1 2 3 4 5 6

Stærðfræði 2

Lausnir

Lausnir

8-tíu

NÁMSGAGNASTOFNUN
25. febrúar 2009

Átta–tíu 2

Lausnir

Ritstjóri: Hafdís Finnbogadóttir

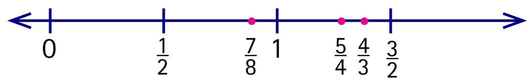
1. útgáfa 2006
Námsgagnastofnun

Umbrot og útlit: Námsgagnastofnun

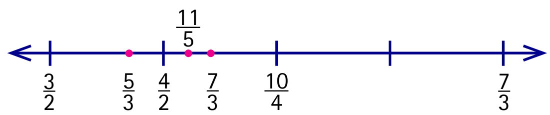
Brot

bls. 4

1 a)



b)



c) $A \approx \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$, $B \approx \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$, $C \approx \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

2 a) $A = \frac{32}{5}$ $B = 6{,}5$ $C = \frac{28}{4}$ $D = 7\frac{2}{3}$ $E = 8\frac{2}{9}$ $F = 8{,}3$

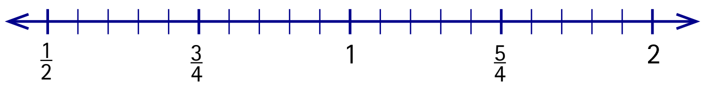
b) $A = \frac{9}{8}$ $B = \frac{35}{25}$ $C = 1{,}65$ $D = \frac{9}{4}$ $E = 2{,}69$ $F = 2\frac{7}{8}$

3

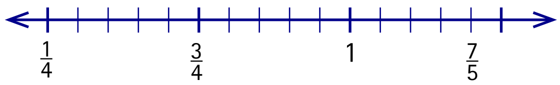
	1 aukastafur	2 aukastafir	3 aukastafir
2,3456	2,3	2,35	2,346
17,2963	17,3	17,30	17,296
236,8712	236,9	236,87	236,871
0,58621	0,6	0,59	0,586
78,152900	78,2	78,15	78,153
7,046	7,0	7,05	7,046

bls. 5

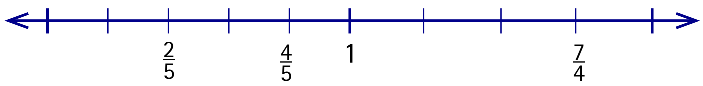
4 a) Dæmi um nokkur almenn brot á talnabilinu eru $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{10}{10}$, $\frac{11}{10}$ og $\frac{6}{5}$



b) Dæmi um nokkur almenn brot á talnabilinu eru $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{6}{5}$ og $\frac{5}{4}$

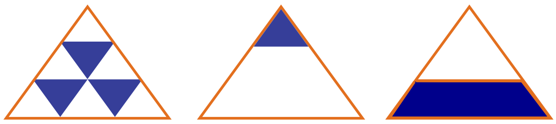


c) Dæmi um nokkur almenn brot á talnabilinu eru $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{5}$ og $\frac{8}{5}$

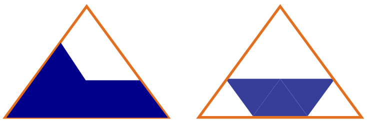


d) Margar mismunandi lausnir.

5 Efri röð frá vinstri: $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{5}{9}$



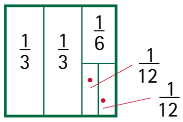
Neðri röð frá vinstri: $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$



6 Margar leiðir færar að lausn. Dæmi um lausn:

Almenna brotið $\frac{1}{3}$ er notað tvisvar sinnum, $\frac{1}{6}$ einu sinni og $\frac{1}{12}$ tvisvar sinnum.

Summa brotanna væri þá $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{12}{12}$.

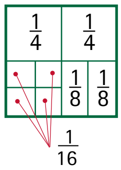


7 Margar leiðir færar að lausn. Dæmi um lausn:

Valið að nota almennu brotin $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ og $\frac{1}{16}$.

Almenna brotið $\frac{1}{4}$ er notað tvisvar sinnum, $\frac{1}{8}$ tvisvar sinnum og $\frac{1}{16}$ fjórum sinnum.

Summa brotanna væri þá $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{16}{16}$.



bls. 6

8 a) **Verkefni Eggerts**: Mér finnst nóg að skoða tölurnar vel og hugsa um stærð þeirra. Ef ég á að bera saman stærð $\frac{3}{4}$ og $\frac{4}{5}$ sé ég $\frac{1}{4}$ að vantar upp á að $\frac{3}{4}$ verði einn heill en $\frac{1}{5}$ vantar upp á að $\frac{4}{5}$ sé einn heill. Brotin geta ekki verið jafngild því $\frac{1}{4}$ er meira en $\frac{1}{5}$.

Verkefni Þórunnar: Mér finnst nóg að skoða tölurnar vel og hugsa um stærð þeirra. Ef ég á að bera saman stærð $\frac{6}{5}$ og $\frac{5}{4}$ sé ég að $\frac{6}{5}$ eru $\frac{1}{5}$ stærri en einn og að $\frac{5}{4}$ eru $\frac{1}{4}$ stærri en einn. Brotin geta ekki verið jafngild.

b) **Verkefni Eggerts**: Ég breyti alltaf almennum brotum í tugabrot. Ef ég á að finna hvort $\frac{3}{4}$ og $\frac{4}{5}$ eru jafngild brot athuga ég hvort nota megi 10, 100 eða 1000 sem samnefnara. Ég lengi $\frac{3}{4}$ með 25 og $\frac{4}{5}$ með 20. Þá sé ég að $\frac{75}{100} = 0{,}75$ og $\frac{80}{100} = 0{,}80$ og að $\frac{3}{4} \neq \frac{4}{5}$.

Verkefni Kristínar: Ég breyti alltaf almennum brotum í tugabrot. Ef ég á að finna hvort $\frac{9}{5}$ og $\frac{7}{4}$ eru jafngild brot athuga ég hvort nota megi 10, 100 eða 1000 sem samnefnara. Ég lengi $\frac{9}{5}$ með 20 og $\frac{7}{4}$ með 25. Þá sé ég að $\frac{180}{100} = 1{,}80$ og $\frac{175}{100} = 1{,}75$ og að $\frac{9}{5} \neq \frac{7}{4}$.

c) **Verkefni Þórunnar**: Ég reyni að finna samnefnara. Ef ég þarf að finna hvort $\frac{6}{5}$ og $\frac{5}{4}$ eru jafngild brot notfæri ég mér að 5 og 4 ganga upp í 20. Ég lengi $\frac{6}{5}$ með 4 og $\frac{5}{4}$ með 5. Þá fæ ég $\frac{6}{5} = \frac{24}{20}$ og $\frac{5}{4} = \frac{25}{20}$. Þannig sé ég að $\frac{6}{5} \neq \frac{5}{4}$.

Verkefni Kristínar: Ég reyni að finna samnefnara. Ef ég þarf að finna hvort $\frac{9}{5}$ og $\frac{7}{4}$ eru jafngild brot notfæri ég mér að 5 og 4 ganga upp í 20. Ég lengi $\frac{9}{5}$ með 4 og $\frac{7}{4}$ með 5. Þá fæ ég $\frac{9}{5} = \frac{36}{20}$ og $\frac{7}{4} = \frac{35}{20}$. Þannig sé ég að $\frac{9}{5} \neq \frac{7}{4}$.

9 a) Brotin eru **ekki** jafngild. Fjórðu hlutar eru stærri en fimmtu hlutar.
$\frac{9}{4}$ eru því stærri en $\frac{9}{5}$.

b) Brotin eru **ekki** jafngild. Ég finn samnefnara. 4 og 5 ganga upp í 20. Ég lengi $\frac{13}{5}$ með 4 og fæ $\frac{52}{20}$ og $\frac{11}{4}$ með 5 og fæ $\frac{55}{20}$
$\frac{52}{20} < \frac{55}{20}$.

c) Ég breyti brotunum í tugabrot. $\frac{10}{25} = 0{,}4$ $\frac{2}{5} = 0{,}4$. Brotin **eru jafngild**.

d) Brotin eru **ekki** jafngild. Ég nota 25 sem samnefnara og lengi $\frac{4}{5}$ með 5 og fæ $\frac{20}{25}$
$\frac{21}{25} > \frac{20}{25}$.

10 a) $\frac{21}{27}$ b) $\frac{36}{15}$ c) $\frac{48}{60}$ d) $\frac{42}{9}$

11 a) Lengt með 7 b) Lengt með 4 c) Lengt með 3 d) Lengt með 11

12 Frá minnsta til stærsta: $\frac{4}{11}, \frac{6}{13}, \frac{7}{9}, \frac{16}{20}, \frac{6}{5}, \frac{12}{7}, \frac{12}{5}, \frac{14}{3}$.

13 Frá minnsta til stærsta: $2\frac{1}{5},\ 2\frac{1}{4},\ 2\frac{13}{20},\ 2\frac{9}{12},\ 2\frac{9}{10}$.

14 a) $\frac{3}{16} = 0{,}1875$
0,23 er stærra

b) $\frac{9}{24} = 0{,}375$
0,303 er minna

c) $\frac{5}{14}$

d) $\frac{23}{35}$

bls. 7

15 Minnstu samnefnarar:
a) 8 b) 12 c) 24 d) 30

16 a) 10, 20, 30, 40, **<u>50</u>**, 60
25, **<u>50</u>**, 75, 100

b) 6, 12, 18, 24, 30, 36, **<u>42</u>**, 48
7, 14, 21, 28, 35, **<u>42</u>**, 49

c) 14, 28, 42, 56, **<u>70</u>**, 84
35, **<u>70</u>**, 105, 140

d) 6, 12, 18, 24, **<u>30</u>**, 36
15, **<u>30</u>**, 45, 60

17 a) $\frac{19}{24}$ c) $\frac{26}{30} = \frac{13}{15}$ e) $\frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}$ g) $5\frac{26}{30} = 5\frac{13}{15}$

b) $\frac{17}{42}$ d) $\frac{31}{12} = 2\frac{7}{12}$ f) $\frac{37}{5} = 7\frac{2}{5}$ h) $\frac{41}{12} = 3\frac{5}{12}$

bls. 8

18 a) 105 b) 24 c) 150 d) 252

19 a) $\frac{79}{105}$ b) $\frac{11}{24}$ c) $\frac{14}{150} = \frac{7}{75}$ d) $\frac{285}{252}$

20 a) Jafngild b) Ekki jafngild c) Jafngild

d) Í lið a lengi ég fyrra brotið með 6 og seinna brotið með fjórum. Í lið c frumþátta ég nefnarana til að finna samnefnara. $14 = 2 \cdot 7$ $35 = 3 \cdot 7$ Samnefnari er $2 \cdot 5 \cdot 7 = 70$. Ég lengi fyrra brotið með 5 og seinna brotið með 2. Brotin eru ekki jafngild. Í lið b lengi ég $\frac{4}{24}$ með 3 og $\frac{3}{18}$ með 4.

(ath röð liða ekki rétt í 1. prentun bókar)

21 a) $\frac{18}{24} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}$ $\frac{3}{4}$ 6 er sameiginlegur þáttur

b) $\frac{75}{30} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 5}$ $\frac{5}{2}$ 15 er sameiginlegur þáttur

c) $\frac{42}{126} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7}$ $\frac{1}{3}$ 42 er sameiginlegur þáttur

d) $\frac{12}{54} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}$ $\frac{2}{9}$ 6 er sameiginlegur þáttur

Þraut

Margar hugsanlegar leiðir að lausn. Hér eru dæmi um lausnir:

$\frac{5}{10} + \frac{6}{12} = 1$ $\frac{4}{8} + \frac{5}{10} = 1$ $\frac{3}{6} + \frac{4}{8} = 1$ $\frac{2}{4} + \frac{7}{14} = 1$ $\frac{1}{2} + \frac{3}{6} = 1$

bls. 9

22 a) $\frac{1}{2} = 0{,}5$ $\frac{1}{3} = 0{,}3333333$ ..., $\frac{1}{4} = 0{,}25$ $\frac{1}{5} = 0{,}2$ $\frac{1}{6} = 0{,}166666$ ...

$\frac{1}{7} = 0{,}142857142$ ... $\frac{1}{8} = 0{,}125$ $\frac{1}{9} = 0{,}11111111$ ... $\frac{1}{10} = 0{,}1$

$\frac{1}{11} = 0{,}9999999$ ... $\frac{1}{12} = 0{,}08333333$ ...

b) 0,5 0,2 0,1

c) 0,25

d) 0,125

e) Í þeim tugabrotum sem eftir eru endurtaka sömu tölustafirnir sig í sífellu. T.d. ef skoðað er brotið $\frac{1}{6}$ = 0,166666 … þá endurtekur tölustafurinn 6 sig í sífellu. Slík tugabrot, þar sem ákveðinn tölustafur á eftir kommunni endurtekur sig á þennan hátt, eru nefnd lotubundin tugabrot.

23 Vasareiknir getur aðeins sýnt takmarkaðan fjölda aukastafa og því verða niðurstöður ekki alltaf nákvæmar.

24 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{11}$ og $\frac{1}{12}$ virðast öll hafa óendanlegan fjölda aukastafa miðað við þann fjölda sem vasareiknir getur sýnt.

25 a) 1,55
b) 0,125
c) 0,083333 …
d) 7,388888 …
e) Liðir a og b

bls. 10

26 a) $\frac{3}{18} = \frac{1}{6}$

b) $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$

c) $\frac{5}{21}$

27 a) $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ b) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{24}$

28 $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{9}{10}$

a) Svörin mynda talnaröðina frá 1–10. Í fyrsta brotinu er teljari 1 og nefnari 2. Í næsta broti er teljari 3 og nefnari 4. Tveimur er alltaf bætt við bæði teljara og nefnara.
b) Margar mögulegar lausnir. Hér eru hugmyndir að lausnum:
$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$, $\frac{6}{7} + \frac{1}{14} = \frac{13}{14}$, $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{13} = \frac{15}{16}$

29 a, f og p eru jafngild
c, h og m eru jafngild
j, k og o eru jafngild
d, i, s eru jafngild
e, n og t eru jafngild
v mismunandi svör

bls. 11

30 a) $\frac{1}{5} \cdot 35 = 7$
$\frac{1}{5} \cdot 60 = 12$
$\frac{1}{5} \cdot 125 = 25$

b) $0{,}2 \cdot 35 = 7$
$0{,}2 \cdot 60 = 12$
$0{,}2 \cdot 125 = 25$

c) 20% af 35 er 7
20% af 60 er 12
20% af 125 er 25

d) Sama svar fæst hvort sem margfaldað er með $\frac{1}{5}$, 0,2 eða 20%
e) Svar er persónubundið.
f) Svar er persónubundið.
g) Svar er persónubundið.

31 a) $\frac{4}{5} \cdot 45 = 36$ b) $0{,}8 \cdot 45 = 36$ c) 80% af 45 er 36
$\frac{4}{5} \cdot 40 = 32$ $0{,}8 \cdot 40 = 32$ 80% af 40 er 32
$\frac{4}{5} \cdot 23 = 18{,}4$ $0{,}8 \cdot 23 = 18{,}4$ 80% af 23 er 18,4
d) Svar er persónubundið.

32 $\frac{1}{4}$, 0,25 og 25% eru jafngildar stærðir.

33 Margar mögulegar lausnir.

bls. 12

34 Margar hugsanlegar leiðir að lausn.

35 a) 0,42 b) 2,1 c) 70 d)0,7 e) Mörg hugsanleg svör.

36 a) 2,7 c) 9 e) 900 g) 0,0027 i) 90
b) 0,27 d) 0,3 f) 27 h) 0,27

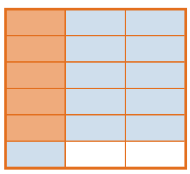
37 $0{,}3 \cdot 1860$ kr. = 558 kr.
$2{,}3 \cdot 998$ kr. = 2295,40 kr.
$0{,}6 \cdot 1100$ kr. = 660 kr.
$2 \cdot 1780$ kr. = 3560 kr.
$0{,}2 \cdot 1250$ kr. = 250 kr.

Kjötvörurnar kostuðu samtals 7323 kr.

bls. 13

38 a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{12}$ c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{15}$ e) $\frac{3}{10} \cdot \frac{8}{10} = \frac{24}{100}$
b) $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{25}$ d) $\frac{6}{10} \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{30}$ f) $\frac{4}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{8}{100}$

39 Margar leiðir að lausn.



40 a) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ c) $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ e) 0,48 g) 0,45 i) $\frac{8}{35}$
b) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ d) $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ f) $\frac{1}{3}$ h) 0,56 j) $\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

41 Guðmundur fékk $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ af arfinum, sem eru 2 milljónir króna.

42 Börnin eiga hvert um sig $\frac{1}{16}$ hluta jarðarinnar. Ef allir hlutar jarðarinnar væru jafnverðmætir væri jörðin 40 milljón króna virði.

43 Börnin fengu hvert um sig $\frac{1}{5}$ af $\frac{2}{3}$ hlutum eignanna eða $\frac{2}{15}$ hluta.

bls. 14

44 a) Tvisvar og hálfum sinnum. Þegar $\frac{2}{8}$ hafa verið teknir tvisvar er eftir $\frac{1}{8}$ en það er helmingur af $\frac{2}{8}$.

b) Þrisvar sinnum.

c) Sex og $\frac{2}{5}$ sinnum. Þegar $\frac{5}{40}$ hafa verið teknir 6 sinnum af $\frac{32}{40}$ eru eftir $\frac{2}{40}$ en það eru $\frac{2}{5}$ hlutar af $\frac{5}{40}$.

