

1 2 3 4 5 6

Stærðfræði

Lausnir

Lausnir

8-tíu



NÁMSGAGNASTOFNUN

20. apríl 2009

Átta-tíu 4

Lausnir

© 2007 Björgvin Sigurðsson, Guðbjörg Pálsdóttir og
Guðný Helga Gunnarsdóttir

Ritstjóri: Hafdís Finnbogadóttir

Öll réttindi áskilin

1. útgáfa 2007

Námsgagnastofnun

Umbrot og útlit: Námsgagnastofnun

Hlutföll

bls. 4

- 1 Svör geta verið misjöfn. Í flestum tilvikum mun þó hlutfallið milli breiddar og hæðar vera u.þ.b. 4:3.

bls. 5

- 2 a) A – Hlutfallið milli breiddar og hæðar er 15:9.
 B – Hlutfallið milli breiddar og hæðar er 3:4
 C – Hlutfallið á milli breiddar og hæðar er 6:8
 D – Hlutfallið á milli breiddar og hæðar er 25:15
- b) A – 1,67:1 (námundað er að tveimur aukastöfum)
 B – 0,75:1
 C – 0,75:1
 D – 1,67:1 (námundað er að tveimur aukastöfum)
- c) Já, hlutfallið milli breiddar og hæðar er það sama í skjám A og D annars vegar og í skjám B og C hins vegar.



- 3 Hlutfallið 1,33:1 má einnig skrá sem 4:3 ef gengið er út frá því að tugabrotið 1,33 sé brotið $1\frac{1}{3}$ námundað að tveimur aukastöfum.

- 4 a) Ef hæð sjónvarpsskjás er 60 cm þá er breidd hans 45 cm.

Dæmi um lausn. Hlutfallið milli breiddar og hæðar er 1,33:1 og það er breiddin sem er þekkt. $\frac{1,33}{1} = \frac{60}{x}$ Hægt er að finna óþekktu stærðina með því að finna sambandið milli hlutfallana þ.e. finna með hvaða tölu margfalda þarf 1,33 til að fá 60.

$$1,33 \cdot x = 60$$

$$x = \frac{60}{1,33}$$

$$x \approx 45 .$$

Ef hæð sjónvarpsskjás er 80 cm þá er breidd hans 60 cm.

b) Ef breidd sjónvarpsskjás er 40 cm þá er hæð hans rúmlega 53 cm.

Dæmi um lausn. Hlutfallið milli breiddar og hæðar er 1,33:1 og það er hæðin sem er óþekkt.

$\frac{1,33}{1} = \frac{x}{40}$. Hér er auðveldara að sjá að margföldunarsambandið á milli hlutfallana er 40 og því er hægt að finna óþekktu stærðina með því að margfalda 1,33 með 40.

Ef breidd sjónvarpsskjás er 70 cm þá er hæð hans rúmlega 93 cm.

c) Margar mögulegar lausnir. Þó er mjög líklegt að stór hluti nemenda hafi mælt skjái sem lýsa má með hlutfallinu 1,33:1.

bls. 6

- 5 Til að kvikmynd í hlutföllunum 1,85:1 njóti sín vel þá þarf breiddin að vera 9,25 m. Til að kvikmynd í hlutföllunum 2,35:1 njóti sín vel þá þarf breiddin að vera 11,75 m.
- 6 Til að kvikmynd í hlutföllunum 1,85:1 njóti sín vel þá þarf hæðin að vera u.þ.b. 5,4 m. Til að kvikmynd í hlutföllunum 2,35:1 njóti sín vel þá þarf hæðin að vera u.þ.b. 4,26 m.
- 7 a) Hæðin er 46,6 cm (námundað að einum aukastaf)
 b) Skjárinn er 2889,2 cm²
 c) Finna þarf hæð myndflatar kvikmyndar í hlutfallinu 1,85:1 ef breiddin er 62 cm. Hæðin verður $\frac{62}{1,85} \approx 33,5$. Munur á hæð skjásins og hæðar myndarinnar er því 13,1 cm.
 d) Svarti flöturinn á skjánum er því 13,1cm · 62 cm = 812,2 cm²
 e) Hlutfallið milli svarta flatarins og skjásins er 812,2:2889,2. Svarti flöturinn er um það bil 28% af heildarstærð skjásins.

bls. 7

- 8 Svör geta verið mismunandi eftir því hvernig myndir eru mældar.



Gamla tækið Skjár u.þ.b. 2,5:2 eða 1,25:1 Framhlið: u.þ.b. 3,3:3,3 eða 1:1.

Flatskjár Skjár: u.þ.b. 3,7:2,7 eða 1,37:1 Framhlið u.þ.b. 5:3,2 eða 1,56:1

Hlutföllin á skjáunum og framhliðum eru ekki þau sömu. Gott er að sjá það með því finna hlutföllin miðað við að hæðin sé einn.

- 9 Hlutfallið er 70:39,5 eða eða 1,77:1
- 10 a) Ef hæðin er 60 cm þá verður breiddin um það bil 107cm.
Ef hæðin er 45 cm þá verður breiddin 80 cm.
b) Ef breiddin er 90 cm þá verður hæðin um það bil 51 cm.
Ef breiddin er 140 cm þá verður hæðin um það bil 79 cm.
- 11 Margar mögulegar lausnir.

bls. 8

- 12 14 tommur eru 35,56 cm sem er lengra en bæði hæðin og breiddin.
27 tommur eru 68,58 cm sem er lengra en bæði hæðin og breiddin
- 13 Þegar talað er um tommur sem mælieiningu á skjástærð er átt við lengd hornalínu skjásins, þ.e. mælt horn í horn.
- 14 a) Margar mismunandi lausnir.
b) Breidd: 12 tommur Hæð: 9 tommur
c) Breidd: 8 tommur Hæð: 6 tommur
d) Breidd: 4 tommur Hæð: 3 tommur
- 15 5 tommu skjár er 4 tommur að breidd og 3 tommur á hæð. Skjár sem er 40 tommur að hæð og 30 tommur að breidd hlýtur því að vera 50 tommur.



bls. 9

- 16 Ýmis svör en algengt er að hlutföll í ljósmyndum séu á bilinu 1,5–1,6:1.
- 17 Hlutfallið milli hæðar og breiddar mynda sem eru 10 cm · 15 cm, 20 cm · 30 cm og 30 cm · 45 cm er það sama 2:3 eða 0,67 (námunnað að tveimur aukastöfum). Hlutfallið milli hæðar og breiddar myndar sem er 13 cm · 18 cm er 0,72 (námunnað að tveimur aukastöfum) og 15 cm · 21 cm er 0,71 (námunnað að tveimur aukastöfum).
Hlutfallið er því milli lengdar og breiddar í myndum sem eru 13 cm · 18 cm og 15 · 21 cm er því nokkurn vegin það sama eða um það bil 0,7.
Ef hlutföllin breytast geta hlutir á myndunum annað hvort virst breiðari og lægri en þeir eru í raun eða mjórri og hærri.
- 18 a) Flatarmálið stækkar úr 150 cm² í 315 cm² eða um 110%.
b) Flatarmálið stækkar úr 117 cm² í 234 cm² eða um 100%.

bls. 10

19 a) $780 \cdot 640$ er 1,22:1

$1024 \cdot 768$ er 1,33:1

$1600 \cdot 1200$ er 1,33:1

$2048 \cdot 1536$ er 1,33:1

$2272 \cdot 1704$ er 1,33:1

$2560 \cdot 1920$ er 1,33:1

b) $780 \cdot 640 = 499\ 200$ punktar

$1024 \cdot 768 = 786\ 432$ punktar

$1600 \cdot 1200 = 1\ 920\ 000$ punktar.

Allar hinar verða meira en 3 milljónir punkta.

20 Ef myndin er $1600 \cdot 1200$ punktar má prenta mynd með 300 punkta upplausn sem er 13,55 cm á breidd og 10,16 cm á hæð.

Ef myndin er $2272 \cdot 1704$ punktar má prenta mynd með 300 punkta upplausn sem er 19,24 cm á breidd og 14,43 cm á hæð.

21 Ef myndin er $1600 \cdot 1200$ punktar má prenta mynd með 180 punkta upplausn sem er 22,58 cm á breidd og 16,93 cm á hæð.

Ef myndin er $2272 \cdot 1704$ punktar má prenta mynd með 180 punkta upplausn sem er 32,06 cm á breidd og 24,05 cm á hæð.

22 Ef myndin er $2560 \cdot 1920$ punktar má prenta mynd með 300 punkta upplausn sem er 21,67 cm á breidd og 16,26 cm á hæð.

Ef upplausnin er 180 punktar má prenta út mynd sem er 36,12 cm á breidd og 27,09 cm á hæð.

23 a) 127 punktar á tommu.

b) 338,666 ... punktar á tommu.

c) Ef upplausnin má ekki fara niður fyrir 300 punkta á tommu er hægt að stækka myndina 1,69333 ... sinnum. Það gefur u.þ.b. 13,55 cm á breidd og 10,16 cm á hæð.

upplausn	508	254	127	381
breidd	8	16	32	12
hæð	6	12	24	9

bls. 11

24 Myndir C og E eru einslaga. Myndir F og H eru einslaga.

25 a) Hlutfallið milli lengdar og breiddar er 5:3 eða 1,67:1. Miðað er við að lengri hliðin sé lengd en sú styttri breidd.

b) Teikna má rétthyrninga af ýmsum stærðum t.d. 10 cm · 6 cm og 2,5 cm · 1,5 cm. Hlutfallið milli einslægra hliða í tveimur einslaga rétthyrningum á að vera það sama sama hver stærð þeirra er. Hlutfallið milli einslægra hliða í rétthyrningum sem eru 5 cm · 3 cm og 10 cm · 6 cm er 2.

26 **Dæmi um lausn:** Ef hlutfall milli einslægra hliða í tveimur einslaga rétthyrningum er 2:3 þá er hlutfallið milli breidda er þá 2:3 og einnig hlutfallið á milli lengda. Breidd þess minni er 12 cm en breidd hins er óþekkt.

$$\frac{12}{x} = \frac{2}{3} \text{ Þar sem } 12 \text{ eru } 6 \cdot 2 \text{ hlýtur } x \text{ (breiddin) að vera } 6 \cdot 3 \text{ eða } 18 \text{ cm.}$$

Lengd þess minni er þekkt en lengd hins er óþekkt. Lengdina má finna á sama hátt og breiddina. $\frac{15}{x} = \frac{2}{3}$ Þar sem $15 = 2 \cdot 7,5$ hlýtur x að vera 22,5 cm.

27 a) **Dæmi um lausn:** Ef hlutfallið milli breidda er 4:5 og breidd þess minni er 8 cm þá er breidd þess stærra óþekkt. $\frac{4}{5} = \frac{8}{x}$ Finna þarf hvaða tala það er sem

$$\begin{aligned} \text{margfölduð með fjórum gefur átta } 2 \cdot m &= 8 \\ m &= 2 \end{aligned}$$

Til þess að finna x þarf því að margfalda 5 með 2. $x = 10$

b) Ekki er hægt að teikna stærra rétthyrninginn nema vita lengd hans. Hægt væri að finna lengdina ef gefið væri að rétthyrningarnir væru einslaga eða ef hlutfallið á milli lengdar og breiddar væri þekkt.

c) **Dæmi um lausn.** Ef hlutfallið milli lengdar og breiddar er 3:5 og vitað er að breidd þess stærra er 10 samkvæmt a lið þá má finna lengd þess stærra má þá finna út frá hlutfallinu. $\frac{3}{5} = \frac{x}{10}$ x er því 6. Lengd minni rétthyrningsins má bæði finna út frá hlutfallinu á milli lengdar og breiddar sem er 3:5 og hlutfallinu milli lengdanna sem er 4:5. Lengdin er $\frac{24}{5} = 4 \frac{4}{5}$

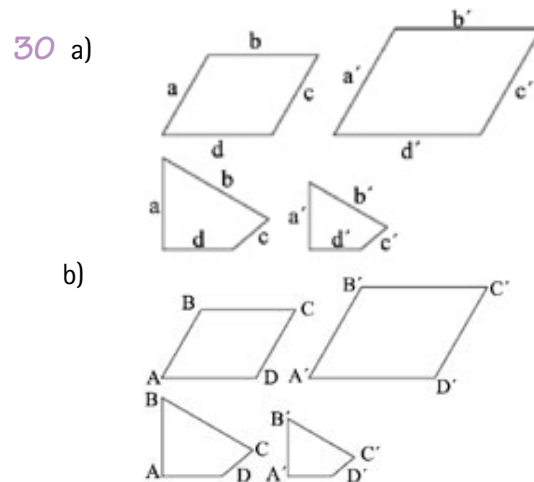
bls. 12

28 a) **Dæmi um lausn:** Ef hlutfallið milli breidda í tveimur rétthyrningum er 3:4 og breidd þess minni er 24 cm þá er breidd þess stærra 32 cm.

$$\frac{3}{4} = \frac{24}{x} \quad x = 32$$

- b) Ef hlutfallið á milli breiddar og lengdar er 2:5 þá er lengd þess minni er 60 cm (breidd 24) og lengd þess stærra er 80 cm (breidd).
- c) Hlutfallið milli lengdanna er 60:80 eða 3:4.

- 29 a) Hlutfall milli einslægra hliða er 1:2. Hliðarlengdin x er 8.
 b) Hlutfall milli einslægra hliða er 2:3. Hliðarlengdin x er 3.
 c) Hlutfall milli einslægra hliða er 3:1. Hliðarlengdin x er 1.

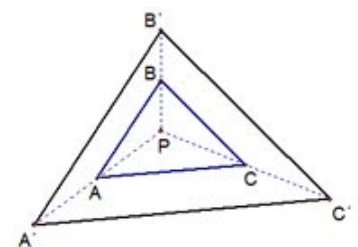


- c) Horn A, A', C og C' eru 60° . Horn B, B', D og D' eru 120° .
- d) Horn A og A' eru 90° . Horn B og B' eru 60° . Horn C og C' eru 70° . Horn D og D' eru 140° .

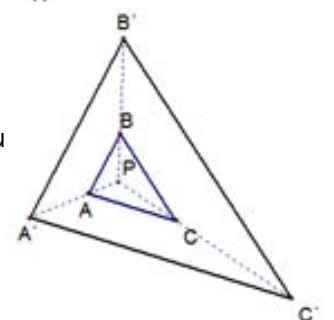
- 31 a) Horn H og L eru einslæg horninu A.
 b) Horn E og I eru einslæg horninu B.
 c) Horn F og J eru einslæg horninu C.
 d) Horn G og K eru einslæg horninu D.

bls. 13

- 32 Þríhyrningarnir eru einslaga þar sem einslæg horn eru jafnstór og hlutfallið milli einslægra hliða er jafnt.



- 33 Þríhyrningarnir eru einslaga þar sem einslæg horn eru jafnstór og hlutfallið milli einslægra hliða er jafnt.



bls. 14

34 Þríhyrningarnir eru einslaga. Það má t.d. sjá það á því að öll horn þeirra eru jafnstór.

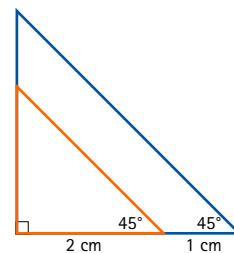
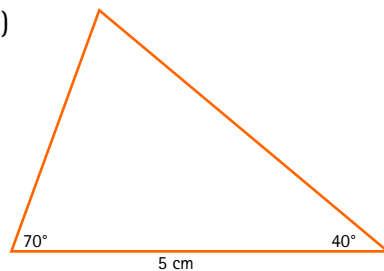
35 Nei.

36 Þórunn og Jónína hafa rétt fyrir sér. Það nægir að kanna hvort annað hvort einslæg horn eru jafn stór eða hvort hlutfallið milli einslægra hliða sé jafnt. Sýna má þetta t.d. með því að prófa að teikna nokkra mismunandi þríhyrninga sem hafa jafnstór horn og skoða hlutfallið milli einslægra hliða. Einnig má prófa að teikna þríhyrninga með ákveðnar hliðarlengdir t.d. 2, 3 og 6 cm og annan með hliðar þar sem hliðarlengdir eru tvöfaldar og bera þá saman.

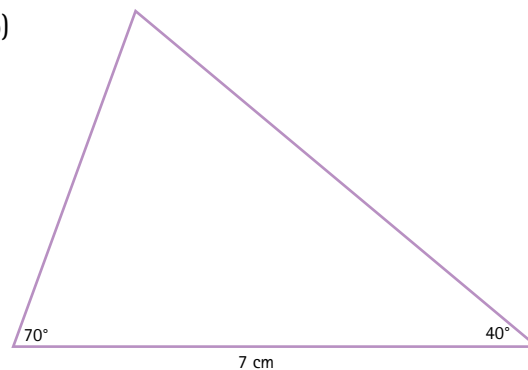
37 Já, Eggert hefur rétt fyrir sér. Þar sem hornasumma þríhyrnings er alltaf 180 gáður þá er stærð þriðja hornsins háð stærð hinna tveggja og um leið og búið er að ákvarða stærð þeirra er í raun búið að ákvarða stærð þess þriðja.

38 Já, þríhyrningarnir eru allir einslaga þar sem einslæg horn þeirra eru jafnstór.

39 a)



b)



Einslæg horn þríhyrninganna eru jafnstór og þeir eru því einslaga.

bls. 15

- 40 a) Já, þríhyrningar A, B og D eru einslaga.
b) Hægt er að kanna hvort hvort einslæg horn séu jafnstór eða hvort hlutfallið milli einslægra hliða sé jafnt.
- 41 a) Hlutfallið milli einglægra hliða er 2: 5. Hliðin x er 7, 5.
b) Hlutfallið milli einslægra hliða er 4:16 eða 1:4. Hliðin x er 2, 5.
c) Hlutfallið milli einslægra hliða er 3:21 eða 1:7. Hliðin x er 4.
- 42 a) Hlutfallið milli hliðanna sem liggja að 75° horninu er 30:40 eða 3:4.
Lengd hliðarinnar x er 7,5.
b) Hlutfallið milli hliðanna sem liggja að 30° horninu er 3:7
Lengd hliðarinnar x er 35.

bls. 16

- 43 a) Hlutfallið milli hæðar og grunnlínu er 3:5 Ef grunn línan er 4 er hæðin 2,4.
b) Hlutfallið milli hæðar og grunnlínu er 3:5 Ef grunn línan er 3 er hæðin 1,8.
c) Hlutfallið milli hæðar og grunnlínu er 3:5 Ef grunn línan er 2 er hæðin 1,2.
d) Hlutfallið milli hæðar og grunnlínu er 3:5 Ef grunn línan er 1 er hæðin 0,6.
- 44 Hlutfallið milli hæðar mannsins og skugga hans er 1,6:2,4 eða 2:3. Hlutfallið milli fánastangarinnar og skugga hennar er það sama. Skugginn er 7,5 og fánastöngin er því 5 metra há.
- 45 Hlutfallið milli hæðar stelpunnar og skugga hennar er 1,5:2 eða 3:4. Hlutfallið milli turnsins og skugga hans er það sama. Skugginn er 24 m og turninn er því 18 metra há.
- 46 a) Hlutfallið á milli mælingarinnar sem lesa má af reglustikunni og lengdar hæðarmælisins er 15:20 eða 3:4 og hlutfallið á milli hæðar hússins og fjarlægðarinnar frá húsinu að mælingarmanninum er það sama. Fjarlægðin frá mælingarmanninum að húsinu er 10 m. Hæð hússins er því 7,5 m.
b) Hlutfallið á milli mælingarinnar sem lesa má af reglustikunni og lengdar hæðarmælisins er 22:20 eða 11:10
Hlutfallið milli mastursins og fjarlægðar þess frá mælingarmanninum er það sama. Matstrið er í 16 m fjarlægð frá mælingamanninum og hæð þess er því 17,6 m.
- 47 a) Flatarmálið hefur stækkað um 21 cm^2 .
b) Flatarmál B er fjórum sinnum flatarmál A.

