RAFORKUMÁLASTJÓRI

Orkudeild

RENNSLISSPÁR.

eftir

Guðmund Guðmundsson.

Reykjavík, marz 1967.

Möguleikar á tölulegum spádómi á rennsli Sogs

Rennsli ár er stjórnað af veðri á vatnasviði hennar. Verður hér greint frá leiðum til að nota eldri mælirunur á veðri og rennsl til að finna spá um rennsli Sogs. Einna einföldust leið til þess er að nota línulega spá. Vegna skorts á veðurathugunum á mestum hluta vatnasviðsins virðist eðlilegt að nota bæði fortíð árinnar og veðurathuganir utan við svæðið.

Eftirfarandi tákn verða notuð við spána:

j = tímaeining, t.d. dagur eða vika

$A(j)$= rennsli við tíma j

k = einkennistala á veðurþætti

$V_k(j)$= veður k á tíma j, t.d. $V_2(10)$ = hiti á Hæli vikuna 10.

$E(X)$= meðalgildi X

n = tímabil milli síðustu veðurathugunar og þess tíma er spáð er til.

Línulegt samband rennslis og veðurs er þá:

$$A(j) = \sum_{m=n}^{M} a_m A(j-m) + \sum_{k=1}^{K} \sum_{m=n}^{M} b_{km} V_k(j-m) + e_n(j) \qquad (1)$$

þar sem $e_n(j)$ er frávik frá hinu línulega líkani og a_m og b_{km} staðlar. Spá n einingar fram í tímann er fundin með því að velja staðlana þannig að meðaltal e_n^2, $E(e_n(j)^2)$ verði lágmarksgildi. Þeir fást með því að leysa $(M-n)(K+1)$ línulegar jöfnur. Með táknunum

$$\begin{aligned} S_{kl}(j,p) &= E(V_k(j)V_l(j-p)) \\ S_{Ak}(j,p) &= E(A(j)V_k(j-p)) \end{aligned} \qquad (2)$$

o.s.frv., verða jöfnurnar til að finna staðlana:

$$\begin{aligned} S_{AA}(j,n) &= \sum_{m=n}^{M} a_m S_{AA}(j,n-m) + \sum_{k=1}^{K}\sum_{m=n}^{M} b_{km} S_{kA}(j,n-m) \\ S_{AA}(j,n+1) &= \sum_{m=n}^{M} a_m S_{AA}(j,n+1-m) + \sum_{k=1}^{K}\sum_{m=n}^{M} b_{km} S_{kA}(j,n+1-m) \\ &\vdots \\ S_{A1}(j,n) &= \sum_{m=n}^{M} a_m S_{A1}(j,n-m) + \sum_{k=1}^{K}\sum_{m=n}^{M} b_{km} S_{k1}(j,n-m) \\ &\vdots \\ S_{AK}(j,n+N-1) &= \sum_{m=n}^{M} a_m S_{AK}(j,n+N-1-m) + \sum_{k=1}^{K}\sum_{m=n}^{M} b_{km} S_{kK}(j,n+N+1lm) \end{aligned} \qquad (3)$$

Stærðirnar S_{AA}, S_{Ak}, o.s.frv. eru fundnar frá eldri mælirunum. Eðlilegt virðist að gera ráð fyrir að S(j,p) sé hið sama fyrir sama tíma hvert ár, t.d. ef j er vika,

$$S(j,p) = S(j+52,p). \tag{4}$$

Nauðsynlegt er að gera þetta einfaldara svo að ekki þurfi að finna nýja staðla fyrir hvert tímabil (j) ársins. Auðveldast er að reikna með:

$$S(j,p) \equiv S(p) \tag{5}$$

Þá má meta S frá N samfelldum mæligildum, t.d.

$$S_{Ak}(p) \cong \frac{1}{N} \sum_{j=1+p}^{N} A(j)\ V_k(j-p) \tag{6}$$

Sennilega er hentugt að skipta árinu í 2 - 4 tímabil og finna staðla fyrir hvert þeirra.

Helztu ákvarðanir er þarf að taka áður en spádómur er fundinn með því að leysa (3) er hvaða veðurathuganir eigi að nota, lengd tímabilanna er spáð skal til og nota við spána og tímaeininguna j. Ef unt er að spá til langs tíma má væntanlega draga úr reikningum með hátíðnisigti. Til að kanna þessa þætti er hentugast að byrja á að finna spektur og krossspektur allra stærða er ætla má að gagn megi verða að við spána.

