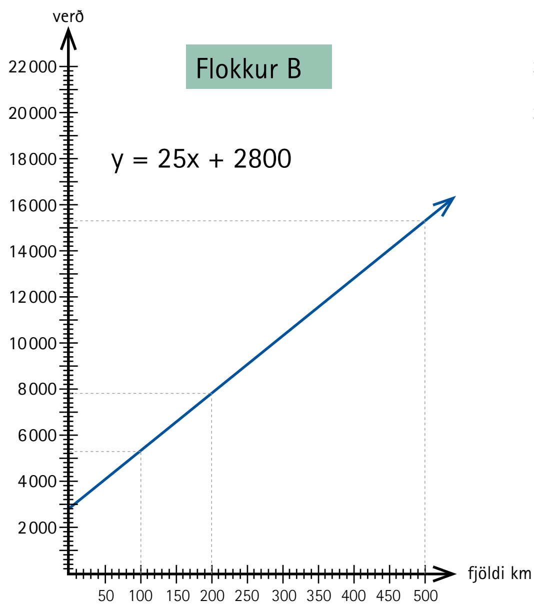


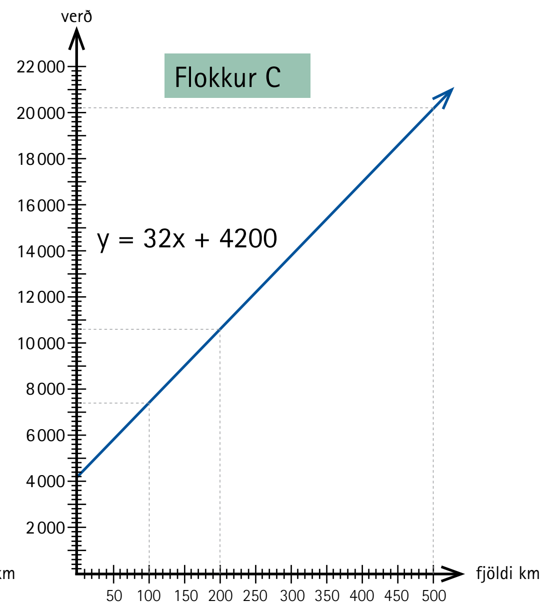
c) Flokkur B

Fjöldi kílómetra	0	100	200	500
Verð	2800	5300	7800	15 300

Flokkur C

Fjöldi kílómetra	0	100	200	500
Verð	4200	7400	10 600	20 200





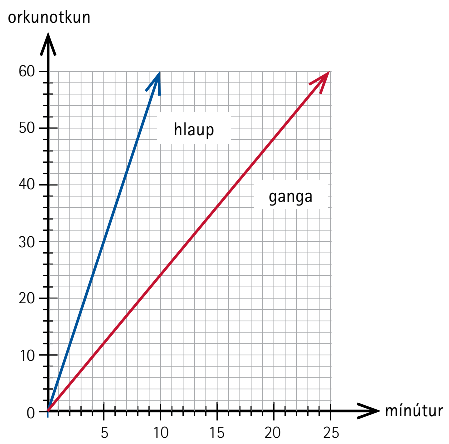
d)

	Flokkur A	Flokkur B	Flokkur C
100 km	4000 kr.	5300 kr.	7400 kr.
250 km	6700 kr.	9050 kr.	12200 kr.

e) Dæmi um svar. Gröfin skera y á mismunandi stöðum eftir því hvert fasta verðið er á dag. Grafið fyrir bíl í C-flokki er brattara en gröfin fyrir bíla í A- og B-flokki því kílómetragjaldið er hærra þar.

bls. 55

17 a)



b) Til að brenna 50 kílókalóríum þarf kálfurinn að ganga í 25 mínútur eða hlaupa í 8,333... mínútur. Ef hann þyngist um 4 kíló þarf hann að ganga í 20,8333... mínútur eða hlaupa í 6,9444... mínútur.

c) Á hlaupum er hraðinn fjórfalt meiri en á göngu. Orkunotkunin er hins vegar þrefalt meiri á hlaupum en á göngu.

d) Ef hraðinn er 100 metrar á mínútu er orkunotkun u.þ.b. 0,145 kílókaloríur á kg.

Ef hraðinn er 300 metrar á mínútu er orkunotkun u.þ.b. 0,365 kílókaloríur á kg.

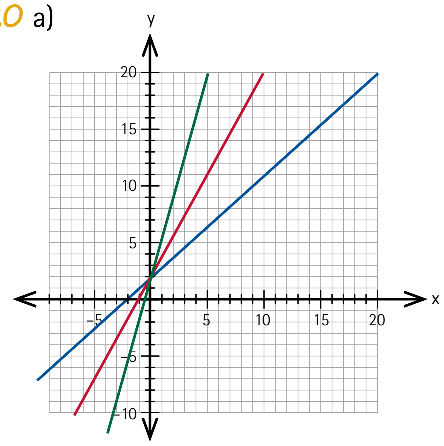
18 a) **l** sker y-ás í + 3, **m** sker y-ás í –1 og **k** sker y-ás í –3.

b) Fasta stærðin sem dregin er frá eða lögð við óþekktu stærðina segir til um hvar línan sker y-ásinn.

19 a) (0,–3) b) (0,7) c) (0,–3) d) (0,4)

bls. 56

20 a)



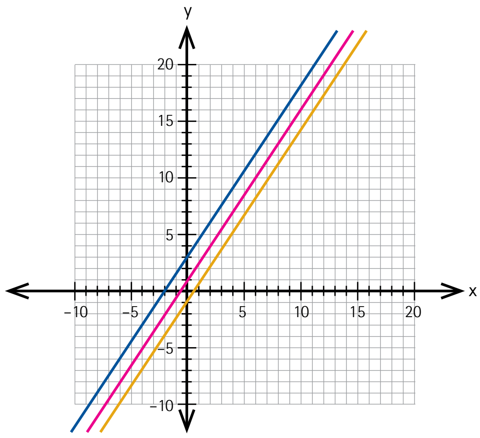
b) Það sem greinir línurnar að er hversu mikið þær halla
(hversu brattar þær eru).

21 a) Línurnar hafa sama halla en skera y-ás í mismunandi punktum.

b) y hækkar um 3 ef x hækkar um 1.

c) y hækkar um 3 ef x hækkar um 1.

22 a)



b) Þau eru öll jafnbrött.

c) y hækkar um 2 ef x hækkar um 1.

d) y hækkar um 3 ef x hækkar um 1.

23 a) Í jöfnu beinnar línu er hallatalan sú tala sem x-ið er margfaldað með og skurðpunktur við y-ás sú tala sem bætt er við eða dregin frá.

b) Þegar lesið er af grafi má finna hallatöluna með því að skoða breytingu á y-gildi þegar x hækkar um einn.
Skurðpunktinn má finna með því að skoða hvar línan sker y-ás.

24 a) Hallatala: 4. Skurðpunktur við y-ás: (0,5)

b) Hallatala: 4 .Skurðpunktur við y-ás: (0,–4)

c) Hallatala: 9. Skurðpunktur við y-ás: (0,32)

d) Hallatala: 5. Skurðpunktur við y-ás: (0,2)

bls. 57

25 a) Hallatala: 2. Skurðpunktur við y-ás: (0,1)

b) Hallatala: 3. Skurðpunktur við y-ás: (0,0)

c) Hallatala: 1. Skurðpunktur við y-ás: (0,–4)

26 a) Graf A hefur hallatöluna 3 og skurðpunktur við y-ás er (0,–1).

Graf B hefur hallatöluna 1 og skurðpunktur við y-ás er í (0, 4).

Graf C hefur hallatöluna 0,5 og skurðpunktur við y-ás er í (0,2).

Graf D hefur hallatöluna 4 og skurðpunktur við y-ás er í (0,2).

Graf E hefur hallatöluna 5 og skurðpunktur við y-ás er í punktinum (0,0).

Graf F hefur hallatöluna 6 og skurðpunktur við y-ás er í punktinum (0,–6).

b) Graf A hefur jöfnuna $y = 3x - 1$.

Graf B hefur jöfnuna $y = x + 4$.

Graf C hefur jöfnuna $y = 0{,}5x + 2$.

Graf D hefur jöfnuna $y = 4x + 2$.

Graf E hefur jöfnuna $y = 5x$.

Graf F hefur jöfnuna $y = 6x - 6$.

c) Ef x er 2 þá er $y = 6$.

Ef x er 0 þá er $y = 4$.

Ef x er -2 þá er $y = 2$.

Ef x er 1 þá er $y = 5$.

Ef x er 3 þá er $y = 7$.

bls. 58

27 a) (4,6)

b) (4,6), eða sama punkt og í a-lið.

28 a) (3,9)

b) Ekkert svar

c) (0,–3)

d) (2,5)

29 a) (1,9)

b) Margar hugsanlegar lausnir.

30 a) (4,5 ,9)

b) Margar hugsanlegar lausnir.

31 a) (–3,2)

b) Margar hugsanlegar lausnir.

32 Strikið hefur tvo endapunkta. Tökum x-hnitin í báðum punktunum, leggjum þau saman og deilum með tveimur. Þannig fáum við staðsetningu punktsins á x-ásnum. Á sama hátt tökum við y-hnitin í báðum punktunum, leggjum þau saman og deilum með tveimur. Þannig fáum við staðsetningu punktsins á y-ásnum.

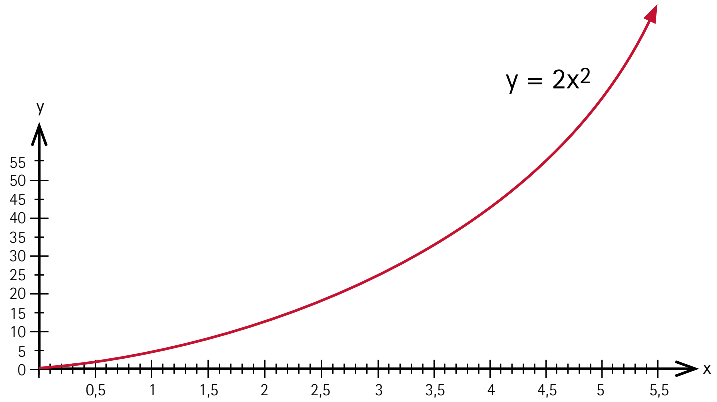
33 Jafna beinnar línu er á forminu $y = ax + b$ (sbr. bls. 57). Ef þekktir eru tveir punktar á grafi og vitað að um beina línu sé að ræða er hægt að setja fram jöfnuna. Hægt er að draga beina línu sem fer í gegnum punktana. Í jöfnunni táknar a hallatöluna og hún er sú tala sem lýsir breytingu á y-gildi þegar x-gildið hækkar um einn. Skurðpunktur línunnar við y-ás er b í jöfnunni.