45 a) 3 b) $3\frac{1}{2}$

46 a) $\frac{6}{10} : \frac{3}{10} = 2$ b) $\frac{24}{40} : \frac{5}{40} = 4\frac{4}{5}$ c) $\frac{18}{24} : \frac{9}{24} = 2$ d) $\frac{32}{20} : \frac{4}{20} = 8$

47 a) $\frac{18}{15} : \frac{10}{15} \approx 2$ b) $\frac{10}{12} : \frac{3}{12} \approx 3$ c) $\frac{10}{15} : \frac{6}{15} \approx 2$ d) $\frac{21}{24} : \frac{4}{24} \approx 5$

48 a) 5
b) 2
c) 4
d) 3
e) 3
f) 9

49 a) $\frac{2}{10}$ c) $\frac{4}{15}$
b) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{8}{5}$

bls. 15

50 800 grömm súkkulaði
480 grömm rúsínur
1400 grömm hveiti
20 egg
1700 grömm smjör
560 grömm hnetur
1260 grömm sykur

51 Við þessu dæmi er ekki að finna neitt ákveðið svar.

Hvenær eru páskarnir?

bls. 16

1 16. apríl 2006 – (a =11, b = 2, c = 4, d = 23, e = 2)

2 Hér er yfirlit yfir það hvenær páskadagur var á árunum 1992–2000.

1992 – 19. apríl	1993 – 11. apríl	1994 – 3. apríl
1995 – 16. apríl	1996 – 7. apríl	1997 – 30. mars
1998 – 12. apríl	1999 – 4. apríl	2000 – 23. apríl

3 12. apríl

4 23. apríl

5 Páskadagur getur lent á 35 ólíkum dagsetningum. Ekki er hægt að finna reglu í hvernig páskadagur flyst milli ára með því að skoða páskadaga nokkur ár í röð. En þó má sjá að hann færist fram tvö ár í röð og svo aftur þriðja árið. Á tíunda áratug síðustu aldar mátti sjá reglu sem var rofin árið 2000.

Í almanaki hins íslenska þjóðvinafélags er að finna mikinn fróðleik um páska og útreikninga á tímasetningu þeirra. Vefslóðin er: http://www.almanak.hi.is/. Undirsíða þar hefur að geyma lista yfir fróðlegar greinar: http://www.almanak.hi.is/frodleik.html. Á annari undirsíðu almanaksins er að finna grein eftir Þorstein Sæmundsson þar sem er að finna aðra reiknireglu sem forvitnilegt getur verið að skoða: http://www.almanak.hi.is/tidnipas.html.

6 Árið 2099 er hvítasunnudagur 31. maí.
Í ár (2006) er hvítasunnudagur 4. júní.

7 Árið 2007 er helgin fyrir bolludag, sprengidag og öskudag 17.–18. febrúar.
Árið 2007 er páskadagur 8. apríl.
Árið 2007 er hvítasunnudagur 27. maí.

Líkindi

bls. 17

1 Líklegasta leiðin til að gefa vinning er að setja 9 spilapeninga þeim megin sem sléttu tölurnar eru og 3 spilapeninga þeim megin sem oddatölurnar eru. Skýringin er sú að jafnmargar oddatölur og sléttar tölur eru á teningunum og eina leiðin til að fá oddatölu ef tvær tölur eru margfaldaðar saman er að þær séu báðar oddatölur. Ef önnur eða báðar eru sléttar tölur verður margfeldið slétt tala.

*	O	S
O	O	S
S	S	S

2 a) Það er persónubundið hvaða leið fólki finnst best. Þó er sú leið sem lýst er í svarinu við spurningu1 líklegust til árangurs því það eru 75% líkur á að fá slétta tölu.

b) Besta leiðin ætti að vera að setja $\frac{3}{4}$ hluta spilapeninganna á sléttar tölur og $\frac{1}{4}$ hluta þeirra á oddatölurnar, burtséð frá því hve margir spilapeningarnir eru.

3 Leið Alvins er skynsamlegasta leiðin. En þetta er einungis byggt á líkum. Það er ekki hægt að segja að það muni alltaf koma upp slétt tala í 75% tilvika og oddatala í 25% tilvika. Sú niðurstaða er hins vegar líklegust.

4 Þetta númer er ekki í 1. prentun bókar.

bls. 18

5 a) 18 möguleikar á því að summan verði oddatala.

b) Helmingslíkur (þ.e. $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$) á að fá oddatölu.

Helmingslíkur (þ.e. $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$) á að fá slétta tölu.

Það er öruggt að útkoman verður annaðhvort slétt tala eða oddatala, líkurnar á því eru $\frac{36}{36} = 1$

6 $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$ því líkur á að fá oddatölu eru $\frac{18}{36}$ og líkur á að fá 11 eru $\frac{2}{36}$.

7 a) Mismunur tveggja teninga getur verið 0, 1, 2, 3, 4 eða 5.

b) Það eru jafnmiklar líkur á að fá slétta tölu og oddatölu. Líkurnar eru $\frac{18}{36}$ í hvoru tilviki. Ef fjöldi möguleika á að fá slétta tölu er skoðaður kemur í ljós að sex möguleikar eru á að fá mismuninn 0, átta möguleikar gefa mismuninn 2 og fjórir möguleikar eru á að fá 4.

8 a) Tölur sem geta komið fram eru: −1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 14, 15, 19 og 24.

b) Engar, þ.e. $\frac{0}{36}$.

c) Líklegra að fá 19, þ.e. $\frac{2}{36}$.

d) Nei, líkur á því að Alvin fái stig eru $\frac{33}{36}$ hvert sinn sem teningnum er kastað. Líkur á því að þú fáir stig eru hins vegar $\frac{3}{36}$.

bls. 19

9 a) Sönn
b) Ósönn
c) Ósönn
d) Sönn
e) Sönn
f) Ósönn

10 a) Engar líkur á að Högni vinni.
b) Helmingslíkur.
c) Líkur Högna eru $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

11 Talan sé slétt: Líkur $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

Talan sé oddatala: Líkur $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

Talan sé minni en 13: Líkur $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.

Tölustafurinn 1 sé í tölunni: Líkur $\frac{11}{20}$.

Talan sé margfeldi af fjórum: Líkur $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

Talan sé margfeldi af þremur eða slétt tala: Líkur $\frac{13}{20}$.

Talan gangi ekki upp í 20: Líkur $\frac{14}{20} = \frac{7}{10}$.

Talan sé frumtala: Líkur $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.

Nægilegt er að spyrja fimm spurninga ef alltaf er spurt þannig að líkur á að fá jákvætt svar séu sem næst hálfum.

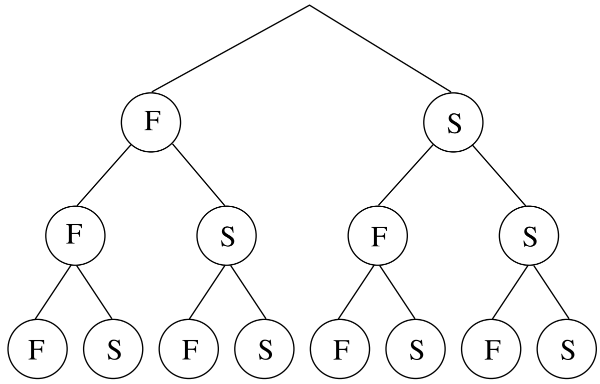
bls. 20

12 a) Litlar sem engar

b) Helmingslíkur

c) $\frac{1}{8}$

13 a)



F = Fiskur
S = Skjaldarmerki

b) 2 möguleikar, hlutfallið er $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

c) 3 möguleikar. Þeir eru að fá fisk-fisk-skjaldarmerki, fisk-skjaldarmerki-fisk og skjaldarmerki-fisk-fisk.

d) Það eru fjórir ólíkir möguleikar.

Möguleikar	Líkur
3 fiskar og 0 skjaldarmerki	$\frac{1}{8}$
2 fiskar og 1 skjaldarmerki	$\frac{3}{8}$
1 fiskur og 2 skjaldarmerki	$\frac{3}{8}$
0 fiskar og 3 skjaldarmerki	$\frac{1}{8}$

e) Margar leiðir færar við lausn.

14 a) Ef aðeins er skoðaður fjöldi barna af hvoru kyni eru 5 möguleikar á samsetningu. Þeir eru: 4 stelpur og 0 strákar, 3 stelpur og 1 strákur, 2 stelpur og 2 strákar, 1 stelpa og 3 strákar og loks 0 stelpur og 4 strákar.
Ef hins vegar tekið er tillit til aldurs barnanna, þ.e. í hvaða röð börnin fæðast í hverri samsetningu, eru 16 möguleikar á samsetningum.

b) $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

c) $\frac{11}{16}$

d) $\frac{1}{2}$

e) $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

bls. 21

15 Já, líkurnar á skekkju eru meiri ef spilað er sjaldnar. Ef spilað er oftar er mjög líklegt að hlutfall sigra og tapa falli að fyrirfram gefnum líkum á útkomu.

16 Líkur á að Jóhann fái stig eru $\frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

Líkur á að Ragnheiður fái stig eru $\frac{40}{52} = \frac{10}{13}$

17 Til dæmis ef útkomumöguleikar eru slétt tala og oddatala, þá eru jafnar líkur á hvorum viðburði fyrir sig.

18 Hér eru margar mismunandi leiðir færar að lausn.

bls. 22

19 a) 12
b) 6
c) 4
d) 3
e) $\frac{1}{6}$
f) $\frac{2}{3}$

20 a) Líkur á að fá 3 eru $\frac{1}{6}$.
Líkur á að fá 4 eru $\frac{1}{3}$.
Líkur á að fá oddatölu eru $\frac{2}{3}$.

b) Líkur á að fá oddatölu eru $\frac{0}{5}$.
Líkur á að fá tölu sem er hærri en 5 eru $\frac{3}{5}$.
Líkur á að fá tveggja stafa tölu eru $\frac{1}{5}$.

c) Líkur á að fá 20 eru $\frac{2}{5}$.
Líkur á að fá 10 eða 30 eru $\frac{3}{5}$.
Líkur á að fá tölu sem er margfeldi af 5 eru $\frac{5}{5}$ eða 1.

21 Líkur á að hitta ytri hring eru $\frac{3}{4}$. Flatarmál hans er u.þ.b. 3,14 fermetrar.
Líkur á að hitta innri hring eru $\frac{1}{4}$. Flatarmál hans er u.þ.b. 0,785 fermetrar.

22 Þetta númer er ekki í 1. prentun bókar.

bls. 23

23 Hann ætti að skipta. Sá sem skiptir fær bíl í tvö af hverjum þremur skiptum.

24 Ekkert eitt svar til við þessu dæmi.

bls. 24

25 Ekkert eitt svar til við þessu dæmi.

26 a) Það er líklegra að kúlan sé blá. Kúlunum er alltaf skilað aftur í pokann í hvert skipti sem dregið er. Því eru líkurnar á að draga bláa kúlu alltaf $\frac{4}{6}$ og líkurnar á rauðri kúlu $\frac{2}{6}$.
b) Jafnar líkur. Þar sem kúlunum er alltaf skilað í pokann aftur eru alltaf jafnmargar af hvorum lit í hvert skipti sem dregið er.

bls. 25

27 Betra er að meta liði *a*, *c*, *d* og *e* út frá reynslu en hina liðina út frá því að finna allar útkomur.

28 a) 6
b) 2
c) 12
d) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
e) $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

bls. 26

29 $\frac{1}{6}$ hluti framleiðslunnar er gallaður og líkurnar á því að vara sé gölluð því $\frac{1}{6}$ (u.þ.b. 16,7%). Aðrar niðurstöður verkefnisins byggjast á niðurstöðum hvers hóps fyrir sig.

bls. 27

30 a) Eftir 10 köst er hlutfall fiska u.þ.b. 0,7.
Eftir 100 köst er hlutfall fiska u.þ.b. 0,5.
Eftir 400 köst er hlutfall fiska u.þ.b. 0,5.
b) Eftir u.þ.b. 20 köst.
c) U.þ.b. 100.

31 a) Niðurstaða getur verið misjöfn eftir tilraunum.
b) Niðurstaða þín ætti vera svipuð og sú sem kemur fram í línuritinu í dæmi 30.

bls. 29

32 Niðurstaða teningakastsins ætti að vera mjög svipuð í öll skiptin.
Í 100 köstum má vænta þess að fá sex í 16–17 skipti.
Í 1000 köstum má vænta þess að fá sex í 166–167 skipti.

33 Það eru jafnar líkur á að fá allar útkomur. Þó getur verið að í niðurstöðum ykkar komi ekki allar útkomurnar jafn oft upp. Þó er ólíklegt að munur á milli útkoma sé mikill. Sé hermt eftir 100, 200 eða 500 köstum ætti fjöldi skipta sem hver hlið teningsins kemur upp að vera nánast sá sami.

34 Við þessu dæmi er ekki að finna neitt ákveðið svar.

35 Við þessu dæmi er ekki að finna neitt ákveðið svar.

Jöfnur og línurit

bls. 30

1 a) 3 kg
b) 2,5 kg
c) 0,5 kg
d) 1 kg

2 Hver poki hjá Arnaldi var 2 kg.

3 Hver poki hjá Davíð var 0,4 kg. Gildi *m* er 0,4.

4 Gildi *p* er 3.

5 Gildi *k* er –1. Þetta er svarið miðað við dæmið eins og það er í 1. prentun bókar. Í 2. prentun verður dæmið þannig: 6 + 6k = 3k + 9 og þá verður lausnin k=1

bls. 31

6 a) Alltaf rétt
b) Rétt fyrir sum gildi
c) Rétt fyrir sum gildi
d) Rétt fyrir sum gildi
e) Rétt fyrir sum gildi
f) Aldrei rétt
g) Alltaf rétt
h) Alltaf rétt
i) Aldrei rétt

7

Alltaf rétt	Rétt fyrir sum gildi	Aldrei rétt
x + y + z = x + z + y	4 + n = 11 ef n =7	w + 7 = w + 12
x – y – z = x – z – y	3 – 3x = 3x – 3 ef x = 1	4(x + 2) = 4x + 2
2b + 4 = 4 + 2b	3 + 2x = 5x ef x = 1	
	y · x = y + x ef bæði x og y eru 2	
	n + 5 = 20 ef n = 15	

Rökstuðningur getur verið ólíkur.

8 a) x = 12
b) x = 20
c) x = 5
d) x = 4
e) x = 5
f) x = 2

9 Stefán er 28 ára. Jafnan er x + x + 23 = 79.

bls. 32

10 a) *Fyrri jafnan* sýnir hve margir dagar eru í ákveðnum fjölda vikna. Til dæmis ef þú vilt vita hvað 3 vikur eru margir dagar setur þú þrjá í stað y. Þannig fæst:

$x = 7 \cdot 3$
$x = 21$ sem gefur að 3 vikur er 21 dagur.

Seinni jafnan sýnir hve margar vikur ákveðinn dagafjöldi er. Til dæmis ef þú vilt vita hvað 77 dagar eru margar vikur þá setur þú 77 í stað x. Þannig fæst:

$y = 77 : 7$
$y = 11$ sem gefur að 77 dagar eru 7 vikur.

b) Til dæmis: $a = 24 - b$ og $b = 24 - a$.

11 a) D og 2
b) B og 5
c) E og 1
d) C og 4
Jafna A og tafla 3 eru eftir. Búa má til ólíkar sögur við þær. Sem dæmi má taka: Heildarfjölda manna á staðnum (y) má finna með því að finna fjölda sex manna hópa (x).

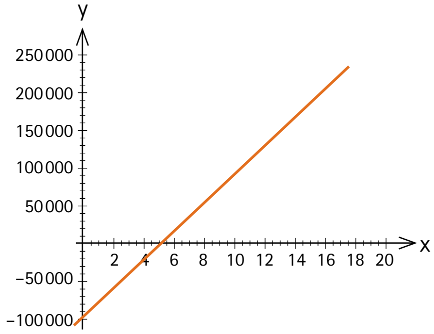
bls. 33

12 a) $15 \cdot 15000 - 80000$ = Tekjur kennarans
b) Hér er verið að reikna hve mikið þarf að borga í húsaleigu og kynningarkostnað.
c) Með því að leggja saman húsaleigu og tekjur kennarans og deila í þá tölu með upphæðinni sem hver nemandi borgar fyrir námskeiðið:
d) Með því að leggja saman húsaleigu og tekjur kennarans og deila í þá tölu með fjölda nemenda:

13 a)

Fjöldi nemenda	Tekjur kennarans
5	–5000 kr.
10	70 000 kr.
15	145 000 kr.
20	220 000 kr.

b)



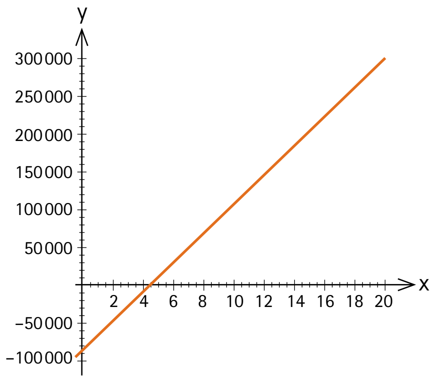
c) $y \cdot 15000 - 80000 = v$

d) Það þarf 9 ($8\frac{2}{3}$) nemendur til að kennarinn hafi 50 000 kr. í tekjur.

Það þarf 12 nemendur til að kennarinn hafi 100 000 kr. í tekjur.

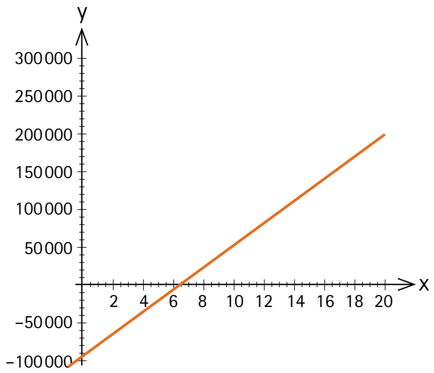
Það þarf 19 ($18\frac{2}{3}$) nemendur til að kennarinn hafi 200 000 kr. í tekjur.