Galli við að finna spá á þennan hátt með hjálp fyrri mælinga er að raunverulegt samband veðurs og rennslis er ekki línulegt. Mismunandi spár eftir árstíðum draga úr skekkju af þessum sökum, en líklegt er að bæta megi spána með almennara líkani en því er jafna (1) lýsir. Aðeins 1 - 2 ár eru síðan aðferðir fundust er geri tölulega rannsókn á ekki línulegum samböndum framkvæmanlega í stórum stíl með hóflegri reiknivélanotkun. Þekki ég ekkert til bókmennta um notkun þeirra fræða við spár og tel raunar ólíklegt að mikið hafi birzt af slíku.

Hér hefur hvergi verið gert ráð fyrir að nota þekkingu á veðráttu og sambandi hennar við rennsli nema til að velja runur er taka skal með í reikninginn. Sjálfsagt er unt að afla nokkurra upplýsinga um samband veðurs og rennslis með rannsókn eldri gagna á þann hátt er lýst er hér á undan. Þetta er þó engan veginn eini möguleiki á að afla vitneskju um vatnafræði Sogsins og er bent á aðrar leiðir í riti Guttorms Sigbjarnarsonar um það efni. Eru það einkum beinar mælingar á stærðum er gera má ráð fyrir að stjórni rennsli Sogsins. Virðist æskilegt að haga úrvinnslu á eldri gögnum þannig að sem mestur fróðleikur fáist úr öllum rannsóknum á vatnafræði Sogsins. Þau vinnubrögð yrðu með öðru sniði en það sem hér hefur verið rætt.

Á vatnasviði Sogs rennur vatn að mestu leyti neðanjarðar undir hraunum. Sambandið rennslis og vatns er kemur á lítinn flöt, t, á vatnasviðinu er sennilega nokkurnveginn línulegt, og má þá lýsa rennslinu með eftirfarandi líkani.

Við tímann j kemur magnið $R_t(j)$ af vatni á flötinn sem regn eða leysingavatn. Það kemur síðan smátt og smátt fram sem hluti af rennslinu ΔA_t. Ef allt vatn skilar sér í ána er sambandið:

$$R_t(j) = \sum_{1}^{\infty} W_t(n)\, \Delta A_t(j+n); \quad n=1,2,\ldots\infty \qquad (7)$$

$$\sum_{1}^{\infty} W_t(n) = 1 \qquad (8)$$

W(n) fer eftir því hve greitt vatnið rennur frá staðnum sem um er að ræða. Vatn frá þessum fleti veldur rennslinu:

$$A_t(j) = \sum_{-\infty}^{j-1} W_t(j-n)\, R_t(n) \qquad (9)$$

og heildarrennslið ~~xxxxxxx~~ af T flötum verður:

$$A(j) = \sum_{t=1}^{T} A_t(j) = \sum_{t=1}^{T} \sum_{n=-\infty}^{j-1} W_t(j-n)\, R_t(n) \qquad (10)$$

Ef A og R_t eru þekkt má nota krossspektur til að fá línulegar líkingar þar sem Fouriertransform W_t

$$w_t(u) = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} W_t(x)\, e^{-iux}\, dx \qquad (11)$$

eru óþekktar stærðir. Mikið vantar á að R_t sé þekkt um allt vatnasviðið, en sennilega má fá nokkra hugmynd um $w_t(u)$ frá þeim athugunum sem til eru, einkum í lágum gildum á u. Mikil fræði eru til um grunnvatnsrennsli og má nota þau til að fá hugmynd um hverskonar föll W_t eru. Með slíkri vitneskju mætti álykta stærð $w_t(u)$ í tíðni sem erfitt væri að nota veðurathuganir við, t.d. ef W_t fer eftir parametrum sem unt er að meta skv. fáeinum gildum $w_t(u)$ í lágri tíðni.

Uppsetningin á viðfangsefninu sem felst í (10) er mjög almenn og auðvelt að bæta þar við flestri vitneskju um aðrennsli

Þingvallavatns og samband rennslis og veðurs.

Helztu bein not af rannsókn á vatnafræði Sogs yrðu að spá um rennsli árinnar. Virðist ástæða til að reyna að gera sér einhverja grein fyrir hvert gagn megi hafa af spánni jafnframt því að unnið er að því að búa hana til. Spáin yrði einkum notuð við miðlun sem lýsa má með jöfnunni

$$Y(j) = X(j) + Q(j) \tag{12}$$

þar sem $Y(j)$ er rennsli frá vatni, $X(j)$ rennsli í vatn og $Q(j)$ er miðlun. Við tímann j er vatnsmagnið Q fyrirliggjandi til miðlunar og er þá gefin út spáin $X'(j+n)$; $n = 1,2,\ldots,N$. Þegar N er stórt nálgast $X'(j+N)$ meðalrennsli þess árstíma er $j+N$ á við.

Miðlun á að haga þannig að kostnaðarfall, $F(Y(j))$, verði lágt. Hér verður miðað við að haga miðlun svo að meðalgildi

$$\sum_{n=1}^{N} F(Y(j))$$

verði sem lægst.