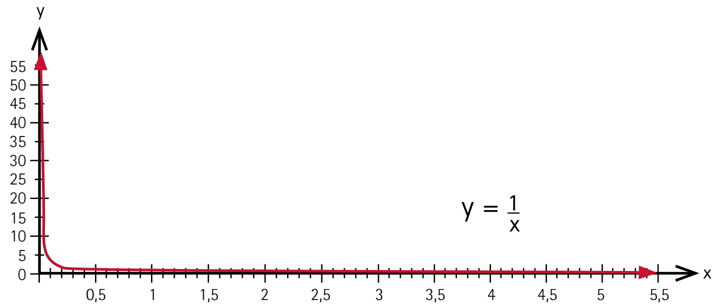
bls. 59

34 a) Jöfnurnar $y = 2x + 7$, $y = 3 + x$, $y = 2x$ og $y = -x$ eru jöfnur beinnar línu. Þær eru allar af gerðinni $y = ax + b$.

b)

x	1	2	3	4	5
$y = 2x^2$	2	8	18	32	50
$y = \frac{1}{x}$	1	0,5	0,333 ...	0,25	0,2



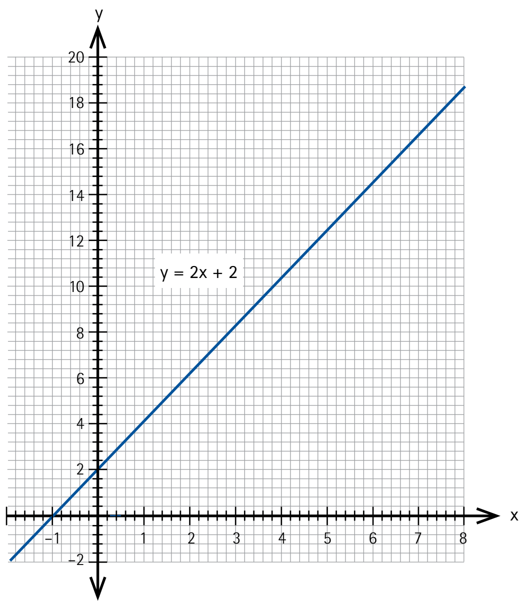


c) $y = 2x^2$: Finna má y-gildið með því að hefja x-gildið í annað veldi og margfalda útkomuna með tveimur.

$y = \frac{1}{x}$: Finna má y-gildið með því að deila 1 með gildinu á x.

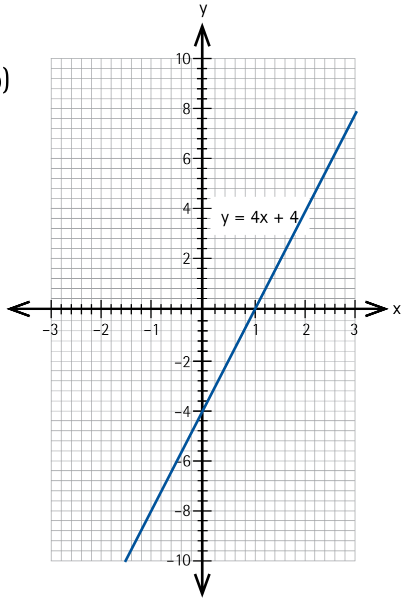
35 Ekkert svar.

36 a)

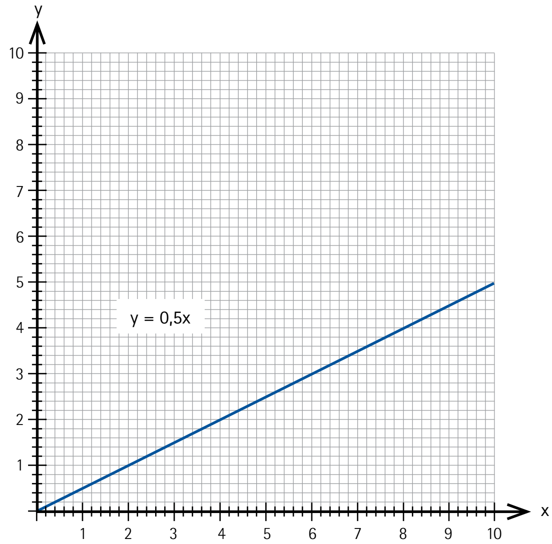


NÁMSGAGNASTOFNUN 2006 – Lausnir

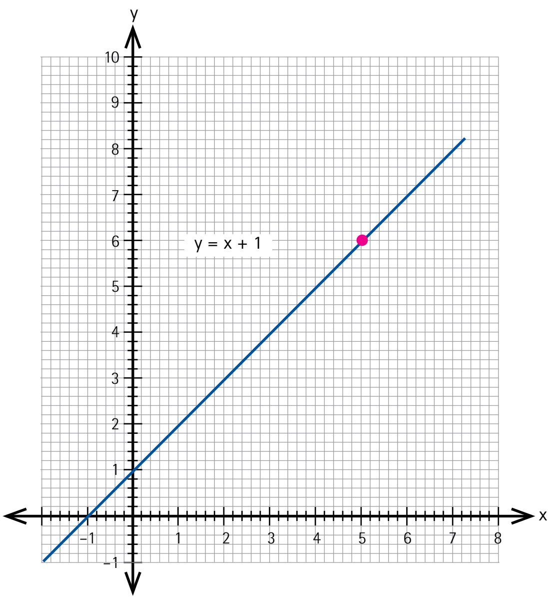
b)



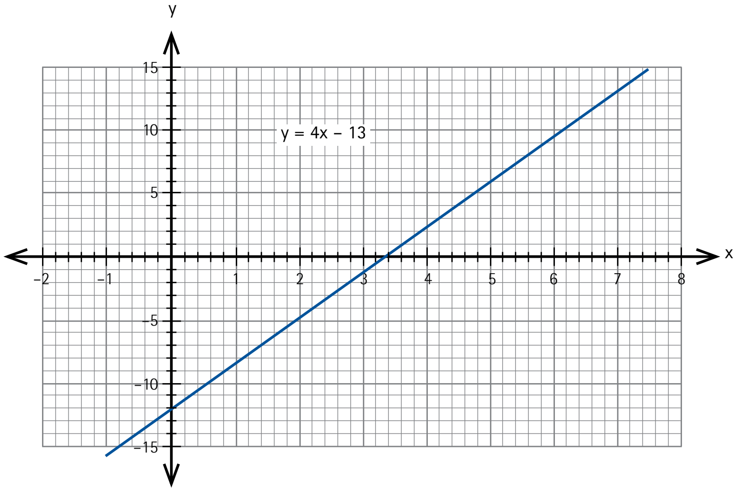
c)



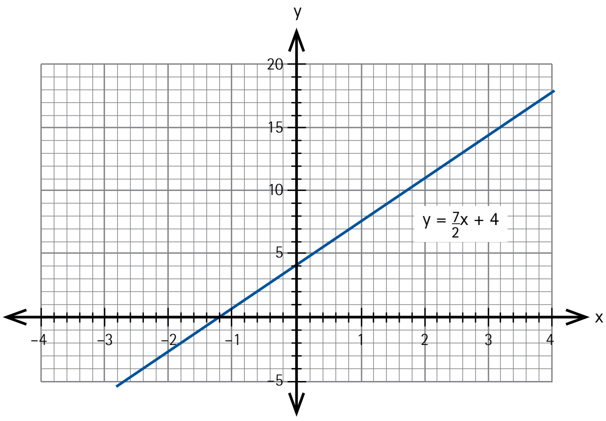
37



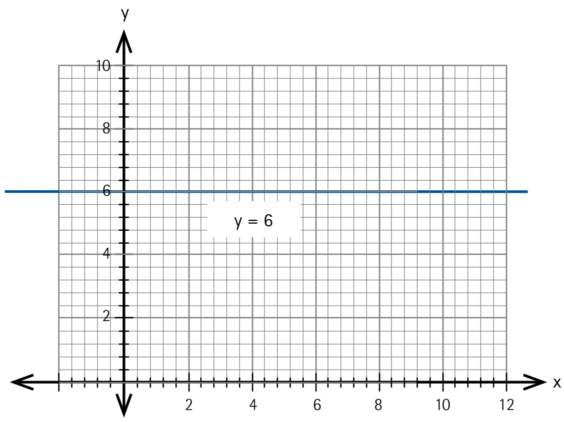
38 a)



b)



c)

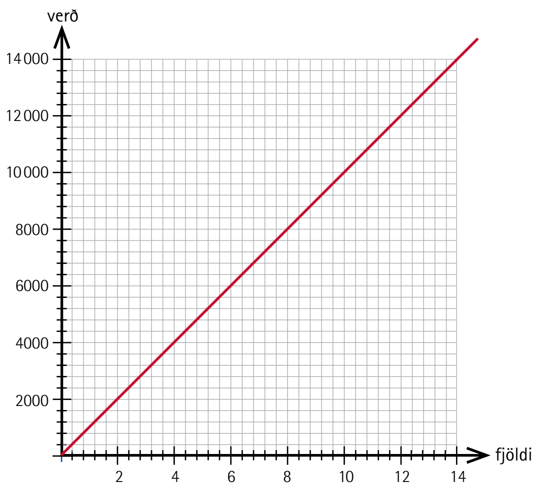


bls. 60

39 a) x = 3
b) x = 1
c) x = −2
d) −1
e) −4

40 a) x táknar þann tíma sem vatn hefur runnið í baðkarið í mínútum. y er vatnsmagnið sem komið er í baðkarið eftir tiltekinn tíma.
b) 10,5 Það tekur tíu og hálfa mínútu að láta 210 lítra renna í baðið.
c) 120 Þegar runnið hefur í baðið í 6 mínútur eru komnir 120 lítrar í það.
$20 \cdot 6 = 120$.
d) 5,25 mínútur eða 5 mínútur og 15 sekúndur.
e) 170 lítrar
f) x = 7
g) x = 9,5

41 a)



b) 4300 = 800x + 300. x = 5
6700 = 800x + 300. x = 8
9900 = 800x + 300. x = 12

c) Um það bil 13 000 krónur.
d) Um það bil 17 000 krónur.

bls. 61

42 Mynd b sýnir ekki fall. Til að mynda sést á myndinni að ef x fær gildið –4 þá koma fram þrjú gildi á háðu breytunni.

43 a) Óháða breytan stendur fyrir fjölda kílógramma af ýsu. Háða breytan stendur fyrir verð á tilteknu magni af ýsu.