14 a)



b) Þau hækka um 60 000 krónur.

15 a)



b) Námskeiðsgjöld yrðu 23 000 krónur.

bls. 34

16 a) Fjöldi barna í ferð er tvöfaldur fjöldi fullorðinna í sömu ferð.
b) 2 fullorðnir og 3 börn borga samtals 2100 krónur.
c) Fjöldi sæta í hverri röð margfaldaður með fjölda sætaraða er 48.
d) Fjöldi fullorðinna í ferð margfaldaður með með fargjaldi fullorðinna í krónum að viðbættum fjölda barna í ferð margfölduðum með barnafargjaldi í krónum er 12 600 krónur.
e) Leiga fyrir rútu og bílstjóra í einn dag í krónum, deilt með fjölda fullorðinna í ferðinni, gefur fargjald fullorðinna í krónum.
f) Fjöldi fullorðinna að viðbættum fjölda barna í ferð er 29.
g) Séu 48 farþegar í ferð og fjöldi barna í ferðinni dregin frá þá standa eftir 17.

17 a) s = 6 · r
b) u = t : 2
c) r · t = tekjur
d) s = 35 – r
e) r = 35 – s

18 a) s = 26
b) u = 1200
c) y = 60000
d) v = 16

bls. 35

19 a) 40 bækur
b) 40 kg
c) Margar hugsanlegar lausnir

20 a) 500 : t = 25, t er 20
b) 500 – 25 = z, z er 475
c) 25 · x = 500, x er 20
d) 500 · 25 = k, k er 12 500

21

a) x = 9	e) s = 19 250	i) g = 5
b) s = 600	f) r = 1000	j) m = 45
c) r = 674	g) h = 32	k) x = 695
d) y = 3288	h) x = 40	l) d = 4100

22

a) x = 4	c) x = 3	e) x = 3
b) x = 6	d) x = 7	f) x = 4

23

a) x = 16	c) x = 19	e) x = 4
b) x = 20	d) x = 83	f) x = 14

bls. 36

24

a) x = 2	d) x = –6	g) x = 7
b) x = 7	e) x = 10	h) x = 10
c) x = 6	f) x = 8	i) x = 6

25 a) 128 = 20 + 20 + x+ x
x = 44 m

b) 44	d) y = 73
c) 90	e) a = 17

26 Önnur hliðin er 15 cm og hin er 30 cm (x + 2x = 90).

bls. 37

27 a) 72°
b) x = 72
c) x = 60
d) u = 72
e) z = 40

28 Horn *A* er 60°. Horn *B* er 30°. Horn *C* er 90°.

29 a) 25 = x + 8, x er 17
b) 18 = 4x + 6, x er 3
c) 25 = 3x + 10, x er 5
d) 6x = 12 + 2x, x er 3
e) 3x + 8 = 5x, x er 4
f) 15 + 3x = 8x, x er 3
g) 19 + 2x = 34, x er 7,5
h) 5x + 8 = 60, x er 10,4

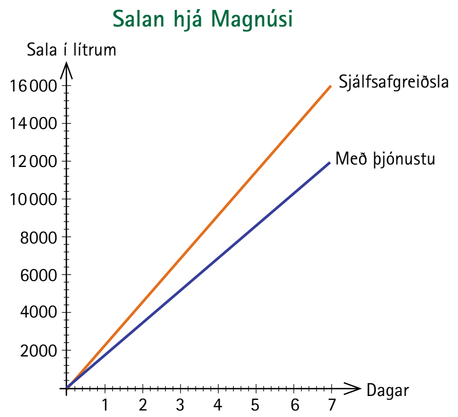
bls. 38

30 Athugið að taflan og línuritið í liðum *a* og *b* sýna einungis hreint meðaltal. Tölurnar í töflunni og línuritið geta verið örlítið frábrugðnar ykkar niðurstöðum. Allir ættu þó að vera með sömu niðurstöðu, það er að loknum 7 dögum hafi verið seldir 28 000 lítrar í heildina (11 200 með þjónustu og 16 800 í sjálfsafgreiðslu).

a)

	Í heild	Með þjónustu	Sjálfsafgreiðsla
Dagur 1	4000	1600	2400
Dagur 1–2	8000	3200	4800
Dagur 1–3	12 000	4800	7200
Dagur 1–4	16 000	6400	9600
Dagur 1–5	20 000	8 000	12 000
Dagur 1–6	24 000	9 600	14 400
Dagur 1–7	28 000	11 200	16 800

b)

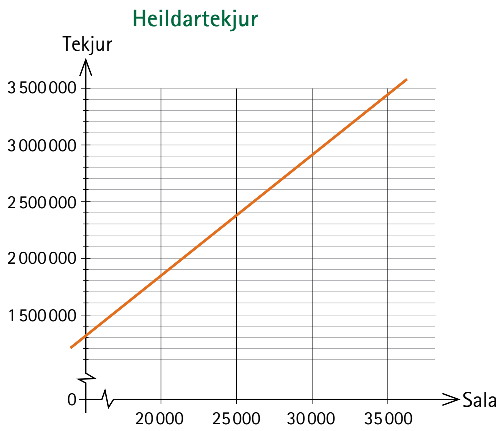


c) h = 108,7 · x + 104,5 · y – 280 000, x-ið táknar selda bensínlítra með þjónustu en y-ið selda bensínlítra í sjálfsafgreiðslu.

d)

Sala	Með þjónustu	Sjálfsafreiðsla	Heildartekjur
20000	8000	12000	1843600
25000	10000	15000	2374500
30000	12000	18000	2905400
35000	14000	21000	3436300

e)



f)

	Sala	Sjálfsafgreiðsla	Heildartekjur
Dagur 1	3000	3000	298500
Dagur 1–2	6000	6000	597000
Dagur 1–3	9000	6000	895500
Dagur 1–4	12000	12000	1194000
Dagur 1–5	15000	15000	1492500
Dagur 1–6	18000	18000	1791000
Dagur 1–7	21000	21000	2089500

g) Já, tekjur af bensínstöðinni myndu lækka ef þjónustu yrði hætt.

h) Ekkert eitt svar. Gott gæti verið að ræða svarið við aðra og skoða hvaða þættir það eru sem hafa áhrif á það hve stóran hluta af heildartekjum Magnús fær sem eigin tekjur (s.s. viðhald húsnæðis, innkaup á bensíni o.s.frv.).

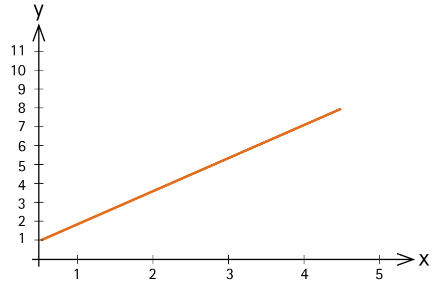
bls. 39

31 a) Þegar x = 1 þá er y = 5
Þegar x = 3 þá er y = 11

b) Þegar y = 5 þá er x = 1

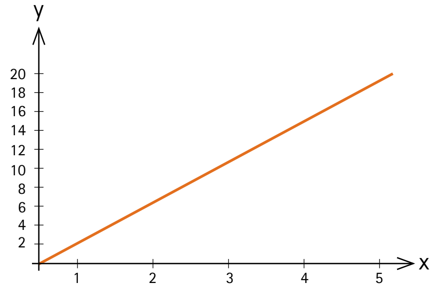
32

x	*2x + 1 = y*	*(x,y)*
0	2 · 0 + 1 = 1	(0,1)
1	2 · 1 + 1 = 3	(1,3)
2	2 · 2 + 1 = 5	(2,5)
3	2 · 3 + 1 = 7	(3,7)
4	2 · 4 + 1 = 9	(4,9)
5	2 · 5 + 1 = 11	(5,11)



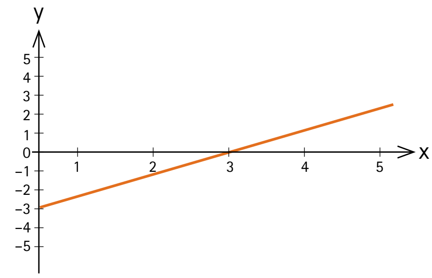
33

x	*2x = y*	*(x,y)*
0	4 · 0 = 0	(0,0)
1	4 · 1 = 4	(1,4)
2	4 · 2 = 8	(2,8)
3	4 · 3 = 12	(3,12)
4	4 · 4 = 16	(4,16)
5	4 · 5 = 20	(5,20)



34

x	*x – 3 = y*	*(x,y)*
0	0 – 3 = –3	(0,–3)
1	1 – 3 = –2	(1,–2)
2	2 – 3 = –1	(2,–1)
3	3 – 3 = 0	(3,0)
4	4 – 3 = 1	(4,1)
5	5 – 3 = 2	(5,2)



35 a) Ef x = 0, þá er y = 1
Ef x = 1, þá er y = 2,4
Ef x = –1, þá er y = –0,6
Ef x = 3, þá er y = 5,2
Ef x = –3, þá er y = –3,4

b) Ef y = 4, þá er x = 2,2
Ef y = 0, þá er x = –0,7
Ef y = –2, þá er x = –2,2
Ef y = 8, þá er x = 5
Ef y = –4, þá er x = –3,5

bls. 40

36 a) A og y = 3x +2, B og y = x +2 b) A og y = 3x – 3, B og y = 2x – 3

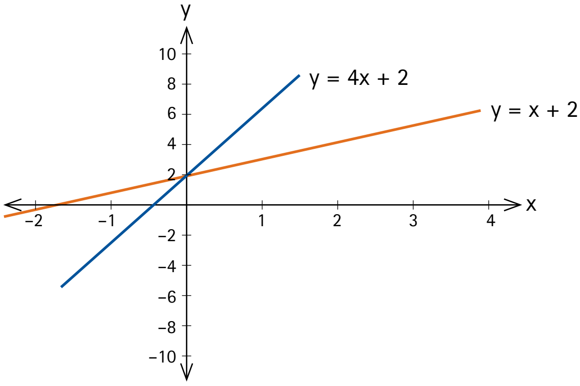
c) Í bæði *a-lið* og *b-lið* er línan sem merkt er A með meiri halla. Það þýðir að gildið á y hækkar mun örar eftir því sem gildi x verður stærra. Að sama skapi lækkar gildið á y örar eftir því sem x verður minna.

d) Í seinni jöfnunni er x margfaldað með 3 áður en 2 er bætt við til að finna gildið á y.

37 a) Í fyrri jöfnunni er x margfaldað með 4 áður en 2 er bætt við til að finna gildið á y.

b) Jafnan y = 4x +2 hefur meiri halla.

c)

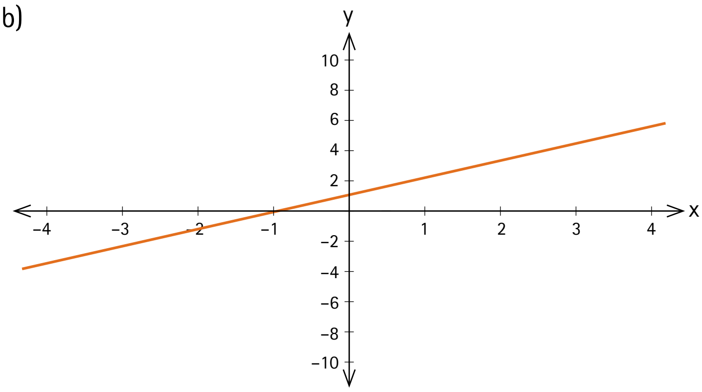


d) Það er gildið þar sem línurnar skera y-ás.

38 a)

x	$x + 1 = y$	(x,y)
−3	−3 + 1 = -2	(−3,−2)
0	0 + 1 = 1	(0,1)
3	3 + 1 = 4	(3,4)
5	5 + 1 = 6	(5,6)

b)



c) Ef x = 2 þá er y = 3. Ef x = −2 þá er y = −1. Ef x = 1 þá er y = 2.

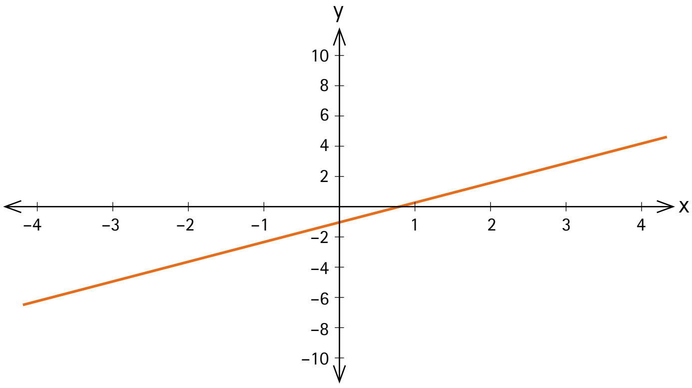
d) Ef y = 0 þá er x = −1. Ef y = −1 þá er x = −2.

e) Þegar x hækkar um 1 þá hækkar gildi y um 1.

39 a)

x	2x − 1 = y	(x,y)
−4	$2 \cdot -4 - 1 = -9$	(−4,−2)
0	$2 \cdot 0 - 1 = -1$	(0,−1)
2	$2 \cdot 2 - 1 = 3$	(2,3)
4	$2 \cdot 4 - 1 = 7$	(4,7)

b)



c) Ef x = 3 þá er y = 5.
Ef x = −1 þá er y = −3.
Ef x = −2 þá er y = −5.

d) Ef y = 1 þá er x = 1.
Ef y = −1 þá er x = 0.
Ef y = 0 þá er x = 0,5.

e) Ef x hækkar um 1 þá hækkar y um 2.

bls. 41

40 a) Ekkert eitt rétt svar.

b) Að prófa sig áfram með tölur hefur m.a. þann kost að við fáum betri tilfinningu fyrir ummáli vallarins. Með því að prófa okkur áfram með nokkrar tölur í leit að svari þá getum við fengið betri tilfinningu fyrir því hvernig ummálið breytist ef völlurinn er gerður mjórri/breiðari.

c) Sú leið er oftast fljótlegri þegar maður er kominn með góð tök á því að vinna með jöfnur.

d) 300 = $x + x + 24 + x + x + 24$.

e) Styttri hliðin er 63 metrar og sú lengri er 87 metrar.

f) Ekkert eitt rétt svar.

41 Við þessu dæmi er ekki að finna neitt ákveðið svar. Skoðaðu kaflann vel og reyndu að styrkja þekkingu þína á þeim hugtökum sem þú hefur góð tök á og bæta við þekkingu á þeim hugtökum sem þú hefur ekki jafn góð tök á.

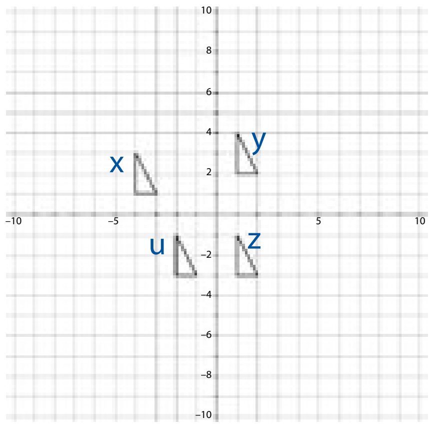
Hnitakerfi og flutningar

bls. 42

1 A=(−2,2), B=(−2,−2), C=(4,1) og D=(2,3)

a) Punktur í 2. fjórðungi hefur neikvætt x-hnit en jákvætt y-hnit.
b) Punktur í 1. fjórðungi hefur bæði hnit jákvæð.
c) Punktur í 3. fjórðungi hefur bæði hnit neikvæð.
d) Punktur í 4. fjórðungi hefur jákvætt x-hnit en neikvætt y-hnit.

2 a)–d)



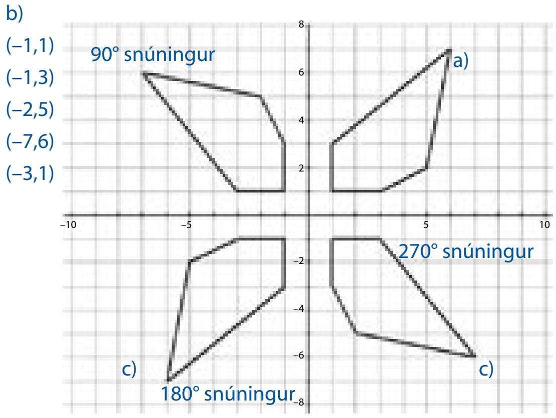
c) Margar lausnir. Dæmi: X er hliðrað fimm rúður til hægri og fjórar niður. (Ath. Önnur svör miðuðu við þessa lausn.)
e) Y hefur verið hliðrað um þrjár rúður til vinstri og um fimm rúður niður.
f) Z hefur verið hliðrað um fimm rúður upp.
g) Skoðum punktinn (−4,1) á X. Á Y eru hnit hans (1,2), á Z eru hnit hans (1,−3) og á U eru hnit hans (−2,−3).

Já. Hægt er að gera sér grein fyrir hliðrun með því að skoða eingöngu breytingar á hnitunum. Ef skoðuð eru x-hnit sést að ef gildið hækkar þá færist punkturinn til hægri, en til vinstri ef x-hnit lækkar. Ef punktur færist upp hækkar y-hnit en lækkar ef punktur færist niður. Hnit punktsins (-4,1) verða (1,-3) eftir flutning. X-hnit hækkar um 5 og því færist myndin fimm rúður til hægri. Y-hnit lækkar um 4 og því færist punkturinn 4 rúður niður.