$X(j)$ er stókastisk breytistærð og fer líkindadreifing hennar $f(X(j))$ eftir spánni, þannig að meðalgildi X er $X'(j)$ og meðalfrávik myndi að jafnaði vaxa eftir því sem lengra væri spáð fram í tímann. Með því að nota jöfnu (12) ~~fæst samband að~~ sést að

~~$g(X) = F(X)$~~ ~~(13)~~

~~og síðan þarf að ákveða~~ ákveða þarf $Q(j+n)$ þannig að

$$\sum_{n=1}^{N} \int_{-\infty}^{\infty} F(X(j+n) + Q(j+n))\, f(X'(j+n), n; X(j+n))\, dX(j+n)$$

verði lágmark. Einnig þarf að uppfylla skilyrðin:

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{n=1}^{L} Q(j+n) \leq Q \\ &Q - \sum_{n=1}^{L} Q(j+n) \leq Q_{Max} \end{aligned}\right\} \quad \text{fyrir öll } L \leq N \tag{13}$$

þar sem Q_{Max} er mesta miðlunarvatn sem uppistaðan tekur.

$F(Y)$ má skrifa:

$$F(Y) = c_o + c_1 Y + c_2 Y^2 + \ldots + c_p Y^p \tag{14}$$

Óþarft er að miðla ef $p = 0$ eða 1. Erfitt er að finna almenna lausn er sýni bezta gildi á $Q(j+n)$. Ef $p = 2$ og $X(j)$ lægra en meðalgildi er lausnin oft:

$$Q(j+n) = \frac{Q}{M} - \frac{2c_2}{M} \sum_{m=1}^{M} X'(j+m) + 2c_2 X'(j+n) \qquad (15)$$

þar sem $M < N$ er ~~síðasta~~ tímabilið þegar gert er ráð fyrir að uppistaðan tæmist.

Lausnina má finna með nálgunaraðferðum þó að ekki sé unt að setja upp jöfnu er sýni bezta gildi á $Q(j+n)$ fyrir öll gildi á n.

Hinar raunverulegu aðstæður eru flóknari en þetta, m.a. vegna varastöðva. Þegar rekstur þeirra er tekinn með gildir það sem hér stendur aðeins ef hann er eingöngu miðaður við $Y(j)$ hverju sinni. Spá um rafmagnsframleiðslu gæti einnig komið að notum fyrir iðnað er kaupir rafmagn.

Vatnasvið Sogsins er óvenju flókið og því annarlegt að hefja þar nýstárlegar rannsóknir á rennsli og veðráttu. Tel ég að bezt not yrðu að eldri gögnum með því að taka sem mest tillit til fáanlegrar þekkingar á jarðvatni, ~~og~~ veðri og jarðfræði vatnasviðsins. Einnig eru eðlilegri vinnubrögð að reyna úrvinnsluaðferðir við einfaldari viðfangsefni og afla þannig þekkingar að nota við Sogið.

Með þeirri framsetningu er hér hefur verið notuð er vandinn við notkun spárinnar að mestu fólginn í að finna $F(Y)$. Ef sú stærð er nú svo vel þekkt að unnt sé að nota spá ef til væri kann að vera ráðlegt að finna línulega spá eins og lýst var fyrst í þessum skrifum. Það tæki varla meira en fáeina mánuði eftir að gögn eru tilbúin til úrvinnslu. Að öðrum kosti virðist ~~[illegible]~~ tilgangslítið að eiga við það þar eð slík spá verður væntanlega úrelt ~~fljótlega eftir~~ þegar rannsóknir á vatnasviðinu fara að skila árangri þó að það taki sjálfsagt nokkru lengri tíma.

September 1966

Guðmundur Guðmundsson

Tilraun með línulega rennslisspá í Svartá og Sogi

Notuð var línuleg spá eins og lýst er í skýrslunni Möguleikar á tölulegri spá um rennsli Sogs. Má skoða þetta sem framhald þeirrar skýrslu og verða notuð formúlunúmer samkvæmt því. Reiknað var með rennsli ánna og einni úrkomustöð fyrir hvora á, Nautabú og Ljósafoss. Kóvariansar voru reiknaðir fyrir hvern ársfjórðung. Reikningarnir voru gerðir með IBM 1620. Varð því að fækka tölunum með hátíðnisíu . Ef síuð gildi eru merkt með $_p$ og unnið úr dagsrennsli er sían:

$$A_p(i) = \frac{1}{225}\sum_{j=-14}^{14}(15-|j|)\,A(i+j) \qquad (16)$$

og samsvarandi fyrir daglegar regnmælingar. Frekari skýringar á þessari síu eru í forskriftalýsingum og í bókinni The Measurements of Power Spectra eftir Blackman og Tukey.