- 48 a) Grunnlína þríhyrnings B er þrisvar sinnum stærri en í þríhyrningi A.
Hæð þríhyrnings B er einnig þrisvar sinnum stærri en hæðin í A.
b) Flatarmál A er $1,5 \text{ cm}^2$ og flatarmál B er $13,5 \text{ cm}^2$. Flatarmálið hefur stækkað um 12 cm^2 .
c) Flatarmál B er níu sinnum flatarmál A.

bls. 17

- 49 a) Hliðarlengdir og hæð í B eru $1\frac{1}{2}$ sinnum stærri en í A.
b) Flatarmál B er 2,25 sinnum flatarmál A.

- 50 Ef hliðarlengdir eru tvöfaldaðar þá fjórfaldast flatarmálið.
Ef hliðarlengdir eru þrefaldaðar þá nífaldaast flatarmálið.

- 51 a) Flatarmál rétthyrningsins er 24 cm^2 .
b) 120% stækkun. Hliðarlengdirnar verða 4,8 cm og 7,2 cm. Flatarmálið er $34,56 \text{ cm}^2$.
150% stækkun. Hliðarlengdirnar verða 6 cm og 9 cm. Flatarmálið er 54 cm^2 .
200% stækkun. Hliðarlengdirnar verða 8 cm og 12 cm. Flatarmálið er 96 cm^2 .
c) Eftir 120% stækkun eru hliðarlengdirnar 1,2 sinnum stærri og flatarmálið er 1,44 sinnum stærra.
d) Eftir 150% stækkun eru hliðarlengdirnar 1,5 sinnum stærri og flatarmálið er 2,25 sinnum stærra.
Eftir 200% stækkun eru hliðarlengdirnar 2 sinnum stærri og flatarmálið er 4 sinnum stærra.
Já, myndirnar eftir stækkun og upphaflegi rétthyrningurinn eru einslaga.

- 52 a) Útgerðarfélagið leggur fram 35 þúsund krónur.
b) Útgerðarfélagið hefur þá lagt fram 20% af heildarupphæðinni.

bls. 18

- 53 a) Fyrirtæki A greiðir 0,8 milljónir. Fyrirtæki B greiðir 1,6 milljónir. Bæjarfélagið greiðir 1,6 milljónir og félagið sjálft greiðir 2,4 milljónir.
b) Fyrirtæki B greiðir $\frac{1}{4}$ af heildarupphæðinni.
c) Félagið sjálft leggur fram 37,5% af kostnaðinum.
- 54 a) 180 000 og 270 000 c) 240 000 og 210 000
b) 150 000 og 300 000 d) 100 000 og 350 000

- 55 a) 15000 og 25000 c) 52500 og 87500
b) 6750 og 11250 d) 10800 og 18000

56 Jónas leggur 22500 kr. fyrir í hverjum mánuði.
Föst útgjöld eru 90000 kr.

- 57 a) Sparnaður: 43800 kr. Föst útgjöld: 109500 kr. Önnur útgjöld: 65700 kr.
b) Sparnaður: 48000 kr. Föst útgjöld: 96000 kr. Önnur útgjöld: 112000 kr.
c) Sparnaður: 16000 kr. Föst útgjöld: 96000 kr. Önnur útgjöld: 80000 kr.
d) Mánaðarlegur sparnaður Jónasar verður 24300 og hækkar um 1800 kr.
e) Það tekur vinina 8 mánuði að safna einni milljón samtals.

bls. 19

- 58 a) Þau skiptu verkinu í hlutföllunum 240:300 eða 4:5.
b) Víðir fær 720000 kr og Gréta fær 900000 kr.

59 Tímakaupið er $1\,620\,000 : 540 = 3000$ kr. Þau fá því greiddar 2940000 krónur fyrir verkið. Gréta fær 1050000 kr. og Víðir fær 1890000 kr.

60 Gréta vinnur $\frac{2}{9}$ hluta verksins eða 274 tíma og Atli vinnur $\frac{4}{9}$ hluta verksins eða 548 tíma.

- 61 a) 7,5 lítra. b) 37 lítra. c) 16 lítra. d) 111 lítra.

62 Gréta þarf 12,5 lítra af rauðri málningu og 7,5 lítra af gulri málningu. Hún getur málað 240 fermetra með málningunni.

- 63 a) Víðir þarf 15 lítra af hvítri málningu í 21 lítra af grárri málningu. Víðir þarf 75 lítra af hvítri málningu í 105 lítra af grárri málningu.
b) Í 50 lítrum er u.þ.b. 14,3 lítrar af svartri málningu.

- 64 a) Hagstæðast er að kaupa eina 4 l dós og eina 1 l dós
b) Hagstæðast er að kaupa eina 10 l dós og eina 4 l dós
c) Hagstæðast er að kaupa tvær 10 l dósir eina 4 l dós og tvær 1 l.

- 65 a) Hagstæðast er að kaupa eina 5 l dós
b) Hagstæðast er að kaupa eina 10 l dós, eina 5 l dós og eina 2,5 l.
c) Hagstæðast er að kaupa þrjár 10 l dósir og eina 2,5 l.

8-tíu

bls. 20

66 Hús Hæð: 2010 cm (20,1 m). Breidd: 1500 cm (15 m).

Bók Hæð: 26,8 cm. Breidd: 20 cm.

Hlutföllum hússins í kennslubókinni verður breytt í næstu prentun.

67 Margar mögulegar lausnir.

68 Venjulegan borðstofustól ætti að vera hægt að teikna í mælikvarðanum 1:3 á A3 blað.

69 Hann gæti notað mælikvarða sem er um það bil 1:1000.

70 Hann gæti notað mælikvarða sem er um það bil 1:0,2 eða 1:0,25

71 Margar mögulegar lausnir.

Stæður

bls. 21

- 1 **a** táknar fjölda hæna og **b** táknar þann fjölda eggja sem hver hæna verpir á dag. a og b geta verið hvað náttúrulegu tölur sem er. Margfeldið $7ab$ gefur fjölda eggja á viku.
- 2 **a** – **j**, ef neikvæðri tölu er deilt í neikvæða tölu verður svarið jákvæð tala og ef tölu er deilt í sjálfa sig kemur alltaf einn út, þ.e. $(-a) : (-a) = 1$
- b** – **h**, mengi heilla talna er táknað með Z
- c** – **f**, víxlreglan gildir í margföldun. Það má tákna með $a \cdot b = b \cdot a$
- d** – **g**, mismun tveggja talna í öðru veldi má skrá sem $(a - b)^2$
- e** – **i**, $\frac{a+b}{2}$ er skráning á meðaltali tveggja talna

bls. 22

- 3 a) Sem dæmi má nefna símakostnað þar sem 300 væri fastur kostnaður og síðan væru greiddar tvær krónur fyrir hverja mínútu sem talað væri eða tveir fullir kassar af pennum og 300 í viðbót.
- b) Ef x er 5 þá er gildi stæðunnar 310, því $2 \cdot 5 + 300 = 310$.
Ef x er 250 þá er gildi stæðunnar 800, því $2 \cdot 250 + 300 = 800$.
- 4 Einfaldasta form stæðnanna er:
- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| a) $7x + 13$ | d) $9\frac{1}{2}a - 8,6$ |
| b) $5a + 2$ | e) $-3x - 9$ |
| c) $3\frac{1}{2}b + 14$ | f) $1\frac{1}{2}a$ |
- 5 Einfaldasta form stæðnanna er:
- | | |
|-----------------|-------------------------|
| a) $18a - 2b$ | d) $-4,5j - 6k$ |
| b) $-7g + 5,8h$ | e) $10,3c - d$ |
| c) $-4m + 15p$ | f) $1\frac{1}{6}e - 8f$ |

6 Einfaldasta form stæðnanna er:

- | | |
|-----------------|----------------|
| a) $2a + 12$ | e) $6ab + 3a$ |
| b) $8a + 9k$ | f) $10rp + 2r$ |
| c) $8x$ | g) $12ab$ |
| d) $-27x + 12y$ | h) $8a + 20$ |

bls. 23

7 Stæður fyrir flatarmáli rétthyrninganna eru:

- | | |
|---------------|-----------------|
| a) xy | e) mn |
| b) $x^2 + 3x$ | f) $18a^2$ |
| c) $3a^2$ | g) $12m^2$ |
| d) $b^2 - 2b$ | h) $21c^2 + 7c$ |

8 Einfaldasta form stæðnanna er:

- | | | | |
|------------|------------|------------|---------------|
| a) $5ak$ | d) $2x^2$ | g) $14b^4$ | j) $6a^2x^4$ |
| b) $14m^2$ | e) $10r^3$ | h) $4b^5$ | k) $24m^4$ |
| c) $40kr$ | f) $3ag^2$ | i) $12x^3$ | l) $15a^2b^4$ |

9 Einfaldasta form stæðnanna er:

- | | | | |
|----------|----------|-------------|----------|
| a) a^5 | c) x^7 | e) k^7 | g) h^4 |
| b) n^6 | d) a^6 | f) j^{12} | h) b^8 |

bls. 24

10 Einfaldasta form stæðnanna er:

- | | | | |
|---|--------------------------------------|--|---------------------------------------|
| a) $2x^2 + 5x$
$x \cdot 2x + 5$ | <input type="text"/> x
$2x$ | c) $8a^2 - 6a$ hliðarlengdir
hliðarlengdir $2a(4a - 3)$ | <input type="text"/> $2a$
$4a - 3$ |
| b) $4c + 3c^2$
hliðarlengdir $c(4 + 3c)$ | <input type="text"/> c
$4 + 3c$ | d) $3b^2 - 2b$ hliðarlengdir
hliðarlengdir $b(3b - 2)$ | <input type="text"/> b
$3b - 2$ |

11 Einfaldasta form stæðnanna er:

- | | | |
|----------------|-----------------|------------------|
| a) $y^2 - 5y$ | d) $6a^2 - 8a$ | g) $4v^2 + 20$ |
| b) $5x^2 - 6x$ | e) $3b^2 + 24b$ | h) $8a + 2a^3$ |
| c) $15x - 5y$ | f) $8c^2 + 24c$ | i) $2b^4 - 3b^2$ |

- 12 a) Ef tvær jákvæðar tölur eru margfaldaðar saman fæst jákvæð tala.
 b) Ef tvær neikvæðar tölur eru margfaldaðar saman fæst jákvæð tala.
 c) Ef ein jákvæð tala og ein neikvæð tala eru margfaldaðar saman fæst neikvæð tala.
 d) Ef þrjár jákvæðar tölur eru margfaldaðar saman fæst jákvæð tala.
 e) Ef þrjár neikvæðar tölur eru margfaldaðar saman fæst neikvæð tala.
 f) Ef tvær neikvæðar tölur og ein jákvæð tala eru margfaldaðar saman fæst jákvæð tala.
 g) Ef tvær jákvæðar tölur og ein neikvæð tala eru margfaldaðar saman fæst neikvæð tala.

13 Einfaldasta form stæðnanna er:

- | | | | |
|---------------|---------------|----------------|----------------|
| a) $-12 + 3b$ | c) $-12 - 3b$ | e) $-3a + a^3$ | g) $-3a - a^3$ |
| b) $-12 - 3b$ | d) $-12 + 3b$ | f) $-3a - a^3$ | h) $-3a + a^3$ |

bls. 25

14 Stæðurnar má þátta:

- | | | | |
|---------------|----------------|---------------|-----------------|
| a) $2(x + 2)$ | c) $b(5 + 3b)$ | e) $d(d - 4)$ | g) $f^2(3 + 1)$ |
| b) $4(a - 2)$ | d) $v(6 + 1)$ | f) $g(g - 3)$ | h) $6a(1 + 2a)$ |

15 Dæmi um hvernig þátta má stæðurnar eru:

- a) $2(2a + a^2)$ og $2a(2 + a)$
 b) $2(8k^2 + 3k)$ og $k(16k + 6)$
 c) $5(b + 2b^2)$ og $5b(1 + 2b)$
 d) $16(2g - g^2)$ og $16g(2 - g)$

16 Þáttun með því að taka neikvæða stærð út fyrir sviga getur verið:

- | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| a) $-3x(2 + 3)$ | b) $-3a(a - 2)$ | c) $-5b(2 + b)$ | d) $-2a(2 - a)$ |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|

17 Hæsti sameiginlegi þátturinn er:

- | | | | |
|---------|--------|---------|----------|
| a) $8s$ | b) t | c) $7h$ | d) r^2 |
|---------|--------|---------|----------|

18 Strikað er undir þættina sem vantaði.

- | | | |
|---|---|--|
| a) $\underline{s}(2s - 5) = 2s^2 - 5s$ | c) $6m(p - \underline{2p}) = 6mp - 12mp$ | e) $hj(2 + j) = \underline{2hj} + hj^2$ |
| b) $\underline{2r}(r + 6) = 2r^2 + \underline{12r}$ | d) $5f(\underline{2g} + \underline{1}) = 10fg + 5f$ | f) $\underline{2d}(3e^2 - 1) = \underline{6de^2} - 2d$ |

- 19 a) Hægt er að raða stæðunum upp á 6 mismunandi vegu.
 Sé stæðunum raðað upp 19, $3x - 2$ og $2x + 3$ finnst engin lausn.
 Sé stæðunum raðað upp 19, $2x + 3$ og $3x - 2$ eru þær í vaxandi stærðarröð þegar x hefur gildi sem er stærra en 9.
 Sé stæðunum raðað upp $3x - 2$, $2x + 3$ og 19 eru þær í vaxandi stærðarröð þegar x hefur gildið 1, 2, 3 eða 4.
 Sé stæðunum raðað upp $3x - 2$, 19 og $2x + 3$ finnst engin lausn.
 Sé stæðunum raðað upp $2x + 3$, $3x - 2$ og 19 eru þær í vaxandi stærðarröð þegar x hefur gildið 6.
 Sé stæðunum raðað upp $2x + 3$, 19 og $3x - 2$ finnst engin lausn.
- b) Ef x er 5 þá eru stæðurnar $3x - 2$ og $2x + 3$ jafngildar.
 Ef x er 7 þá eru stæðurnar $3x - 2$ og 19 jafngildar.
 Ef x er 8 þá eru stæðurnar $2x + 3$ og 19 jafngildar.
- c) Margar mögulegar lausnir. Hér eru dæmi:
 x , $x + 1$ og $x + 2$
 $x - 2$, $x - 1$ og x .
 Ef gefið er að x er náttúrleg tala, x , x^2 og x^3

bls. 26

20 Óþekktu hliðarlengdirnar má finna með því að leysa jöfnurnar

- a) $3 \cdot m = 9a$
 $m = 3a$
- b) $2x \cdot m = 8x$
 $m = 4$
- c) $6d \cdot m = 12d^2$
 $m = 2d$

21 Óþekktu hliðarlengdirnar má finna með því að leysa jöfnurnar

- a) $\frac{3 \cdot m}{2} = 9a$
 $m = 6a$
- b) $\frac{2x \cdot m}{2} = 8x$
 $m = 8$
- c) $\frac{6d \cdot m}{2} = 12ad$
 $m = 4a$

22 Stæða fyrir flatarmáli rétthyrnings er $l \cdot b$ en fyrir flatarmáli þríhyrnings er $\frac{l \cdot b}{2}$. Þríhyrningur er helmingur af rétthyrningi og því er deilt með tveimur í margfeldi grunnlínu og hæðar.

- 23 a) p^2 c) g^0
 b) k^4 d) a^3
 e) Ef $p = 3$ þá er $p^2 = 9$
 Ef $k = -2$ þá er $k^4 = 16$
 Ef $g = 4$ þá er $g^0 = 1$
 Ef $a = -5$ þá er $a^3 = -125$

24 Einfaldasta form stæðnanna er:

- a) 3 b) $\frac{a^3}{3}$ c) 2 d) $6ab$

25 Einfaldasta form stæðnanna er:

- a) $2x$ b) $-4a$ c) $\frac{p^2}{-3}$ d) $\frac{-2}{3b}$

26 Einfaldasta form stæðnanna er:

- a) p b) a^6 c) 4 d) p^4

- e) Ef $a = 2$ og $p = -1$ Þá er:
 gildi stæðunnar í a-lið -1
 gildi stæðunnar í b-lið er 64
 gildi stæðunnar í c-lið er 4
 gildi stæðunnar í d-lið er 1

bls. 27

- 27 a) Kubbar eru 66.
 b) Það þarf 15 kubba í þriggja hæða turn.
 c) Í fjögurra hæða turn þarf 28 kubba.
 d) Í tíu hæða turn þarf 190 kubba.
 e) Margar leiðir eru færar, t.d. að telja einn væng fyrst og reikna út frá því, skoða hve margir kubbar bætast við þegar einni hæð er bætt neðan við og finna reglu.
 f) Margar leiðir færar en mikilvægt að leita að reglu og finna samband á milli hæðar og heildarfjölda. Það má búa til töflu sem sýnir heildarfjölda kubba sem þarf í að byggja eins hæða til tíu hæða turna og finna reglu út frá skoðun á sambandi milli hæðar og heildarfjölda kubba. Ef skoðuð er bygging eða mynd af turninum má sjá hvernig búa má til rétthyrning ef settir eru saman tveir angar turnsins og síðan verður súla eftir í miðjunni. Ef skoðaður er fjögurra hæða turn, myndast tveir rétthyrningar sem eru $3 \cdot 4$ og svo fjögurra kubba súla.

g) Setja má fram stæðuna

$$\begin{aligned} n(n-1) \cdot 2 + n &= \\ (n^2 - n) \cdot 2 + n &= \\ 2n^2 - 2n + n &= \\ 2n^2 - n & \end{aligned}$$

h) Í stæðunni stendur bókstafurinn eða n fyrir hæð turns.

i) Í 20 hæða turn þarf 780 kubba. Í 60 hæða turn þarf 7140 kubba.

28 Einfaldasta form stæðnanna er:

- a) $9e + 3$. Gildi stæðunnar ef $e = -4$ er -33 .
 b) $12e^2 + 8e$. Gildi stæðunnar ef $e = -4$ er 160 .
 c) $4e - 4e^2$. Gildi stæðunnar ef $e = -4$ er -80 .
 d) $5e + 3e^2$. Gildi stæðunnar ef $e = -4$ er 28 .