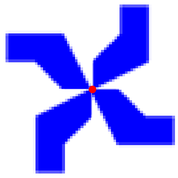
3 X-hnit hefur lækkað um 2 og y-hnit lækkað um 5. Myndinni hefur verið hliðrað um tvær rúður til vinstri og fimm rúður niður.

bls. 43

4



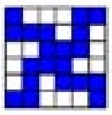
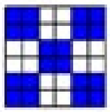
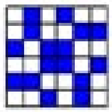
5 Margar hugsanlegar lausnir. Hér er mynd sem sýnir eina hugsanlega lausn.



6
a) W
b) X
c) Z
d) Y
e) U

7
a) Snúið hálfhring um punktinn A.
b) Snúið 90° réttsælis um punktinn C.
c) Snúið hálfhring um punktinn B.
d) Snúið hálfhring um punktinn D.

bls. 44

8 a) sjá mynd  b) sjá mynd  c) sjá mynd 

9 Rauðu mynstureiningunni hefur verið snúið, fyrst um 120° og sá snúningur síðan endurtekinn.

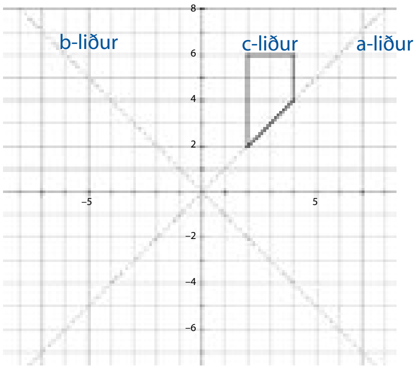
10 Rauðu mynstureiningunni hefur verið snúið, fyrst um 60° og sá snúningur síðan endurtekinn.

11 Margar hugsanlegar lausnir.

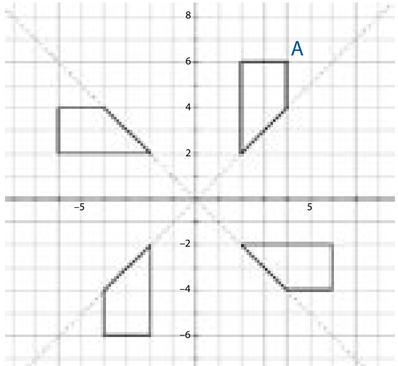
12 Á myndinni til vinstri hefur mynstrið verði myndað með 72° snúningi um miðju.

Á myndinni til hægri hefur ytra mynstrið verið myndað með 60° snúningi um miðju og innra mynstrið með 72° snúningi um miðju.

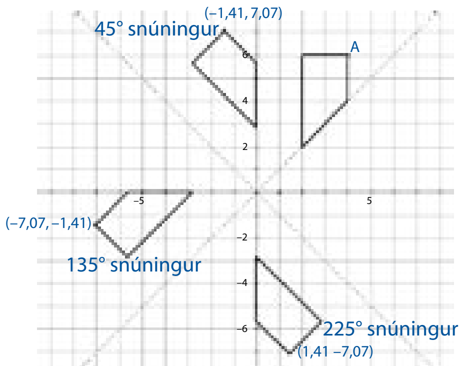
13 a)–c) sjá mynd



d) Hnit punktsins A eftir 90° snúning eru (–6,4), eftir 180° snúning eru hnitin (–4,–6) og eftir 270° eru hnitin (6,-4)



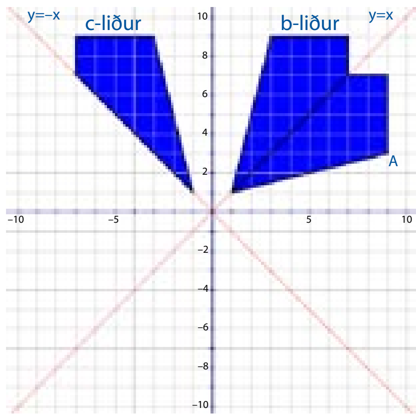
e) Það getur verið erfitt að skrá nákvæm hnit punktsins A eftir þessa snúninga. Sé myndin gerð í tölvu er þó hægt að skrá hnitin nákvæmlega



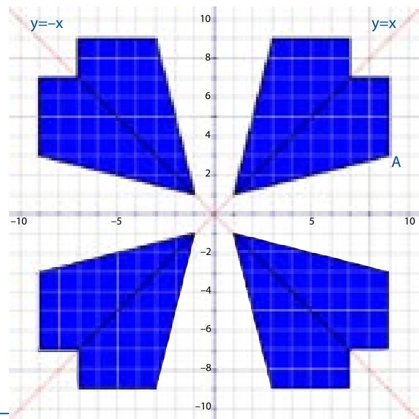
bls. 45

14 a) Hnit punktsins A eru (9,3)

b)–c) sjá mynd



d) Svona lítur myndin út eftir að speglað hefur verið um alla ásana. Ef speglað hefði verið í annarri röð en þessari hefði myndin litið eins út, svo röð speglana skiptir ekki máli.



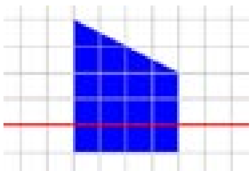
e) Hnit A eftir speglun um línuna y = x: (3,9)
Hnit A eftir speglun um y-ás: (–3,9)
Hnit A eftir speglun um línuna y = -x: (–9,3)
Hnit A eftir speglun um x-ás: (–9,–3)
Hnit A eftir aðra speglun um línuna y = x: (–3,–9)
Hnit A eftir aðra speglun um y-ás: (3,–9)
Hnit A eftir aðra speglun um línuna y = -x: (9,–3)
Hnit A eftir aðra speglun um x-ás: (9,3)

15 a) Til að fá mynd E hefur verið speglað um línu m.
Til að fá mynd F hefur verið speglað um línu o.
Til að fá mynd G hefur verið speglað um línu y-áss.
Til að fá mynd H hefur verið speglað um línu n.
Til að fá mynd I hefur verið speglað um línu x-áss.

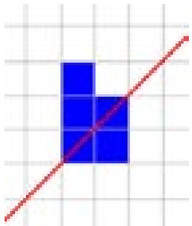
b) Til að færa G yfir í I mætti t.d. spegla fyrst um y-ás og síðan um x-ás.
Til að færa E yfir í H mætti t.d. spegla fyrst um línu m og síðan um línu n (eða hliðra um 8 til hægri og 8 niður).

c) Þeir hafa áfram sömu hnit og þeir höfðu.

16 Fyrri



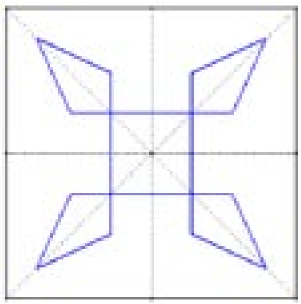
Seinni



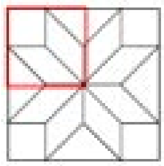
bls. 46

17 Í fyrri myndinni eru fjórir speglunarásar og í seinni myndinni eru þeir tveir.

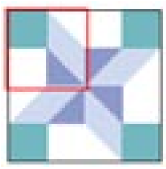
18 Svona lítur mynstrið í bókinni út eftir að búið er að framkvæma allar speglanir. þessu dæmi fylgir einnig mynd



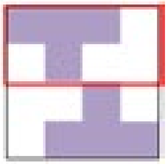
19 Efri röð til vinstri
Ýmsar lausnir. Dæmi: Snúið um 90° um miðpunkt og sá snúningur síðan endurtekinn. Einnig má mynda mynstrið með því að spegla fyrst um láréttan ás (eða lóðréttan) og spegla síðan allri myndinni um hinn ásinn.



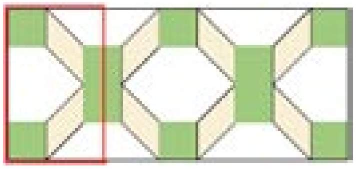
Snúið um 90° um miðpunkt og sá snúningur síðan endurtekinn. Einnig má segja að hægt sé að mynda mynstrið með því að snúa upphaflegu mynstureiningunni um 90°, 180° og 270°.



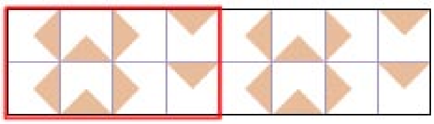
Snúið um 180° um miðpunkt.



Speglað einu sinni um lóðrétta ásinn og svo hliðrað til hægri.



Hliðrað til hægri.



bls. 47

20 Margar mögulegar lausnir.

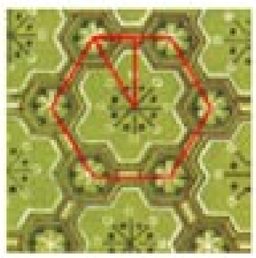
bls. 48

21
a. Mynstrið myndað með hliðrun til hægri.
b. Mynstureiningu speglað um lóðréttan ás og síðan er báðum einingum hliðrað.
c. Mynstureiningu speglað um láréttan ás og síðan er báðum einingum hliðrað.
d. Mynstureiningu speglað um lóðréttan ás og síðan um láréttan ás eða öfugt. Öllum fjórum einingum er síðan hliðrað.
e. Mynstureiningu er snúið um 180° og báðum einingum síðan hliðrað.
f. Mynstureiningu er speglað um láréttan ás og henni síðan hliðrað. Báðum einingum síðan hliðrað.
g. Mynstureiningu er speglað um lóðréttan ás. Báðum einingum er speglað yfir láréttan ás og þeim síðan hliðrað.

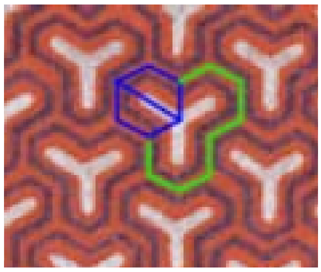
bls. 49

22 Í lýsingunum hér að neðan eru gefin dæmi um hvernig grunneiningar eru notaðar til að mynda stærri mynstureiningar sem síðan mynda mynsturflötinn. Ekki er nauðsynlegt að allir nemendur greini minnstu einingarnar. Nóg er að þeir greini hvernig mynstrið er myndað í stórum dráttum.

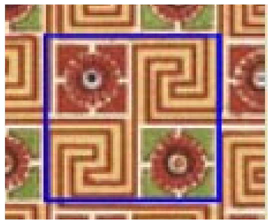
Kínversk mynstur (efra): Þríhyrningnum er speglað um lóðrétta ásinn. Þá kemur fram mynd sem snúið er um 60° til að fá fram sexhyrninginn sem myndar rauða sexhyrninginn á myndinni. Honum er svo hliðrað upp, niður, til hægri og vinstri til að framkalla mynstrið.



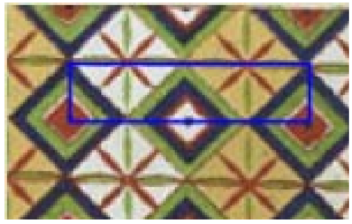
8-tíu



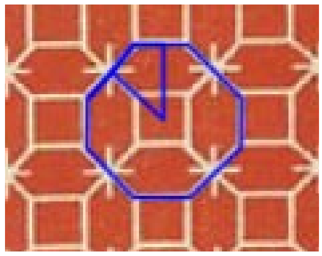
Kínversk mynstur (neðra): Speglum trapisunni sem er á myndinni. Snúum þeirri einingu sem þá er komin fram um 120°. Henni er svo hliðrað upp, niður, til hægri og vinstri til að framkalla mynstrið.



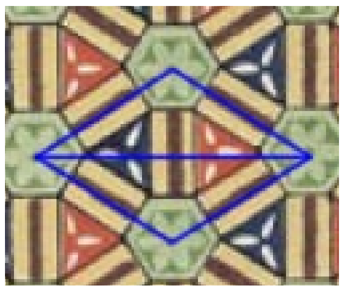
Egypsk mynstur (efra): Blái ferhyrningurinn er grunneiningin sem er hliðrað upp, niður, til hægri og vinstri til að framkalla mynstrið.



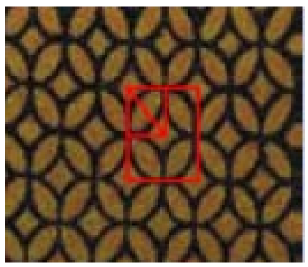
Egypsk mynstur (neðra): Speglum bláa ferhyrningnum á myndinni um láréttan ás. Þeirri mynd sem þá kemur fram er svo hliðrað upp, niður, til hægri og vinstri til að framkalla mynstrið.



Persnesk mynstur (efra): Speglum bláa ferhyrningnum á myndinni um lóðréttan ás Þá kemur fram mynd sem snúið er 90°, 180° og 270°. Átthyrningnum sem þá hefur myndast er svo hliðrað upp, niður, til hægri og vinstri til að framkalla mynstrið.

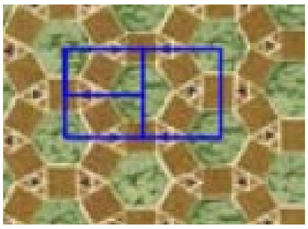


Persnesk mynstur (neðra): Bláa þríhyrningnum á myndinni er speglað um lárétta ásinn. Samsíðungnum sem þá er kominn fram er svo hliðrað upp, niður og á ská til að framkalla mynstrið.

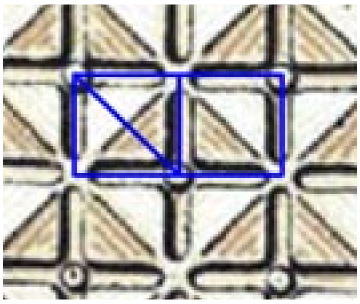


Indverskt mynstur: Minni rauða ferhyrningnum á myndinni er speglað um lárétta ásinn. Þeirri mynd sem þá kemur fram er svo speglað um lóðrétta ásinn. Þá er kominn fram stóri ferhyrningurinn á myndinni. Honum er hliðrað upp, niður, til hægri og vinstri til að framkalla mynstrið.

Mynstur frá Býsantín-tímanum (til vinstri): Minnsta bláa ferhyrningnum á myndinni er speglað um lárétta ásinn. Þeirri mynd sem þá kemur fram er svo speglað um lóðrétta ásinn. Þá er komin fram mynd sem sýnd er með stærsta ferhyrningnum á myndinni. Honum er hliðrað upp, niður, til hægri og vinstri til að framkalla mynstrið.



Mynstur frá Býsantín-tímanum (til hægri): Öðrum þríhyrningnum á myndinni er speglað svo fram komi minni ferningurinn. Ferningnum er speglað um lóðrétta ásinn. Þá er komin fram mynd af rétthyrningi sem hægt er að hliðra á ská til að framkalla mynstrið.



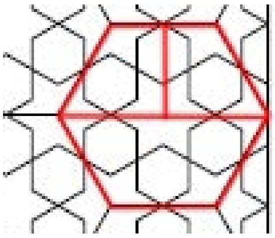
bls. 50

23 Margar hugsanlegar lausnir.

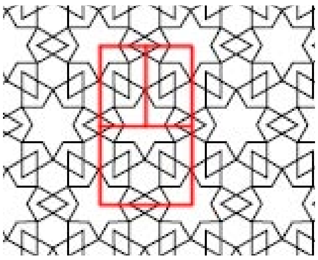
bls. 51

24 Margar hugsanlegar lausnir.

25 Mynd til vinstri: Minnsta ferhyrningnum á myndinni er speglað um lóðrétta ásinn. Þeirri mynd sem þá er komin fram er speglað um lárétta ásinn. Þá er komin fram eining sem hægt er að hliðra upp, niður, til hægri og vinstri til að framkalla mynstrið.



Mynd til hægri: Minnsta ferhyrningnum á myndinni er speglað um lóðrétta ásinn. Þeirri mynd sem þá er komin fram er speglað um lárétta ásinn. Þá er komin fram eining sem hægt er að hliðra upp, niður og á ská til að framkalla mynstrið.



Þrautir

bls. 52

Söngdrottningar

Konurnar komu fram í þessari röð:

1. Freyja – Sweet Surrender
2. Ólöf – Baby Love
3. Vaka – White Rabbit
4. Magnea – Nothing Compares 2 U
5. Fríða Sædís – I Will survive

Í brúðkaupi Fríðu og Hallmars

Fríða dansaði við ættingjana í þessari röð:

1. Andri Freyr – systursonur Fríðu
2. Hjalti – föðurbróðir Fríðu
3. Páll – pabbi Fríðu
4. Gísli – afi Fríðu

Sunna fer í háttinn

1. Sunna lék Gullbrá
2. Soffía, mamma Sunnu lék úlfinn
3. Helga, systir Sunnu, lék bangsapabba
4. Fríða, móðursystir Sunnu, lék bangsamömmu
5. Sigrún, amma Sunnu, lék bangsa litla

Prósentureikningur

bls. 53

1 a) Þórunn á tali 46%, Fréttir 36,2%, Spurt er 36%, Flugan 32%, Súrt og sætt 23%, Lögregluvaktin 19%, Spjallið 14% og loks Á útleið 12%.

b) Íslendingar eru um 300 000 talsins. Áhorf að jafnaði á hvern þátt: Þórunn á tali 138 000, Fréttir 108 600, Spurt er 108 000, Flugan 96 000, Súrt og sætt 69 000, Lögregluvaktin 57 000, Spjallið 42 000 og loks Á útleið 36 000.

2 a) 40%
b) Mynd til vinstri: Rauður 25%, svartur 62,5% og blár 12,5%.
Mynd í miðjunni: Rauður 25%, svartur 50% og blár 25%.
Mynd til hægri: Rauður 50%, svartur 12,5%, blár 12,5% og grænn 25%.

3 a) 32%
b) 20%

bls. 54

4

a) 90	c) 195	e) 0,9	g) 540
b) 300	d) 19,5	f) 750	h) 54 000

5

a) 34 000 kr.	c) 31 875 kr.	e) 2550 kr.	g) 40 800 kr.
b) 21 250 kr.	d) 46 750 kr.	f) 13 600 kr.	h) 127 500 kr.