b) Ef $x = 0{,}5$ þá er $f(x) = 397{,}5$

Ef $x = 3$ þá er $f(x) = 2385$

Ef $x = 1{,}5$ þá er $f(x) = 1192{,}5$

44 Margar mögulegar lausnir.

Talnameðferð

bls. 64

1 Margir vita svörin við öllum dæmunum.

a) 17 b) 30 c) 200 d) 2500

2 a) 50 + 50 + 1 + 2 = 103

b) 703 + 97 + 75 = 800 + 75 = 875

c) 20 350 + 650 + 19 000 = 21 000 + 19 000 = 40 000

bls. 65

3 a) 798 + 32 + 305 = 830 + 305 = 1135

b) 1250 + 250 + 507 = 1500 + 507 = 2007

c) 1892 + 108 + 2348 + 37 = 2000 + 2348 + 37 = 4348 + 37 = 4378 + 7 = 4385

d) 7 + 2993 + 1292 + 108 = 3000 + 1300 + 100 = 4400

e) 25 973 + 23 037 + 987 = 26 000 + 23 010 + 987 = 49 010 + 987 = 49 997

f) 16 987 + 25 713 + 268 = 17 000 + 25 700 + 268 = 42 700 + 268 = 42 968

4 Engin ein lausn, en t.d. ef sameina á fjölda á bak við tvær tölur skiptir ekki máli í hvaða röð unnið er.

5 a) 372 + 300 = 672

b) 700 + 36 = 736

c) 1273 + 2000 = 3273

d) 5005 + 65 = 5070

e) 289 + 4000 = 4289

f) –30 + 500 + 20 = 490

6 a) $8(7 + 2) = 8 \cdot 9 = 72$

b) $11(4 + 6) = 11 \cdot 10 = 110$

c) $7(4 + 7) = 7 \cdot 11 = 77$

bls. 66

7 Engin ein lausn.

8 Talan 0 er hlutleysa í samlagningu, t.d. er $0 + 9 = 9$ og $9 + 0 = 9$.

9 a) -3 b) 3 c) -36 d) $-\frac{2}{5}$ e) -2367 f) 7,5

10 a) 23 b) -4 c) $\frac{3}{4}$ d) -25 e) 3,45 f) $-12,6$

11 a) -3 c) -7 e) 268 g) -200
b) -3 d) 2 f) 200 h) -268

bls. 67

12 a) Jákvæð tala.
b) Stundum jákvæð og stundum neikvæð. Fer eftir stærð talnanna.
c) Neikvæð tala.

13 a) 5 c) $\frac{1}{2}$ e) 580
b) 20,1 d) $1\frac{1}{2}$ f) 0

14 Stærð talnanna.

15 Þær rúmast allar í mengi Q (mengi ræðra talna).

16 Engin ein lausn.

17 a) $290 + 325 \approx 300 + 300 = 600$
b) $2921 + 8211 + 7854 \approx 2900 + 8200 + 7900 = 19\,000$
c) $278 + 3992 + 59 \approx 300 + 4000 + 100 = 4400$

18 a) Ef talan sem stendur í tugasætinu er minni en 5 er lækkað, annars er hækkað.
b) Ef talan sem stendur í hundraðasætinu er minni en 5 er lækkað, annars er hækkað.

19 a) $5,4 + 5,5 \approx 5 + 6 = 11$

b) $7,1 + 2,9 \approx 7 + 3 = 10$

c) $5,35 + (-3,7) + 7,8 + (-5,1) \approx 5 + (-4) + 8 + (-5) = 4$

d) $-4,5 + 8,3 + 4,8 + (-3,8) = -5 + 8 + 5 + (-4) = 4$

e) $\frac{4}{5} + \frac{5}{4} \approx 1 + 1 = 2$

f) $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{1}{10} \approx 1 + 1 + 0 = 2$

20 a) Lægri

b) Hærri

c) Summa er nákvæmlega 5

21 a) Summa: 3,4. Summan er 1,6 frá 5.

b) Summa: 5,17857142857142... Summan er 0,17857142857142... frá 5.

c) Summa: 5. Summan er nákvæmlega 5.

bls. 68

22 Efsta dæmi: $60 - 12 = x$

Dæmi fyrir miðju: $12 + x = 60$

Neðsta dæmi: $12 - 60 = x$

23 Flestir kunna svörin við a, c, d, f og h-lið en væru fljótir að reikna hina liðina.

a) 7	d) 250	g) 347
b) 178	e) 112	h) 8
c) −3	f) 500 000	i) Mismunandi svör.

24 Margar mismunandi lausnir.

25 a) Í báðum tilfellum er verið að reikna dæmið 158,7 − 39,4. Hér eru farnar tvær mismunandi leiðir við að leysa dæmið.

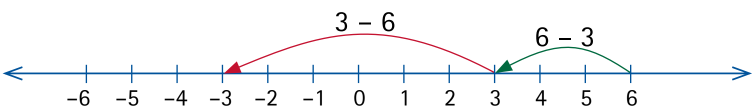
b) Engin ein rétt lausn.

c) Engin ein rétt lausn.

bls. 69

26 a) T.d. 4 – 2 = 2

en 2 – 4 = –2

b) 

27 Tengiregla gildir ekki í frádrætti. Hér er dæmi til rökstuðnings:

(2 – 3) – 4 = -5

2 – (3 – 4) = 3

28

a) 31	c) 65	e) –132	g) –3
b) 47	d) 195	f) –68	h) 1

29 a) 1000(35 – 29) = 1000 · 6 = 6000

b) 9(8 – 5) = 9 · 3 = 27

c) 8(4 – 3) = 8 · 1 = 8

d) 5(3 – 5) = 5 · (–2) = –10

30 Þegar beitt er frádrætti er ekki hægt að finna neina tölu sem skilar okkur sömu tölu hvort sem hún er sett vinstra eða hægra megin við aðgerðartáknið. Mörgum kynni að detta í hug að 0 sé hlutleysa í frádrætti, en svo er ekki. T.d.:

7 – 0 = 0

0 – 7 = –7

31 Til að –5 geti átt sér frádráttarandhverfu þarf að vera til frádráttarhlutleysa. En hlutleysa er ekki til í frádrætti. Því á þessi fullyrðing ekki við rök að styðjast.

32 Engin ein lausn.

33 a) 43,58 – 34,32 ≈ 43,6 – 34,3 = 9,3

b) 6,3 – 2,12564 ≈ 6,3 – 2,1 = 4,2

c) –2,48 – 3,732 ≈ -2,5 – 3,7 = –6,2

d) –12,821 – 9,837 = -12,8 – 9,8 = –22,6

34 a) 4 b) 110 c) 8 d) 3

35 a) 72 b) 48 c) 8 d) 199

36 a) −10000 b) −253450 c) −3000 d) −44999

bls. 70

37 Orðalag við útskýringar getur verið breytilegt á milli nemenda. Hér eru svo dæmi sem sýna að reglurnar gilda í margföldun.

Víxlregla: $2 \cdot 4 = 8$ og $4 \cdot 2 = 8 \cdot$

Tengiregla: $(2 \cdot 3) \cdot 4 = 24$ og $2 \cdot (3 \cdot 4) = 24$

Dreifiregla: $3 \cdot 15 = 45$ og $3 \cdot 15 = 3(10 + 5) = 30 + 15 = 45$

38 Margar mögulegar lausnir. Hér eru nokkur dæmi:

$5 \cdot 1 = 5$ og $1 \cdot 5 = 5$ $16 \cdot 1 = 16$ og $1 \cdot 16 = 16$

$\frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{1}{4}$ og $1 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ $\frac{2}{7} \cdot 1 = \frac{2}{7}$ og $1 \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$

39 a) Dæmi um lausnir: $3 \cdot \frac{1}{3} = 1$ $6 \cdot \frac{1}{6} = 1\ \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$

b) Ef finna á margföldunarandhverfu einhverrar heillar tölu er andhverfan alltaf $\frac{1}{x}$ þar sem x-ið táknar töluna sem finna á margföldunarandhverfu fyrir (sbr. $3 \cdot \frac{1}{3} = 1$).

Ef um er að ræða brot má segja að margfaldað sé með broti sem búið er að snúa við. Það er margfaldað er með tölu þar sem talan sem var í nefnara verður í teljara og talan sem var í teljara verður í nefnara (sbr. $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$). Þá kemur fram sama tala í teljara og nefnara.

40 a) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{14}$ e) $\frac{1}{49}$ g) 6 i) 3

b) $\frac{1}{12}$ d) $\frac{1}{3}$ f) $\frac{1}{25}$ h) 101 j) $\frac{3}{2}$

41 Útkoman er alltaf 0.

42 a) $7,3 \cdot 8,98 \approx 7 \cdot 9 = 63$

b) $12,9 \cdot 9,8 = 13 \cdot 10 = 130$

c) $0,8 \cdot 3,2 \approx 1 \cdot 3 = 3$

d) $24,5 \cdot 49,75 \approx 25 \cdot 50 = 1250$

e) $125,3 \cdot 25,2 \approx 125 \cdot 25 = 3125$

43 Nota má námundun líkt og í sýnidæmi á undan.

a) $5,26 \cdot 10^1$ og $5,9 \cdot 10^0$. Það gefur með námundun $30 \cdot 10^1 = 30 \cdot 10 = 300$

b) $3,97 \cdot 10^1$ og $5,13 \cdot 10^1$. Það gefur með námundun $20 \cdot 10^2 = 20 \cdot 100 = 2000$

c) $3,153 \cdot 0,4 = 3,153 \cdot 10^2 \cdot 4 \cdot 10^{-1}$. Það gefur námundun $3 \cdot 4 \cdot 10^2 \cdot 10^{-1} \approx 12 \cdot 10 \approx 120$

d) $0,35 \cdot 8254,3 = 3,5 \cdot 10^{-1} \cdot 8,2543 \cdot 10^3$. Það gefur með námundun $4 \cdot 8 \cdot 10^{-1} \cdot 10^3 \approx 3200$

bls. 71

44 Margir myndu nota víxlreglu í liðum e, f og g.

a) −10
b) −12
c) −42
d) −37
e) −20
f) −54
g) −24
h) −36

45 Já, öll svörin eru neikvæðar tölur.

46 Engin ein rétt lausn. Orðalag getur verið breytilegt á milli nemenda.

bls. 72

47

Þrítaflan	Fimmtaflan	Sextaflan
$2 \cdot (-3) = -6$	$2 \cdot (-5) = -10$	$2 \cdot (-6) = -12$
$1 \cdot (-3) = -3$	$1 \cdot (-5) = -5$	$1 \cdot (-6) = -6$
$0 \cdot (-3) = 0$	$0 \cdot (-5) = 0$	$0 \cdot (-6) = 0$
$-1 \cdot (-3) = 3$	$-1 \cdot (-5) = 5$	$-1 \cdot (-6) = 6$
$-2 \cdot (-3) = 6$	$-2 \cdot (-5) = 10$	$-2 \cdot (-6) = 12$
$-3 \cdot (-3) = 9$	$-3 \cdot (-5) = 15$	$-3 \cdot (-6) = 18$
$-4 \cdot (-3) = 12$	$-4 \cdot (-5) = 20$	$-4 \cdot (-6) = 24$

48 Rautt tákn merkir jákvæða tölu.

Blátt tákn merkir neikvæða tölu.