29 Gildi stæðnanna er:

- a) 144 b) -96 c) -60 d) 72

30 Ef $a = 2$ þá er gildi stæðunnar 35.

Ef $a = -2$ þá er gildi stæðunnar -25 .

bls. 28

31 $a^2 + 2a + a + 2 = a^2 + 3a + 2$

- 32** a) $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 5x + 6$
 b) $(a + 1)(a + 4) = a^2 + 5a + 4$
 c) $(b + 2)(b + 5) = b^2 + 7b + 10$

33 Einfaldasta formið er:

- | | | |
|--------------------|--------------------|---------------------|
| a) $x^2 + 4x + 3$ | e) $x^2 + 5x + 4$ | i) $x^2 + 11x + 18$ |
| b) $x^2 + 7x + 12$ | f) $x^2 + 8x + 15$ | j) $x^2 + 10x + 24$ |
| c) $x^2 + 2x - 3$ | g) $x^2 - 3x - 4$ | k) $x^2 - 11x + 18$ |
| d) $x^2 - x - 12$ | h) $x^2 - 2x - 15$ | l) $x^2 - 10x + 24$ |

34 Einfaldasta formið er:

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $n^2 + 6n + 5 = (n + 1)(n + 5)$ | c) $n^2 + 3n + 2 = (n + 1)(n + 2)$ |
| b) $n^2 + 5n + 6 = (n + 2)(n + 3)$ | d) $n^2 + 8n + 15 = (n + 3)(n + 5)$ |

35 Óþekktu hliðarlengdirnar eru:

- a) $b + 7$, því $(b + 7)(b + 1) = b^2 + 8b + 7$
 b) $a + 4$, því $(a + 4)(a + 6) = a^2 + 10a + 24$
 c) $k + 3$, því $(k + 3)(k + 6) = k^2 + 9k + 18$

bls. 29

36 Einfaldasta form stæðnanna er:

- a) $6a + 14$ c) $10a + 14$
 b) $6a - 26$ d) $10a - 26$
 e) Stæðan í c-lið

37 Einfaldasta form stæðnanna er:

- a) $14p - 5$ c) $-4a + 7$ e) $2h^2 - 29h + 28$
 b) $33r + 39$ d) $-24x - 31$ f) $18a + 10s$

38 Einfaldasta form stæðnanna er:

- a) $11a + 43b$ d) $2cd - 4c + 4d - 16$ g) $6a - 9b$
 b) $27k - 9m$ e) $2cd - 4c - 4d - 16$ h) $7a - 8b$
 c) $-17g^2 + gh$ f) $2cd - 4c - 4d + 16$ i) $8a - 7b$

39 Einfaldasta form stæðnanna er:

- a) $3a + b$
 b) $4a + 7$
 c) $2ab + 22b$
 d) Gildi stæðunnar í a-lið er -7
 Gildi stæðunnar í b-lið er -5
 Gildi stæðunnar í c-lið er 32
 e) Frá stærstu til minnstu: $2ab + 22b$, $4a + 7$, $3a + b$.
 f) $3a - b$
 g) $3a + 5b$

- 40 a) Líta má þannig á að lítill rétthyrningur hafi verið klipptur af stærri rétthyrningi. Hliðarlengdir stærri rétthyrningsins eru $2x$ og 6 .
 Hliðarlengdir minni rétthyrningsins eru 3 og $7 - x$.
 Flatarmál stærri rétthyrningsins er þá $2x \cdot 6 = 12x$.
 Flatarmál minni rétthyrningsins er $3(7 - x) = 21 - 3x$.
 Flatarmál skyggða svæðisins er $12x - (21 - 3x) = 15x - 21$.
 b) $15 \cdot 3 - 21 = 24$

bls. 30

41 a) $8m - 3(m - 2) = 5m + 6$

b) $5 \cdot 3 + 6 = 21$

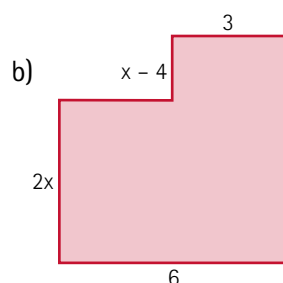
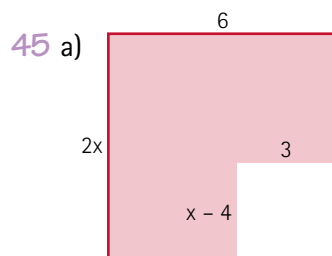
42 Margar mögulegar lausnir.

43 Margar mögulegar lausnir.

44 a) Leysa sviga, margfalda og deila, draga saman líka liði, leggja saman og draga frá.

b) Stæðuna má einfalda: $7b + 18 - 6b - 2 + 5b + 3 = 6b + 19$

Ef b er 3 er gildi stæðunnar $6 \cdot 3 + 19 = 37$

46 a) Margfeldi stæðanna er $n^2 + 11n + 10$. Ef n er oddatala verður samlagningin tvær oddatölur og ein slétt tala sem gefur alltaf sléttu tölu. Ef n er slétt tala koma þrjú sléttar tölur og summa þeirra er alltaf slétt tala. Setningin er því alltaf sönn.b) Margfeldi stæðunnar er $n^2 + 3n - 4$ sem getur aldrei orðið margfeldi af fimm. Setningin er því aldrei sönn.c) Margfeldi stæðunnar er $n^2 + 3n + 2$ Ef n er slétt tala verður summan slétt tala og ef n er oddatala verður summan slétt tala. Setningin er því alltaf ósönn.d) Ef n er stærra en 1 verður alltaf jákvæð tala í báðum svigum og margfeldi þeirra er alltaf jákvæð tala. Setningin er alltaf sönn.

47 Margar mögulegar lausnir. Hér eru dæmi um lausnir.

a) $x^2, 2x^2 + 1$

c) $2x, 4x + 2$

b) $-x, -(x^2)$

d) $2x + 1, 4x + 1$

Tölfræði og líkindi

bls. 34

- 1 a) Línuritið segir okkur að það muni draga verulega úr mannfjölgun á komandi árum og verður fjölgun nánast engin við lok þess tímabils sem er sýnt á línuritinu.
- b) Í töflunni má sjá að töluverð aukning varð á vinnuafli á árunum 1997–2000. Næstu ár varð nánast engin breyting, dró reyndar úr aukningu á milli árunna 2000 og 2001 annars vegar og 2003 og 2004 hins vegar. Á síðasta árinu sem sést í töflunni hefur hins vegar verið mikill vöxtur í vinnuafli. Stór hluti af skýringu kann að tengjast stóriðjuframkvæmdum á Austurlandi.
- c) Úr punktaritinu má lesa að hámarkshraði bíls helst í hendur við stærð vélar hans. Undantekningin er bílar með vélarstærð í kringum 2500 hp, en þar lækkar hámarkshraði sé miðað við bíla með vélarstærð í kringum 2000 hp.

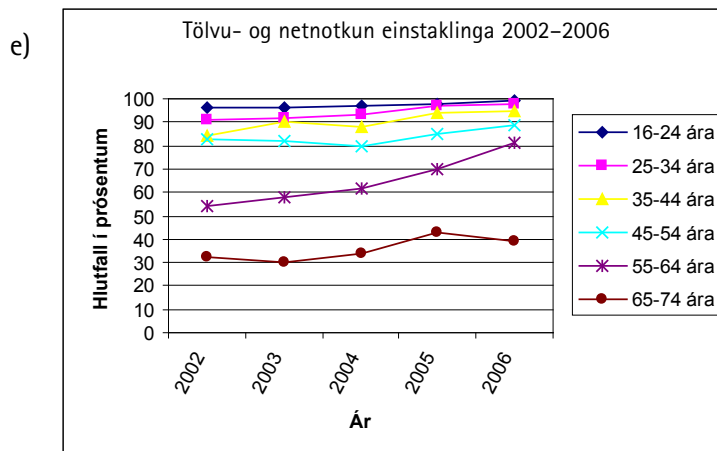
bls. 35

- 2 Hraðamælingar fóru fram í tveimur hverfum.
Þriðjungur ökumanna í öðru hverfinu ók á tæplega 50 km hraða.
Hámarkshraði í hverfunum er 30 km/klst.
Hraði rúmlega hundrað ökutækja mældur.
Meðalhraði helmings bíla var liðlega 50 km.
Samtals eiga sjö manns yfir höfði sér ökuleyfissviptingu.
- 3 Dæmi um viðfangsefni:
Bílpróf: Bera saman slysið hjá 17 og 18 ára ökumönnum, bera tjón sem 17 ára ökumenn kunna að valda saman við tjón sem ökumenn á öðrum aldri eru valdir að, skoðun almennings á því hvort hækka eigi bílprófsaldur.

Félagsaðstaða: Kanna afstöðu unglinga til félagsaðstöðu (hve margir nota aðstöðuna, hve margir vilja bættu aðstöðu o.s.frv.), kanna hvort þeir unglingar sem eru duglegir við að nota félagsaðstöðu séu ólíklegri en aðrir til að byrja ungrir að reykja, drekka eða nota aðra vímuþjafa.

bls. 36

- 4 a) Aldurshópurinn 16–24 ára.
- b) Á milli árunna 2004 og 2005.
- c) Yngri fólk hefur alist upp við að nota tölvur í leik og starfi.
- d) Tölvu- og netnotkun Íslendinga er mikil í flestum aldurshópum.



Látum línurnar heita eftir aldurshópnum. Á þennan hátt er auðveldara að lesa úr þróun sem hefur orðið hjá hverjum aldurshópi á milli ára.

f) Nei.

bls. 37

5 a) 25-34 ára.

b) Já, í tveimur hópum. Notkun aldurshópsins 55-64 ára fer úr 11% í 25% og aldurshópsins 65-74 ára úr 4% í 10%.

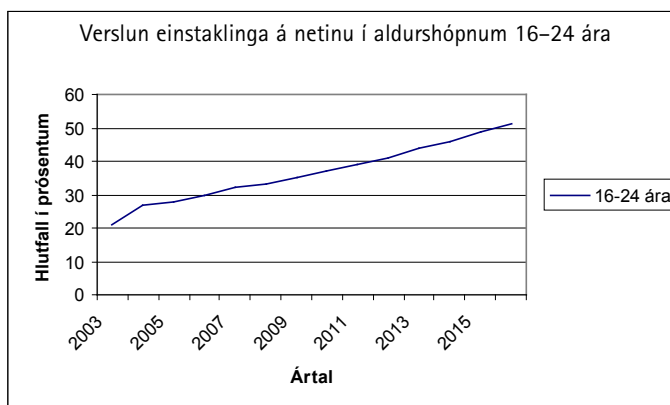
c) 65-74 ára eða úr 100% í 250%.

d) Já, að því leyti að hún hefur aukist í öllum aldurshópum. Hins vegar er aukningin hlutfallslega langmest hjá tveimur elstu aldurshópnum.

6 a) Línurit.

b) Skífurit eða súlurit

7

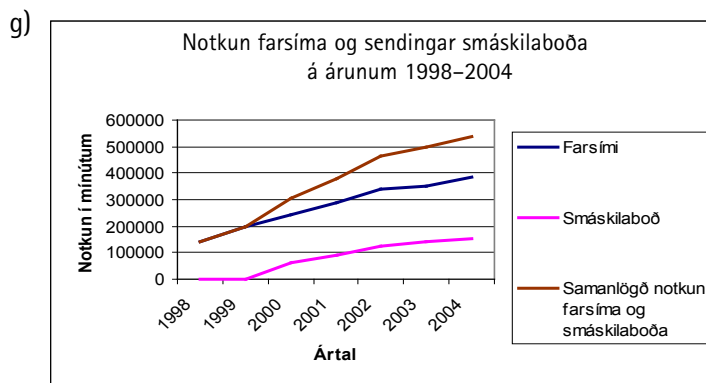


Sem viðmið þegar gerð er spá er ágætt að skoða aukningu netviðskipta í aldurshópnum næstu tvö ár á undan. Á milli árunna 2004 og 2005 jukust netviðskipti um tæp 4% og 2005 til 2006 um rúm 7%. Það er því ágætt að miða við að aukning netviðskipta á milli ára sé á bilinu 5-6% þegar gerð er spá fyrir næstu ár.

- 8 Já, Ólafur getur nýtt sér þessar niðurstöður. Hann hefur upplýsingar um netverslun allra aldurshópa og getur út frá þeim niðurstöðum fundið út netverslun allra einstaklinga á aldursbilinu 16–74 ára.

bls. 38

- 9 a) Notkun farsíma hefur aukist frá því að vera rúmlega 140 000 mínútur upp í um það bil 385 000 mínútur. Aukningin hefur verið stöðug þó heldur hafi hægt á henni frá árinu 2002.
- b) Sendingar á smáskilaboðum hafa aukist frá 0 mínútum upp í um það bil 153 000 mínútur. Aukningin hefur verið stöðug og hröð.
- c) Á milli áranna 1999 og 2000.
- d) Já, aukningin er svipuð ef litið er á fjölda mínútna. Ef hins vegar er litið á aukningu í prósentum á milli ára er þó nokkur munur á milli notkunar farsíma og sendinga smáskilaboða.
- e) Á milli áranna 1998 og 1999. Þá er aukningin um það bil 38%.
- f) Hlutfallið á milli sendinga smáskilaboða og notkunar farsíma í mínútum árið 2004 er um það bil 1:2,5 (þ.e. fyrir hverja mínútu smáskilaboða eru 2,5 mínútur í farsíma).
Árið 2000 er hlutfallið um það bil 1:4.

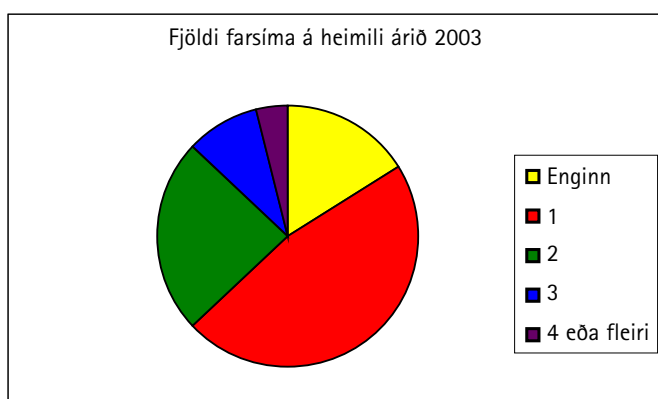


- h) Mismunandi svör.

bls. 39

- 10 a) Hér eru nefnd tvö atriði en hægt er að finna fleiri:
Öll árin sýna að hlutfall heimila sem hafa einn heimasíma er stærra en hlutfall þeirra heimila sem hafa einn farsíma.
Öll árin sýna að hlutfall heimila sem hafa fjóra eða fleiri farsíma er stærra en hlutfall þeirra heimila sem hafa fjóra eða fleiri heimasíma.
- b) Nei, það er ekki hægt að lesa út frá þessum upplýsingum hve mörg heimili eru án síma.

10 a)



b) Um það bil 24% af skífunni sýna heimili með tvo farsíma. Um það bil 9% af skífunni sýna heimili með þrjú farsíma.

Hlutfallið á milli heimila með tvo farsíma og heimila með þrjú farsíma er 2,67:1

c) Hlutfallið milli þeirra sem hafa einn heimasíma og þeirra sem hafa einn farsíma er 1,87:1. Þetta gæti verið sama fólkið.

12 Engin ein lausn.

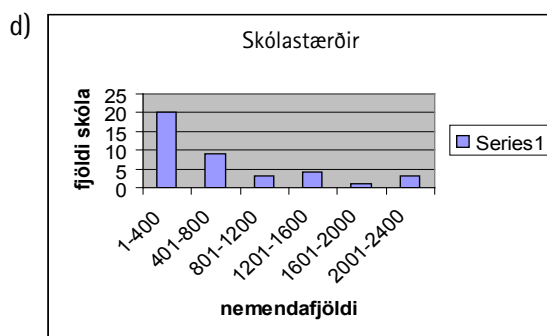
bls. 40

13 a) Það eru flestir nemendur í Fjölbrotaskólanum við Ármúla, 2261 talsins.

b) Það eru fæstir nemendur í Tannsmíðaskóla Íslands, eða 12.

c)

Fjöldi nemenda	Fjöldi skóla
1–400	20
401–800	9
801–1200	3
1201–1600	4
1601–2000	1
2001–2400	3



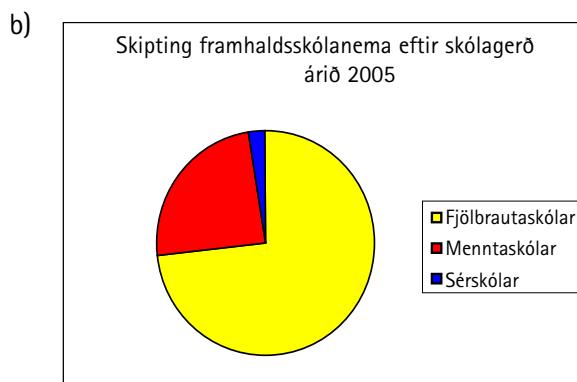
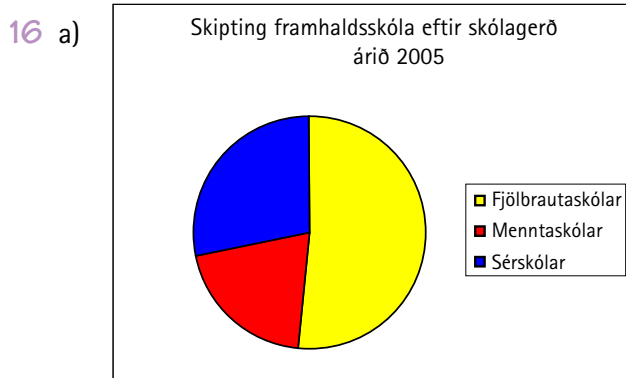
e) 20% framhaldsskóla hafa fleiri en 1200 nemendur.

f) Helmingur, eða 50%, framhaldsskóla hefur færri en 400 nemendur.

- 14 a) Fjórðungsmörkin liggja í 90 og 847.
 b) Miðgildið er 380.
 c) Dæmi um svar gæti verið: Framhaldsskólar á Íslandi eru mjög misstórir. Mun fleiri framhaldsskólar eru af þeirri stærðargráðu að teljast litlir en þeir skólar sem teljast stórir.

bls. 41

- 15 52,5% skólanna eru fjölbrautaskólar.
 20% skólanna eru menntaskólar.
 27,5% skólanna eru sérskólar.



c) Skífuritinn um stærðir skóla sýna að fjölbrautaskólar eru margir og frekar fjölmennir, menntaskólar eru fáir en frekar fjölmennir. Loks segja skífuritinn um sérskóla að þeir eru þónokkrir en frekar fámennir.

- 17 73% framhaldsskólanema í Norðausturkjördæmi voru í skóla á Akureyri.
13,3% framhaldsskólanema í Norðausturkjördæmi voru í skóla á Egilsstöðum.

bls. 42

- 18 a) Það sem er ólíkt er kvarðinn á lóðréttu ásnum (y-ásnum). Myndin til hægri sýnir mun breiðara bil mínútna á meðan myndin til vinstri sýnir mínútufjölda sem nær yfir minna talnabil.
b) Línuritið til vinstri virðist sýna meiri aukningu í notkun farsíma.
- 19 Á myndinni vinstra megin nær kvarðinn á lóðréttu ásnum yfir stórt talnabil og virðist enginn munur vera á fjölda þeirra þriggja flokka sem sýndir eru á myndinni. Á myndinni hægra megin sýnir lóðrétti ásinn hins vegar minna talnabil og þar sést munur á fjölda miklu greinilegar.
- 20 Á myndinni til vinstri virðist sem enginn munur sé á fjölda pítsa, pylsa og hamburgara. Myndin til hægri sýnir aftur á móti mikinn mun á fjölda milli þessara þriggja flokka.

bls. 43

- 21 a) Enginn munur er á stærð súlnanna þó mikill munur sé á útgjöldum flokkanna þriggja.
b) Minni súlan, laun iðnverkafélks, er alltaf í sömu stærð hlutfallslega gagnvart stærri súlnunni sem sýnir laun lækna. Laun lækna virðast hærri því myndin af læknum hækkar súluna mjög mikið meðan myndin af iðnverkafélinu fer inn í súluna.
c) Þar sem vaninn er að lesa úr línuritum frá vinstri til hægri virðist línuritið sýna minnkandi sölu fiskafurða en ekki söluaukningu.
d) Stærð skífanna á skífuritinu er ekki í samræmi við það prósentuhlutfall sem er gefið því það vantar síðustu 28%.

bls. 44

22 Ef kastað er tveimur krónum eru fjórar mismunandi útkomur mögulegar. Þær eru:

Króna 1	Króna 2	Líkur
Fiskur	Fiskur	25%
Fiskur	Skjaldarmerki	25%
Skjaldarmerki	Skjaldarmerki	25%
Skjaldarmerki	Fiskur	25%

Líkurnar á hverri þessara fjögurra útkoma er 25%. Það eru tvær mögulegar leiðir að fá einn fisk og eitt skjaldarmerki ef tveimur krónum er kastað. Leiðirnar eru að fá fyrst fisk og svo skjaldarmerki eða að fá fyrst skjaldarmerki og síðan fisk. Það eru 25% líkur á hvorum atburði fyrir sig og séu líkurnar lagðar saman fást 50%.