6

a) 12	c) 800	e) 100
b) 24	d) 50	f) $11\frac{1}{9}$

7

a) 35%	c) 60%	e) 125%	g) 48%	i) 14,2%
b) 64%	d) 68%	f) 70%	h) 9,5%	j) 30%

8 a) 25% b) 132% c) 34% d) 47% e) 195%

9 Rétt röð: Torfi – Salvör – Jón – Áslaug – Sólveig – Eiríkur

bls. 55

10
a) 480
b) 75
c) 2000
d) 1600
e) 2100
f) 8000
g) 20%
h) U.þ.b. 33,3% eða $33\frac{1}{3}$ %
i) 5%
j) 3600

11 a) 2100 kr. b) 3473 kr. c) 5552 kr. d) 5764 kr.

12
a) U.þ.b. 34%
b) U.þ.b. 1%
c) U.þ.b. 25%
d) U.þ.b. 34%
e) U.þ.b. 20%
f) U.þ.b. 25%
g) U.þ.b. 2%

13
a) 900
b) 1552,8
c) 144
d) 936
e) 300
f) 78

14
a) 5400
b) 9316,8
c) 864
d) 5616
e) 1800
f) 518,4

15
a) Jafnmikið.
b) Jafnmikið.
c) Já, því að þetta er margföldun og víxlreglan gildir í margföldun.

bls. 56

16 a) 0,63 b) 0,39 c) 0,02 d) 1,24 e) 1,02

17
a) 756
b) 1560
c) 274,48
d) 37,1
e) 372
f) 1020

18 75% og 0,75 er ólík skráning á sömu stærð.

19
a) 135
b) 787,4
c) 226,06
d) 619,75
e) 4,08
f) 711,9

20 $\frac{4}{5}$, 0,8 og 80% eru jafngildar stærðir. Af því leiðir að við fáum sömu niðurstöðu ef einhver tala er margfölduð með þessum stærðum.

21 Margar hugsanlegar lausnir.

22 a) 9 milljarðar
b) 1,5
c) 10,5 milljarðar
d) 1,75
e) Ef finna á 100% af stærð er það líkt og að margfalda stærðina með 1. Ef finna á t.d. 120% af stærð þarf því að bæta 20% við upprunalegu stærðina. Það jafn gildir því að margfalda með 1,2.

bls. 57

23 Í A er það hlutinn sem er óþekktur. Í B er það heildin sem er óþekkt og í C er það prósentan sem er óþekkt.

24 Margar hugsanlegar lausnir.

25 37,2%

26 167

27 43

28 a) 625 km
b) 468,75 km
c) U.þ.b. 5666,67 km

bls. 58

29 a) 75%
b) U.þ.b. 133,3%
c) U.þ.b. 33,3%
d) 300%
e) 25%
f) 400%
g) U.þ.b. 233,3%
h) U.þ.b. 42,9%
i) 175%
j) U.þ.b. 57,1%
k) U.þ.b. 14,3%
l) 700%

30 a) U.þ.b.78,5%, því flatarmál hringsins er 3,14 fersentímetrar og flatarmál fernings eru 4.
b) U.þ.b.78,5%, því flatarmál hringsins er 7,065 fersentímetrar og flatarmál fernings er 9.
c) U.þ.b. 78,5%, því flatarmál hringsins er 12,56 fersentímetrar og flatarmál fernings er 16.
d) Já

31 a) 500
b) 600
c) 900

32 a) 500 c) 500 e) 500
b) 500 d) 500 f) 500

33 a) 1,35 eða $\frac{27}{20}$
b) 1,05 eða $\frac{21}{20}$
c) 2,79 eða $\frac{279}{100}$
d) 0,22 eða $\frac{11}{50}$
e) 1,75 eða $\frac{7}{4}$
f) 0,91 eða $\frac{91}{100}$

bls. 59

34 a) Fartölva 187 096 kr.
Borðtölva 155 896 kr.
Prentari 15 496 kr.
Skanni 7270 kr.
Mús 6230 kr.
Hátalarar 10 390 kr.
Box með 10 geisladiskum 1030 kr.
Bakpoki fyrir fartölvu 8310 kr.
Geisladiskapennar 4 stk. 718 kr.
Geisladiskataska fyrir 200 geisladiska 2590 kr.
Spilari A 33 270 kr.
Spilari B 17 670 kr.
Heyrnartól A 9350 kr.
Heyrnartól B 1758 kr.

b) Fartölva 164 644 kr.
Borðtölva 137 188 kr.
Prentari 13 636 kr.
Skanni 6398 kr.
Mús 5482 kr.
Hátalarar 9143 kr.
Box með 10 geisladiskum 906 kr.
Bakpoki fyrir fartölvu 7313 kr.
Geisladiskapennar 4 stk. 632 kr.
Geisladiskataska fyrir 200 geisladiska 2297 kr.
Spilari A 29 278 kr.
Spilari B 15 550 kr.
Heyrnartól A 8228 kr.
Heyrnartól B 1547 kr.

	a)	b)	c)	d)	e)
35	1,25	1,03	2	1,45	1,08
36	0,75	0,97	0	0,55	0,92

bls. 60

37 a) Gunnar
b) Óli
c) Gunnar 46,2%, Pálína 30%, Sunna 65% og Óli 27,5%.
d) 16,44
e) 27,6%
f) 90 GB
g) 66% af notuðu geymslurými
h) Gunnar: 111 GB af lausu geymslurými, sem eru 58,7% af heildargeymslurými.
Pálína: 84 GB af lausu geymslurými, sem eru 44,4% af heildargeymslurými.
Sunna: 166 GB af lausu geymslurými, sem eru 87,8% af heildargeymslurými.
Óli: 52 GB af lausu geymslurými, sem eru 27,5% af heildargeymslurými.

bls. 61

38 a) Bláir 16,7%
Rauðir 20%
Ljósir 41,7%
Svartir 5%
Annað 17%

b) Í 1. prentun bókarinnar hefur heildarfjöldi bíla dottið út. Fjöldinn er 400 bílar.
Bláir eru því 108,
rauðir 64, ljósir 144,
svartir 16 og
grænir 68.

Miði nemendur við heildarfjöldann 252 eins og er í a-lið þá eru: Bláir 68
Rauðir 40
Ljósir 91
Svartir 10
Annað 40

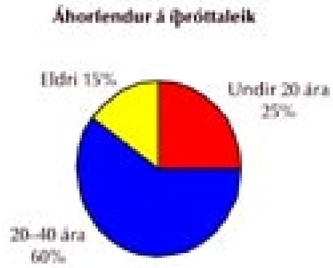
c) Það fóru 200 bílar um gatnamótin. $\frac{68}{0,34} = 200$
Bláir 23%
Rauðir 17,5%
Ljósir 10,5%
Svartir 13%
Annað 34%

d) Það er margt sem hægt er að telja upp. Hér eru nokkur dæmi.
Líkt: Skipting á milli lita er mjög svipuð í flestum skífuritunum.
Ólíkt: Ljósir bílar voru algengastir hjá 2 af 3 hópum. Það voru fæstir svartir bílar hjá 2 af 3 hópum. Flokkurinn annað er algengastur hjá einum hóp.

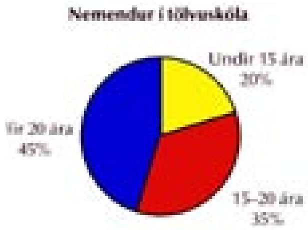
e) Margar mögulegar lausnir.

39 a)

b)



c)



bls. 62

40 Það voru 500 nemendur í skólanum á síðasta ári.

41 Áætlaður hagnaður á þessu ári er 5 790 400 kr.

42 200 þúsund.

43 Áætlað tap í ár er u.þ.b. 592 800 kr.

44 a) 54 000 kr. b) 40 500 kr. c) 17 280 kr. d) 60 480 kr.

45 a) 15 359 kr. b) 42 389 kr. c) 82 936 kr. d) 119 182 kr.

46 a) 2403 kr. b) 1595 kr. c) 3652 kr. d) 1960 kr.

bls. 63

47

Salur	Heild	Prósenta	Hluti
A	500	69%	345
B	200	75%	150
C	468	50%	234

48 Nýja verðið er 137,5% af gamla verðinu.
Hækkunin í prósentum er 37,5%.

49

Salur	Heild	Prósenta	Hluti
A	500	39%	195
B	200	27%	54
C	468	45%	210

50 Eftir 30% lækkun á miðaverðinu kostar miðinn 770 kr.
Það eru 96% af upphaflega verðinu.

51 Miðaverðið hækkaði um 37,5%.
Miðaverðið lækkaði um 30%.
Það verður að miða við heildina þegar reiknaðar eru prósentur. Af því leiðir að til að mynda eru 10% af 800 ekki það sama og 10% 1100, þó vissulega sé prósentuhlutfallið það sama. Hvert prósent til hækkunar eða lækkunar telur því fleiri krónur þegar verðið er orðið 1100.

bls. 64

52 Tilboð Hjalta í hönnun og dreifingu auglýsinganna hljóðar upp á 114 877 krónur. Það er hönnun og þjónustulaun 26 250 kr., birting í fjölmiðlum er 69 200 kr., og flutningar 4844 kr. Samtals er kostnaðurinn 100 294 krónur. Ef dreginn er frá staðgreiðsluafsláttur er upphæðin 92 270 kr. Virðisaukaskattur bætist síðan við.

53 Dæmi um svar.
Auglýsingaherferðin mun borga sig þegar til lengri tíma er litið. Aðsókn hafði aukist helgina eftir auglýsingaherferðina eins og sést þegar töflurnar eru skoðaðar. Þar kemur m.a. fram að:

Helgina fyrir auglýsingaherferðina var heildarnýting á sætum í sal A 47%.
Helgina eftir auglýsingaherferðina var heildarnýting á sætum í sal A 60%.

Helgina fyrir auglýsingaherferðina var heildarnýting á sætum í sal B 54%.
Helgina eftir auglýsingaherferðina var heildarnýting á sætum í sal B 70%.

Helgina fyrir auglýsingaherferðina var heildarnýting á sætum í sal C 47%.
Helgina eftir auglýsingaherferðina var heildarnýting á sætum í sal C 48%.

Svo auglýsingaherferðin mun borga sig.

Þrautir

bls. 65

Einn krani eða tveir?

Ef skrúfað er frá báðum krönum samtímis tekur 2 tíma að fylla kerið.

Peningaflutningar

Gefum peningunum númer frá 1–8, þannig að sá sem er lengst til vinstri er númer 1 og sá sem er lengst til hægri er númer 8.
Byrjum á að flytja peninga númer 2 og 3 þannig að númer 2 liggi hægra megin við númer 8.
Því næst flytjum við 5 og 6 og setjum á milli 1 og 4.
Næsta skref er að flytja peninga númer 8 og 2 og setja á milli 4 og 7.
Að síðustu eru 1 og 5 settir á milli 7 og 3.

Að komast yfir ána

Hér er ein lausn.
Í fyrstu ferð róa Arnar og Anna yfir. Anna verður eftir og Arnar rær til baka.
Í annarri ferð róa Birgir og Birna yfir. Birna verður eftir og Birgir rær til baka.
Í þriðju ferð róa Arnar og Birgir yfir. Birgir verður eftir og Arnar rær til baka.
Í fjórðu ferð róa Dagný og Davíð yfir. Þau verða bæði eftir og Birgir rær til baka.
Í fimmtu og þá síðustu ferð róa Arnar og Birgir yfir. Þá eru hjónin þrenn öll komin yfir.

Alls eru þetta 9 ferðir, þ.e. fimm yfir + fjórar til baka.

Tölur

bls. 66

1 a) Til dæmis er ekki hægt að búa til heilu töluna −1 með því að nota einungis samlagningu og töluna 1.

b) Þú getur búið til óendanlega margar jákvæðar heilar tölur með því að bæta stöðugt einum við 1. T.d. 1 + 1 = 2, 1 + 1 + 1 = 3, 1 + 1 + 1 + 1 = 4 o.s.frv. Alltaf er einum bætt við og þú getur í raun haldið áfram út í það óendanlega. Á svipaðan hátt er hægt að nota frádrátt til að búa til óendanlega margar neikvæðar heilar tölur. T.d. 1 − 1 = 0, 1 − 1 − 1 = −1, 1 − 1 − 1 − 1 = −2 o.s.frv.

2

a) 4	c) 5	e) 5	g) 5
b) 4	d) 120	f) 5	h) 5

Fjarlægð getur aldrei verið neikvæð tala því hún er lengd milli tveggja punkta.

3 a) 6 og −4 hafa fjarlægðina 5 frá punktinum 1.
b) 13 og −11 hafa fjarlægðina 12 frá punktinum 1.

bls. 67

4

a) 34	b) 1951	c) 1789	d) 979

5

a) MMV	b) MCDXLVII	c) XCIX	d) CCXXXIV

6 a) T.d. 500 og 1000
b) T.d. 34 og 99

7 a)
$$2+2+2+2+2=10$$
$$2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2=32$$

b)
$$6^3=216$$
$$3^6=729$$

c)
$$63-7=56$$
$$63:7=9$$

8 a) $5^2 > 5 \cdot 2$

b) $8^3 > 3 \cdot 8$

c) $49^2 = 7^4$

d) $14^5 < 22^5$

e) $25^4 = 5^8$

f) $4^2 = 2^4$

g) $17^2 < 5^6$

h) $9^3 > 6^3$

9 Það þarf að margfalda 2 með sjálfum sér 9 sinnum til að fá fjögurra stafa tölu.
Það þarf að margfalda 5 með sjálfum sér 4 sinnum til að fá fjögurra stafa tölu.
Það þarf að margfalda 8 með sjálfum sér 3 sinnum til að fá fjögurra stafa tölu.

bls. 68

10 a) Nei, það breytir engu.
b) Já, en útkoman verður alltaf 0.

11 $\frac{2540}{6} = 423{,}333...$, $\frac{2540}{5} = 508$, $\frac{2540}{4} = 635$, $\frac{2540}{3} = 846{,}666...$,
$\frac{2540}{2}$ 1270, $\frac{2540}{1} = 2540$, $\frac{2540}{0} = 0$, $\frac{2540}{-1} = -2540$, $\frac{2540}{-2} = -1270$,
$\frac{2540}{-3} = -846{,}666...$, $\frac{2540}{-4} = -635$, $\frac{2540}{-5} = -508$, $\frac{2540}{-6} = -423{,}333...$

Þegar deilt er með annars vegar jákvæðri tölu og hins vegar neikvæðri tölu af sömu stærð í einhverja tölu þá verður niðurstaðan sú sama nema að hún verður neikvæð í því tilfelli þar sem deilt var með neikvæðu tölunni.

12 $\frac{275}{4} = 68{,}75$, $\frac{275}{3} = 91{,}666...$, $\frac{275}{2} = 137{,}5$, $\frac{275}{1} = 275$, $\frac{275}{0} = 0$,
$\frac{275}{-1} = -275$, $\frac{275}{-2} = -137{,}5$, $\frac{275}{-3} = -91{,}666...$, $\frac{275}{-4} = -68{,}75$

Já, það kemur fram sambærilegt mynstur og í dæmi 11.

13 Margar mögulegar lausnir.

14 a) Ekki frumtala því frumtalan 5 gengur upp í hana.
b) Ekki frumtala því frumtalan 3 gengur upp í hana.
c) Ekki frumtala því frumtalan 7 gengur upp í hana.
d) Ekki frumtala því frumtalan 3 gengur upp í hana.
e) Ekki frumtala því frumtalan 13 gengur upp í hana.
f) Ekki frumtala því frumtalan 3 gengur upp í hana.
g) Ekki frumtala því frumtalan 3 gengur upp í hana.

15 a) $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$
b) 3
c) Það eru 8 tölur sem ganga upp í 30, þ.e. 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 og 30.
Frumþættina er hægt að margfalda saman tvo og tvo til að finna hvaða tölur það eru, utan frumþáttanna sjálfra, sem ganga upp í 30. Auk þess ganga að sjálfsögðu talan 1 og talan sjálf upp í 30.

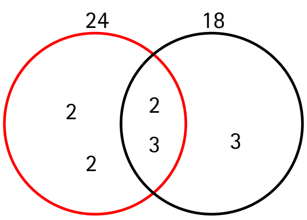
16 a) 1, 2, 3, 4, 6 og 12
b) 1, 2, 7, 11, 14, 22, 77 og 154
c) 1, 3, 5, 13, 15, 39, 65 og 195
d) 1, 5, 7, 25, 35 og 175
e) 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27 og 54

17 $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$
$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$

bls. 69

18 a) Frumþættir tölunnar 42.
b) Frumþættir tölunnar 70.
c) 2 og 7.
d) Hæsta tala sem gengur upp í báðar tölurnar er 14.
e) 2, 3, 5 og 7 eru frumþættir tölunnar 210 sem er minnsta talan sem bæði 42 og 70 ganga upp í.

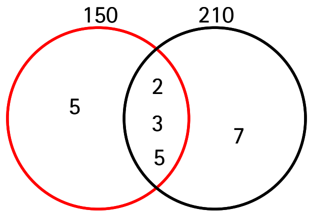
19 a)



b) Í sniðmenginu eru frumþættirnir 2 og 3.
Hæsta tala sem gengur upp í bæði 24 og 18 er 6, því $2 \cdot 3 = 6$.

c) Í sammenginu eru frumþættirnir 2, 2, 2, 3 og 3.
Það eru frumþættir tölunnar 432.
432 er minnsta talan sem bæði 18 og 24 ganga upp í.