Á blaðinu eru sýndar reiknireglur fyrir margföldun jákvæðra og neikvæðra talna.

$\cdot$ $=$ Ef tvær jákvæðar tölur eru margfaldaðar saman kemur alltaf fram jákvæð tala.

$\cdot$ $=$ Ef tvær neikvæðar tölur eru margfaldaðar saman kemur líka alltaf fram jákvæð tala.

$\cdot$ $=$ Ef jákvæð tala og neikvæð tala eru margfaldaðar saman kemur hins vegar fram neikvæð tala.

49

a) -51	d) 60	g) $-13{,}5$	j) -300
b) 56	e) 60	h) 32	k) 48
c) -10	f) -60	i) -90	l) $4{,}6$

50 a) 1

b) Margar mögulegar lausnir. Hér eru dæmi:

$5 \cdot \frac{1}{5} = 1$, $12 \cdot \frac{1}{12} = 1$ og $\frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5} = 1$.

51 a) $\frac{1}{17}$ b) $\frac{1}{245}$ c) $\frac{1}{6}$ d) 8 e) $\frac{5}{4}$ f) $\frac{5}{12}$

bls. 73

52 a) $-\frac{1}{3}$ b) -4 c) $-\frac{1}{17}$ d) $-\frac{2}{7}$ e) $-\frac{5}{4}$ f) -1

53 Margar mögulegar lausnir. Hér er dæmi:

$5 \cdot 6 = 30$, $30 : 5 = 6$ og $30 : 6 = 5$.

54 T.d. $325 : 5 = 65$ og $325 : 13 = 25$

55 a) T.d. $135 : 45$ og $169 : 13$.

b) T.d. $4 : 2$ og $6 : 3$.

56 Til að mynda er $4 : 1 = 4$ og $1 : 4 = 0{,}25$

57 Margar mögulegar lausnir. Hér eru dæmi:

Víxlregla: 8 : 4 = 2 en 4 : 8 = 0,5

Tengiregla: (16 : 4) : 2 = 2 en 16 : (4 : 2) = 8

58 a) 3 b) 12 c) 7 d) 1 e) 0,666...

59 Ef litið er á deilingu sem endurtekinn frádrátt sést að það er alveg sama hve oft núll er dregið frá, deilistofninn breytist ekki. Ef litið er á deilingu sem skiptingu sést að það er ekki hægt að skipta í núll staði.

60 Ef deilt er í 0 verður útkoman alltaf 0 vegna þess að það er sama í hve marga hluta engu er skipt, alltaf verður ekkert í hvern hlut.

bls. 74

61 Mörg dæmi koma til greina.

Reiknireglur.

Séu tvær jákvæðar tölur margfaldaðar saman eða deilt hvorri í aðra verður útkoman jákvæð tala.

Séu tvær neikvæðar tölur margfaldaðar saman eða deilt hvorri í aðra verður útkoman jákvæð tala.

Séu jákvæð tala og neikvæð tala margfaldaðar saman eða deilt hvorri í aðra verður útkoman neikvæð tala.

62 a) 367 : 12 ≈ 370 : 10 = 37

b) 4578 : 21 ≈ 4580 : 20 = 229

c) 12 341 : 19 ≈ 12 340 : 20 = 617

d) 79 997 : 39 ≈ 80 000 : 40 = 2000

e) 263 996 : 62 ≈ 264 000 : 60 = 4400

63 a) 9,1 : 2,9 ≈ 9 : 3 = 3

b) $\frac{9}{5}$: 2,1 ≈ 2 : 2 = 1

c) 3,2 : 1,1 ≈ 3 : 1 = 3

d) 124,9 : 25,1 ≈ 125 : 25 = 5

e) 325,3 : 31,9 ≈ 325 : 32 ≈ 10

64 a)

a-liður:	3,1379 ≈ 3	b-liður:	0,857142... ≈ 1.	c-liður:	2,9090... ≈ 3.
d-liður:	4,976 ≈ 5.	e-liður:	10,19749 ≈ 10.		

b) Svörin við dæmum í 63 og 64 eru þau sömu.

65 Nota má námundun líkt og í sýnidæmi á undan.

a) 1 $5{,}26 \cdot 10^1$ og $5{,}9 \cdot 10^0$.
2 $5{,}26 : 5{,}9 \approx 5 : 6 \approx 0{,}8$.
3 $10^1 : 10^0 = 10$.
4 Námundunin verður $0{,}8 \cdot 10 \approx 8$.

b) 1 $3{,}997 \cdot 10^2$ og $5{,}13 \cdot 10^1$.
2 $3{,}997 : 5{,}13 \approx 4 : 5 \approx 0{,}8$.
3 $10^2 : 10^1 = 10$.
4 Námundunin verður $0{,}8 \cdot 10 \approx 8$.

c) 1 $3{,}153 \cdot 10^2$ og $0{,}4 \cdot 10^0$.
2 $3{,}153 : 4 \approx 3{,}2 : 4 \approx 0{,}8$.
3 $10^2 : 10^{-1} = 10^3$.
4 Námundunin verður $0{,}8 \cdot 10^3 \approx 800$.

d) 1 $8{,}2543 \cdot 10^3$ og $0{,}35 \cdot 10^0$.
2 $8{,}2543 : 3{,}5 \approx 8 : 4 \approx 2$
3 $10^3 : 10^{-1} = 10^4$.
4 Námundunin verður $2 \cdot 10^4 \approx 20\,000$.

66 Engin ein rétt lausn.

bls. 75

67 Margar mögulegar lausnir.

68 a) 46,4 b) 8 c) 82

69 Ef miðað er við 4 fimmtudaga í mánuði má skrá dæmin:

a) $8 \cdot 120 + 12 \cdot 120 + 5 \cdot 120 \cdot 4 = 4800$, þ.e. 4800 krónur á mánuði.
$4800 \cdot 12 = 57\,600$, þannig að hún fær 57 600 krónur á ári.

b) $8 \cdot 245 + 12 \cdot 245 + 5 \cdot 245 \cdot 4 = 9800$, þ.e. 9800 krónur á mánuði.
Á árinu verður það $9800 \cdot 12 = 117\,600$ krónur.

bls. 76

70 a) 22 b) −1055 c) −106

71 a) $45 : 3 + 3 - 2 \cdot 5 = 8$ og $45 : 5 + 3 - 2 \cdot 5 = 2$.

b) $8 + 75 : 2{,}5 - 8 \cdot 3 = 14$ og $14 + 75 : 2{,}5 - 10 \cdot 3 = 14$.

c) $729 : 9 - 4 : 4 + 5 = 85$ og $729 : 9 - 8 : 4 + 6 = 85$.

d) $459 - 325 : 25 + 13 = 459$ og $459 - 325 : 25 + 10 = 456$.

72 Hákon greiðir alls 175 000 krónur. Hver afborgun er 43 750 krónur.
Kristín greiðir alls 70 000 krónur. Hver afborgun er 17 500 krónur.
Jónína greiðir alls 105 000 krónur. Hver afborgun er 26 250 krónur.
Eftir fyrstu afborgun er skuldin 262 500 krónur.
Eftir aðra afborgun er skuldin 175 000 krónur.
Eftir þriðju afborgun er skuldin 87 500 krónur.

73 a) Ef tvær jákvæðar tölur eru lagðar saman kemur fram jákvæð tala.

b) Ef tvær neikvæðar tölur eru lagðar saman kemur fram neikvæð tala.

c) Ef jákvæð tala er dregin frá annarri jákvæðri tölu kemur stundum fram neikvæð tala.

d) Ef neikvæð tala er dregin frá annarri neikvæðri tölu kemur stundum fram jákvæð tala.

e) Ef tvær jákvæðar tölur eru margfaldaðar saman kemur fram jákvæð tala.

f) Ef tvær neikvæðar tölur eru margfaldaðar saman kemur fram jákvæð tala.

g) Ef jákvæðri tölu er deilt í jákvæða tölu kemur fram jákvæð tala.

h) Ef neikvæðri tölu er deilt í neikvæða tölur kemur fram jákvæð tala.

bls. 77

74 Fyrir 24 skilar breytivélin tölunni 23.
Fyrir −88 skilar breytivélin tölunni −89. (Ath. á myndinni af breytivélinni stendur −8,8 í stað −88)
Fyrir 144 skilar breytivélin tölunni 143.
Fyrir −164 skilar breytivélin tölunni −165.

75 Í hverjum kassa eru 4 · 4 · 6 brúsar eða 96 brúsar. Hver brúsi kostar 230 krónur og kostar kassinn því 96 · 230 eða 22 080 krónur.

Páll kaupir 5 kassa og skuldar því 5 · 22 080 eða 110 400 krónur. Hann skilar einum kassa og skuldar þá 110 400 – 22 080 eða 88 320 krónur.

Hann kaupir síðan 7 kassa í viðbót og kosta þeir 22 080 · 7 eða 154 560 krónur. Reikningur í aprillok hefur því verið upp á 88 320 + 154 560 eða 242 880 krónur.

Í hverjum kassa eru 96 brúsar.
4 · 4 · 6 = 96

Verð á hverjum kassa er 22 080 krónur.
96 · 230 = 22 080 kr.

Páll keypti í raun 11 kassa á 242 880 krónur.
11 · 22 080 = 242 880 kr.

Páll hafði notað $8\frac{1}{2}$ kassa af bóni (816 brúsa) því $11 - 2\frac{1}{2}$ jafngilda $8\frac{1}{2}$.

76 **Sunna:** Borgar 955 krónur ef hún kaupir fín rúnstykki, 975 krónur ef rúnstykkin eru gróf.

Andri: Borgar 2055 krónur ef hann kaupir súkkulaðitertu, 1910 krónur ef hann kaupir gulrótatertu. (Ath. verð á rjóma vantar í 1. prentun bókar).
2. prentun bókar. Hann borgar 2235 kr. ef hann kaupir súkkulaðitertu en 2090 kr. ef hann kaupir gulrótartertu.

Eiður: Fær innleggsnótu upp á 805 krónur.

Ólöf: Borgar 16 475 krónur ef hún kaupir 16 m. skírnartertu, 17 675 krónur ef hún kaupir 20 m skírnartertu.

Rökfræði og mengi

bls. 78

1 a) 5 nemendur eru ljóshærðir.

b) 8 nemendur eru dökkhærðir.

c) 4 stúlkur eru rauðhærðar.

d) Drengirnir eru 8.

e) Stúlkurnar eru 10.

f) 12 nemendur eru ljóshærðir eða stúlkur.

g) 11 nemendur eru drengir eða dökkhærðir.