23 a) Það eru 8 mögulegar útkomur ef þremur krónum er kastað. Þær eru:

Króna 1	Króna 2	Króna 3
Fiskur	Fiskur	Fiskur
Fiskur	Fiskur	Skjaldarmerki
Fiskur	Skjaldarmerki	Fiskur
Fiskur	Skjaldarmerki	Skjaldarmerki
Skjaldarmerki	Skjaldarmerki	Skjaldarmerki
Skjaldarmerki	Skjaldarmerki	Fiskur
Skjaldarmerki	Fiskur	Skjaldarmerki
Skjaldarmerki	Fiskur	Fiskur

Líkur á hverri útkomu eru $\frac{1}{8}$ eða 12,5%.

Líkur á að allir peningarnir snúi eins eru því $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8}$ eða 25%.

Líkur á að peningarnir snúi ekki allir eins eru $\frac{6}{8}$ eða 75%.

Það er því líklegra að peningarnir snúi ekki allir eins.

b) Ef krónurnar eru fjórar verða mögulegar útkomur 16. Þeim hefur fjölgað um 8.

24 a) Það eru helmingslíkur á að hún fái skjaldarmerki í næsta kasti.

b) Líkurnar á að fá skjaldarmerki þrisvar sinnum í röð eru $\frac{1}{8}$ eða 12,5%.

- 25 a) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{48}$
b) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$
c) $\frac{5}{12} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{144}$
d) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{48}$
e) Það eru jafn miklar líkur, eða $\frac{5}{108}$ á hvorri útkomu.
f) Líkurnar eru $\frac{15}{108}$.
g) Það er líklegast að fá gult, gult, gult.

bls. 45

- 26 a) Þar sem jafn miklar líkur eru á að örin lendi á rauðum og bláum er eðlilegt að ætla að örin lendi 25 sinnum á rauða geiranum ef skífunni er snúið 50 sinnum. Hins vegar er þetta byggt á líkum og því ekki öruggt að örin komi til með að lenda 25 sinnum á rauða geiranum.
b) Þar sem jafn miklar líkur eru á að örin lendi á rauðum og bláum er eðlilegt að ætla að sama niðurstaða verði, það er að örin lendi 25 sinnum á rauða geiranum.
c) Niðurstaðan gæti verið á talnabilinu 0–50.
d) Já, það kæmi á óvart. Jafn miklar líkur eru á að skífan lendi á rauðum og bláum, eða 50%. Ef skífan lendir 40 sinnum á rauðum þegar snúið er 50 sinnum hefur skífan lent í 80% tilfella á rauðum. Það er miklu meira en líkurnar segja til um.
- 27 a) Lægsta gildið er 15.
b) Hæsta gildið er 30.
c) Dreifingin er 15.
d) Það er ekki mikil dreifing á niðurstöðum, ef frá er talið eina skiptið sem skráð var að rauður kom upp 15 sinnum. Niðurstöðurnar safnast allar í kringum miðjuna og mynda þar nokkurs konar kúlu.
e) Tíðasta gildi er 21. Miðgildið er 24. Meðaltalið er 24,28.
- 28 a) Myndrit A: Mjög lítil dreifing á niðurstöðum. Niðurstöðurnar hópast allar saman í kringum örfá gildi í kringum miðjuna.
Myndrit B: Mikil dreifing á niðurstöðum.
Myndrit C: Þónokkur dreifing. Niðurstöður dreifast á gildin frá 20 til 32.
b) Dæmi um svar:
Myndrit A: Skáldskapur. Þó að líkindin segi til um að líklegast sé að fá rauðan 25 sinnum ef snúið er 50 sinnum verður að teljast ólíklegt að dreifingin sé ekki meiri en raun ber vitni.

Myndrit B: Skáldskapur. Of mikil dreifing til að niðurstöður geti talist eðlilegar.

Myndrit C: Raunveruleg skráning. Niðurstöður dreifast nokkuð jafnt í kringum 25 og líklegt að hér sé um raunverulega tilraun að ræða.

- 29 Þar sem jafnar líkur eru á hvorri útkomu fyrir sig ætti ekki að skipta máli hversu oft er snúið, örin ætti að lenda jafn oft á rauðu og bláu. Hins vegar er það svo að þótt líkurnar séu jafn miklar á hvorri útkomu er ekki þar með sagt að örin lendi alltaf jafn oft á hvorum lit. Því oftast sem er snúið þeim mun líklegra er að skiptingin á því hve oft hvor litur fyrir sig kemur upp verði jöfn.

bls. 46

- 30 Hópverkefni – mismunandi lausnir.

- 31 a) Líklegast er að teknar væru 2,5 rauðar og 7,5 svartar karamellur úr krukkunni. En þar sem ekki er hægt að taka hálfu karamellu úr krukkunni er líklegast að niðurstöður yrðu að dregnar væru 2 rauðar og 8 svartar karamellur úr krukkunni eða 3 rauðar og 7 svartar.

- 32 a) **Myndrit A:** Hæsta gildi er 10. Lægsta gildi er 4. Dreifing er 6.

Myndrit B: Hæsta gildi er 10. Lægsta gildi er 3. Dreifing er 7.

Myndrit C: Hæsta gildi er 10. Lægsta gildi er 5. Dreifing er 5.

Myndrit D: Hæsta gildi er 10. Lægsta gildi er 5. Dreifing er 5.

- b) Nei, þessar niðurstöður eru nokkuð raunverulegar og ólíklegt að niðurstöður yrðu mikið frábrugðnar þessum fjórum ef tilraunin væri endurtekin einu sinni enn.

- c) Ef teknar eru 10 karamellur úr krukkunni er líklegast að fjöldi svartra karamella sé 8 (námundun að næstu heilu tölu).

Ef teknar eru 20 karamellur úr krukkunni er líklegast að 15 séu svartar..

Ef teknar eru 25 karamellur úr krukkunni er líklegast að 19 séu svartar (námundun að næstu heilu tölu).

bls. 47

- 33 Dæmi um svör.

- a) Það má draga þær ályktanir að ef farið er 42 sinnum í bíó sé biðtími að meðaltali 10 mínútur. Hins vegar má gera ráð fyrir því að ef farið er einu sinni í bíó megi eiga von á að biðtíminn sé á bilinu 5–14 mínútur.

- b) Meðalbiðtími er vissulega sá sami í báðum kvikmyndahúsunum. Hins vegar er dreifingin mun meiri í Bíóhúsinu. Þar má gera ráð fyrir að biðtími sé frá 5 mínútum og allt upp í 14 mínútur. 14 mínútna biðtími er 180% lengri biðtími en 5 mínútur. Munur á stysta og lengsta biðtíma í Bíóborginni er hins vegar ekki nema 3 mínútur. 11,5 mínútna biðtími er 135% lengri biðtími en 8,3 mínútur.

- c) Margar mögulegar lausnir. Sumir vilja sem stystan biðtíma á meðan öðrum er sama þótt biðtíminn geti verið allt að 14 mínútum. Hafa jafnvel gaman af að horfa á auglýsingar.

34 Dæmi um svör.

- a) Já. Meðalbiðtími í hvoru kvikmyndahúsinu fyrir sig er 10 mínútur. Sé meðal biðtími kvikmyndahúsanna tveggja lagður saman og deilt með fjölda kvikmyndahúsa fæst að meðalbiðtími er 10 mínútur ($10 + \frac{10}{2} = 10$).
- b) Nei. Við höfum engar niðurstöður frá öðrum kvikmyndahúsum og því ekki rökrétt að áætla að sami biðtími sé á sýningum þeirra.
- c) Best væri að mæla biðtíma á sýningum á mismunandi dögum. Um helgar er yfirleitt meiri aðsókn í kvikmyndahús en á virkum dögum. Því er líklegt að fleiri auglýsingar séu sýndar á undan myndinni um helgar en á virkum dögum. Biðtími gæti því verið lengri að meðaltali á helgarsýningum kvikmyndahúsanna.
- d) Æskilegast væri að mæla biðtíma í sem flestum kvikmyndahúsum og þá kannski í meira en helmingi kvikmyndahúsa.

bls. 48

35 a) Fyrir myndrit A eru niðurstöður á talnabilinu 4–10.

Fyrir myndrit B eru niðurstöður á talnabilinu 3–10.

Fyrir myndrit C eru niðurstöður á talnabilinu 5–10.

Fyrir myndrit D eru niðurstöður á talnabilinu 5–10.

Samtals fyrir öll myndritin er dreifingin því 3–10.

- b) Fyrir myndrit A væru 95% þeirra niðurstaðna sem liggja næst miðju á talnabilinu 6–10.

Fyrir myndrit B væru 95% þeirra niðurstaðna sem liggja næst miðju á talnabilinu 5–9.

Fyrir myndrit C væru 95% þeirra niðurstaðna sem liggja næst miðju á talnabilinu 5–9.

Fyrir myndrit D væru 95% þeirra niðurstaðna sem liggja næst miðju á talnabilinu 5–10.

Ef allar tilraunirnar eru lagðar saman liggja 95% þeirra á bilinu 5–9.

8-tíu

36 Dæmi um svör.

a) Myndrit A og B:

Dreifing er nokkuð mikil.

Tíðasta gildið er 8.

Miðgildi er 8.

Meðaltal er 7,43.

Myndrit C og D:

Dreifing er nokkuð mikil.

Tíðasta gildið er 8.

Miðgildi er 8.

Meðaltal er 7,44.

b) Nei. Ekkert myndritanna A, B, C og D hefði getað svarað með 95% öryggismörkum á hvaða talnabili fjöldi svartra karamella myndi liggja. Hver tilraunanna gefur þó sterka vísbendingu um á hvaða bili niðurstöður liggja. Því niðurstaða í hverju og einu tilfalli er lík því sem kemur fram ef tilraunirnar eru lagðar saman og skoðað fyrir 200 tilraunir.

37 Margar mögulegar lausnir.

bls. 49

38 Margar mögulegar lausnir.

Jöfnur

bls. 51

- 1 Margar mögulegar lausnir. Prófið nokkrar af leiðunum sem sýndar eru á fyrstu síðunni í kaflanum og skoðið hvort ykkur finnst einhver þeirra auðveldari en hinar.
- 2 a) Það sem gerist er að þrjú peningar eru teknir í burtu báðum megin á voginni.
b) Draga 3 frá báðum megin jafnaðarmerkisins.

3 a) $x + 77 = 138$

$$x + 77 - \underline{77} = 138 - \underline{77}$$

$$x = 61$$

b) $x + 25,18 = 77$

$$x + 25,18 - \underline{25,18} = 77 - \underline{25,18}$$

$$x = 51,82$$

c) $x + \frac{1}{2} = 19$

$$x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 19 - \frac{1}{2}$$

$$x = 18\frac{1}{2}$$

bls. 52

- 4 Það þarf að bæta þremur við beggja vegna jafnaðarmerkisins:

$$x - 3 = 15$$

$$x - 3 + \underline{3} = 15 + \underline{3}$$

$$x = 18$$

5 a) $x - 21,78 = 14,12$

$$x - 21,78 + \underline{21,78} = 14,12 + \underline{21,78}$$

$$x = 35,9$$

b) $x - 1,25 = 7,75$

$$x - 1,25 + \underline{1,25} = 7,75 + \underline{1,25}$$

$$x = 9$$

c) $x - 688 = 127$

$$x - 688 + 688 = 127 + 688$$

$$x = 815$$

d) $x - 26,53 = 12,44$

$$x - 26,53 + 26,53 = 12,44 + 26,53$$

$$x = 38,97$$

e) $x - 7\frac{1}{2} = 13\frac{1}{2}$

$$x - 7\frac{1}{2} + 7\frac{1}{2} = 13\frac{1}{2} + 7\frac{1}{2}$$

$$x = 21$$

f) $x - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$

$$x - \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}$$

$$x = \frac{3}{5}$$

- 6 a) Það þarf að deila með 3 beggja vegna jafnaðarmerkisins.
b) Það þarf að margfalda með 6 beggja vegna jafnaðarmerkisins.

- 7 a) $x = 18$ c) $x = 12,5$
b) $x = 16$ d) $x = -9$

- 8 a) $x = 141$ c) $x = 125$
b) $x = 63$ d) $x = 2$

bls. 53

- 9 1. skref: Hér er upphaflega jafnan.
2. skref: Drögum fjóra frá beggja vegna jafnaðarmerkis.
3. skref: Jafnan eins og hún lítur út eftir 2. skref.
4. skref: Margföldum með þremur beggja vegna jafnaðarmerkis.
5. skref: Jafnan eins og hún lítur út eftir 4. skref.
6. skref: Bætum tveimur við beggja vegna jafnaðarmerkis.
7. skref: Jafnan eins og hún lítur út eftir 6. skref.
8. skref: Deilum með fjórum beggja vegna jafnaðarmerkis.
9. skref: Lausn jöfnunnar.

- 10 a) $x = 4$ c) $x = 3\frac{1}{4}$ e) $x = 5$ g) $x = 3$
b) $x = -17$ d) $x = 5$ f) $x = -5$ h) $x = 0,5$
i) $x = 5\frac{1}{2}$

bls. 54

- 11 Fyrri jafna: $96 - 3x = 66$. $x = 10$.
Seinni jafna: $96 - 3x = x + 16$. $x = 20$.
- 12 a) Jafnan $4x - 12 = 2x$ og þrautin vinstra megin parast saman.
Jafnan $12 - 4x = 2x$ og þrautin hægra megin parast saman.
b) Talan í þrautinni vinstra megin er 6.
Talan í þrautinni hægra megin er 2.
- 13 Þraut vinstra megin: $33 - 5x = 2x - 2$. $x = 5$.
Þraut vinstra megin: $33 - 5x = x - 3$. $x = 6$.
- 14 Pétur hugsaði sér töluna 13. Ef við skrifum upp jöfnu fyrir þraut Péturs lítur hún svona út: $6x - 52 = 2x$ og x er því jafnt og 13.

bls. 55

- 15 a) $25 - x = 10 + 2x$
 $25 = 10 + 3x$ (bæta x við báðum megin)
 $15 = 3x$ (draga 10 frá báðum megin)
 $5 = x$ (deila með 3 báðum megin)
- b) $4n - 15 = 5 - n$
 $5n - 15 = 5$ (bæta n við báðum megin)
 $5n = 20$ (bæta 15 við báðum megin)
 $n = 4$ (deila með 5 báðum megin)
- c) $11 - 2d = 35 - 4d$
 $11 + 2d = 35$ + 4d
 $2d = 24$ - 11
 $d = 12$: 2
- d) $6y - 20 = 100 - 2y$
 $8y - 20 = 100$ + 2y
 $8y = 120$ + 20
 $y = 15$: 8

- 16 a) $x = 11$ e) $k = 15$
b) $n = 31$ f) $y = 10$
c) $a = 40$ g) $k = 10$
d) $p = 6$ h) $x = 7$
- 17 Lýsa má þrautinni með jöfnunni $4300 - 4x = 7900 - 10x$.
Hver geisladiskur kostaði 600 krónur.

bls. 56

- 18 Lýsa má þrautinni með jöfnunni $12\,000 + x = 3(1000 + x)$.
Þau vinna sér inn 4500 krónur.
- 19 Lýsa má þrautinni með jöfnunni $13\,600 + x = 2(6200 + x)$.
Þeir fá 1200 króna launahækkun.
- 20 Lýsa má þrautinni með jöfnunni $4x - 70 = 3x + 70$.
Ein ferna kostar 140 krónur.
- 21 Lýsa má þrautinni með jöfnunni $2x - 3 = 5(x - 3)$.
 x er aldur Gríms núna
Grímur er 4 ára núna.
- 22 Lýsa má þrautinni með jöfnunni $2x - 12 = 3(x - 12)$.
 x er aldur Laufeyjar í dag
 $x = 24$
Fyrir 12 árum var Laufey 12 ára.
- 23 Lýsa má þrautinni með jöfnunni $x + 1,5x = 50$.
Tölurnar eru 20 og 30.
- 24 Jafnan liti svona út $5x + 1 = 3(x + 3)$.
Þær byrjuðu með töluna 4.
- 25 Jafnan liti svona út $5(x + 2) = 3x + 28$.
Þau hugsuðu sér töluna 9.

bls. 57

26 Leið Þorsteins:

$$2(x - 2) = 108$$

$$2x - 4 = 108 \text{ (margfalda inn í sviga)}$$

$$2x = 112 \text{ (bæta 4 við báðum megin)}$$

$$x = 56 \text{ (deila með 2 báðum megin)}$$

Önnur leið:

$$2(x - 2) = 108$$

$$x - 2 = 54 \text{ (deila með 2 báðum megin)}$$

$$x = 56 \text{ (bæta 2 við báðum megin)}$$

27 a) $3(x + 3) = 27$

$$3x + 9 = 27 \text{ (margfalda með 3 inn í svigann)}$$

$$3x = 18 \text{ (draga 9 frá báðum megin)}$$

$$x = 6 \text{ (deila með 3 báðum megin)}$$

b) $3(x + 3) = 27$

$$x + 3 = 9 \text{ (deila með 3 báðum megin)}$$

$$x = 6 \text{ (draga 3 frá báðum megin)}$$

c) Persónubundið hvor leiðin nemendum finnst betri. Leiðin sem sýnd er í b-lið er þó einu skrefi styttri og því kannski þægilegri að því leyti að hún sparar útreikninga.

28 a) $x = 14$ c) $n = -1$ e) $x = 1,25$ b) $x = 7$ d) $m = 2,5$ f) $k = 0,5$

29 Rétt lausn. Bent er á hvað Magnús gerði rangt.

$$3(4 - y) = 2y - 3$$

$$12 - 3y = 2y - 3 \text{ (margfalda inn í sviga með 3)}$$

Magnús margfaldar bara aðra töluna með þremur

$$15 - 3y = 2y \text{ (leggja 3 við báðum megin)}$$

Magnús leggur bara 3 við öðrum megin

$$15 = 5y \text{ (leggja 3y við báðum megin)}$$

$$5 = y \text{ (deila með 5 báðum megin)}$$

Rétt lausn er $x = 3$

bls. 58

30 a) $x = -7$

b) $x = 4\frac{1}{3}$

c) $y = -\frac{1}{2}$

d) $m = 36$

e) $k = 12$

f) $x = 28$

g) $a = 8$

h) $b = 2$

i) $x = -\frac{1}{2}$

j) $n = 2$

31 a) $x = 3$

b) $k = 7$

c) $n = -2$

d) $x = 5$

e) $x = 16$

f) $x = 5$

32 a) $x = 5$

b) $x = 3$

c) $x = 4$

d) $y = 13$

e) $x = 4$

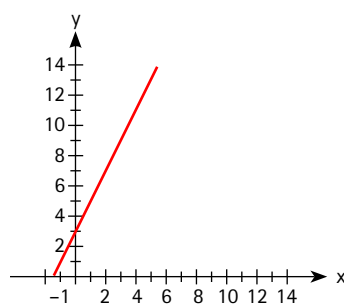
f) $x = 8$

bls. 59

33 a) $x = 1$

b) $x = 2$

c)



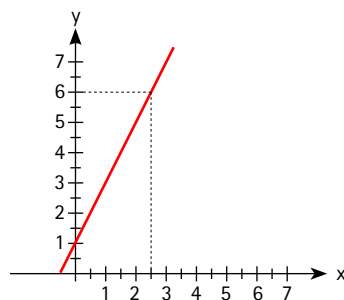
34 a) $x = 3$

b) $x = 0$

c) $x = 1,5$

d) $x = -1$

35 Ef y er 6 þá er gildi x 2,5.



36 a) $x = 2$

b) $x = 0$

c) $x = 4$

d) $x = -1$

37 a) $x = 2$

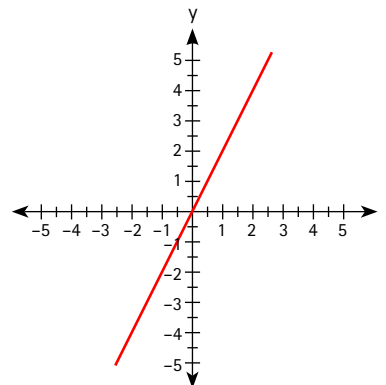
b) $x = 4$

c) $x = 1$

38

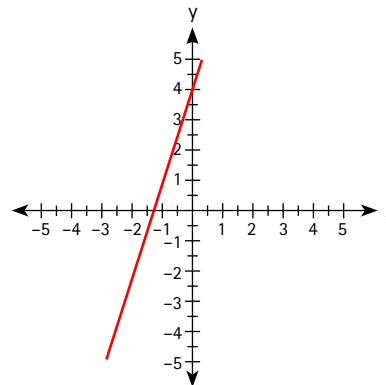
a) Dæmi um lausnir:

Ef y er 1 þá er $x = 0,5$ og
ef y er 4 þá er $x = 2$.