20 a)



b) Í sniðmenginu eru frumþættirnir 2, 3 og 5.
Hæsta talan sem gengur upp í bæði 150 og 210 er 30.

c) Í sammenginu eru frumþættirnir 2, 3, 5, 5 og 7.
Það eru frumþættir tölunnar 1050.
1050 er minnsta talan sem bæði 150 og 210 ganga upp í.

21 Í mengi A eru stór form.
Í mengi B eru þríhyrningar.
Í mengi C eru þættir tölunnar 168.
Í mengi D eru þættir tölunnar 240.

bls. 70

22 a) $\frac{6}{5}$

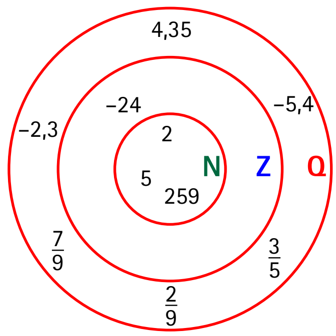
b) $\frac{123}{100}$

c) $\frac{1235}{1000} = \frac{247}{200}$

d) $\frac{12358}{10000} = \frac{6179}{5000}$

23 a) Margar mögulegar lausnir

b)



bls. 71

24 a) 0,666...
b) 0,8333...
c) 0,25
d) 0,333...
e) 0,3888...
f) 0,41666...
g) 0,692307692...
h) 0,75

25 a) $\frac{2}{8}$ og $\frac{39}{52}$ er hægt að skrá sem endanleg tugabrot.

b) Hér er verið að leita eftir ákveðnum tölustöfum sem endurtaka sig í sífellu í aukastöfum tugabrotanna, t.d. er $\frac{2}{3}$ = 0,666... þar sem talan 6 endurtekur sig í sífellu.

26 a) $\frac{1}{11}$ = 0,090909..., lotan er 09
$\frac{2}{11}$ = 0,181818..., lotan er 18
$\frac{3}{11}$ = 0,272727..., lotan er 27
$\frac{4}{11}$ = 0,363636..., lotan er 36
$\frac{5}{11}$ = 0,454545..., lotan er 45
$\frac{6}{11}$ = 0,545454..., lotan er 54
$\frac{7}{11}$ = 0,636363..., lotan er 63
$\frac{8}{11}$ = 0,727272..., lotan er 72
$\frac{9}{11}$ = 0,818181..., lotan er 81
$\frac{10}{11}$ = 0,909090..., lotan er 90
$\frac{11}{11}$ = 1

b) 0,08333..., lotan er 3
c) 0,343434..., lotan er 34
d) 0,777..., lotan er 7
e) 0,277227722..., lotan er 2772
f) 0,135135..., lotan er 135
g) 0,351351..., lotan er 351

27 Lotan samanstóð ávallt af tveimur tölum. Lotur brotanna voru: 09, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90. Ákveðið mynstur er í lotunum sem lýsir sér þannig að við hvern ellefta hluta sem bætt er við hækkar fyrri tala lotunnar um 1 en seinni tala lotunnar lækkar um 1. Mynstureiningin er alltaf margfeldi af níu.

28 a) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{6}{3}, \frac{7}{3}, \ldots$

b) $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}, \frac{8}{8}, \ldots$

c) $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{6}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}, \frac{8}{9}, \ldots$

29 a) $\frac{16}{25}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{29}{20}$ d) $\frac{176}{25}$ e) $\frac{37037}{10000}$ f) $\frac{17}{5000}$

30 a) 1,2 b) 4,75 c) 358,875 d) 7,333 … e) 1,123 f) 0,022

bls. 72

31 a) 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55

b) Reglan er sú að alltaf er næstu náttúrulegu tölu bætt við til að fá þá þríhyrningstölu sem á að vera næst í röðinni.

$$1$$
$$1 + 2 = \mathbf{3}$$
$$(1 + 2) + 3 = \mathbf{6}$$
$$(1 + 2 + 3) + 4 = \mathbf{10}$$
$$(1 + 2 + 3 + 4) + 5 = \mathbf{15}$$

c) Tuttugasta þríhyrningstalan er 210.
Fimmtugasta þríhyrningstalan er 1275.

32 a) 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100

b) Reglan er sú að bæta alltaf næstu oddatölu á eftir við fyrri ferningstölu til að fá þá sem á að vera næst í röðinni.

$$1$$
$$1 + 3 = \mathbf{4}$$
$$(1 + 3) + 5 = \mathbf{9}$$
$$(1 + 3 + 5) + 7 = \mathbf{16}$$
$$(1 + 3 + 5 + 7) + 9 = \mathbf{25}$$

Einnig má hugsa sér að fyrsta ferningstalan sé 1^2, önnur ferningstalan sé 2^2, sú þriðja 3^2 o.s.frv. Þannig er til að mynda þrettánda ferningstalan $169 = 13^2$

c) Tuttugasta ferningstalan er 400 (eða 20^2).
Fimmtugasta ferningstalan er 2500 (eða 50^2).

33 Fyrir tölurnar 1–6
- 4 mismunandi lausnir.
- Þær summur sem hægt er að mynda eru 9, 10, 11 og 12.
- Minnsta mögulega summa er 9.
- Stærsta mögulega summa er 12.
- Ef summa talnanna í hornunum er slétt tala þá er summan á hliðum þríhyrningsins oddatala.
- Ef summa talnanna í hornunum er oddatala þá er summan á hliðum þríhyrningsins slétt tala.

Fyrir tölurnar 2–7
- 4 mismunandi lausnir.
- Þær summur sem hægt er að mynda eru 12, 13, 14 og 15.
- Minnsta mögulega summa er 12.
- Stærsta mögulega summa er 15.
- Ef summa talnanna í hornunum er slétt tala þá er summan á hliðum þríhyrningsins oddatala.
- Ef summa talnanna í hornunum er oddatala þá er summan á hliðum þríhyrningsins slétt tala.

Fyrir tölurnar 3–8
- 4 mismunandi lausnir.
- Þær summur sem hægt er að mynda eru 15, 16, 17 og 18.
- Minnsta mögulega summa er 15.
- Stærsta mögulega summa er 18.
- Ef summa talnanna í hornunum er slétt tala þá er summan á hliðum þríhyrningsins oddatala.
- Ef summa talnanna í hornunum er oddatala þá er summan á hliðum þríhyrningsins slétt tala.

bls. 73

34 Reglan fyrir þessa talnarunu er að við byrjum með tölurnar 0 og 1 og næsta tala á eftir er summa þeirra tveggja talna er á undan koma. Til að mynda er 3 + 5 = 8 og kemur því 8 á eftir 5 í rununni.
Næstu 10 Fibonacci-tölur eru: 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181.

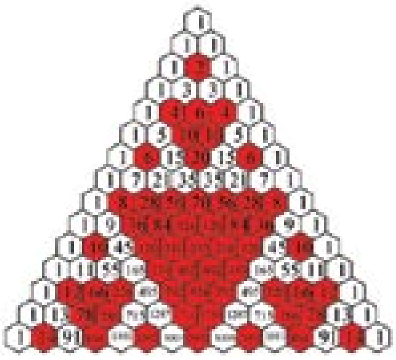
35 a) Ein
b) Ein
c) Ein
d) Engin
e) Á þann hátt að næsta tala í rununni er ávallt summa þeirra tveggja er á undan koma.

36 Í hólf 1 eru 1 leið.
Í hólf 2 eru 2 leiðir.
Í hólf 3 eru 3 leiðir.
Í hólf 4 eru 5 leiðir.
Í hólf 5 eru 8 leiðir.
Í hólf 6 eru 13 leiðir.
Í hólf 7 er 21 leið.
Í hólf 8 eru 34 leiðir.
Í hólf 9 eru 55 leiðir.
Í hólf 10 eru 89 leiðir.

37 a) 52 = 34 + 13 + 5
b) 143 = 89 + 34 + 13 + 5 + 2
c) 88 = 55 + 21 + 8 + 3 + 1
d) 2000 = 1597 + 377 + 21 + 5
e) 1289 = 987 + 233 + 55 + 13 + 1
f) 1750 = 1597 + 144 + 8 + 1

bls. 74

38 a)–b)

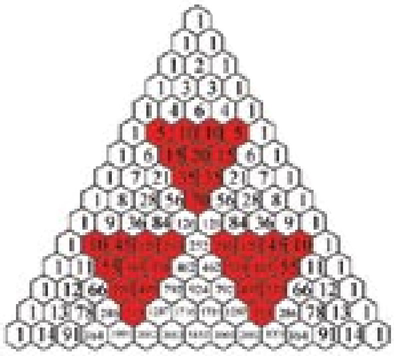


39 a)

Nr. raðar	Summa
1	1
2	2
3	4
4	8
5	16
6	32
7	64
8	128
9	256
10	512
11	1024
12	2048
13	4096
14	8192
15	16384

b) Summan tvöfaldast alltaf á milli raða.
c) Já. Hægt er að skrá allar summurnar sem veldi af tveimur.
d) Já, þetta stenst.

40 a)



b) Margar mögulegar lausnir.

bls. 75

41 Ef notaðir eru þrír kubbar eru sex möguleikar á að raða kubbunum. Tveir þeirra eru þannig að rauði kubburinn er fremst, tveir þannig að sá græni er fremst og loks tveir með þann bláa fremstan.
Ef notaðir eru fjórir kubbar eru 24 möguleikar á að raða kubbunum. Það eru fjórum sinnum fleiri möguleikar en með þrjá kubba.
Ef notaðir eru fimm kubbar eru möguleikarnir 120 (þ.e. fimm sinnum fleiri en ef kubbarnir eru fjórir). Ef kubbarnir væru sex þá væru möguleikarnir 720.

42 a) 2
b) 4
c) 5
d) 6
e) Í a-lið fækkar möguleikum úr 2 í 1, eða um 1.
Í b-lið fækkar möguleikum úr 24 í 6, eða um 18.
Í c-lið fækkar möguleikum úr 120 í 24, eða um 96.
Í d-lið fækkar möguleikum úr 720 í 120, eða um 600.

bls. 76

43 Margar mögulegar lausnir.

44 a) Ef við leggjum saman sjáum við að fyrsta brotið, þ.e. hálfur, er helmingurinn af 1. Næsta brot er svo helmingurinn af því sem vantar upp á að summan verði 1, næsta brot þar á eftir helmingurinn af því sem vantar þá upp á að summan verði 1. Því er ljóst að summan nær því aldrei að verða 1.
b) Svipað og í a-lið, nema nú virkar það bara í hina áttina. Ef við byrjum með einn heilan og drögum helminginn frá, þá er eftir hálfur. Ef við drögum svo helming inn af því frá þá er eftir fjórðungur. Drögum svo helminginn af því frá, svo helminginn af þeirri tölu og svo koll af kolli, má ljóst vera að niðurstaðan nálgast núllið.

45 Skoðum brotin. Ef við leggjum saman $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{4}$ sjáum við að það vantar $\frac{1}{4}$ upp á að við séum með einn heilan. Sé $\frac{1}{3}$ bætt við verður útkoman alltaf stærri en 1, því $\frac{1}{3}$ er meira en $\frac{1}{4}$. Auk þess höfum við tvö almenn brot til viðbótar sem leggja þarf við.

46 Þau þrjú dæmi sem gefa summu sem er hærri en 2 eru:
$\frac{4}{3} + \frac{5}{6}$, $\frac{1}{2} + \frac{5}{3} + \frac{1}{4}$ og $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{7}{8}$. Hægt er að sjá það með því að skoða stærðir brotanna. Til dæmis eru $\frac{4}{3}$ stærri en einn, þ.e. $\frac{1}{3}$ meira og aðeins vantar $\frac{1}{6}$ upp á að $\frac{5}{6}$ sé einn heill. Þar sem $\frac{1}{3}$ er stærri en $\frac{1}{6}$ hlýtur summa $\frac{4}{3}$ og $\frac{5}{6}$ að vera hærri en 2.

47 a) 5 því litlu munar á $\frac{3}{4}$ og $\frac{5}{8}$

b) 2 því ef $\frac{2}{5}$ eru dregnir frá $2\frac{1}{5}$ munar einum fimmta að svarið sé 2.

c) 3 því $\frac{8}{5}$ jafngilda $1\frac{3}{5}$ og því er svarið 3.

d) 1 því $\frac{1}{9}$ er lítið brot og litlu munar að $\frac{7}{8}$ sé einn heill.

48 a) Ótal margar lausnir. T.d. $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$

b) Ótal margar lausnir. T.d. $\frac{4}{7} - \frac{1}{14}$

bls. 77

49 a)

4:2 = 2	14:12 = 1,1666...
6:4 = 1,5	16:14 = 1,142857142...
8:6 = 1,333...	18:16 = 1,125
10:8 = 1,25	20:18 = 1,111...
12:10 = 1,2	22:20 = 1,1

Hlutfallið milli talnanna er að nálgast 1.

b)

3:1 = 3	13:11 = 1,181818...
5:3 = 1,666...	15:13 = 1,153846153
7:5 = 1,4	17:15 = 1,1333...
9:7 = 1,285714285...	19:17 ≈ 1,12
11:9 = 1,222...	21:19 ≈ 1,105

Já, hlutfallið er einnig að nálgast 1.

50 Margar mögulegar lausnir.

51 Hlutfallið milli lengdar og breiddar rétthyrninga sem er að finna á myndinni er það sama, eða rétt rúmlega 1,6, nema ferninganna þar sem hlutfallið er 1.

52 Rétthyrningar a og d hafa sama hlutfall á milli lengdar og breiddar, eða 4. Rétthyrningar b, e og h hafa sama hlutfall á milli lengdar og breiddar, eða 2.

bls. 77

53 a)

$5^3 = 125$	$4^3 = 64$	$3^3 = 27$
$5^2 = 25$	$4^2 = 16$	$3^2 = 9$
$5^1 = 5$	$4^1 = 4$	$3^1 = 3$
$5^0 = 1$	$4^0 = 1$	$3^0 = 1$

b) 5^2 er fimm sinnum minna en 5^3.
5^1 er fimm sinnum minna en 5^2.
Reglan er sú að veldið segir til um hve oft á að margfalda tölu sem hafin er í veldi með sjálfri sér, t.d. er $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$ og $5^2 = 5 \cdot 5$.

c) Sama regla gildir fyrir veldi af þremur og fjórum
(t.d. $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$ og $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3$)

d) Ef nota ætti þessa reglu á núllta veldið ætti svarið að vera 0, það er ef við tökum t.d. 5 og margföldum það núll sinnum með sjálfri sér, þá ætti útkoman að vera 0.

e) Ef við skoðum hlutfallið á milli 5^2 og 5^3 sjáum við að 5^3 er fimm sinnum stærri tala en 5^2. Á sama hátt er 5^2 fimm sinnum stærri tala en 5^1, 5^4 er fimm sinnum stærri tala en 5^3 o.s.frv. 5^1 er því einnig fimm sinnum stærri tala en 5^0 sem gefur okkur að núllta veldi er 1 (sama gildir um veldi af 3 og 4 og raunar öllum tölum).

54 Talan er 8.
$8^7 = 2\ 097\ 152$

55 a) $7^7 = 823543$
b) $3^8 = 6561$
c) $4^4 = 256$
d) $5^9 = 1953125$
e) $14^5 = 537824$
f) $6^7 = 279936$

bls. 79

56 a) 55

b) 210

c) 465

d) Af því að tölurnar 100 parast saman tvær og tvær til að búa til summuna 101. Því margfaldar hann með $\frac{1}{2}$ og fær 50 pör af tölum.

e) $\frac{1}{2} \cdot n\,(a_1 + a_n)$ Táknið n merkir hversu margar tölur eru á talnabilinu sem við erum að skoða, a_1 táknar fyrstu töluna á talnabilinu og an táknar síðustu töluna á talnabilinu.

f) $\frac{1}{2} \cdot 500 \cdot (1 + 500) = 125\,250$

$\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot (101 + 200) = 15\,050$

$\frac{1}{2} \cdot 100000 \cdot (1 + 100000) = 50\,000\,50\,000$

57 Margar mögulegar lausnir.

58 Margar mögulegar lausnir.

Stærðfræði í atvinnulífinu

bls. 80

Haukur hársnyrtir

Meðal þess sem Haukur þarf að hafa á valdi sínu er:

- Góð þekking á reikniaðgerðunum fjórum (samlagning, frádráttur, margföldun, deiling).
- Kunnátta í prósentureikningi.
- Að geta beitt rúmfræði.
- Að geta reiknað hlutföll.
- Að vera vel að sér í flutningum til að geta flutt línur, horn og stefnur.

bls. 81

Jóhann vélstjóri

Meðal þess sem Jóhann þarf að hafa á valdi sínu er:

- Góð þekking á reikniaðgerðunum fjórum (samlagning, frádráttur, margföldun, deiling).
- Kunnátta í hlutfallareikningi.
- Góð þekking á rúmfræði.
- Tölfræðikunnátta til að geta lesið úr ýmsum töflum og línuritum.
- Þekking á prósentureikningi.

Reglur og reikningur

bls. 82

1 a) $2 + 3 = 3 + 2$, $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$

Ef leggja á saman tvær tölur skiptir ekki máli hvort hærri talan er lögð við þá lægri eða sú lægri lögð við þá hærri, útkoman verður sú sama.

b) $2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$, $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$

Ef margfalda á saman tvær tölur skiptir ekki máli hvort hærri talan er margfölduð með þeirri lægri eða sú lægri margfölduð með þeirri hærri, útkoman verður sú sama.

c) $(2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$, $(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) + \frac{4}{5} = \frac{1}{2} + (\frac{3}{4} + \frac{4}{5})$

Ef leggja á saman þrjár tölur skiptir ekki máli í hvaða röð tölurnar eru lagðar saman, útkoman er sú sama.

d) $(2 \cdot 3) \cdot 4 = 2 \cdot (3 \cdot 4)$, $(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}) \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{2} \cdot (\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5})$

Ef margfalda á þrjár tölur saman skiptir ekki máli í hvaða röð þær eru margfaldaðar, útkoman verður sú sama.

e) Reglurnar í a- og b-lið.

f) Reglurnar í c- og d-lið.