2 a) 11, 12, 13, 14, 21, 22, 23, 24, 31, 32, 33, 34, 41,42, 43, 44. Þær eru 16.

b) Fjórar tölur byrja á tveimur eða $\frac{1}{4}$ talnanna.

c) Átta tölur eru minni en 30 eða $\frac{1}{2}$ talnanna.

d) Fimm tölur eru deilanlegar með þremur eða $\frac{5}{16}$ talnanna. Það eru 12, 21, 24, 33 og 42.

e) Þrjár eru oddatölur minni en 23 eða $\frac{3}{16}$ talnanna. Það eru 11, 13 og 21.

bls. 79

3 a) Dæmi um lausn. Þórdís gæti til dæmis fengið sér steiktan fisk, vatn og skyr. Halldór gæti til dæmis fengið sér steiktan fisk, ávaxtasafa og eplaköku.

b) Ef Þórhildur velur sér tómatsúpu á hún möguleika á að velja sér 3 mismunandi drykki og 3 mismunandi eftirrétti eða 9 mismunandi möguleika.

c) Ef Halldór velur að drekka mjólk á hann möguleika á að velja sér 2 mismunandi aðalrétti og 3 eftirrétti eða 6 mismunandi möguleika.

d) Það eru 2 aðalréttir 3 drykkir og 3 eftirréttir. Samsetningarmöguleikar eru $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$.

4 a) Hæsta talan sem gengur upp í bæði 180 og 315 er 45 eða $3^2 \cdot 5$.

b) Lægsta talan sem gengur upp í bæði 180 og 315 er 3

c) Tölur sem ganga upp í 180 en ekki 315 eru:
2, 4, 6, 12, 18, 30, 36, 60, 90 og 180.

Tölur sem ganga upp í 315 en ekki 180 eru:
7, 21, 63, 105 og 315.

d) Minnsti samnefnari 180 og 315 er $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$ eða 1260.

5 a) 18 mögulegar útkomur: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 30 og 36.

b) $\frac{6}{18}$ eða $\frac{1}{3}$ (5, 10, 15, 20, 25, 30) er í 5-töflunni. $\frac{7}{18}$ (4, 8. 12, 16, 20, 24, 36) er í 4-töflunni.

c) Tólf eru annað hvort í 4- eða 5-töflunni.

d) $4 \cdot 5$ eða 20 er eina margfeldið sem er í bæði 4- og 5-töflunni.

e) 1, 2, 3, 6, 9, 18 eru hvorki í 4- eða 5-töflunni eða $\frac{1}{3}$ þeirra.

6 a) 24 möguleikar. Það eru fjórir möguleikar á skipan í fyrsta sæti, þrír í annað sæti og tveir í þriðja sæti. Möguleikarnir eru $4 \cdot 3 \cdot 2$ eða 24.

b) 6 möguleikar:

2. sæti	Trausti	Trausti	Ólafur	Ólafur	Haukur	Haukur
3. sæti	Ólafur	Haukur	Trausti	Haukur	Trausti	Ólafur

7 Margar mismunandi lausnir

bls. 80

8 F = {5, 10, 15, 20}

bls. 81

9 a) $E \cup F = \{4, 5, 8, 10, 12, 15, 16, 20\}$

b) $E \cap F = \{20\}$

c) 1, 2, 3, 6, 7, 9, 11, 13, 14, 17, 18 og 19

10 Í töflunni má sjá að 6 tölur af 18 eru hærri en 10. Hlutfallið er $\frac{6}{36}$ (eða $\frac{1}{6}$).

bls. 82

11 Dæmi um lausn.

a) Með talningartré má sjá að möguleikar eru 4 · 4. (Mynd)

b) Með talningartré má sjá að möguleikarnir eru 18

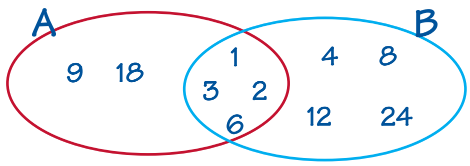
c) Með skráningu í töflu má sjá að ef maður byrjar á að vera í svörtum þá eru sex mismunandi möguleikar á að raða buxunum saman á mismunandi vegu.

S svartar buxur, R rauðar buxur, H hvítar buxur, B bláar buxur

S	S	S	S	S	S
R	R	B	B	H	H
H	B	H	R	R	B
B	H	R	H	B	R

Ef litirnir eru 4 eru möguleikarnir því 4 · 6 eða 24

12 Dæmi um lausn með mengjamynd.



a) A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24}

b) A ∩ B = {1, 2, 3, 6}

13 6

14 a) Dæmi um lausn með töflu.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	1	0	1	2	3	4	5	6
3	2	1	0	1	2	3	4	5
4	3	2	1	0	1	2	3	4
5	4	3	2	1	0	1	2	3
6	5	4	3	2	1	0	1	2
7	6	5	4	3	2	1	0	1
8	7	6	5	4	3	2	1	0

b) $\frac{52}{64}$ (eða $\frac{13}{16}$)

c) $\frac{30}{64}$ (eða $\frac{15}{32}$)

d) $\frac{14}{64}$ (eða $\frac{7}{32}$)

15 Dæmi um lausn með töflu

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

a) 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38 og 40.

b) 21, 24, 27, 30, 33, 36 og 39.

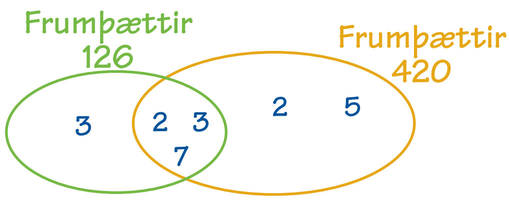
c) 24, 28, 32, 36 og 40.

d) Já, 24 og 36.

e) Já, 22, 26, 30, 34 og 38.

f) Já, 22, 26, 28, 32, 34, 38 og 40.

16 Dæmi um lausn með mengjamynd.



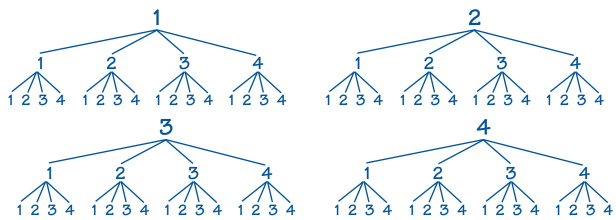
a) Hæsta tala sem gengur upp í báðar tölurnar er $2 \cdot 3 \cdot 7$ eða 42.

b) Í minnsta samnefnaranum eru $2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 5$. Hann er því 1260.

c) Margar mögulegar lausnir. Auk tölunnar 1 ganga 2, 3, 6, 7, 14, 21 og 42 allar upp í báðar tölurnar. Það eru tölurnar í sammenginu og möguleg margfeldi þeirra.

bls. 83

17 Dæmi um lausn með talningartré.



a) Hægt er að skrá 64 mismunandi þriggja stafa tölur

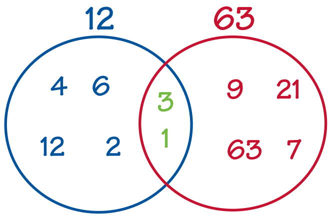
b) 16 byrja á þremur.

c) 32 eru oddatölur.

d) Það geta verið 6 mismunandi tölur í hundraðasæti og það eru líka 6 mismunandi möguleikar fyrir tugasætið og einingasætið. Möguleikarnir eru $6 \cdot 6 \cdot 6$ eða 216.

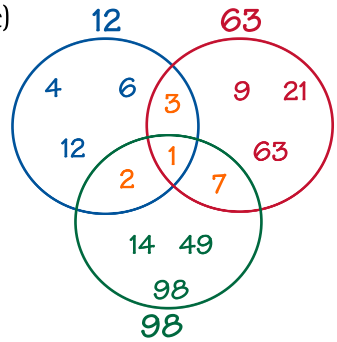
e) Möguleikarnir eru $9 \cdot 9 \cdot 9$ eða 729.

18 a)



b) 1 og 3

c)

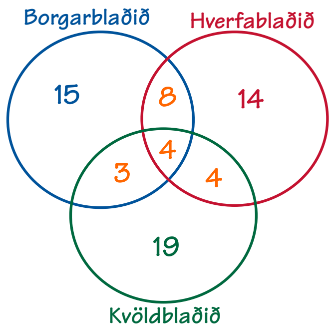


d) 1

e) {3, 4, 6, 9, 12, 21, 63}

19 Dæmi um lausn með mengjamynd.

Helgi ber út blöð til 67 viðskiptavina.



20 Dæmi um lausn með töflu

a)

Verð/Ástand	Viðunandi	Gott	Mjög gott	Gallalaust
Verðlaust			x	x
Ódýrt			x	x
Í meðallagi				
Dýrt				
Mjög dýrt				
Verðmætt				

a) Á töflunni má sjá að flokkarnir verða 24.

b) Á töflunni má sjá að í fjórum flokkum eru frímerki sem eru í mjög góðu ástandi eða gallalaus en eru þrátt fyrir það verðlaus eða ódýr.

21 Engin ein rétt lausn.

bls. 84

22 A = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13}. A er mengi þeirra talna x þannig að x er oddatala minni en 15.

B = {1, 2, 4, 8}. B er mengi þeirra talna x þannig að x er náttúrleg tala sem gengur upp í 8.

C = {3, 5}. C er mengi þeirra talna x þannig að x er frumþáttur tölunnar 15.

D = Margar mögulegar lausnir.

E = {september, október, nóvember, desember}. E er mengi þeirra mánaða x þannig að x er mánuður sem endar á –ber.

F = {k, r, a, i}. F er mengi þeirra bókstafa x þannig að x er bókstafur í orðinu *krakki*.

23 K er mengi náttúrlegra talna minni en 6. K = {x | x er náttúrleg tala minni en 15}

L er mengi frumtalna lægri en 11. L = { x | x er frumtala sem er lægri en 10}

Dæmið í kennslubókinni verður lagfært í næstu útgáfu og þá verður talan 9 tekin út.

M er mengi mánaða sem byrjar á j. M = { x | x er mánuður sem byrjar á *j*}

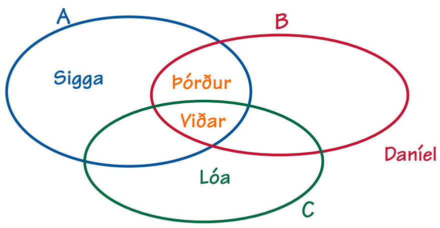
O er mengi náttúrlegra talna sem ganga upp í 12. O = { x | x er náttúrleg tala sem gengur upp í 12}

bls. 85

24 a) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$
b) $A \cap B = \{2, 4\}$
c) $A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
d) $B \cap C = \{1, 3, 5\}$
e) $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$
f) $A \cap C = \{\ \}$ eða $A \cap C = \emptyset$

25 a) Sönn c) Sönn e) Sönn g) Ósönn
b) Ósönn d) Ósönn f) Ósönn h) Sönn

26 b) Þórður er bæði í mengi A og B. Sigga er bara í mengi A. Lóa er bara í mengi C. Viðar er í öllum mengjunum. Daníel er ekki í neinu mengjanna.