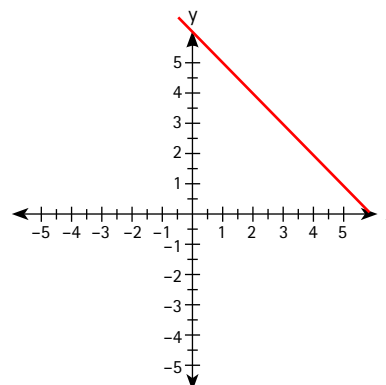
b) Dæmi um lausnir:

Ef y er 4 þá er $x = 0$ og
ef y er 1 þá er $x = -1$.



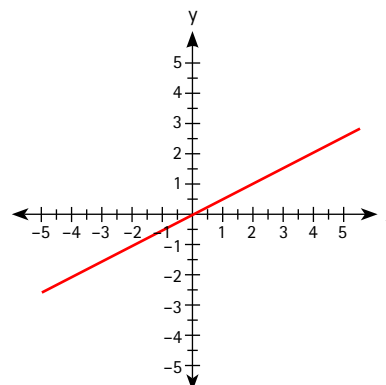
c) Dæmi um lausnir:

Ef y er 5 þá er $x = 1$ og
ef y er 3 þá er $x = 3$.



d) Dæmi um lausnir:

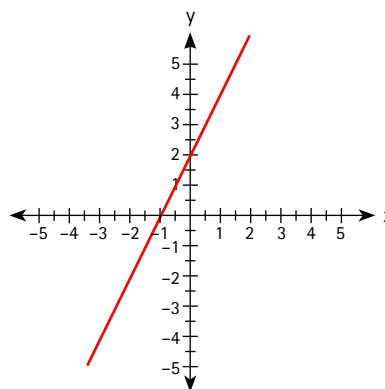
Ef y er 2 þá er $x = 4$ og
ef y er -2 þá er $x = -4$.



e) Dæmi um lausnir:

Ef y er 2 þá er $x = 0$ og

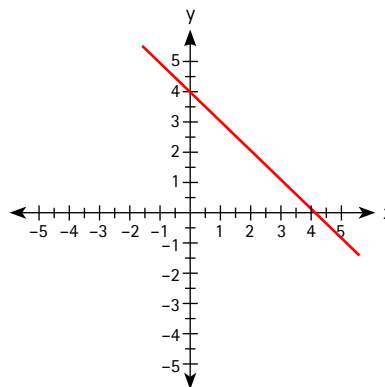
ef y er 5 þá er $x = 1,5$.



f) Dæmi um lausnir:

Ef y er 2 þá er $x = 2$ og

ef y er 4 þá er $x = 0$.



bls. 60

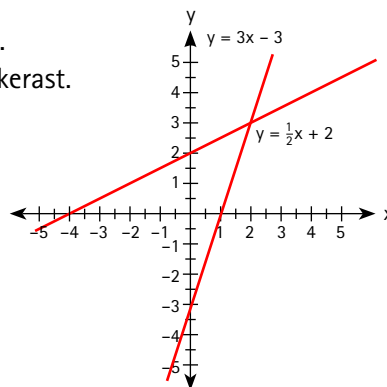
39 a) Línurnar skerast í punktinum $(-1,0)$. Gildi x þegar línurnar skerast er -1 .

b) Með því að lesa af grafinu hvaða gildi x hefur þegar línurnar skerast má finna lausn jöfnunnar.

40 a) Línurnar skerast í punktinum $(2,3)$.

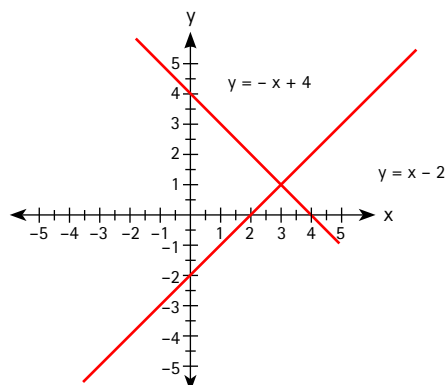
Gildið fyrir x er 2 þegar línurnar skerast.

b) Lausn jöfnunnar er $x = 2$.



41 a) Gröfin skerast í punktinum $(2,3)$

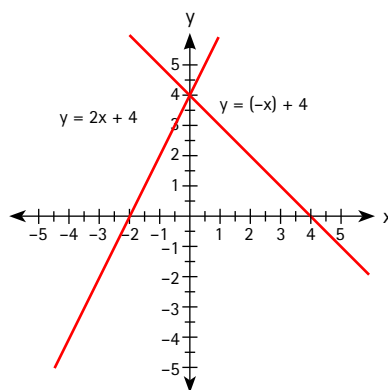
eða þegar $x = 2$.



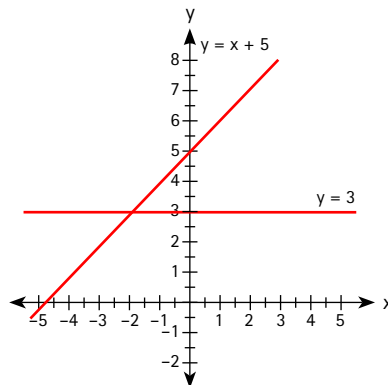
b) Gröfin skerast í punktinum $(3,1)$

eða þegar $x = 3$.

c) Gröfin skerast í punktinum (0,4) eða þegar $x = 0$.



d) Gröfin skerast í punktinum (-2,3) eða þegar $x = -2$.



bls. 61

42 a) Ef $x = -1$ þá er y -gildið 1.

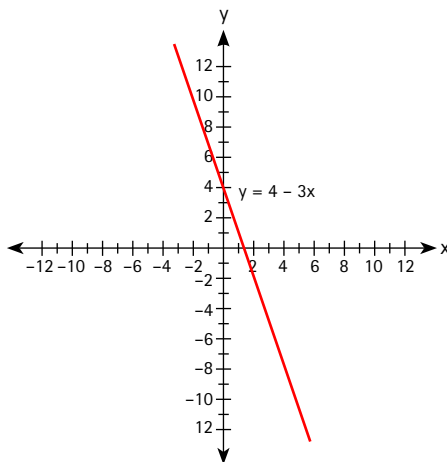
Ef $x = 0$ þá er y -gildið 3.

Ef $x = 1$ þá er y -gildið 5.

Ef $x = 2$ þá er y -gildið 7.

b) y hækkar um 2 ef x hækkar um 1.

43 a)



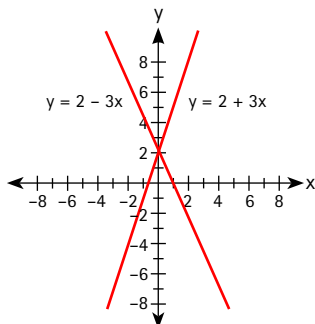
b)

x	y
-1	7
0	4
1	1
2	-2

c) Hallatala grafsins er 3 og skurðpunktur línunnar við y -ás er 4.

d) Ef x hækkar um 1 þá lækkar y um 3.

e) Lausnin er $x = -2$.



44 a)

- b) Hallatala línunnar $y = 2 + 3x$ er 3 og skurðpunktur við y -ás er 2.
Hallatala línunnar $y = 2 - 3x$ er -3 og skurðpunktur við y -ás er 2.
c) Gröfin skerast í punktinum $(0,2)$ eða þegar $x = 0$.

45 a) Rauða línan: Til dæmis $(-1,3)$, $(0,3)$, $(1,3)$, $(2,3)$, $(3,3)$.

Bláa línan: Til dæmis $(2,-2)$, $(2,-1)$, $(2,0)$, $(2,1)$, $(2,2)$.

b) $y = 3$

c) $x = 2$

d) Hallatala rauðu línunnar er 0 og skurðpunktur við y -ás er 3.

Hallatala bláu línunnar er óskilgreind, það er bláa línan hefur enga hallatölu.

Bláa línan hefur engan skurðpunkt við y -ás.

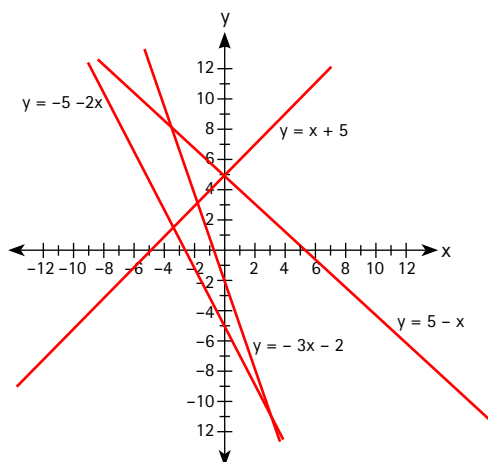
bls. 62

46 Jafna línunnar l er $y = 2$.

Jafna línunnar m er $y = -4$.

Jafna línunnar n er $x = 4$.

Jafna línunnar k er $x = -2$.



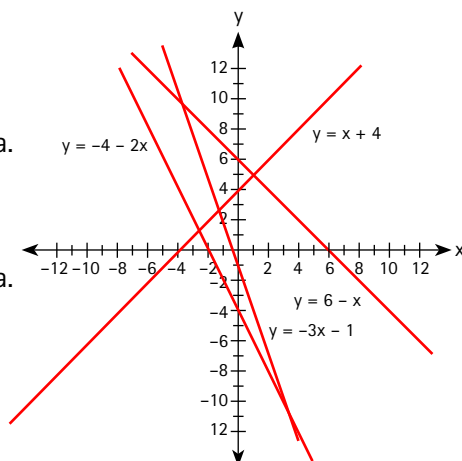
47 a)

b) Línurnar $y = -3x - 2$ og $y = -3x - 1$ eru samsíða.

Línurnar $y = 5 - x$ og $y = 6 - x$ eru samsíða.

Línurnar $y = x + 5$ og $y = x + 4$ eru samsíða.

Línurnar $y = -5 - 2x$ og $y = -4 - 2x$ eru samsíða.



48 Hallatala línunnar m er -1 og skurðpunktur við y -ás er $(3,0)$.

Jafna línunnar m er $y = -x + 3$.

Hallatala línunnar n er 1 og skurðpunktur við y -ás er $(2,0)$.

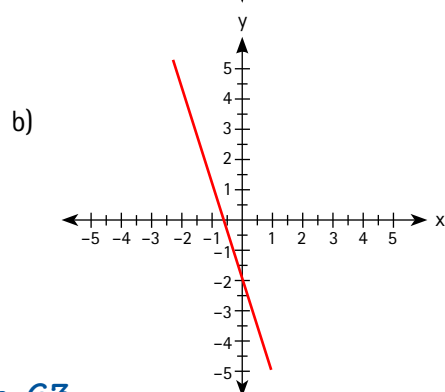
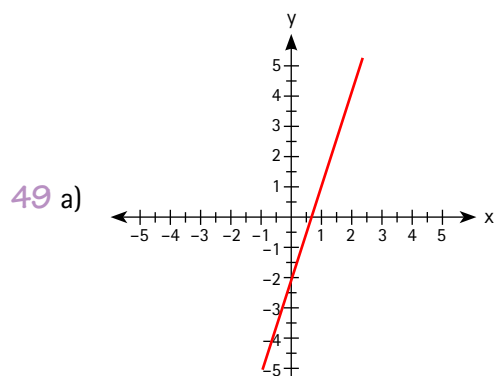
Jafna línunnar n er $y = x + 2$.

Hallatala línunnar k er 2 og skurðpunktur við y -ás er $(-3,0)$.

Jafna línunnar k er $y = 2x - 3$.

Hallatala línunnar p er -2 og skurðpunktur við y -ás er $(-1,0)$.

Jafna línunnar p er $y = -2x - 1$.



bls. 63

50 a) Skurðpunktur við y -ás er $(1,0)$.

b) Þegar $x = 0$ þá er $y = 1$.

Þegar $x = 1$ þá er $y = 2$.

Þegar $x = 2$ þá er $y = 5$.

Þegar $x = 3$ þá er $y = 10$.

Þegar $x = -1$ þá er $y = 2$.

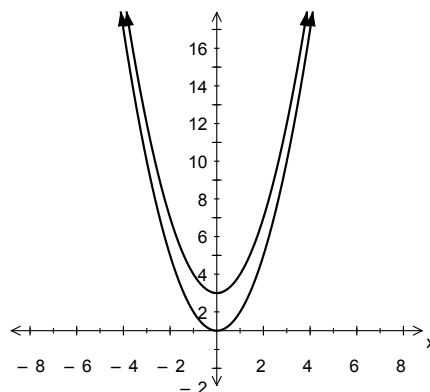
Þegar $x = -2$ þá er $y = 5$.

Þegar $x = -3$ þá er $y = 10$.

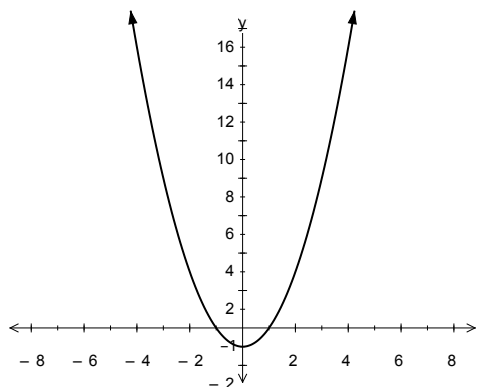
c) Þetta graf er frábrugðið þeim gröfum sem þú hefur verið að vinna með á ýmsan hátt það er t.d. ekki bein lína og það er samhverft um y -ás. Einnig er athyglisvert að tvö mismunandi x -gildi geta gefið sama y -gildi, t.d. verður y jafnt og 2 bæði þegar $x = 1$ og $x = -1$.

- 51 a) $x = 2$ og $x = -2$
 b) $x = 4$ og $x = -4$
 c) $x = 3$ og $x = -3$

- 52 Gröfin hafa svipaða lögun en
 grafið $y = x^2$ sker y -ás í punktinum $(0,0)$
 en grafið $y = x^2 + 2$ sker y -ásinn í punktinum $(0,2)$.



- 53 Grafið hefur svipaða lögun og
 gröfin í dæmi 50 og 52 en það
 sker y -ás í punktinum $(0,-1)$.



- 54 a) Þegar $x = 1$ þá er $y = 1$.
 Þegar $x = 2$ þá er $y = \frac{1}{2}$.
 Þegar $x = 3$ þá er $y = \frac{1}{3}$.
 Þegar $x = 4$ þá er $y = \frac{1}{4}$.
- b) Þegar $x = -1$ þá er $y = -1$.
 Þegar $x = -2$ þá er $y = -\frac{1}{2}$.
 Þegar $x = -3$ þá er $y = -\frac{1}{3}$.
 Þegar $x = -4$ þá er $y = -\frac{1}{4}$.
- c) Þegar $x = 0,6$ þá er $y = \frac{1}{0,6}$.
 Þegar $x = 0,4$ þá er $y = \frac{1}{0,4}$.
 Þegar $x = 0,2$ þá er $y = \frac{1}{0,2}$.
 Þegar $x = -0,2$ þá er $y = -\frac{1}{0,2}$.

- d) Ef x er 0 þá hefur jafnan enga lausn því ekki er hægt að deila með 0.

bls. 64

55 $6x + 3(x - 2) = 18 - 3x.$

$6x + 3x - 6 = 18 - 3x$ (margfaldað inn í sviga).

$9x - 6 = 18 - 3x$ (líkir liðir dregnir saman).

$12x - 6 = 18$ (bætum við $3x$ báðum megin).

$12x = 24$ (bætum við 6 báðum megin).

$x = 2$ (deilum með 12 báðum megin).

$6x + 3(x - 2) = 18 - 3x.$

$2x + x - 2 = 6 - x$ (deilt í alla liði með þremur).

$3x - 2 = 6 - x$ (líkir liðir dregnir saman).

$4x - 2 = 6$ (bætum við x báðum megin).

$4x = 8$ (bætum við 2 báðum megin).

$x = 2$ (deilum með 2 báðum megin).

Fáum sömu niðurstöðu, það er $x = 2$.

56 a) $x = 3\frac{2}{3}$

e) $x = 4$

b) $x = 3$

f) $n = 6$

c) $x = 1$

g) $x = 1$

d) $x = -\frac{1}{8}$

h) $x = 1\frac{2}{5}$

57 a) Leysum jöfnurnar saman.

$6(x - 2) = 3(x + 2).$

$6x - 12 = 3x + 6$

$3x = 18$

$x = 6$

Hliðarlengdir rétthyrningsins vinstra megin eru 6 og 4.

Hliðarlengdir rétthyrningsins hægra megin eru 3 og 8.

b) Flatarmál rétthyrninganna er 24.

58 Leysum jöfnurnar saman, $6x - 15 = 2x + 53.$

Þá fáum við út að $x = 17.$

Ólafía er 87 ára gömul. Tvíburarnir eru 17 ára.

59 Jöfnurnar gætu í raun verið að lýsa hverju sem er, svo sem aldri, verði, lengd, þyngd o.s.frv.

60 Jafnan er $3x + 1200 = x + 4000$.

Sé jafnan leyst fæst að $x = 1400$.

bls. 65

61 a) $10x - 6x = 12$

$4x = 12$ (drögum saman líka liði).

$x = 3$ (deilum með 4 báðum megin).

b) $2x + 12 = 5x$

$12 = 3x$ (drögum $2x$ frá báðum megin).

$4 = x$ (deilum með 3 báðum megin).

62 a) $x = 6$

c) $x = 0$

e) $n = 2$

g) $x = 3$

b) $x = 6$

d) $r = 2$

f) $a = 12$

h) $x = \frac{3}{4}$

63 a) Stæða getur staðið ein og sér án nokkurra annarra útskýringa. Jafna hins vegar inniheldur tvær stæður sem standa sitt hvorum megin við jafnaðarmerki og eru stæðurnar jafngildar.

Dæmi um jöfnu er til dæmis $x + 3 = 5$. Hér eru tvær stæður, $x + 3$ og 5 jafngildar.

Dæmi um stæðu væri til dæmis $x + 3$.

b) Til dæmis $2x + 3$ og $5 - 2x$.

c) Notum stæðurnar úr b-lið hér að ofan og leysum jöfnurnar saman.

$$2x + 3 = 5 - 2x$$

$$4x + 3 = 5$$

$$4x = 2$$

$$x = 0,5$$

Ef x hefur gildið $0,5$ þá eru stæðurnar jafngildar.

d) Engin ein lausn.