2 a) T.d. $2 \cdot 0 = 0$ og $\frac{4}{5} \cdot 0 = 0$

b) T.d. $0 + 3 = 3$ og $0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

c) T.d. $5 \cdot 1 = 5$ og $\frac{3}{4} \cdot 1 = \frac{3}{4}$

d) T.d. $4 : 1 = 4$ og $\frac{3}{4} : 1 = \frac{3}{4}$

e) T.d. $3 : 3 = 1$ og $\frac{2}{3} : 1 = \frac{2}{3}$

f) T.d. $0 : 7 = 0$ og $0 : \frac{4}{7} = 0$

g) Talan 1 er hlutleysa í margföldun

3 Sannar: a, b, h, k, l, m, n, o og s.
Ósannar: c, d, e, f, g, i, j, p og r.

bls. 83

4 a) Hér hefur verið bætt við aðra stærðina svo hún standi á heilum tug. Frá hinni stærðinni er svo dregið sem samsvarar því sem bætt var við.

b) $97 + 56 = 100 + 53 = 153$
$268 + 96 = 270 + 94 = 364$
$4613 + 987 = 4600 + 1000 = 5600$

c) Summa tveggja talna er sú sama og ef sama talan er lögð við aðra stærðina og dregin frá hinni.

5 a) Sama talan er lögð við báðar stærðirnar þannig að önnur stærðin stendur á heilum tug eða hundraði svo útreikningar verði auðveldari.

b) $72 - 28 = 74 - 30 = 44$
$262 - 96 = 266 - 100 = 166$
$3421 - 289 = 3432 - 300 = 3132$

c) Mismunur tveggja talna er sá sami og ef sama talan er lögð við báðar tölurnar.

6 a) $4 \cdot 78 = 4 \cdot 80 - 8$ er rétt.

b) $7 \cdot 99 = 7 \cdot 100 - 7 = 693$
$9 \cdot 989 = 9 \cdot 100 - 99 = 8901$
$25 \cdot 9997 = 25 \cdot 10\,000 - 75 = 249\,925$

c) Ef tvær tölur eru margfaldaðar saman skilar það ákveðinni útkomu. Sé einhver stærð lögð við aðra töluna áður en margfaldað er og þess gætt að margfalda það sem bætt var við með sömu tölu og draga frá, þá mun útkoman verða sú sama.

7 a) Hér er stærri tölunni skipt upp í hundruði, tugi og einingar samkvæmt þeim reglum sem gilda um sætiskerfi. Hver stærð er svo margfölduð með lægri tölunni og niðurstöður úr margfölduninni lagðar saman.

b) $5 \cdot 87 = 5 \cdot 80 + 5 \cdot 7 = 400 + 35 = 435$
$6 \cdot 56 = 6 \cdot 50 + 6 \cdot 6 = 300 + 36 = 336$
$7 \cdot 764 = 7 \cdot 700 + 7 \cdot 60 + 7 \cdot 4 = 4900 + 420 + 28 = 5348$
$17 \cdot 54 = 17 \cdot 50 + 17 \cdot 4 = 850 + 68 = 918$

bls. 84

8 a) 404 + 27 = 431
b) 1758 = 1106 + 652
c) 57 – 36 = 21
d) 237 – 212 = 25
e) 456 – 377 = 79
f) 689 = 512 + 177
g) 676 + 98 = 774
h) 1430 – 789 = 641

9 Margar mögulegar lausnir. Hér eru nokkur dæmi:
442 – 45 = 397
442 – 397 = 45
44,2 – 39,7 = 4,5
3,97 + 0,45 = 4,42
44,2 – 4,5 = 39,7
45 – 442 = -397

10 Margar mögulegar lausnir. Hér eru nokkur dæmi:
6,7 · 12,8 = 85,76
0,67 · 1,28 = 0,8576
67 · 12,8 = 857,6
670 · 1280 = 857 600
67 · 128 = 67 · 130 – 67 · 2 = 8576
128 · 67 = 128 · 60 + 128 · 7 = 8576

11 a) Allar tölur á bilinu 4,14999... til 4,24999...
b) Allar tölur á bilinu 11,18999... til 11,19999...
c) Allar tölur á bilinu 1,01999... til 1,11999...
d) Allar tölur á bilinu 113,7999... til 113,6999...
e) Allar tölur á bilinu 6,45999... til 6,46999...
f) Allar tölur á bilinu 3,1999... til 3,2999...

bls. 85

12 a) 41,25 km
b) U.þ.b. 5,9 km
c) 10,45 km

13 a) 323,9
b) 27,02
c) 0,35
d) 3,29
e) 116,73
f) 56,25
g) 14,87
h) 8,91
i) 0,022

14 a) Það munaði 0,36 á niðurstöðu Matthíasar og réttu svari.
Niðurstaða Matthíasar var of lág.

b) Gunnhildur lagði 0,5 m við 13,8 m í stað þess að leggja 5 m við 13,8 m.
Það munaði 4,5 m á niðurstöðu Gunnhildar og réttu svari.

c) Melkorka lagði 7,0 við 124,3 í stað þess að leggja 7,27 við 124,3.
Það munaði 0,27 á niðurstöðu Melkorku og réttu svari.

d) Daníel hefur annaðhvort notað 28,8 km í stað 28,7 km, eða að hann hefur notað 13,45 km í stað 13,55 km.

bls. 86

15 a) 144,1 km
b) 33,9 km

16 Nei, pakkningarnar vega samtals 50,4 kg.

17 Það komast 6 lög af dósum í skápinn því 6 · 18 = 108 cm en 7 · 18 = 126 cm

18 Verksmiðjan notar 87,4 km af vír dag hvern.

19 Það má framleiða 117 herðatré.

20 Það þarf 8 kassa undir 6 kg af kexi.
6 : 0,75 = 8

21 Pakki með 600 gr kostar 294 krónur.
490 · 0,6 = 294

bls. 87

22 a) Ef margfalda á summu tveggja talna með einhverri tölu gefur það sömu niðurstöðu og ef tölurnar eru margfaldaðar hvor fyrir sig og síðan lagðar saman.

b) $6 \cdot 97 = 6 \cdot (90 + 7)$
$= (6 \cdot 90) + (6 \cdot 7)$
$= 540 + 42$
$= 582$

$6 \cdot 9{,}7 = 6 \cdot (9 + 0{,}7)$
$= (6 \cdot 9) + (6 \cdot 0{,}7)$
$= 54 + 4{,}2$
$= 58{,}2$

$6 \cdot 19{,}7 = 6 \cdot (10 + 9{,}7)$
$= (6 \cdot 10) + (6 \cdot 9{,}7)$
$= 60 + 58{,}2$
$= 118{,}2$

c) $12 \cdot 32 = 12 \cdot (30 + 2)$
$= (12 \cdot 30) + (12 \cdot 7)$
$= 360 + 24$
$= 384$

$12 \cdot 3{,}2 = 12 \cdot (3 + 0{,}2)$
$= (12 \cdot 3) + (12 \cdot 0{,}2)$
$= 36 + 2{,}4$
$= 38{,}4$

$12 \cdot 13{,}2 = 12 \cdot (10 + 3{,}2)$
$= (12 \cdot 10) + (12 \cdot 3{,}2)$
$= 120 + 38{,}4$
$= 158{,}4$

d) $67 \cdot 5 = 5 \cdot 67$
$= 5 \cdot (60 + 7)$
$= (5 \cdot 60) + (5 \cdot 7)$
$= 300 + 35$
$= 335$

$6{,}7 \cdot 5 = 5 \cdot 6{,}7$
$= 5 \cdot (6 + 0{,}7)$
$= (5 \cdot 6) + (5 \cdot 0{,}7)$
$= 30 + 3{,}5$
$= 33{,}5$

$67 \cdot 0{,}5 = 0{,}5 \cdot 67$
$= 0{,}5 \cdot (60 + 7)$
$= (0{,}5 \cdot 60) + (0{,}5 \cdot 7)$
$= 30 + 3{,}5$
$= 33{,}5$

23 Sannar: a, b, e, f, g og h.
Ósannar: c, d, i og j.

24 Með því að námunda hverja tölu fást svör sem eru nálægt nákvæmu svari.
a) $30 \cdot 50 = 1500$
b) $60 \cdot 0{,}4 = 24$
c) $160 : 40 = 4$
d) $70 \cdot 0{,}6 = 42$
e) $72 : 0{,}6 = 120$
f) $40 \cdot 0{,}2 = 8$
g) $40 : 0{,}2 = 200$
h) $70 \cdot 0{,}7 = 49$
i) $70 : 0{,}7 = 100$

bls. 88

25 a) 62 350
b) 6235
c) 1870,5
d) 623,5
e) 124,7
f) 1122,3
g) Í liðum a, b og c
h) Í liðum d, e og f
i) Ef tvær tölur eru margfaldaðar saman og önnur þeirra er minni en 1, þá verður svarið minni tala en stærri talan í dæminu.

26 a) $3.4 \cdot 0{,}98$ er örlitlu minni en 3,4.
b) $0{,}04 \cdot 1{,}08$ er örlitlu stærri en 0,04.
c) $127 \cdot 0{,}009$ er miklu minni en 127.
d) $0{,}09 \cdot 100{,}9$ er miklu stærri en 0,09.
e) $0.03 \cdot 0{,}907$ er örlitlu minni en 0,03.

27 a) 7000 því það er um það bil helmingur af 14 027.
b) 1,2 því það er um það bil 10% af 11,97.
c) 0,09 því einu sinni 0,089 er nálægt 0,9.
d) 0,35 því það er helmingur af 0,7.
e) 4500 því það er 100 sinnum 45.

bls. 89

28 a) 71,64
b) 716,4
c) 2985
d) 7164
e) 35820
f) 3980
g) Ef deilt er með tölu sem er minni en 1 þá verður svarið hærra en talan sem deilt var í.

29 a) 3,4 : 0,98 er örlitlu stærri en 3,4.
b) 0,04 : 1,08 er örlitlu minni en 0,04.
c) 127 : 0,009 er miklu stærri en 127.
d) 0,09 : 100,9 er miklu minni en 0,09
e) 0,03 : 0,907 er örlitlu stærri en 0,03.

30 a) 28000 því 0,49 er um það bil 0,5.
b) 120 því 0,098 er um það bil 0,1.
c) 0,09 því litlu munar á 1,003 og 1.
d) 1,4 því að deila með tveimur jafngildir því að margfalda með tveimur.
e) 0,45 því ef 45 er skipt í 100 hluta verður um það bil hálfur á mann.

bls. 90

31 a) x stendur fyrir 4725
b) Já
c) Já
d) T.d. 3, 5, 7, 15, 21, 25, 35
e) 1

32 a) Til dæmis að þetta er fimm stafa slétt tala sem endar á 6
b) Til dæmis að talan er deilanleg með 3
c) Til dæmis 2, 3, 6, 12, 36, 216, 3888 og 15552
d) 3888
e) Nei
f) 1

33 n-ið stendur fyrir 154.
Útkoma ef deilt er með 4 er 38 $\frac{1}{2}$.
Afgangur ef deilt er með 4 er 2.

34 y-ið stendur fyrir 309.
Útkoma ef deilt er með 4 er 77 $\frac{1}{4}$.
Afgangur ef deilt er með 4 er 1.

35 x-ið stendur fyrir 336.
Útkoma ef deilt er með 5 er 67 $\frac{1}{5}$.
Afgangur ef deilt er með 5 er 1.

36 m-ið stendur fyrir 883.
Útkoma ef deilt er með 6 er 147$\frac{1}{6}$.
Afgangur ef deilt er með 6 er 1.

bls. 91

37

b)

n : 4 = 38,5
y : 4 = 77,25
x : 5 = 67,2
m : 6 = 147,1666...

c) Nei, afgangur við deilingu gefur ekki sama tugabrot. Hins vegar ef við deilum í afganginn með sömu tölu og deilt var með í upphafi þá fáum við tugabrotið.

38 a) 0, 1, 2, 3 og 4
b) 0, 2, 4, 6 og 8

39 a) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 og 7
b) 0, 125, 25, 375, 5, 625, 75 og 875

40

a) 983,125	d) 15,875	g) 28,625
b) 81,75	e) 167,25	h) 357,00
c) 554,375	f) 1102,50	i) 2,10

41 a) 0, 1, 2, 3, 4, 5 og 6
b) 142857, 285714, 428571, 571428, 714285 og 857142. Aukastafirnir raðast í 6 stafa lotur sem endurtaka sig í sífellu.

42

a) 27,1429	c) 49,4286	e) 113,2857
b) 1072	d) 562,5714	f) 317,8571

43 a) Já, hægt að skrá sem 7 · 31
b) Já, hægt að skrá sem 15 · 627
c) Já, hægt að skrá sem 9 · 372

44 a) 2,54 b) 25,4 c) 0,76 d) 7,6
e) 0,115 f) 1,15 g) 31,375 h) 313,75

bls. 92

45 a) 18,15 m^3
b) Hann þarf að borga 28 869 krónur.

46 a) 616 006 krónur
b) Heildarkostnaður með afslætti er 523 605 krónur.

KappAbel-stærðfræðikeppnin

bls. 93

1 Það eru 8 mismunandi númer sem passa við lýsingu Hannesar (svarmöguleiki b).

bls. 94

2 Það eru 10 ólík mynstur til (svarmöguleiki a).

3

8	1	15	10	6	3	13	12	4	5	11	14	2	7	9

bls. 95

4 Það koma 90 spegiltölur fyrir á milli 100 og 1000 (svarmöguleiki d).

5 Meðalaldur kennara 1. júní 2002 var 44 ár.

6 a) Ýmsar leiðir eru til að mynda marghyrninga þar sem flatarmálið er nákvæmlega 6 flatareiningar.
b) Ýmsar leiðir eru til að mynda marghyrninga þar sem flatarmálið er nákvæmlega 5 flatareiningar.
c) Enn þá hefur ekki fundist lausn á þessu.

Tölfræði

bls. 96

1 a) Skattar á vöru og þjónustu.
b) Heilbrigðismál
c) Um það bil 29%.
d) Um rúm 3%.
e) 13%. Það eru um 36 402 milljónir króna.

2 a) Tekjur ríkissjóðs í milljónum króna

Skattar á tekjur og hagnað	80 141
Tryggingagjöld	26 315
Eignaskattar	8 666
Skattar á vöru og þjónustu	123 087
Aðrir skattar	650
Aðrar tekjur	35 017
Tekjur alls	273 876

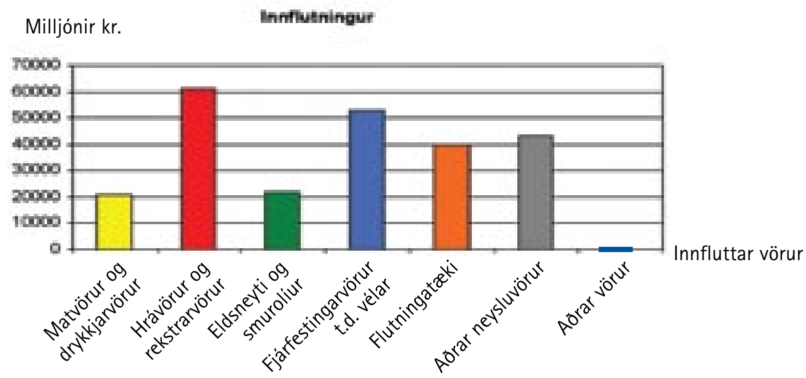
b) Ef uppýsingar eru settar fram í skífuriti er betra að gera sér grein fyrir hve stór hluti af heildinni fer í hvern einstakan útgjaldalið. Einnig auðveldar skífuritið samanburð á útgjaldaliðum. Þar sem um stórar upphæðir er að ræða er ekki víst að hlutfallið milli útgjaldaliða sé svo mikið, þó manni finnist mikill munur á upphæðunum í krónum talið. Skífurit getur hjálpað manni að koma auga á hve mikill munurinn er í raun, sé miðað við heildina.

bls. 97

3 Margar mögulegar leiðir við lausn verkefnisins.

bls. 98

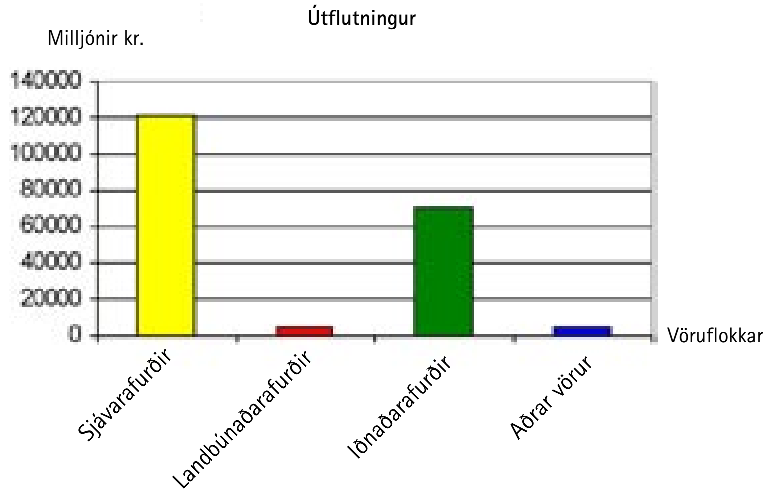
4 a)



b) Það er þó nokkur munur á milli vöruflokka. Til að mynda er flokkurinn Aðrar vörur áberandi minnstur.
c) Um það bil 8,7%.

5 a) Rúmlega 26,6 milljarðar króna.
b) Stóriðjuframkvæmdir á Austurlandi vegna Kárahnjúkavirkjunar gætu skýrt þessa aukningu.