NÁMSGAGNASTOFNUN 2006 – Lausnir

c) Daníel C: Ósönn, Daníel tilheyrir ekki mengi þeirra sem borða epli.

Þórður B ∩ C: Ósönn, Þórður borðar ekki epli og getur því ekki tilheyrt þessu mengi.

Sigga A: Ósönn, Sigga spilar tennis og tilheyrir því mengi A.

Þórður A ∪ B: Sönn, Þórður spilar tennis og bloggar og tilheyrir því þessu mengi.

Lóa B ∩ C: Sönn, Lóa bloggar ekki og tilheyrir því ekki þessu mengi.

d) A ∩ B: Mengi þeirra sem bæði blogga og spila tennis.

B ∩ C: Mengi þeirra sem bæði blogga og borða epli.

A ∩ C: Mengi þeirra sem bæði spila tennis og borða epli.

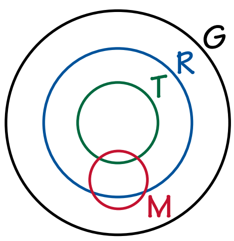
A ∪ B: Mengi þeirra sem spila tennis eða blogga.

C ∪ B: Mengi þeirra sem borða epli eða blogga.

A ∪ B ∪ C: Mengi þeirra sem uppfylla skilyrði allra mengjanna, þ.e. borða epli, blogga og borða epli.

bls. 86

27 a)



b) G er mengi allra spilanna í spilastokknum.

M er mengi allra mannspilanna í spilastokknum, óháð lit þeirra og tegund.

R er mengi allra þeirra spila í spilastokknum sem eru rauð að lit.

T er mengi allra spila í spilastokknum sem eru tígulspil.

c) M ∩ R er mengi þeirra spila sem uppfylla skilyrðin að vera mannspil og rauð að lit. Þessi spil eru: ♥G, ♥D, ♥K, ♦G, ♦D og ♦K.

d) R ∩ T er mengi þeirra spila sem uppfylla skilyrðin að vera rauð að lit og tígull.

e) M Ð T er mengi þeirra spila sem uppfylla skilyrðin að vera mannspil eða tígull.

f) M ∩ R ∩ T er mengi þeirra spila sem uppfylla skilyrðin að vera mannspil, rauð að lit og tígull.

g) ♥7 er í mengi R.

♠K er í mengi M og $M \cup T$.

♣D er í mengi M og $M \cup T$.

♦10 er í mengi R, T, $M \cup T$ og $R \cap T$.

♥G er í mengi M, R, $M \cap R$ og $M \cup T$.

♣7 er ekki í neinu mengjanna.

♦K er í mengi M, R, T, $M \cap R$, $M \cup T$ og $R \cap T$.

♣2 er ekki í neinu mengjanna.

h) Í M eru 12 stök.

Í $M \cap R$ eru 6 stök.

Í $R \cap T$ eru 13 stök.

28 Margar mögulegar lausnir. T.d. má skipta spilastokknum upp í mengi rauðra spila og svartra spila eða í mengi mannspila og mengi þeirra spila sem ekki eru mannspil.

29 a) Það falla ekki öll spil innan mengjanna S og M. Þau sem falla utan þeirra en eru samt innan mengis G eru þau hjörtu sem ekki eru mannspil, þeir tíglar sem ekki eru mannspil og þau lauf sem ekki eru mannspil.

b) M er hlutmengi í G, sérhvert mannspil er einnig í mengi allra spila í spilastokki.

M er ekki hlutmengi í S, þau mannspil sem ekki eru spaði falla ekki innan mengis allra spaða.

S er ekki hlutmengi í M, þeir spaðar sem ekki eru mannspil falla ekki innan mengis mannspila.

30 Fleiri en ein lausn möguleg. Hér eru dæmi um lausnir:

a) Mengi allra hjartaspila er hlutmengi í G. Mengi allra tvista er hlutmengi í G. Mengi allra svartra spila er hlutmengi í G. Mengi mannspila er hlutmengi í G.

b) Hlutmengi í S: Mengi þeirra spila sem eru spaði og mannspil.

Mengi þeirra spila sem eru spaði og ekki mannspil.

Hlutmengi í M: Mengi þeirra spila sem eru rauð og mannspil.

Mengi þeirra spila sem eru lauf og mannspil.

bls. 87

31 a) $G = \{-19, -18, -17, -16, -15, -14, -13, -12, -11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$

$H = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$

$I = \{11, 13, 17, 19\}$

$J = \{-19, -18, -17, -16, -15, -14, -13, -12, -11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1\}$

$K = \{11, 13, 15, 17, 19, 21\}$

b) Talan 2 er í H, en ekki í J og K.

c) $K \cap I = \{11, 13, 17, 19\}$. $K \cup I$ er mengi þeirra talna sem uppfylla skilyrðið að vera oddatala hærri en 10 en lægri en 22 eða að vera frumtala hærri en 10 en lægri en 20.

d) K er ekki hlutmengi í I. I er hins vegar hlutmengi í K.

e) H, I og J eru hlutmengi í G.

f) I er hlutmengi í H.

g) $H \cap J = \emptyset$. $H \cup J$ er mengi þeirra talna sem uppfylla skilyrðið að vera náttúrleg tala minni en 20 eða neikvæð tala hærri en 20.

h) $H \cup J$ er hlutmengi í G. Aðeins eitt stak er í G sem er ekki í $H \cup J$ og það er 0.

32 Í rökkubbakassa eru 2 mismunandi stærðir, 2 mismunandi þykktir, 3 mismunandi litir og 5 mismunandi form. Fjöldi kubbanna er því $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ eða 60.

33 $\frac{1}{3}$ hluti kubbanna eða 20 eru rauðir og helmingur þeirra eða 30 eru þykkir

a) 10 kubbar eru bæðir rauðir og þykkir.

b) 10 kubbar eru rauðir en ekki þykkir.

c) 20 kubbar eru þykkir en ekki rauður.

d) 40 kubbar eru rauðir eða þykkir.

34 Helmingur kubbanna er stór og $\frac{1}{3}$ hluti þeirra er gulur.

a) 10 kubbar eru bæði stórir og gulir.

b) 20 kubbar eru stórir en ekki gulir.

c) 10 kubbar eru gulir en ekki stórir.

d) 40 kubbar eru stórir eða gulir.

NÁMSGAGNASTOFNUN 2006 – Lausnir

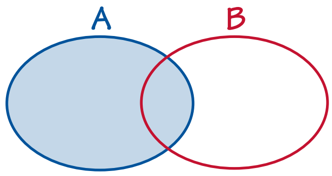
bls. 88

35 Hópverkefni. Margar mögulegar lausnir.

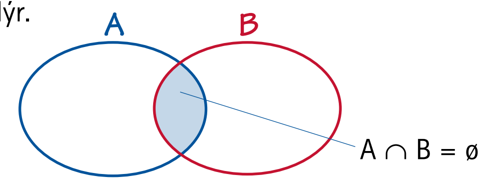
bls. 89

36 Hópverkefni. Margar mögulegar lausnir.

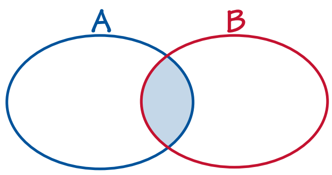
1. Öll dýr eru ferfætlingar. Á grundvelli þessarar fullyrðingar má fullyrða að það séu engin stök í A sem ekki eru líka í B. Sá hluti A sem eru utan B er tómur. Við vitum að það eru einhver stök í sniðmengi A og B en við vitum ekki hvort sá hluti B sem fellur utan A er tómur. Það gætu verið til ferfætlingar sem ekki eru dýr en við getum ekki vitað það með vissu.



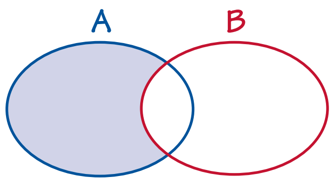
2. Engin dýr eru ferfætlingar. Á grundvelli þessarar fullyrðingar má fullyrða að sniðmengi A og B sé tómt. Það er hins vegar ekki hægt að fullyrða að það séu til dýr sem ekki eru ferfætlingar eða að það séu til ferfætlingar sem ekki eru dýr.



3. Sum dýr eru ferfætlingar. Við getum fullyrt að það séu einhver stök í sniðmengi A og B það er að segja við getum fullyrt að það séu til dýr sem eru ferfætlingar. Við vitum hins vegar ekki fyrir víst hvort til eru dýr sem ekki eru ferfætlingar eða ferfætlingar sem ekki eru dýr.



4. Sum dýr eru ekki ferfætlingar. Við getum fullyrt að það séu til dýr sem ekki eru ferfætlingar en við vitum ekki hvort til eru ferfætlingar sem ekki eru dýr eða dýr sem eru ferfætlingar.



bls. 90–91

37–46

Þessi dæmi hafa enga eina lausn. Lausnir geta verið mismunandi á milli leitarvéla auk þess sem síður á Internetinu eru í stöðugri þróun og fjöldi þeirra er sífellt að breytast.

47 a) Mengi er skýrt afmarkað safn gripa eða hugtaka. Dæmi um mengi er allir grunnskólanemendur á Íslandi.

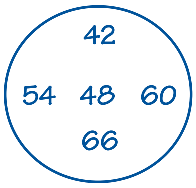
b) Gripur eða hugtak sem tilheyrir mengi nefnist stak í menginu. Stök mengis geta vera hvort heldur sem er tölur, fólk, bókstafir, önnur mengi o.s.frv.

c) Ef öll stök tiltekins mengis, A, er að finna í öðru mengi, B, er A sagt vera hlutmengi mengis B. Dæmi: A = {1, 2} og B = {1, 2, 3}. Sérhvert stak í A er líka stak í B svo A er hlutmengi mengis B.

d) Grunnmengi táknar heildarsafn þeirra staka sem koma til greina þegar unnið er með tiltekið viðfangsefni. Til dæmis ef við erum að vinna með spil úr spilastokki er grunnmengið allur spilastokkurinn.

e) Ef við höfum tvö mengi, A og B, þá eru öll þau stök sem koma fyrir í báðum mengjunum kölluð sniðmengi A og B.

48 a) Mengi A eru þær tölur á milli 40 og 70 sem eru margfeldi af 6.

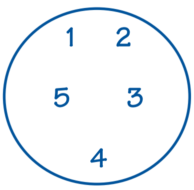


b) A = {42, 48, 54, 60, 66}

c) Mengjum er hægt að lýsa með orðum, með mynd, gera skrá yfir stök mengisins eða með því að nota táknmál stærðfræðinnar. Hér eru þessar fjórar mismunandi aðferðir notaðar við að lýsa sama menginu.

Með orðum: A er mengi allra náttúrlegra talna sem eru minni en 5.