64 Lýsa má þrautinni með jöfnunni $\frac{2x}{5} - 6 = 4$ $x = 25$

Fjármál

bls. 66

- 1 Árni hefur fengið vexti af innistæðu sinni. Í þessu tilfalli hefur hann fengið 10% vexti af þeirri upphæð sem hann á í bankanum.
- 2 a) 2000 krónur.
b) Í lok ársins á Unnur 27000 krónur. 27000 kr. eru 108% af 25000 kr.
c) Til að finna út hve mikið Unnur lagði inn mætti deila með vaxtaþrósentu í innistæðu eftir eitt ár. Önnur leið er að reikna vaxtaupphæðina og finna hve stór hluti hún er af 25000 krónum.
- 3 a) Ívar gæti nýtt sér prósentujöfnuna og sett inn $p \cdot 20\,000 = 2000$. Þá þarf að deila með innistæðu fyrir breytingu í vaxtaupphæðina. Einnig má setja upphæðirnar sem gefnar eru upp beint í jöfnuna, þ.e. $p \cdot 20\,000 = 22\,000$. Þá kemur fram í svarinu að upphæðin er orðin 111% og því hafa vextirnir verið 11%.
b) Ívar fékk 11% ársvexti.

bls. 67

- 4 a) 10% b) 5% c) 12% d) 8%
- 5 Andri fékk 5% ársvexti. Sunna fékk 8% ársvexti. Alvin fékk 8% ársvexti. Blædis fékk 10% ársvexti.
- 6 a) 6000 krónur b) 7800 krónur c) 3000 krónur d) 3900 krónur
- 7 Á reikningi A eru ársvextirnir 6%. Á reikningi B eru ársvextirnir 11%. Á reikningi C eru ársvextirnir 15%. Á reikningi D eru ársvextirnir 3%.
- 8 a) Borðtölvan kostar 129900 krónur með afborgunum og hún kostar einnig 129900 krónur ef greitt er út í hönd.
Fartölvan kostar 169902 krónur ef greitt er með afborgunum en 169000 krónur ef greitt er út í hönd.
b) Ef greitt er af borðtölvunni í 15 mánuði eru greidd 6,67% af heildarupphæðinni á mánuði.
Ef greitt er af fartölvunni í 18 mánuði eru greidd 5,59% af heildarupphæðinni á mánuði.
c) Borðtölvan er 77% af verði fartölvunnar.
d) Fartölvan er 130% af verði borðtölvunnar.

- e) Þegar reiknuð er út prósentu er heildinni deilt í hlutann. Í c-lið er verð borðtölvunnar hlutinn og verð fartölvunnar er heildin. Í d-lið er þetta öfugt, það er að segja verð fartölvunnar er hlutinn og verð borðtölvunnar er heildin.

bls. 68

- 9 a) Ef Berglind leggur upphæðina inn á Almennan sparnaðarreikning fær hún 25 000 krónur í vexti.
Ef Berglind leggur upphæðina inn á Sparnaðarreikning fær hún 45 000 krónur í vexti.
Ef Berglind leggur upphæðina inn á Langtímareikning fær hún 60 000 krónur í vexti.
- b) (dæmi um svar). Ég nota prósentujöfnuna og þar sem ég er að leita að vöxtunum og veit vaxtaþrósentuna og upphæðina margfalda ég.
- c) Það fer eftir því hvaða gerð reiknings hún notar. Hagstæðast væri fyrir hana að nota Sparnaðarreikning og þá er inneignin orðin 545 000 krónur.
- d) Hún fengi 45 000 krónur í vexti af 500 000 krónum með 9% vöxtum.
- e) Það munar 35 000 krónum.
- 10 a) Í lok ársins á Jóhann 87 200 krónur á Sparnaðarreikningnum og 224 000 krónur á Langtímareikningnum.
- b) Ef reikningarnir standa óhreyfðir árið 2008 þá ætti Jóhann 95 048 krónur á Sparnaðarreikningnum og 250 880 krónur á Langtímareikningnum.
- c) Jóhann á þá eftir 5048 krónur á Sparnaðarreikningnum og 140 880 krónur á Langtímareikningnum.

bls. 69

- 11 Í svörum er miðað við að gengi evrunnar sé 89 krónur.
- a) Hún áætlað að ferðin kosti 147 755 krónur.
- b) Kostnaðurinn hækkar úr 147 755 krónum í 154 617 krónur. Það er 4,6% hækkun.
- c) Já það borgar sig fyrir hana að taka tilboðið. Verðið fyrir gistingu ef ekki er tekið tilboð er 362,25 evrur.
- d) Kostnaðurinn er nú 146 852 krónur.
- e) Um 71%.
- f) Gerum ráð fyrir að Birna tæmi Gæðareikninginn. Þá standa eftir 61 048 krónur á Sóknarreikningnum.
- g) Þá verða 0 krónur á Gæðareikningnum og 67 153 krónur á Sóknarreikningnum.

bls. 70

12 a) 21 600 krónur. b) 23 328 krónur. c) 25 194 krónur. d) 27 210 krónur.

13 64 603 krónur.

14 a) Tölurnar í töflunni eru námundaðar að næstu heilu tölu.

Upphaf	5% vextir	10% vextir
1 ár	$100\,000 \cdot 1,05 = 105\,000$	$100\,000 \cdot 1,1 = 110\,000$
2 ár	$105\,000 \cdot 1,05 = 110\,250$	$110\,000 \cdot 1,1 = 121\,000$
3 ár	$110\,250 \cdot 1,05 = 115\,763$	$121\,000 \cdot 1,1 = 133\,100$
4 ár	$115\,763 \cdot 1,05 = 121\,551$	$133\,100 \cdot 1,1 = 146\,410$
5 ár	$121\,551 \cdot 1,05 = 127\,629$	$146\,410 \cdot 1,1 = 161\,051$
6 ár	$127\,629 \cdot 1,05 = 134\,010$	$161\,051 \cdot 1,1 = 177\,156$
7 ár	$134\,010 \cdot 1,05 = 140\,711$	$177\,156 \cdot 1,1 = 194\,872$
8 ár	$140\,711 \cdot 1,05 = 147\,747$	$194\,872 \cdot 1,1 = 214\,359$
9 ár	$147\,747 \cdot 1,05 = 155\,134$	$214\,359 \cdot 1,1 = 235\,795$
10 ár	$155\,134 \cdot 1,05 = 162\,891$	$235\,795 \cdot 1,1 = 259\,374$

b) Ef ársvextir eru 10% safnast 61 051 króna á fimm árum.

c) Hækkunin er 61%.

d) Upphæðin er þá 8 ár að tvöfaldast.

e) Ef vextir eru 5% er upphæðin 15 ár að tvöfaldast.

15 a)

Upphaf	5% vextir	7,5% vextir	10% vextir
1 ár	$100\,000 \cdot 1,05 = 105\,000$	$100\,000 \cdot 1,075 = 107\,500$	$100\,000 \cdot 1,1 = 110\,000$
2 ár	$105\,000 \cdot 1,05 = 110\,250$	$100\,000 \cdot 1,075 = 115\,563$	$110\,000 \cdot 1,1 = 121\,000$
3 ár	$110\,250 \cdot 1,05 = 115\,763$	$115\,563 \cdot 1,075 = 124\,230$	$121\,000 \cdot 1,1 = 133\,100$
4 ár	$115\,763 \cdot 1,05 = 121\,551$	$124\,230 \cdot 1,075 = 133\,547$	$133\,100 \cdot 1,1 = 146\,410$
5 ár	$121\,551 \cdot 1,05 = 127\,628$	$133\,547 \cdot 1,075 = 143\,563$	$146\,410 \cdot 1,1 = 161\,051$
6 ár	$127\,628 \cdot 1,05 = 134\,010$	$143\,563 \cdot 1,075 = 154\,330$	$161\,051 \cdot 1,1 = 177\,156$
7 ár	$134\,010 \cdot 1,05 = 140\,710$	$154\,330 \cdot 1,075 = 165\,905$	$177\,156 \cdot 1,1 = 194\,872$
8 ár	$140\,710 \cdot 1,05 = 147\,746$	$165\,905 \cdot 1,075 = 178\,348$	$194\,872 \cdot 1,1 = 214\,359$
9 ár	$147\,746 \cdot 1,05 = 155\,133$	$178\,348 \cdot 1,075 = 191\,724$	$214\,359 \cdot 1,1 = 235\,795$
10 ár	$155\,133 \cdot 1,05 = 162\,889$	$191\,724 \cdot 1,075 = 206\,103$	$235\,795 \cdot 1,1 = 259\,374$

b) Nei, það myndi ekki gefa sömu niðurstöðu.

bls. 71

16 Tafla Hjalta.

Upphaf			
1 ár	$100\,000 \cdot 1,05$	$= 100\,000 \cdot 1,05^1$	105 000
2 ár	$105\,000 \cdot 1,05 \cdot 1,05$	$= 100\,000 \cdot 1,05^2$	110 250
3 ár	$110\,250 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05$	$= 100\,000 \cdot 1,05^3$	115 763
4 ár	$115\,763 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05$	$= 100\,000 \cdot 1,05^4$	121 551
5 ár	$121\,551 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05$	$= 100\,000 \cdot 1,05^5$	127 628
6 ár	$127\,628 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05$	$= 100\,000 \cdot 1,05^6$	134 010
7 ár	$134\,010 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05$	$= 100\,000 \cdot 1,05^7$	140 710
8 ár	$140\,710 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05$	$= 100\,000 \cdot 1,05^8$	147 746
9 ár	$147\,746 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05$	$= 100\,000 \cdot 1,05^9$	155 133
10 ár	$155\,133 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05$	$= 100\,000 \cdot 1,05^{10}$	162 889

Ef við berum saman töflurnar sjáum við að við fáum sömu niðurstöður með aðferð Hjalta.

17 Við vaxtaútreikninga eins og við höfum verið að glíma við má hefja prósentutölu-
na upp í veldi. Veldisvísirinn táknar þá hversu oft vextir eru reiknaðir. Ef reikna
á til að mynda vexti einu sinni á ári í fimm ár verður veldisvísirinn 5 (vextir eru
reiknaðir fimm sinnum). Ef reikna á vexti einu sinni á ári í átta ár verður veldis-
vísirinn 8 (vextir eru reiknaðir átta sinnum).

- 18 a) 417 725 krónur (námundað að næstu heilu krónu).
b) 672 750 krónur (námundað að næstu heilu krónu).
c) 1 083 471 króna (námundað að næstu heilu krónu).
d) Upphæðin hefur vaxið um 1083%.

bls. 72

- 19 a) 72 dagar eru 20% af árinu (má einnig skrifa sem 0,2).
b) Við gætum notað reikniregluna $\text{inneign} \cdot \text{prósenta} \cdot \text{tími} = \text{vextir}$ Þetta er í
rauninni sama reikniregla og er efst á blaðsíðu 72, nema hér höfum við bætt
tímanum við. Þar sem prósentan er miðuð við ár þarf að taka tillit þess ef um
styttri tíma en eitt ár er að ræða. Tími stendur fyrir hve stóran hluta úr árinu
vextirnir reiknast.
c) Notum reikniregluna $I \cdot P \cdot T = V$
 $10\,000 \cdot 0,07 \cdot \frac{72}{360} = 140$. Vextirnir eru því 140 krónur.

- 20 a) 280 krónur.
b) 2800 krónur.
c) 28 000 krónur.
d) 280 000 krónur.
e) Svör fara eftir því hvaða upphæð hefur verið valin.
- 21 100 dagar eru 27,777...% af árinu. Því má nota hvort sem er almenna brotið $\frac{100}{360}$ eða tugabrotið 0,278 þegar reikna á vexti fyrir 100 daga.
a) 7% ársvextir eru u.þ.b. 973 krónur. 14% ársvextir eru u.þ.b. 1946 krónur. 7% vextir gefa helmingi lægri vaxtaupphæð.
b) 4% ársvextir eru u.þ.b. 556 krónur. 12% ársvextir eru u.þ.b. 1668 krónur. 12% vextir gefa þrisvar sinnum þá upphæð sem 4% vextir gefa.
c) 10% ársvextir eru u.þ.b. 1390 krónur. 15% ársvextir eru u.þ.b. 2085 krónur. 15% vextir gefa 150% vexti miðað við 10% vexti.
- 22 a) 36 dagar eru $\frac{36}{360}$ eða $\frac{1}{10}$ úr bankaári, eða 10%.
b) 30 dagar eru $\frac{30}{360}$ eða $\frac{1}{12}$ úr bankaári, eða 8,333...%.
c) 120 dagar eru $\frac{120}{360}$ eða $\frac{1}{3}$ úr bankaári, eða 33,333...%.
d) 270 dagar eru $\frac{270}{360}$ eða $\frac{3}{4}$ úr bankaári, eða 75%.
- 23 $10000 \cdot 0,07 \cdot \frac{2}{12} = V$.
(Árið er 12 mánuðir og við eigum að reikna vexti fyrir 2 mánuði).
- 24 a) 2813 krónur. b) 4500 krónur. c) 5625 krónur. d) 1406 krónur.
- 25 a) 1800 krónur. c) 6000 krónur.
b) 3000 krónur. d) 7200 krónur.

bls. 73–78**26–35**

Hér er um hópverkefni að ræða þar sem þær forsendur sem nemendur gefa sér í upphafi geta verið breytilegar á milli hópa. Lausnir við verkefnunum geta því verið mjög mismunandi.

8-tíu

bls. 79

36 Allar fullyrðingarnar eru sannar.

- 37 a) Fullyrðingin er ósönn því 7% ársvextir af 50 000 krónum eru 3500 krónur.
b) Fullyrðingin er sönn því 12% ársvextir af 200 000 krónum eru 24 000 krónur.
c) Fullyrðingin er ósönn því ef upphæðin er 100 000 krónur og ársvextir eru 10%, þá er vaxtaupphæðin 10 000 krónur.
d) Fullyrðingin er sönn því 8% ársvextir af 200 000 krónum eru 16 000 krónur.
- 38 a) Nei það er ekki hægt að halda fund í tveimur félögum samtímis án þess að einhver þurfi að velja á hvorn fundinn hann fer.
b) Það eru 81 í steinafélaginu, 85 í dansfélaginu og 54 í kvæðamannafélaginu.
c) 55,6% íbúanna eru í þessum þremur félögum. Í þessum félögum eru 139 íbúar.

8-tíu

Hyrningar og hringir

bls. 80–81

1-1 Hópverkefni

Dæmi um hvernig tafla gæti litið út. Bæta má fleiri upplýsingum við töfluna.

	Fjöldi horna	Nafn	Horna-summa	Inn-hyrndur	Skilgreining	Flatarmál
A	4	Trapisa	360°	Nei	Tvær hliðar samsíða en hinar tvær ekki.	Flatarmál trapisu er fundið með því að leggja saman lengd samsíða hliða og deila með tveimur, síðan er sú útkoma margfölduð með hæðinni $F = \frac{a + b}{2} \cdot h$ $F = \frac{1,8 \text{ cm} + 2,3 \text{ cm}}{2} \cdot 1,1 = 2,26 \text{ cm}^2$
B	6	Sexhyrningur	720°	Nei		Skipta í rétthyrning og trapisu.
C	4	Samsíðungur	360°	Nei	Mótlægar hliðar samsíða.	Flatarmál samsíðungs er fundið með því að margfalda saman grunnlínu og hæð ($F = g \cdot h$). $F = 2,3 \text{ cm} \cdot 1,2 \text{ cm} = 2,76 \text{ cm}^2$
D	8	Átthyrningur	1080°	Nei		Skipta í rétthyrning og tvær trapisur.
E	8	Átthyrningur	1080°	Já		Skipta í þríhyrninga.
F	4	Tígull	360°	Nei	Allar hliðar jafn langar og mótlæg horn jafn stór.	Skipta í þríhyrninga.
G	6	Sexhyrningur	720°	Nei		Skipta í þríhyrninga og samsíðung.
H	5	Fimmhyrningur	540°	Nei	Reglulegur fimmhyrningur. Allar hliðar jafn langar og öll horn jafn stór.	Skipta í trapisu og þríhyrning.
I	3	Þríhyrningur	180°	Nei	Rétthyrndur þríhyrningur.	Flatarmál þríhyrnings er fundið með því að margfalda saman grunnlínu og hæð og deila útkomunni með tveimur $F = \frac{g \cdot h}{2}$ $F = \frac{1,4 \text{ cm} \cdot 3,5 \text{ cm}}{2} = 4,9 \text{ cm}^2$
J	4	Trapisa	360°	Nei	Tvær mótlægar hliðar samsíða en hinar tvær ekki.	$F = \frac{0,7 \text{ cm} + 3,2 \text{ cm}}{2} \cdot 1 = 1,95 \text{ cm}^2$
K	6	Sexhyrningur	720°	Nei		Skipta í trapisu og samsíðung.
L	8	Átthyrningur	1080°	Nei		Skipta í þríhyrninga.
M	4	Rétthyrningur	360°	Nei	Fjögur rétt horn.	Flatarmál rétthyrnings er fundið með því að margfalda saman grunnlínu og hæð ($F = g \cdot h$). $F = 1,2 \text{ cm} \cdot 2,4 \text{ cm} = 2,88 \text{ cm}^2$
N	5	Fimmhyrningur	540°	Nei		Skipta í þríhyrninga.
O	6	Sexhyrningur	720°	Já		Skipta í þríhyrninga.

Hornasumma

Hornasummu marghyrninga má finna með reiknireglunni $(n - 2) \cdot 180^\circ$, þar sem n táknar fjölda horna í marghyrningnum.

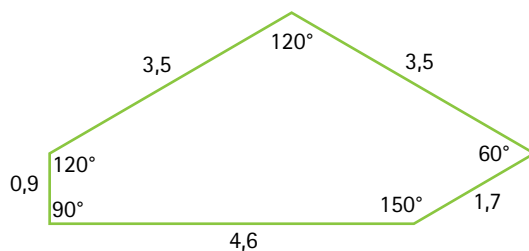
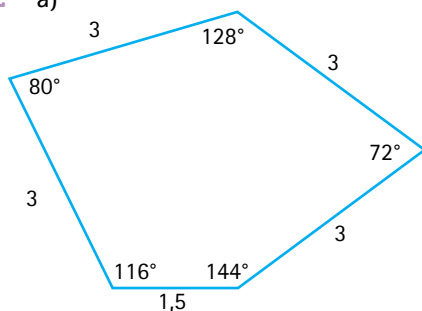
Ummál

Ummál marghyrnings er fundið með því að leggja saman hliðarlengdir hans.

Flatarmál marghyrninga má alltaf finna með því skipta þeim í þríhyrninga og/eða ferhyrninga svo sem eins og trapisu, samsíðung eða rétthyrning.

bls. 82

2 a)



b) Mynd til vinstri: Minnsta hornið er helmingi minna en stærsta hornið. Fjórar af hliðunum eru jafn langar.

Mynd til hægri: Tvö hornanna eru jafn stór. Minnsta hornið er helmingi minna en þau tvö sem eru af sömu stærð. Auk þess eru tvær hliðar jafn langar, það er 3,5 cm.

c) Þau horn sem liggja saman hafa summuna 360° .

bls. 83

3 a) $a = 22$ cm $b = 50$ cm. Ummál: 144 cm. Flatarmál: 1100 cm².

$a = 68$ cm $b = 4$ cm. Ummál: 144 cm. Flatarmál: 272 cm².

$a = 41$ cm $b = 31$ cm. Ummál: 144 cm. Flatarmál: 1271 cm².

b) Rétthyrningarnir hafa allir sama ummál. Flatarmál þeirra er hins vegar ekki það sama.