6 a)



b) Það er mikill munur milli vöruflokka. Einn flokkurinn, sjávarafurðir, er langstærstur. Tveir flokkanna eru svo langsamlega minnstir.
c) 60% af útflutningi eru sjávarafurðir. 35% af útflutningi eru iðnaðarvörur.

7 Nei, vöruskiptajöfnuðurinn var óhagstæður árið 2004.

bls. 99

8 a) Verðmæti innflutnings hefur aukist úr u.þ.b. 100 milljörðum í tæpa 250 milljarða. Það er um 150% aukning. Verðmæti innflutnings hefur alltaf aukist á milli ára ef undan er skilið árið 2002, en þá var verðmæti innflutnings minna en árið á undan.
b) Útflutningur var mestur árið 2002.
c) Bæði inn- og útflutningur hafa aukist mikið á þessu 10 ára tímabili, innflutningur þó sýnu meira. Næstum öll árin hefur vöruskiptajöfnuðurinn verið óhagstæður. Það er aðeins árin 1995 og 2002 sem útflutningur er afgerandi meiri en innflutningur.
d) Vöruskiptajöfnuðurinn var hagstæður árin 1995 og 2002.
e) Árin 2000 og 2004 var mestur munur.

bls. 100

9 Súlurit: Úr því má lesa að haustið 2005 átti Framsóknarflokkur (B) 12 menn á þingi, Frjálslyndi flokkurinn (F) 3 menn, Samfylking (S) 20 menn, Sjálfstæðisflokkur (D) 23 menn og Vinstri-grænir (V) 5 menn.

Línurit: Sýnir hvernig gengi dollars hefur þróast á ákveðnu tímabili. Gengið hefur hæst verið rúmar 63,5 krónur og lægst rétt rúm 61 króna. Seinni hluta tímabilsins hefur gengið verið nokkuð stöðugt en var fremur óstöðugt á fyrri hluta tímabilsins þegar það hækkaði ört og féll svo mjög hratt niður.

Punktarit: Af punktaritinu má lesa að það er nokkuð gott samhengi á milli árangurs í íslensku og stærðfræði.

Stuðlarit: Úr stuðlaritinu má lesa að það eru 8 nemendur sem fá á bilinu 0–4 stig á prófinu, 15 nemendur sem fá á bilinu 5–9 stig, 30 sem fá á bilinu 10–14 stig og 4 sem fá á bilinu 15–20 stig.

Skífurit: Úr skífuritinu má lesa að 93% þeirra sem sátu í stjórnum 15 stærstu fyrirtækja á Íslandi í ársbyrjun 2005 voru karlar. Einungis 7% þeirra sem sátu í stjórnunum voru konur.

10 a) Línurit.
b) Stuðlarit.
c) Skífurit.
d) Súlurit.
e) Línurit eða súlurit.
f) Punktarit.

bls. 101

11 a) Margar mögulegar lausnir.
b) Hóparnir seldu allir jafnmarga penna, 210.
c) Hver hópur seldi að meðaltali 210 penna.
d) 35 penna.
e) Í hópi 5.
f) Í hópi 3, þar munaði 90 pennum á þeim sem seldi flesta og þeim sem seldi fæsta.
g) Í hópi 1 og 2.
h) 36,2 penna.
i) Í hópum 1, 2 og 3 voru 4 nemendur sem seldu minna en meðaltal bekkjarins.
j) Í hópi 1 er miðgildið 32,5. Í hópi 2 er miðgildið 30. Í hópi 3 er miðgildið 20. Í hópi 4 er miðgildið 35. Í hópi 5 er miðgildið 50.
k) 30.
l) Margar hugsanlegar lausnir.

bls. 102

12 a) Miðgildið er 2. Meðaltalið er 2,5.
b) T.d. fjölda barna í 10 fjölskyldum.
c) Meðaltalið lækkar og verður 2,4545... 2 er lægri tala en það meðaltal sem var fyrir í gagnasafninu og því lækkar meðaltalið sé þeirri tölu bætt við gagnasafnið.
d) Meðaltalið hækkar og verður 3. Þar sem 8 er hærri tala en það meðaltal sem var fyrir í gagnasafninu þá hækkar meðaltalið sé þeirri tölu bætt við gagnasafnið.
e) Meðaltalið lækkar og verður 2,2727... 0 er lægri tala en það meðaltal sem var fyrir í gagnasafninu og því lækkar meðaltalið sé þeirri tölu bætt við gagnasafnið.
f) Meðaltalið helst óbreytt, eða 2,5. Þar sem meðaltalið 2 og 3 er það sama og meðaltal gagnasafnsins hefur það ekki áhrif á meðaltalið sé þeim tölum bætt við gagnasafnið.
g) T.d. 1 og 4. Meðaltalið af 1 og 4 er 2,5 eða það sama og meðaltal gagnasafnsins. Því hefur það ekki áhrif á meðaltalið sé þeim tölum bætt við gagnasafnið.
h) T.d. 1, 2 og 4,5. Meðaltalið af 1, 2 og 4,5 er 2,5 eða það sama og meðaltal gagnasafnsins. Því hefur það ekki áhrif á meðaltalið sé þeim tölum bætt við gagnasafnið.
i) Meðaltalið verður 5. Þar sem 30 er mun hærri tala en allar hinar tölurnar þá lýsir meðaltalið gagnasafninu ekki nægilega vel. Ástæðan er sú að talan 30 hækkar meðaltalið það mikið að það er nú orðið jafnmikið og næst-hæsta tala gagnasafnsins. Ef til vill væri betra að nota miðgildi til að lýsa gagnasafninu í þessu tilviki.
j) T.d. 1 og 3, 0 og 5 eða 2 og 2.
k) Ef bætt væri við tölunum 2,5 og 2,5 þá yrði meðaltalið áfram 2,5. Miðgildi myndi hins vegar breytast úr 2 í 2,5.

13 a) Ein talan í gagnasafninu sker sig mikið frá hinum, annaðhvort mun hærri eða mun lægri.
b) Lítill munur á hæsta og lægsta gildi í gagnasafninu.
c) Þá hefur meðaltal hæsta og lægsta gildis verið það sama og meðaltal alls gagnasafnsins.
d) Miðgildi gagnasafns helst alltaf óbreytt ef hæsta og lægsta gildið er tekið frá.
e) Lítill munur á hæsta og lægsta gildi í gagnasafninu og stór hluti talnanna í gagnasafninu raðast í kringum miðju gagnasafnsins.

bls. 103

14 Fjöldi nemenda í myndmennt með einkunn á bilinu 6–8 er 12.
50% nemenda í myndmennt eru með einkunn á bilinu 6–8.
25% nemenda í íþróttum eru með einkunn sem er hærri en 8.
Það er meiri dreifing á einkunnum í íþróttum.
Í myndmennt eru 75% nemenda með einkunn sem er 6 eða hærri en í íþróttum eru 75% með einkunn sem er 5 eða hærri. Því má álykta að nemendur standi sig betur í myndmennt.

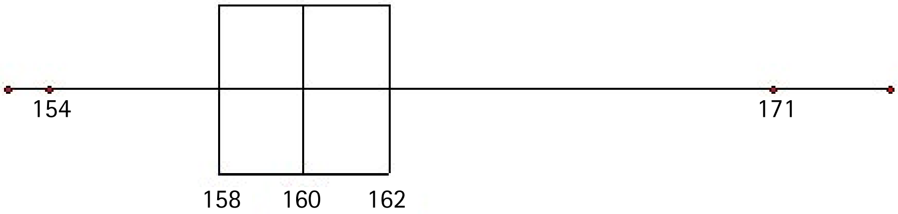
15 a)

tugir cm	cm
15	4, 5, 7, 8, 9, 9
16	0, 1, 1, 2, 4
17	0, 1

b) 160
c) Miðgildið fyrir þann hóp stúlkna sem er fyrir neðan miðgildið er 158.
Miðgildið fyrir þann hóp stúlkna sem er fyrir ofan miðgildið er 162.
d) Á bilinu 158 cm–162 cm.

bls. 104

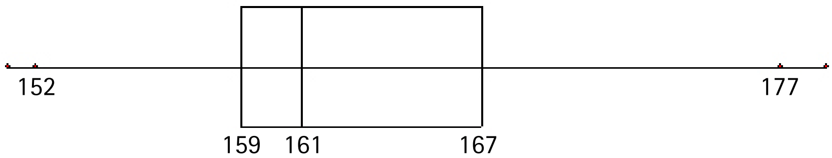
16 a)



b) Það er meiri dreifing á hæð drengja en stúlkna.
c) Hæð stúlkna dreifist á bilið 154-171. Þar af falla 50% gildanna á bilið 158–162.
Hæð drengja dreifis á bilið 152-177. Þar af falla 50% gildanna á bilið 160-169.

17 a)

tugir cm	cm
15	2, 4, 5, 5, 7, 8, 9, 9, 9
16	0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 7, 9
17	0, 0, 1, 2, 7



18 a) Margar hugsanlegar lausnir. Í landi D eru til dæmis 75% nemenda með meira en 460 stig. Í landi C eru 25% með meira en 520 stig og hámarksstigafjöldi er 590 stig. Ef miðað er við neðri fjórðungsmörk þá er röðin D, E og B, C , A. Ef miðað er við efri fjórðungsmörk er árangur C bestur, næst kemur D og E, B og A eru síðan jöfn en færa má rök fyrir að árangur A sé lakari þar sem meiri breidd er í niðurstöðum. Það fer eftir hvað miðað er við hver röðin er.
b) Í löndum C og E var mest dreifing.
c) Í landi C.

bls. 105

19 Dæmið er leiðbeiningar um notkun töflureiknis. Meðaleinkunn verður um það bil 3,7.

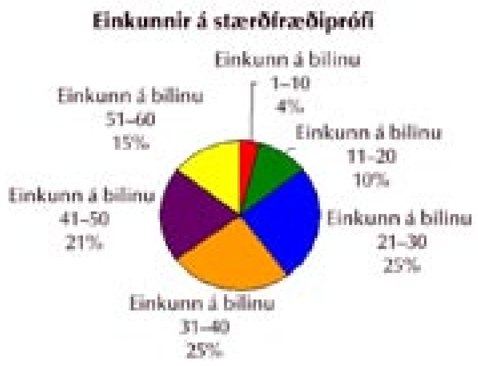
bls. 106

20 a)

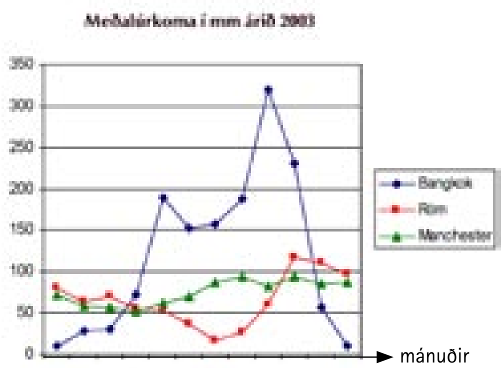
Einkunn (á bilinu)	Tíðni		
1 – 10	2	2 : 5,5	11
11 – 20	5	5 : 15,5	77,5
21 – 30	12	12 : 25,5	306
31 – 40	12	12 : 35,5	426
41 – 50	10	10 : 45,5	455
51 – 60	7	7 : 55,5	388,5
			1644 samtals

b) 34,7
c) 35
d) 39 og 43 eru tíðustu gildin.
e) 60
f) 6
g) Einkunnir dreifast á bilinu 6–60. Dreifingin er því 54.
h) Helmingur einkunna er á þessu bili, eða 50%.

i)



21 a)



b) Í Bangkok er tiltölulega lítil úrkoma yfir vetrarmánuðina en mjög mikil yfir sumarið. Úrkomumagnið nær hámarki í september en lágmarkið er í desember. Mjög mikill munur er á hæsta og lægsta gildi.
Í Róm er úrkoman meiri yfir vetrarmánuðina en sumarmánuðina. Úrkoman nær hámarki í lok ársins en lágmarkið er yfir hásumarið. Það er tiltölulega mikill munur á hæsta og lægsta gildi.
Í Manchester er úrkomumagnið nokkuð stöðugt yfir alla mánuði ársins. Ekki er mikill munur á hæsta og lægsta gildi. Seinni hluta árs er úrkoman þó örlítið meiri en hún er fyrri hluta ársins.

c) Margar hugsanlegar lausnir.

bls. 107

22 a) Trausti þarf að afla upplýsinga um Internetnotkun unglinga í öllum þeim löndum sem hann ætlar að skoða. Hann þarf að velja sér ákveðið úrtak í hverju landi og afla upplýsinga um hvort viðkomandi einstaklingar noti Internetið. Hann þarf enn fremur að afla sér upplýsinga hjá þeim sem segjast nota Internetið um það til hvers þeir noti það. Gott væri fyrir Trausta að hafa fyrir fram ákveðna svarmöguleika sem þátttakendur fá að velja úr. Það auðveldar honnum að setja upplýsingarnar sem hann aflar fram á tölfræðilegan hátt.

b) Nota má allar spurningarnar nema Notarðu Internetið oft?

c) Hægt að spyrja ýmiss konar spurninga. Hér eru nokkur dæmi:

Notar þú Internetið?
- Já
- Nei

Hversu oft ferðu á Internetið?
- Daglega
- 2–3 í viku
- Sjaldnar

Til hvers notar þú Internetið?
- Skoða fréttir
- Vegna náms
- Tölvupóstur
- Bloggsíður
- Annað?

bls. 108

23 Oft eru unglingar skilgreindir sem fólk á aldrinum 13-18 ára. Þó getur verið að einhverjir hafi aðrar hugmyndir um það á hvaða aldursbili fólk sé þegar það teljist vera unglingar.

24 Sú leið sem gæfi besta mynd af Internetnotkun unglinga væri að spyrja 1000 nemendur á aldrinum 13–18 ára í hverju landi og velja þá af handahófi.

25 Það eru án efa ekki margir unglingar sem eru með símanúmer skráð í símaskrá. Gallinn er þá að ef valið er úr símaskrá myndu nánast allir sem valdir væru ekki geta talist til unglinga.

26 Hér eru nokkur dæmi um kosti og galla.
Kostir: Er auðveld í framkvæmd. Gefur skýra niðurstöðu. Lítill kostnaður.
Gallar: Þarf að borga fyrir að taka þátt. Hægt að kjósa oft. Endurspeglar einungis skoðun þeirra sem eru að horfa á þáttinn.

bls. 109

27 a) Ein leiðin væri að vinna úr upplýsingum í töflureikni.
b) Ein leiðin væri að flokka svörin eftir því frá hvaða landi viðkomandi kemur. Innan hvers lands væri svo hægt að flokka gögnin eftir því hvort viðkomandi er strákur eða stelpa.
c) Trausti gæti til að mynda skoðað hversu oft unglingar í löndunum fimm nota Netið. Hann gæti þá skoðað hve stórt hlutfall unglinga notar Netið oftar en þrisvar á dag, hve stórt hlutfall unglinga notar það daglega og hve stórt hlutfall unglinga notar Netið 2–3 í viku eða sjaldnar.
d) Trausti gæti t.d. sett þær upplýsingar sem hann aflaði upp í súlu- og/eða skífurit þar sem sýnd eru svarhlutföll við tilteknum liðum könnunarinnar.
e) Já, það má taka mark á könnun sem þessari.
f) T.d. foreldrar og skólar.

28 Margar hugsanlegar lausnir.

NÁMSGAGNASTOFNUN 2006 – Lausnir

Metrakerfið

bls. 110

1

1 m = 0,01 hm	1 m = 0,1 dam	1 m = 10 dm
23 cm = 0,0023 hm	23 cm = 0,023 dam	23 cm = 2,3 dm
25,6 m = 2,56 hm	25,6 m = 2,56 dam	25,6 m = 256 dm
8,4 km = 84 hm	8,4 km = 840 dam	8,4 km = 84 000 dm

2

a) 2346 cm
25 830 cm
47 cm
456 100 cm
5,3 cm

c) 0,2346 hm
2,583 hm
0,0047 hm
45,61 hm
0,00053 hm

b) 234,6 dm
2583 dm
4,7 dm
45 610 dm
0,53 dm

d) 0,02346 km
0,2583 km
0,00047 km
4,561 km
0,000053 km

3

a) Algengar mælieiningar eru t.d. kílógrömm og milligrömm.
Þegar verið er að versla eru vörur oft seldar eftir þyngd.

b) Algengar mælieiningar eru t.d desilítrar, sentilítrar og millilítrar.
Mjólk, safar og gosdrykkir eru t.d. seld í lítrum út í búð.

4

a) 10 sinnum stærri
b) 10 sinnum stærri
c) 10 sinnum stærri
d) 10 sinnum stærri
e) Ef taflan við dæmi 2 er skoðuð sést að fyrir hvert sæti sem farið er til hægri í töflunni þá verður stærðin 10 sinnum minni. Ef farið er til vinstri í töflunni verður talan hins vegar 10 sinnum stærri.

bls. 111

5 Margar leiðir að lausn. Hér eru settar fram tvær hugmyndir.

Hugmynd 1:
Mjólk, 5 gosdósir og salat í annan pokann
Kartöflur, nautahakk, ostur, 1 gosdós, jógúrt, matarolía og súkkulaði í hinn.

Hugmynd 2:
2 l mjólk, kartöflur, nautahakk, ostur og súkkulaði í annan pokann.
1 l mjólk, gos, matarolía, jógúrt og salat í hinn.

6 Húsið er 156 fermetrar.
Sé húsið stækkað um 100 fermetra er það 64% stækkun.

7 Lóðin er 40 metrar að lengd.
Hlutfallið milli lengdar og breiddar er 4:3.
Nýtingarhlutfall lóðarinnar breyttist við stækkun hússins úr 13% í 21,3%.

8 Árni ekur hraðar.