Með mynd:



Með skrá yfir stök: A = {1, 2, 3, 4, 5}

Með táknmáli stærðfræðinnar: A = {x | x er náttúrleg tala sem er minni en 5}

Almenn brot

bls. 99

1 a) Hún gerir þá villu að ætla að $\frac{1}{5}$ sé jafnmikið og $\frac{1}{6}$.

b) Hugsum okkur tvo jafnstóra hluti. Köllum hlutina A og B. Skiptum A niður í fimm jafnstóra parta og B niður í sex jafnstóra parta. Þá eru þeir hlutar sem fengust við skiptingu á A stærri en hlutarnir sem fengust er B var skipt niður.

2 Svör og dæmi um rökstuðning

a) 6 geisladiskar því ef 48 er skipt í átta hluta verða 6 í hverjum hluta.

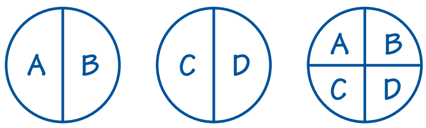
b) 30 geisladiskar, því $\frac{5}{8} \cdot 48 = 30$

c) 16 geisladiskar, því $\frac{1}{6}$ hluti eru 8 diskar svo $\frac{2}{6}$ hljóta að vera 16 diskar.

d) 18 geisladiskar, því $\frac{6}{16}$ er jafnt og $\frac{3}{8}$ og $\frac{3}{8} \cdot 48 = 18$

bls. 100

3 a) Dæmi um svar.



Það fær hver $\frac{3}{4}$ hluta af snúði.

4 a) $\frac{3}{4}$ því $4 \cdot \frac{3}{4} = 3$

b) Hver mannanna fær $\frac{1}{4}$ hluta af heildarmagninu.

5 Sýndar eru fimm leiðir við að skipta fjórum stykkjum milli þriggja manna. Lesa má úr myndunum hlut hvers og eins og skrá sem:

$A = 1 + \frac{1}{3}$.

$B = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$.

$C = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$.

$D = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.

$E = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$

Hver og einn fær $\frac{4}{3}$ hluta af súkkulaðistykki í sinn hlut eða $1\frac{1}{3}$.

6 Hver fær $\frac{1}{3}$ af heildarmagninu því skipt er milli þriggja manna.

bls. 101

7 a) T.d. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ og $\frac{4}{8}$

b) T.d. $\frac{3}{16}$, $\frac{4}{16}$ og $\frac{5}{16}$

8 T.d. $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{3}{20}$ og $\frac{7}{40}$

9 Gildi x er $\frac{1}{3}$ og gildi y er 1.

$\frac{2}{3}$ er skráð við 10. strik frá 0, x við fimmta strik og y við 15. strik.

10 Gildi a er $\frac{4}{5}$ og gildi b er $\frac{13}{15}$.

$\frac{1}{5}$ er skráður við þriðja strik frá 0 en a við 12. strik.

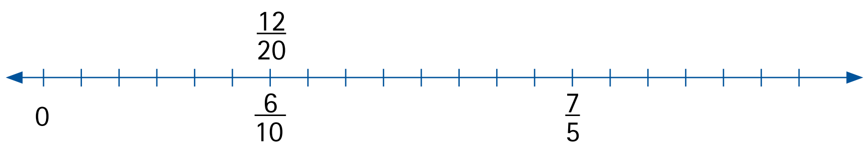
Gildi b má finna með því að bæta $\frac{1}{3}$ af $\frac{1}{5}$ við $\frac{4}{5}$.

11 Gildi j er $\frac{3}{8}$ og gildi k er $\frac{7}{4}$. Það má sjá því $\frac{9}{4}$ stendur við 18. strik frá núllinu. Hvert strik hlýtur því að tákna áttundu hluta.

12 Gildi g er $\frac{1}{4}$ og gildi h er $\frac{2}{3}$. $\frac{5}{6}$ stendur við 10. strik frá núlli og því táknar hvert strik tólftu hluta, g stendur við þriðja strik og það gefur $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ og h við áttunda áttunda strik sem gefur $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

13 Gildi v $\frac{3}{8}$ er og gildi t er 1. $\frac{3}{4}$ stendur við tólfta strik frá núlli en t við 16. strik. Fjórðungur bætist því við á fjögurra strika fresti. Hver áttundi hluti bætist hins vegar við á tveggja strika fresti og því hlýtur v að jafngilda $\frac{3}{8}$.

14



15 Mynd til hægri: $\frac{6}{20}$ hluti eða $\frac{3}{10}$.

Mynd fyrir miðju: $\frac{11}{12}$ hluti.

Mynd til vinstri: $\frac{17}{24}$ hluti.

bls. 102

16 a) 2, því það eru tveir jafnhliða þríhyrningar í tígli.
b) 3, því það eru þrír jafnhliða þríhyrningar í tígli.
c) 3, því það eru þrír tíglar í sexhyrningi.
d) $1\frac{1}{2}$, því trapisan er hálfur sexhyrningur og helmingurinn af þremur er $1\frac{1}{2}$.

17 a) $\frac{1}{9}$, því þekja mætti heildina með níu jafnhliða þríhyrningum.

b) $\frac{3}{7}$, ef heildinni er skipt í sjö jafnhliða þríhyrninga og trapisunni í þrjá slíka þríhyrninga.

c) $\frac{5}{7}$, ef svæðunum er skipt í jafnhliða þríhyrninga má sjá að minna svæðið má þekja með fimm þríhyrningum en það stærra með sjö.

d) $\frac{2}{8}$, átta jafnhliða þríhyrninga þarf til að þekja heildina.

e) $\frac{8}{2}$, heildina má þekja fjórum sinnum með hlutanum.

f) $\frac{9}{2}$, heildina má þekja fjórum og hálfu sinni með hlutanum.

18

a) $\frac{8}{6}$

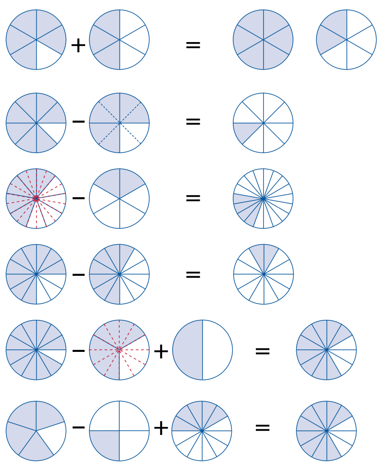
b) $\frac{1}{8}$

c) $\frac{4}{18}$

d) $\frac{2}{12}$

e) $\frac{9}{12}$

f) $\frac{38}{60}$



bls. 103

19 a) $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$ jafngildir $\frac{4}{12}$ og $\frac{4}{12} + \frac{5}{12} = \frac{9}{12}$.

b) $\frac{8}{15}$, því $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$.

c) $\frac{5}{18}$, því $\frac{2}{3} = \frac{12}{18}$ og $\frac{17}{18} - \frac{12}{18} = \frac{5}{18}$.

d) $\frac{15}{18} = \frac{5}{6}$, því $\frac{4}{9}$ jafngildir $\frac{8}{18}$ og $8 + 7 = 15$.

20 a) Guðný fær $\frac{5}{18}$ því hún fær $\frac{1}{6} + \frac{1}{9}$.

Ingibjörg fær $\frac{7}{18}$, því hún fær $\frac{1}{6} + \frac{4}{18}$. Einar fær $\frac{1}{3}$, því hann fær $\frac{1}{6} + \frac{2}{12}$.

b) Fjöldi hestanna hlýtur að vera margfeldi af 18 (þ.e. 18, 36, 54,...) svo allir fái heila hesta.

21 Kristján á $\frac{17}{40}$ eftir af vinningnum (4,25 milljónir) þegar búið er að draga frá það sem Bergþóra, Svava og Þórður fá. Búast má við mismunandi svörum um hve mikið Ásgeir ætti að fá og því líka ólíkum svörum við hvað Kristján fær í sinn hlut.

22 Sýna má svörin á mynd eða með tölustöfum.

a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{5}{4}$

c) $\frac{30}{18}$ eða $\frac{15}{9}$

d) $\frac{15}{7}$

e) $\frac{15}{16}$

f) $\frac{6}{18}$ eða $\frac{1}{3}$

23 Sýna má svörin á mynd eða með tölustöfum.

a) $3\frac{2}{3}$

b) $4\frac{1}{4}$

c) $3\frac{1}{8}$

d) $2\frac{1}{2}$

e) $4\frac{4}{5}$

f) $2\frac{1}{5}$

bls. 104

24 Dæmi um svör.

a) Ég sá að 5 og 4 hafa enga sameiginlega þætti, því valdi ég að skrifa niður margfeldi af hvorri tölu fyrir sig og fann fljótt að 20 var lægsti samnefnari.

b) Með frumþáttun fann ég að $12 = 2^2 \cdot 3$ og $16 = 2^4$ og til að taka alla þætti með þarf samnefnarinn að vera $2^4 \cdot 3$ sem jafngildir 48.

c) Með frumþáttun fann ég að $15 = 3 \cdot 5$ og $18 = 2 \cdot 3^2$. Nóg er að margfalda 18 með fimm til að fá samnefnara og hann er því 90.

d) Ég sá strax að 35 er helmingurinn af 70 og því hlýtur 70 að vera lægsti samnefnari.

e) Með frumþáttun fann ég að $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, $18 = 2 \cdot 3^2$ og $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$. Sameiginlegir þættir allra þessara talna eru 2 og 3. Því er nóg að taka þá þætti einu sinni. Minnsti samnefnarinn verður þá $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7$ eða 630.

25 Dæmi um svör.

a) Fjóla hefur valið 18 sem samnefnara því hún hefur lengt fyrra brotið með sex eins og sjá má á fyrri teljaranum og seinna brotið með einum.

b) Fjóla hefur valið 18 sem samnefnara því á teljurunum má sjá að hún hefur lengt fyrra brotið með tveimur og seinna brotið með þremur.

c) Nei, því 18 er lægsta talan sem báðir nefnarar í hvorum lið fyrir sig ganga upp í.

26 Svör má sýna með mynd og tölustöfum.

a) $\frac{9}{12}$ b) $\frac{50}{24}$ c) $\frac{13}{10}$ d) $\frac{5}{9}$

27 Dæmi um svör.

a) $4 = 2 \cdot 2$, $12 = 2^2 \cdot 3$ og $18 = 2 \cdot 3^2$. Því mætti nota 36 sem samnefnara.

b) $16 = 2^4$ og $24 = 2^3 \cdot 3$. Talan 48 er því lægsti mögulegi samnefnarinn ($2^4 \cdot 3$).

c) $6 = 2 \cdot 3$ og $10 = 2 \cdot 5$. Tveir er sameiginlegur þáttur og því er 30 lægsti samnefnarinn.

d) $27 = 3^3$ og $45 = 3^2 \cdot 5$. 3^2 er sameiginlegur þáttur og 135 því lægsti samnefnarinn.