- 4 a) Hér er tafla með nokkrum rétthyrningum sem allir hafa ummálið 144 cm.

a	b	Ummál	a	b	Ummál
5 cm	67 cm	144 cm	20 cm	52 cm	144 cm
8 cm	64 cm	144 cm	23 cm	49 cm	144 cm
11 cm	61 cm	144 cm	26 cm	46 cm	144 cm
14 cm	58 cm	144 cm	29 cm	43 cm	144 cm
17 cm	55 cm	144 cm	32 cm	40 cm	144 cm

- b) Af þeim rétthyrningum sem sýndir eru í töflunni hefur rétthyrningurinn með hliðarlengdir 32 cm og 40 cm mesta flatarmálið, 1280 cm².
- c) Já. Til dæmis rétthyrningur með hliðarlengdir 34 cm og 38 cm. Ummál hans er 144 cm og flatarmál hans er 1292 cm².
- d) Stærsta mögulega flatarmálið fæst með ferningi (það er þegar allar hliðarnar eru jafn langar). Allar hliðarnar eru þá 36 cm að lengd. Ummál hans er 1296 cm².
- 5 a) Já. Hliðarlengdir í þeim rétthyrningi væru 20 cm og 5 cm.
- b) Ekki hægt með því að nota heilar tölur. (Hins vegar hægt ef nota má tugabrot en þau þurfa þá að hafa fjölmarga aukastafi.)
- c) Já. Hliðarlengdir í þeim rétthyrningi væru 1 cm og 100 cm.
- d) Ekki hægt með því að nota heilar tölur. (Hins vegar hægt ef nota má brot, til dæmis ef hliðarlengdir væru 0,5 cm og 200 cm.)
- 6 a) Já. Hugsum okkur að rétthyrningur hafi hliðarlengdirnar 1000 m og 0,001 m. Flatarmál rétthyrningsins er 1 m² og ummál hans er 2000,002 m.
- b) Nei, það eru engin mörk á því hve stórt ummál rétthyrnings með flatarmálið 1 m² getur verið. Taflan hér getur hjálpað ykkur að skilja hvers vegna (ath. að ummál er námundað að næstu heilu tölu).

Hliðarlengd a	Hliðarlengd b	Flatarmál	Ummál
1	1	1	4
0,1	10	1	20
0,01	100	1	200
0,001	1000	1	2000
0,0001	10 000	1	20 000
0,00001	100 000	1	200 000
0,000001	1 000 000	1	2 000 000
0,0000001	10 000 000	1	20 000 000
0,00000001	100 000 000	1	200 000 000

Mynstrið sem birtist í þessari töflu getur haldið áfram út í hið óendanlega. Ef núllum aftan við kommu í hliðarlengd a er fjölgað um eitt og þess gætt að einnig sé bætt við einu núlli í hliðarlengd b verður flatarmálið alltaf 1 m² en ummálið verður sífellt meira. Svona væri hægt að halda áfram endalaust svo það eru engin takmörk á því hve stórt ummál rétthyrnings með flatarmálið 1 m² getur verið.

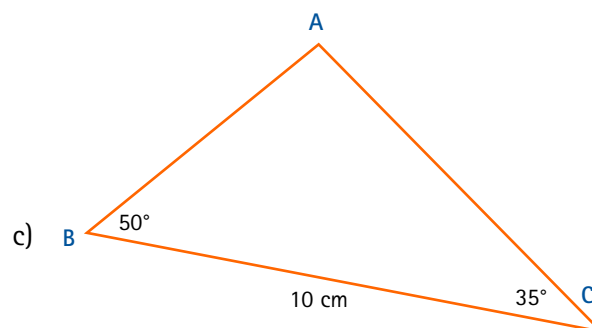
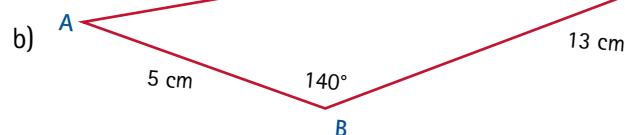
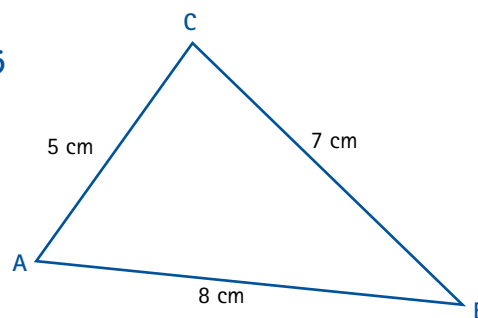
- 7 a) Þríhyrningarnir hafa allir flatarmálið 5 cm^2 .
 b) Hliðarlengdir langhliðanna í hverjum þríhyrningi fyrir sig eru lengri en hæðin. Af því má sjá að ummál A hlýtur að vera meira en 21 cm, ummál B meira en 200,1 cm og ummál C meira en 2000,01 cm.
 c) Nei, það eru engin mörk á því hve stórt ummál þríhyrnings með flatarmálið 5 m^2 getur verið. Nota má sömu röksemdafærslu og í dæmi 6.

bls. 84

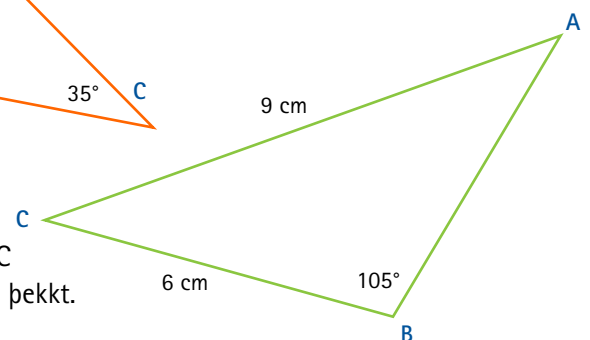
- 8 a) Í þríhyrningum númer 1 og 2.
 b) Í þríhyrningum númer 3, 4, 5, 6 og 8.
 c) Ekki er hægt að teikna þríhyrninga út frá upplýsingum í númer 7 og 9. Summa hornanna tveggja sem gefin eru upp í 7 er meira en 180° . Summa hornanna þriggja sem gefin eru upp í 9 er minni en 180° .

bls. 85

- 9 a)



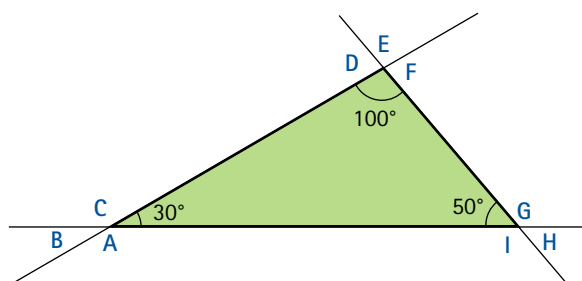
- d) Margar lausnir því stærð hornsins C sem liggur á milli BC og AC er ekki þekkt. Dæmi um lausn.



10

Gerðir þríhyrninga	Hvasshyrdir þríhyrningar	Réttthyrndir þríhyrningar	Gleiðhyrdir þríhyrningar
Þrjár mismilangar hliðar			
Jafnarma þríhyrningar			
Jafnhliða þríhyrningar		Ekki hægt	Ekki hægt

11



Nýtum okkur að bein lína er 180° .

A og 30° horn þríhyrningsins mynda saman 180° horn, þá er $A = 150^\circ$.

A og B mynda saman 180° horn. A er 150° og því er $B = 30^\circ$.

B og C mynda saman 180° horn. B er 30° og því er $C = 150^\circ$.

D og 100° horn þríhyrningsins mynda saman 180° horn. D er því 80° .

D og E mynda saman 180° horn. D er 80° og því er $E = 100^\circ$.

E og F mynda saman 180° horn. E er 100° og því er $F = 80^\circ$.

G og 50° horn þríhyrningsins mynda saman 180° horn. G er því 130° .

G og H mynda saman 180° horn. G er 130° og því er $H = 50^\circ$.

H og I mynda saman 180° horn. H er 50° og því er $I = 130^\circ$.

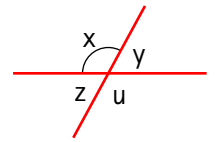
bls. 86

- 12 a) Hornin u og v eru topphorn. Hornin u og y eru grannhorn.
Hornin y og v eru grannhorn. Hornin x og v eru grannhorn.
- b) Samanlögð stærð grannhorna er 180° .
- c) Topphorn eru jafn stór.
- d) Hornið v er 125° , hornið y er 55° og hornið u er 125° .

13 Margar mögulegar lausnir.

bls. 87

- 14 Hornið u er 110° (x og u eru topphorn og því jafn stór).
 Hornið y er 70° (x og y eru grannhorn og því samanlagt 180°).
 Hornið z er 70° (x og z eru grannhorn og því samanlagt 180°).



- 15 Hornið x er 103° (x og 77° hornið eru grannhorn).
 Hornið y er 38° (hornasumma þríhyrnings er 180° $180^\circ - 39^\circ - 103^\circ = 38^\circ$).
 Hornið v er 52° (v og 52° hornið eru topphorn).
 Hornið u er 48° (hornasumma þríhyrnings er 180° $180^\circ - 80^\circ - 52^\circ = 48^\circ$).

16 Engin ein rétt lausn.

17 Engin ein rétt lausn.

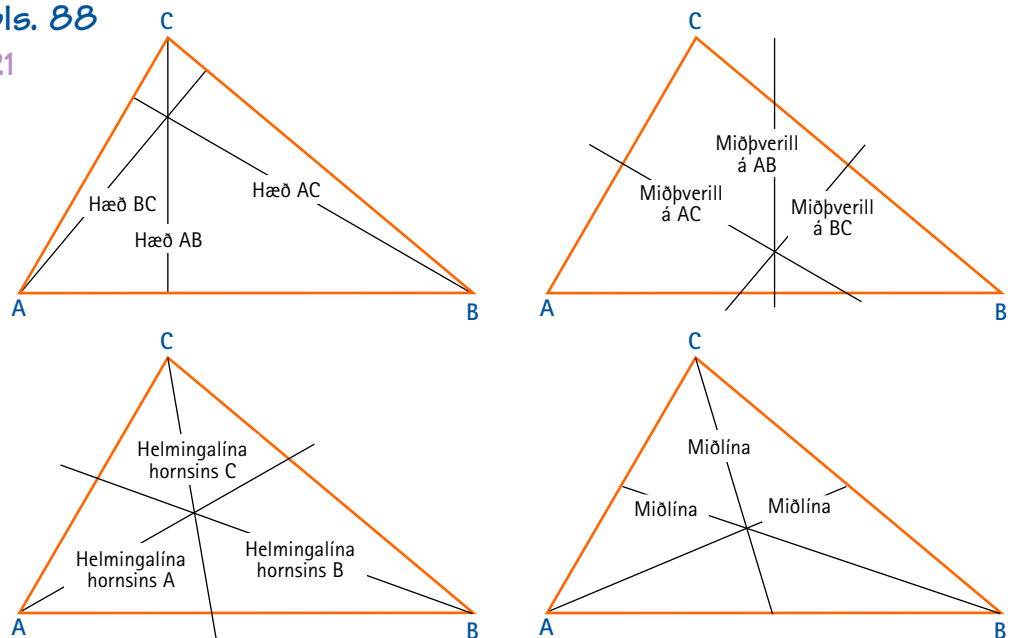
18 Engin ein rétt lausn.

19 Engin ein rétt lausn.

20 Engin ein rétt lausn.

bls. 88

21



Miðja umritaðs hrings er í þeim punkti þar sem miðþverlarnir skerast.

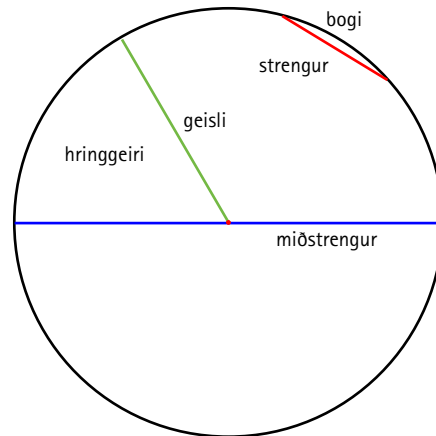
Miðja innritaðs hrings er í þeim punkti þar sem hellingalínur hornanna skerast.

Þyngdarpunktur hrings er í þeim punkti þar sem miðlínurnar skerast.

Í jafnhliða þríhyrningi kemur í ljós að punkturinn sem hæðirnar skerast í, punkturinn sem hellingalínurnar skerast í, punkturinn sem miðþverlarnir skerast í og punkturinn sem miðlínurnar skerast í er allt einn og sami punkturinn.

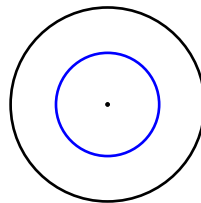
bls. 89

22 Myndin er ekki í réttri stærð.

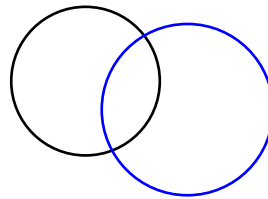


bls. 91

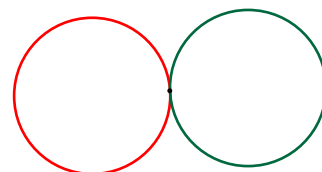
23 a) Dæmi um lausn.



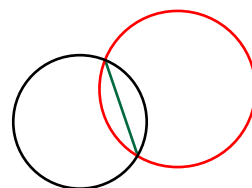
b) Dæmi um lausn.



c) Dæmi um lausn.

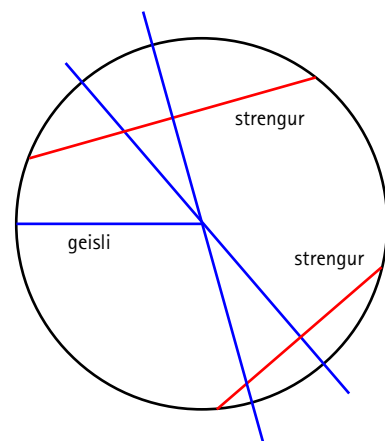


d) Dæmi um lausn.



24 Miðþverlarnir skerast í miðju hringinsins.

25 Engin ein rétt lausn.



bls. 92

26 Myndunum tveimur er í raun búið að skipta í fjóra jafn stóra ferninga. Hliðarlengdir þessara ferninga eru r . Flatarmál hvers fernings er því r^2 .

Á mynd A er fundið flatarmál fyrir hvern þessara fjögurra ferninga, $4 \cdot r^2$. Þá sést að hluti af flatarmálinu sem mælt er lendir utan hringins og því er flatarmál hringins minna en $4 \cdot r^2$.

Á mynd B er fundinn helmingur af flatarmáli hvers fernings, $\frac{1}{2} \cdot (4 \cdot r^2)$. Það má einnig rita sem $2 \cdot r^2$. Þá sést að það flatarmál sem mælt var þekur ekki allan hringinn og því er flatarmál hringins meira en $2 \cdot r^2$.

27 a) Ef notað er gildið 3,14 verður niðurstaðan 50,24 cm².

Ef notaður er π -takkinn verður niðurstaðan 50,26548240 cm²
($\pi = 3,14159265$).

b) Niðurstöður þar sem π -takkinn var notaður skráðar með einum aukastaf: 50,3 cm².

Niðurstöður þar sem π -takkinn var notaður skráðar með tveimur aukastöfum: 50,27 cm².

Þessi munur er mjög lítill en ef nota á niðurstöðurnar til frekari útreikninga gæti hann valdið skekkju í niðurstöum. Það fer þó allt eftir samhengi hversu nákvæmar niðurstöður þurfa að vera.

c) Ef geislinn er 400 cm og notað er gildið 3,14 verður svarið 502 400 cm².

Ef geislinn er 400 cm og notaður er π -takkinn ($\pi = 3,14159265$) verður niðurstaðan 502 655 cm² ef námundað er að heilli tölu. Hér munar 255 cm² sem gæti skipt máli.

Ef geislinn er 40 000 cm og notað er gildið 3,14 verður niðurstaðan 5 024 000 000 cm².

Ef geislinn er 40 000 cm og notaður er π -takkinn ($\pi = 3,14159265$) verður niðurstaðan

5 026 548 240. cm². Hér munar 2 548 249 cm² ($\pi = 3,14159265$) eða um 254 m² sem er farið að skipta verulegu máli.

28 a) 113,0 cm² ($\pi = 3,14$. Svar er námundað að einum aukastaf.)

b) 113 097 335,4 cm² ($\pi = 3,14159265$. Svar er námundað að einum aukastaf.)

c) 18,1 cm² ($\pi = 3,14$. Svar er námundað að einum aukastaf.)

d) 2,5 cm² ($\pi = 3,14$. Svar er námundað að einum aukastaf.)

e) 41 526,5 cm² ($\pi = 3,14$. Svar er námundað að einum aukastaf.)

29 Ef við vitum ekki geisla hringins en vitum þvermálið þá má finna geislann með því að deila með tveimur í þvermál hringins. Þá getum við auðveldlega reiknað út flatarmálið með reiknireglunni $F = \pi \cdot r^2$.

- 30 a) $379,9 \text{ cm}^2$ ($\pi = 3,14$. Svar er námundað að einum aukastaf.)
b) $7,1 \text{ cm}^2$. ($\pi = 3,14$. Svar er námundað að einum aukastaf.)
c) $226,9 \text{ cm}^2$. ($\pi = 3,14$. Svar er námundað að einum aukastaf.)
d) $22,9 \text{ cm}^2$. ($\pi = 3,14$. Svar er námundað að einum aukastaf.)
e) $5278,3 \text{ cm}^2$. ($\pi = 3,14$. Svar er námundað að einum aukastaf.)

bls. 93

- 31 a) Ef við vitum þvermálið má finna ummálið með því að margfalda saman þvermál og π ($U = P \cdot \pi$).
b) Ef við vitum geislann má finna ummálið með því að margfalda saman tvöfaldan geislann og π ($U = 2 \cdot r \cdot \pi$).
c) Ef við vitum ummálið má finna þvermálið með því að deila með π í ummálið
 $P = \frac{U}{\pi}$.

- 32 Flatarmálið er $22,9 \text{ cm}^2$. ($\pi = 3,14$)

Ummálið er $17,0 \text{ cm}$.

- 33 Flatarmálið er $47,8 \text{ cm}^2$. ($\pi = 3,14$)

Ummálið er $24,5 \text{ cm}$.

- 34 ($\pi = 3,14$. Svör eru námunduð að einum aukastaf.)

a) Flatarmál bláa flatarins er $4,0 \text{ cm}^2$. (Finnum flatarmál hringa með geisla sem er $1,8 \text{ cm}$ og drögum frá þeirri niðurstöðu flatarmál hringa með geisla sem er $1,4 \text{ cm}$.)

b) Ummál bláa hringa er $11,3 \text{ cm}$.

Ummál hvíta hringa er $8,8 \text{ cm}$.

Það munar $2,5 \text{ cm}$ á ummáli hringanna.

- 35 ($\pi = 3,14$. Svör eru námunduð að einum aukastaf.)

Flatarmál ljósa flatarins er $8,8 \text{ cm}^2$.

Flatarmál dökka flatarins er $7,1 \text{ cm}^2$.

- 36 ($\pi = 3,14$. Svör eru námunduð að einum aukastaf.)

Flatarmál lendingarpallsins er $63,6 \text{ m}^2$.

Hvíta röndin er $5,6 \text{ m}^2$.

37 ($\pi = 3,14$. Svör eru námunduð að einum aukastaf.)

Stærð A4-blaðs er $21 \times 29,7$ cm.

Geisli hringsins er 10,5 cm.

Flatarmál hringsins er $346,2$ cm².

Ummál hringsins er 65,9 cm.

Það svæði sem gengur af er $277,5$ cm².

bls. 94

38 ($\pi = 3,14$. Svör eru námunduð að einum aukastaf.)

Flatarmál arkarinnar er 54 cm².

Flatarmál hvers hrings er $7,1$ cm².

Það svæði sem gengur af er $11,4$ cm².

39 $\pi \cdot r^2 = 12$ $r^2 = \frac{12}{3},14 = 38$ $r = \sqrt{38} \approx 1,95$.

Geisli hringsins er 1,95 cm (námundað að tveimur aukastöfum).

40 ($\pi = 3,14$)

a) 2,8 cm b) 3,6 cm c) 1 cm d) 6,2cm e) 0,7 cm

41 ($\pi = 3,14$)

Hringir			
Geisli	Þvermál	Ummál	Flatarmál
10,2 cm	20,4 cm	64,1 cm	326,7 cm ²
22,9 cm	45,8 cm	143,8 cm	1646,6 cm ²
12,45 cm	24,9 cm	78,2 cm	486,7 cm ²
3,78 cm	7,56 cm	23,8 cm	44,8 cm ²

42 ($\pi = 3,14$)

a) Ummál ystu brautarinnar er 388,4 m. (Ummál hrings sem er 60 metrar að þvermáli lagt við lengd beinu hlutanna.)

Ummál innstu brautarinnar er 262,8 m. (Ummál hrings sem er 20 metrar að þvermáli lagt við lengd beinu hlutanna.)

Steinunn hleypur 125,6 metrum lengra en Hákon.

b) Flatarmál brautarinnar er 6512 m².

43 Flatarmál formsins er $53,7$ cm². (Finnum $\frac{3}{4}$ hluta flatarmáls hringsins, það má gera með því að margfalda flatarmál hans með 0,75. Bætum svo flatarmáli fernings með hliðarlengdir 4 cm við þá niðurstöðu.)

44 ($\pi = 3,14$)

Á mynd til vinstri er græna svæðið $6,4\text{cm}^2$.

Á mynd til hægri er græna svæðið $9,6\text{cm}^2$.

bls. 95

45 a) Hornið er $\frac{1}{6}$ úr hring.

b) Ummál hringsins er $31,4\text{ cm}$.

c) Boginn er $5,2\text{ cm}$.

d) Flatarmál hringsins er $78,5\text{ cm}^2$.

e) Flatarmál hringgeirans er $13,09\text{ cm}^2$.

46 ($\pi = 3,14$)

Hringur X:

108° eru um það bil 30% af hring (360°).

Lengd bogans er $11,3\text{ cm}$.

Flatarmál hringgeirans $33,9\text{ cm}^2$.

Hringur Y:

80° eru um það bil 22% af hring (360°).

Lengd bogans er $8,3\text{ cm}$.

Flatarmál hringgeirans $24,9\text{ cm}^2$.

47 Myndin er til útskýringar.

Myndir nemenda geta verið frábrugðnar.

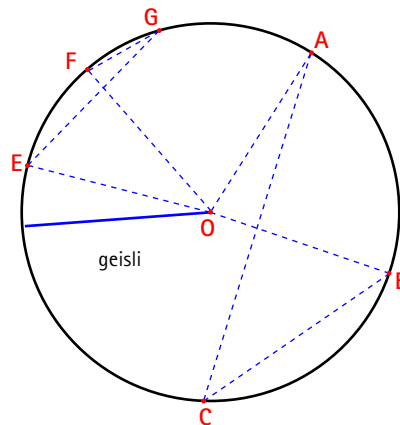
a) Hornið AOB er 77° .

Hornið ACB er $38,5^\circ$, eða helmingi minna.

b) Sjá mynd.

c) Hornið EOF er 34° . Hornið EGF er 17°

eða helmingi minna.



48 Ummál hringsins er 50 cm (námundað að heilli tölu). Þá fæst að:

a) 40 cm bogi myndar 288° horn.

b) 10 cm bogi myndar 72° horn.

c) 8 cm bogi myndar um það bil 58° horn.

(Ath – villa í 1. prentun bókarinnar, þarna á að standa 8 cm en ekki 80 cm)

d) 15 cm bogi myndar 108° horn.

(Ath – villa í 1. prentun bókarinnar, þarna á að standa 15 cm en ekki 150 cm)

e) 25 cm bogi myndar 180° horn.

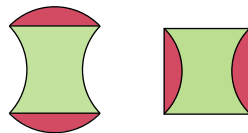
bls. 96

49 Í þessu verkefni er best að byrja á að skipta marghyrningunum niður í smærri einingar þríhyrninga. Marghyrningnum til vinstri má skipta niður í fimm þríhyrninga og þeim hægra megin má skipta niður í fjóra þríhyrninga.

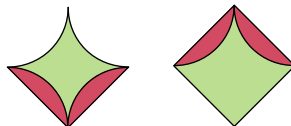
Hornasumma þríhyrninga er 180° . Hornasumma marghyrninganna er því fjöldi þríhyrninga sem myndast sinnum 180° .

Flatarmál þríhyrninga má finna með reiknireglunni $\frac{g \cdot h}{2}$. Með henni má finna flatarmál hvers þríhyrnings fyrir sig og leggja svo saman flatarmálið til að fá flatarmál marghyrningsins.

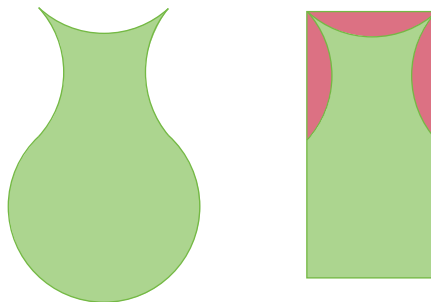
50 a)



b)



c)



d)



Þrautir

bls. 97

- 1 Hér eru tvær lausnir.
Lausn A: 1 kg – rautt.
2 kg – gult.
3 kg – blágrænt.
4 kg – fjólublátt.
5 kg – blátt.

Lausn B: 1 kg – blágrænt.
2 kg – fjólublátt.
3 kg – blátt.
4 kg – rautt.
5 kg – gult.

- 2 A – 3
B – 5
C – 6
D – 1
E – 8
F – 2
G – 4
H – 7

Tími

bls. 98

- 1 Margar mögulegar lausnir. En gott er að fram komi klukkustundir, mínútur, sekúndur og sekúndubrot.
- 2 Margar mögulegar lausnir.

bls. 99

- 3 a) 60 mínútur. b) 1440 mínútur. c) 0,01666... mínútur eða $\frac{1}{60}$ mínútur.
- 4 a) 60 sekúndur. b) 3600 sekúndur. c) 86 400 sekúndur.
- 5 a) 100 hundraðshlutar.
b) 6000 hundraðshlutar.
c) 360 000 hundraðshlutar.
d) 8 640 000 hundraðshlutar.
- 6 a) Hér er tíminn mældur í mínútum, sekúndum og hundraðshlutum úr sekúndu.
b) Það munar 1:42,73 (1 mínútu, 42 sekúndum og 73 hundraðshlutum úr sekúndu).
- 7 a) 19:45,87 b) 14:51,60 c) 61:50,75 d) 52:14,33
- 8 Setja þarf tímaásinn fram þannig að lesa megi á milli tímatalskerfa. Ef miðað er við tíu klukkustundir í sólarhring þá er klukkan 5 á hádegis.

bls. 100

- 9 a)

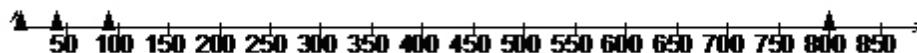
Áfangastaður	Flugtími	Vegalengd	km/mín	km/klst
Stokkhólmur	175 mín	2460 km	14,1	843,4
Oslo	150 mín	2040 km	13,6	816
Paris	200 mín	2750 km	13,75	825
Orlando	320 mín	5430 km	17	1018
Minneapolis	465 mín	6530 km	14	842,6
Helsinki	205 mín	2810 km	13,7	822,4
Frankfurt	205 mín	2760 km	13,5	807,8

- b) (Dæmi um svar) Það sem hefur áhrif á flugtímann eru til að mynda flugvélnar. Þær eru misjafnlega hraðskreiðar eftir því af hvaða tegund þær eru. Einnig hafa vindar áhrif á flugtíma. Önnur flugumferð getur einnig haft áhrif á flugtíma.
- 10 a) Áætlaður landingartími í Minneapolis er klukkan 22:10 miðað við íslenskan tíma. Áætlaður landingartími í Orlando er klukkan 1:10 (næsta dag) miðað við íslenskan tíma.
Áætlaður landingartími í Osló er klukkan 10:05 miðað við íslenskan tíma.
- b) Klukkan í Minneapolis er 6 klukkustundum á eftir.
Klukkan í Orlando er 6 klukkustundum á eftir.
Klukkan í Osló er 2 klukkustundum á undan.
- 11 a) 90 km b) 22,5 km c) 60 km d) 165 km
- 12 a) 10 m b) 150 m c) 280 m d) 600 m
- 13 a) Hraðinn er 20 m/sek. c) Hraðinn er $8\frac{1}{3}$ m/sek.
b) Hraðinn er 6,25 m/sek. d) Hraðinn er mestur í a-lið.

bls. 101

- 14 a) 45 km = 45000 m.
b) 1 klst = 3600 sek.
c) Það má deila í 45000 með 3600 til að finna út hve marga metra bíllinn ekur á sekúndu.
d) 12,5 m/sek.
e) Bíllinn er á meiri hraða.
- 15 a) Hjól: 11 m/sek = 39,6 km/klst.
Flóðhestur: 40 km/klst = 11,111 ... m/sek.
Flóðhesturinn er á meiri hraða.
- b) Veðhlaupahestur: 18 m/sek = 64,8 km/klst.
Hlaupari: 15 km/klst = 4,1666 ... m/sek.
Veðhlaupahesturinn er á meiri hraða.
- c) Bíll: 90 km/klst = 25 m/sek.
Antilópa: 15,5 m/sek = 55,8 km/klst.
Bíllinn er á meiri hraða.

- 16 Hraði gervihnattarins er 27 129,6 km/klst.
- 17 Hér er hugmynd að lausn. Ásinn sýnir hraða í km/klst. Punkturinn lengst til vinstri er gönguhraði (5 km/klst.), svo kemur hraði á reiðhjóli (40 km/klst.), því næst hraði á bíl (90 km/klst.) og loks hraði á flugvél (800 km/klst.)



bls. 102

- 18 a) 50 km/klst.: 4,38 klst. (4 klst. og 23 mín.)
70 km/klst.: 3,13 klst. (3 klst. og 8 mín.)
90 km/klst.: 2,43 klst. (2 klst. og 26 mín.)
b) 50 km/klst.: 8,44 klst. (8 klst. og 26 mín.)
70 km/klst.: 6,03 klst. (6 klst. og 2 mín.)
90 km/klst.: 4,69 klst. (4 klst. og 41 mín.)
c) 50 km/klst.: 13,88 klst. (13 klst. og 53 mín.)
70 km/klst.: 9,91 klst. (9 klst. og 55 mín.)
90 km/klst.: 7,71 klst. (7 klst. og 43 mín.)
d) Nei, það munar ekki jafnmiklu á tíma.
- 19 a) Þau eru samtals 5,58 klst. eða 5 klukkustundir og 35 mínútur. Þau þurfa því að leggja af stað í síðasta lagi klukkan 15:25. En þau þurfa sjálfsagt að gera ráð fyrir töfum og tíma til að stilla upp fyrir tónleikana svo það er ansi seint.
b) Meðalhraði þeirra er 72 km/klst.
c) Ef meðalhraði þeirra hefði verið 82 km/klst. hefðu þau verið 4,87 klst. eða 4 klukkustundir og 52 mínútur á leiðinni.
- 20 a) Meðalhraði er 76,4 km/klst.
b) Meðalhraði er 66,9 km/klst.
c) Meðalhraði er 63,5 km/klst.
d) Meðalhraði er 76,7 km/klst.

bls. 103

- 21 a) 17,5 sinnum hraðar.
b) Það munar 1550 m/sek.
c) 5200 m/sek = 18 720 km/klst.
d) 0,043 sek.
e) 0,05 sek.

- 22 Kafarinn heyrir hljóðið eftir 0,0053 sek.
Konan heyrir hljóðið eftir 0,0058 sek.
Kafarinn heyrir því hljóðið fyrr.
- 23 a) Manneskjan í trillunni heyrir hljóðið eftir 0,00578 sek.
Kafarinn heyrir hljóðið eftir 0,02 sek.
Kafarinn heyrir því hljóðið fyrr.
b) Manneskja á seglbát heyrir hljóðið eftir 0,0298 sek.
Kafarinn heyrir hljóðið eftir 0,0267 sek.
Kafarinn heyrir því hljóðið fyrr.
- 24 a) Ætla má að ljóshraðinn sé 346 000 000 m/sek. ef miðað er við 25 °C hita í andrúmsloftinu.
b) $3,46 \cdot 10^8$ m/sek.
c) Um það bil $1,25 \cdot 10^9$ km/klst.
d) Ljosið fer um það bil 1 600 000 sinnum hraðar en meðalfarþegaflugvél.

bls. 104

- 25 a) Mælingin gefur til kynna lengd á bilinu 4,5–5,4 cm.
b) Mælingin gefur til kynna lengd á bilinu 5,05–5,14.
- 26 Margar mögulegar lausnir.
- 27 a) Vegalengd sem farin er á einni sekúndur er þá á bilinu 19,5 til 20,4 metrar.
b) Vegalengd sem farin er á einni klukkustund er þá á bilinu 44,5 til 45,4 km.
c) **5 sekúndur:**
Ef miðað er við hraðann 19,5 m/sek. verður vegalengdin sem farin er 97,5 m.
Ef miðað er við hraðann 20,4 m/sek. verður vegalengdin sem farin er 102 m.
Það munar 4,5 metrum á vegalengdinni.
25 sekúndur:
Ef miðað er við hraðann 19,5 m/sek. verður vegalengdin sem farin er 487,5 m.
Ef miðað er við hraðann 20,4 m/sek. verður vegalengdin sem farin er 510 m.
Það munar 22,5 metrum á vegalengdinni.
- 28 Dæmi um svar: Nú á dögum er hægt að mæla mjög nákvæmlega og skiptir þá engu hvort verið er að mæla lengd, tíma, þyngd eða eitthvað annað.
Mælitækið skiptir vissulega máli upp á nákvæmni. Erfitt er til að mynda að mæla lengd í millimetrum á hefðbundinni reglustiku en það mætti hins vegar gera með háþróaðri tölvumælingu.

- 29 a) Ef miðað er við 25,25 m og 31,15 m er flatarmálið 786,5375 m².
b) Ef miðað er við 25,34 m og 31,24 m er flatarmálið 791,6216 m².
c) Flatarmálið gæti verið á bilinu 786,5375 til 791,6216 m².
d) Það er sami tölustafur í hundraðasætinu.
e) Í þessu tilfalli er skynsamlegt að gefa svarið upp annaðhvort í heilum fermetrum eða með einum aukastaf. Venjan er að gefa lóðastærðir upp í heilum fermetrum en þar sem lengd og breidd lóðarinnar er gefin upp með einum aukastaf væri einnig í lagi að gefa svarið þannig upp.

bls. 105

- 30 a) Rennslið úr krana A er 30 l/sek.
Rennslið úr krana B er 12 l/sek.
Rennslið úr krana C er 7 l/sek.
Rennslið úr krana D er 4 l/sek.
Rennslið úr krana E er 1,25 l/sek.
b) Rennslið úr krana A er 1800 l/klst.
Rennslið úr krana B er 720 l/klst.
Rennslið úr krana C er 420 l/klst.
Rennslið úr krana D er 240 l/klst.
Rennslið úr krana E er 75 l/klst.
- 31 a) 12 l/mín. = 200 ml/sek.
b) Það tekur 16,666 ... mínútur að fylla tankinn (16 mín. og 40 sek).
c) Tankurinn er 4000 sekúndur eða 66 mínútur og 40 sekúndur að tæmast.

32 Þú getur verið að heiman í 7500 sekúndur (125 mín.), þá er fatan full.

- 33 a) 432 000 lítrum á sólarhring.
b) 150 l/sek.

34 Vatnsleki úr tanki A er 2,25 l/mín.
Vatnsleki úr tanki B er 8 l/mín.

bls. 106

- 35 a) Baðkarið tekur 384 lítra.
b) Ef vatnshæðin er 25 cm þá eru 240 lítrar í baðkarinu. Ef rennslið er 14 l/mín. þá tekur rétt rúmar 17 mínútur að láta renna í baðkarið.

- 36 a) Tankurinn rúmar 40 192 lítra ef miðað er við $\pi = 3,14$.
b) 2679 mínútur eða tæpar 45 klst.
c) Ef skrúfað er frá krana B er tankurinn 5024 mínútur að tæmast, þ.e. tæpar 84 klst.
Ef skrúfað er frá báðum krönunum er tankurinn 2010 mínútur að tæmast eða 33,5 klst.
d) Tankurinn er 8 038 400 sekúndur að tæmast, það eru rúm 93 sólahringar.
- 37 Tankurinn rúmar 35 343 lítra.
Ef vatnsyfirborðið lækkar um 1 m á einni klukkustund jafngildir það 7069 lítrum.
 $7069 \text{ l/klst} = 118 \text{ l/mín.}$
- 38 a) Rúmmál er 144 l.
b) Rennsli er 0,63 l/sek.
c) Tími er 173,75 sek.
d) Rúmmál er margfeldi af rennsli og tíma. Setja má fram jöfnu: $R = r \cdot t$.
- 39 a) Það tekur 3 750 000 sekúndur að fylla lónið.
b) Lónið tekur 120 000 000 000 l.
c) Lónið er 120 Gl.
- 40 Meðaldýpt lónsins er 8 metrar.

bls. 107

- 41 a) $1\,000\,000\,000 \text{ m} = 1 \text{ Gm}$
b) $0,1 \text{ m} = 1 \text{ dm}$
c) $0,000\,000\,000\,001 = 1 \text{ pm}$

- 42 $1 \text{ Mm} = 1000 \text{ km}$
 $1 \text{ Mm} = 1\,000\,000\,000 \text{ mm}$

bls. 108

- 43 Myndin er $0,01 \text{ dm}^2$
- 44 Myndin er $0,0001 \text{ m}^2$

- 45 a) $1\,000\,000\text{ m}^2$
b) $0,01\text{ m}^2$
c) $0,000\,001\text{ m}^2$

46 Sumarbústaðarlóðin er 5000 m^2 .

47 Hliðar teningsins eru 100 m .

48 Hliðar teningsins eru $0,01\text{ m}$.

- 49 a) $1\,000\,000\,000\text{ m}^3$
b) $0,001\text{ m}^3$
c) $1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\text{ m}^3$

bls. 109

50 a) 1000 l b) 1 l c) $0,001\text{ l}$

51 a) 1250 ml b) $187\,500\text{ ml}$ c) $8,4\text{ ml}$

52 Það munar $999,999$ lítrum á einum rúmmetra og einum rúmsentímetra.

- 53 a) Það eru 3600 sekúndur í klukkustund.
b) Það eru $86\,400$ sekúndur í sólarhring.
c) Það eru $604\,800$ sekúndur í viku.

54 Svör við þessu verkefni fara eftir því hvenær viðkomandi er fæddur og hvenær hann leysir verkefnið.

- 55 a) $45\text{ km/klst.} = 12500\text{ mm/sek.}$
b) $50\text{ ml/sek.} = 0,18\text{ kl/klst.}$

8-tíu

Stærðfræði í morgunsárið

bls. 110

Svör við verkefnum í þessum kafla verða ólík eftir því hvaða viðmið eru valin og hvaða viðfangsefni er kosið að glíma við.