28 a) $\frac{161}{135}$ b) $\frac{19}{30}$ c) $\frac{39}{48} = \frac{13}{16}$ d) $\frac{34}{36} = \frac{17}{18}$

29 a) $\frac{47}{30}$ c) $\frac{1}{40}$ e) $\frac{5}{24}$ g) $\frac{5}{8}$

b) $\frac{39}{84} = \frac{13}{28}$ d) $\frac{7}{18}$ f) $\frac{59}{72}$ h) $\frac{1}{48}$

bls. 105

30 a) Ég fann fyrst fimmta hluta af 360 sem er 72 og margfaldaði síðan með tveimur til að finna $\frac{2}{5}$ af 360 og fékk þá 144.

b) Ég margfaldaði $\frac{2}{5} \cdot 15 = 6$.

c) Ég notaði vasareikni og sló inn $\frac{2}{5} \cdot 4$ og fékk 1,6.

d) Ég margfaldaði á stóru brotastriki $\frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 2}$ og stytti 2 út og fékk $\frac{1}{5}$.

31 Fara má ýmsar leiðir.

a) $\frac{3}{7} \cdot 429 \approx 183{,}857$

b) $\frac{3}{8} \cdot 3208 = 1203$

c) $\frac{3}{5} \cdot 7890 = 4734$

d) $\frac{8}{9} \cdot 2772 = 2464$

e) $\frac{5}{4} \cdot 6800 = 8500$

f) $\frac{7}{12} \cdot 60 = 35$

32

12	8
60	40
663	442

33 a)

$\frac{1}{4}$	
Inn	Út
48	12
1000	250
228	57

b) Breytivélin finnur $\frac{2}{3}$ af öllu sem inn í hana fer. Í neðsta reitnum er því talan $85\frac{1}{3}$.

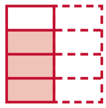
c)

$\frac{2}{5}$	
Inn	Út
250	100
555	222
1290	516

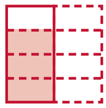
d) Breytivélin finnur $\frac{1}{3}$ af öllu sem inn í hana fer. Í neðsta reitnum er því talan $66\frac{2}{3}$.

bls. 106

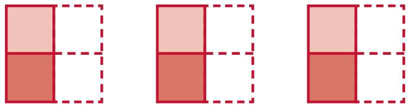
34 a) $\frac{3}{4}$ af $\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$



b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$



c) $\frac{3}{8}$

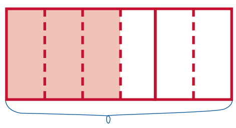


35 Teikna má ferninga á mismunandi vegu.

a) $\frac{3}{10}$ c) $\frac{3}{16}$ e) $\frac{5}{28}$ g) $\frac{5}{12}$

b) $\frac{2}{9}$ d) $\frac{8}{15}$ f) $\frac{3}{20}$ h) $\frac{4}{20}$

36 a)–b)



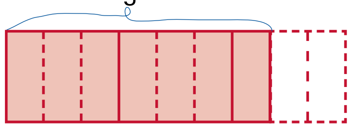
$1\frac{1}{2}$

c) $\frac{3}{4}$

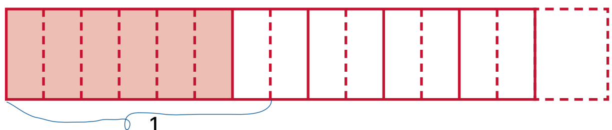
d) $\frac{3}{4}$

$2\,\frac{1}{3}$

37 a)



b)

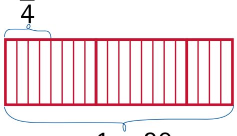


$1\,\frac{1}{6}$

38

a) $\frac{5}{8}$

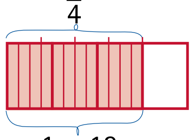
$\frac{1}{4}$



$2\,\frac{1}{2} = \frac{20}{8}$

b) $1\,\frac{1}{8}$

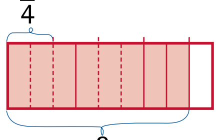
$\frac{3}{4}$



$1\,\frac{1}{2} = \frac{12}{8}$

c) $\frac{2}{3}$

$\frac{1}{4}$



$2\,\frac{2}{3}$

39 a) $\frac{3}{4}$ c) $1\frac{1}{8}$ e) $\frac{7}{12}$

b) $\frac{7}{8}$ d) $\frac{5}{3}$ f) $\frac{9}{16}$

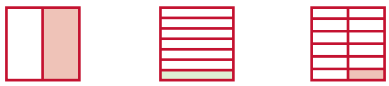
bls. 107

Þraut

Svar: $\frac{1}{9}$ hluti karlanna er einhleypir karlar undir 50 ára aldri.

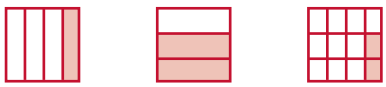
40 Við margföldun almennra brota eru teljarar margfaldaðir saman annars vegar og nefnarar margfaldaðir saman hins vegar.

a)



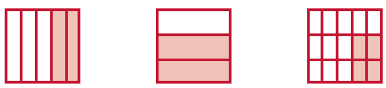
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$

b)

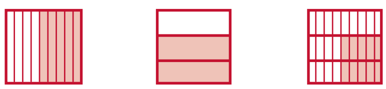


$\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{12}$

c)



$\frac{2}{5}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{15}$



$\frac{5}{9}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{10}{27}$

41 a) $\frac{18}{10}$ b) $\frac{6}{63}$ c) $\frac{20}{56}$ d) $\frac{3}{18}$ e) $\frac{25}{36}$

42 a) $\frac{10}{36}$ b) $\frac{12}{120}$ c) $\frac{30}{72}$ d) $\frac{3}{63}$

43 $\frac{15}{24}$ eða $\frac{5}{8}$ úr metra því $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{24}$.

44 $\frac{6}{12}$ eða $\frac{1}{2}$ metra því $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{12}$.

45 a) $\frac{15}{24}$ c) $\frac{15}{15}$ e) $\frac{14}{48}$

b) $\frac{6}{20}$ d) $\frac{35}{72}$ f) $\frac{6}{120}$

g) Já. Í öllum liðum nema d-lið má finna jafngild brot með lægri teljurum og nefnurum. $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$, $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$, $\frac{15}{15} = 1$, $\frac{14}{48} = \frac{7}{24}$ og $\frac{6}{120} = \frac{1}{20}$.

bls. 108

46 a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{4}{5}$ e) $\frac{7}{8}$

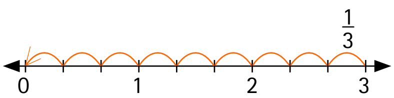
47 a) $\frac{1}{10}$ c) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{2}$ g) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{1}{10}$ f) $\frac{5}{7}$ h) $\frac{5}{16}$

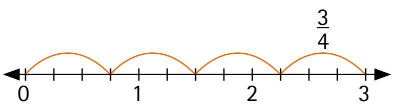
48 a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{1}{28}$

bls. 109

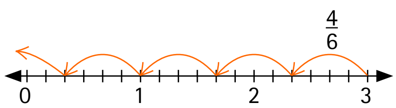
49 a) 9 sinnum



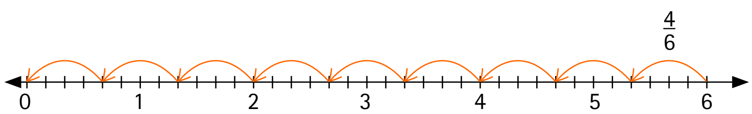
b) 4 sinnum



c) $4\frac{1}{2}$ sinni



d) 9 sinnum



50 a) $\frac{4}{6} : \frac{2}{6} = 2$ b) $\frac{6}{8} : \frac{3}{8} = 2$ c) $\frac{8}{10} : \frac{4}{10} = 2$ d) $\frac{16}{12} : \frac{8}{12} = 2$

51 a) Hægt er að taka $\frac{1}{2}$ einu sinni af $\frac{3}{4}$ og $\frac{1}{4}$ hluti úr heilum verður eftir.

b) Hægt er að taka $\frac{1}{4}$ tvisvar sinnum af $\frac{2}{3}$ og $\frac{1}{6}$ úr heilum verður eftir.

c) Hægt er að taka $\frac{2}{3}$ einu sinni af $\frac{7}{6}$ og $\frac{3}{6}$ eða $\frac{1}{2}$ verður eftir.

52 $\frac{2}{3}$ af einum eru 8 rúður. $\frac{3}{4}$ af einum eru 9 rúður.

Afgangurinn er $\frac{1}{8}$ af $\frac{2}{3}$.

53 a) $3\frac{1}{3}$ b) $2\frac{1}{2}$ c) $2\frac{1}{7}$

54 Það eru 13 bökusneiðar. Afgangurinn er hálf bökusneið.

55 Hún fær 10 búta úr listanum. Í afgang er $\frac{1}{16}$ af fjögurra metra bút.

bls. 110

56

a) 225	d) 225	g) 149	j) 149
b) 1280	e) 1280	h) 308	k) 308
c) 342,5	f) 342,5	i) 1389	l) 1389

57

a) 900	d) 900	g) 60	j) 60
b) 5120	e) 5120	h) 620	k) 620
c) 1370	f) 1370	i) 2560	l) 2560

58 a) Að margfalda með hálfum gefur sömu niðurstöðu og að deila með tveimur.

b) Að deila með $\frac{1}{5}$ gefur sömu niðurstöðu og að margfalda með fimm.

c) Að deila með einingarbroti gefur sömu niðurstöðu og að margfalda með nefnara þess.

d) Að margfalda með einingarbroti gefur sömu niðurstöðu og að deila með nefnara þess.

59 a) 32 c) $\frac{55}{3}$ e) 2 g) $\frac{3}{2}$

b) $\frac{49}{4}$ d) 4 f) $\frac{15}{2}$ h) 6

bls. 111

60 a) $\frac{7}{4}$ b) $\frac{6}{7}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{7}{64}$

61 a) 3 b) $\frac{26}{3}$ c) $\frac{17}{9}$ d) $\frac{3}{2}$

62 a) $\frac{18}{5}$ b) $\frac{13}{4}$ c) 3 d) 2

63 a) 37 manns geta fengið fiskrétt því $12{,}5 : \frac{1}{3} = 37\frac{1}{2}$

b) 74 manns geta fengið kjötrétt því $32 : \frac{3}{7} = 74\frac{2}{3}$

64 a) $16\frac{7}{72}$ c) $3\frac{38}{51}$

b) $415\frac{130}{143}$ d) $11\frac{81}{224}$

65 a) $x = \frac{5}{6}$ b) $x = \frac{3}{8}$ c) $x = \frac{3}{4}$ d) $x = \frac{7}{8}$

66 Engin ein rétt lausn við þessu dæmi.