~~Ef dagtölurnar væru óháðar fengjust á þennan~~ A_p var reiknað með 10 daga millibili. Ef dagtölurnar væru óháðar fengjust á þann hátt tölur með korrelasjónskóefficient 0,4 fyrir 10 daga millibil og 0,1 fyrir 20 daga bil. Hér var eingöngu reynt að spá mánuð eða lengra fram í tímann. Þá er ekki um neina korrelasjón að ræða frá síunni.

Eftirleiðis á i við um 10 daga bil. Grunntónn ársveiflunnar er þá

$$B\cos\frac{2\pi i}{36,525} + C\sin\frac{2\pi i}{36,525}$$

þar sem

$$B = \frac{2}{N}\sum_{1}^{N} A_p(i)\cos\frac{2\pi i}{36,525} \qquad (17)$$

$$C = \frac{2}{N}\sum_{1}^{N} A_p(i)\sin\frac{2\pi i}{36,525} \qquad (18)$$

Yfirtónar eru reiknaðir á sama hátt. Það er nauðsynlegt að eyða sem mestu af ársveiflunni og stafar annarlegt útlit sumra línuritanna af því hve mikið er eftir af henni. Sést þetta vel á að bera saman korrelógrömm haustsins í Svartá, sem reiknuð voru með og án fyrsta yfirtóns.

Segja má að tilgangurinn með því að eyða árssveiflu sé að gera öll gildin að stókastiskum breytistærðum með sama meðalgildi. Reikningarnir sýna að varians er mjög mismunandi eftir árstíðum. Í Svartá var reynt að draga úr þessu með því að nota logaritma rennslisins, Sú ráðstöfun dugði þó ekki nema að litlu leiti og auk þess er óheppilegt að nota logaritma við þessar rannsóknir vegna þess að það er augljóst að þeir geta ekki lýst hinum raunverulegu samböndum.

Kóvariansar eru fundnir með aðferð sem lýst er í sambandi við forskrift 3. Við reikningana er seinni talan oft úr næsta tímabili á undan viðkomandi árstíð og er óheppilegt að hún hefur aðra sveifingu. Væri að [illegible] leiti æskilegt að gera ráðstafanir til að bæði meðalgildi og varians verði nokkurnveginn hið sama allt árið. Við slíkar ráðstafanir verður að hafa í huga að við þær tapast dýrmæt frelsisstig og þar eð hér er um árssveiflu og lægstu yfirtóna hennar að ræða gætir þeirra mest við mat á kóvariönsum talna með fárra mánaða millibili. Yrði því að miða þær nokkuð við lengd ra anna og er heppilegt að til eru miklu lengri mælingar af báðum ánum en hér voru notaðar.

Mikið vantar á að með þessum reikningum séu fullnýttir möguleik til rennslisspár í Svartá og Sogi frá veður og vatnamælingum. Þeir voru [illegible] gerðir í tilraunaskyni og augljóst frá upphafi að ekki var um neina fullnaðarúrvinnslu að ræða á rennslismælingum ánna. Verða nefnd hér nokkur atriði sem þar er ávant.

Fleiri úrkomustöðvar á og í grennd vatnasviðanna og hitamælinga

Síun var notuð til að spara reikninga. Með henni tapast hluti af upplýsingum mælinganna, einkum í Svartá þar sem miklar breytingar verða á stuttum tíma.

Sambönd af gerðinni (1) geta aldrei gefið góða mynd af rennsli íslenzkra áa. Áhrif snjókomu eru gjörólík áhrifum regns. Áhrif hita fara eftir því hvort snjór er á jörð. Vatn fer aðra leið til árinnar ef það fellur á frosna jörð heldur en þegar hún er ófrosin.

Ólínulegum samböndum af þessu tagi verður ekki lýst nema taka með liði af gerðinni

$$\sum_j \sum_k c_{jk} R(i-j)T(i-k), \quad \sum_j \sum_k d_{jk} T(i-j)T(i-k)$$

o.s.frv., þar sem R er úrkoma og T hiti.

Við slíka spá þarf ekki að gera árstíðaskipti og vandkvæði af mismunandi varians eftir árstíðum eru úr sögunni.

Það tekur mikinn reiknivélatíma að reikna stærðirnar sem notaðar eru tál að finna c_{jk} eða d_{jk} með hliðstæðum aðferðum og notaðar voru í forskrift 3. Fljótlegra er að reikna þær út frá Fourierröðum. Með því móti tækju reikningarnir styttri tíma en við hliðstæða spá og hér er á ferðinni. (Miðað við margar og langar raðir við hvorttveggja). E.t.v. mætti einnig flýta reikningum við línulega spá með Fourierröðum, en vegna árstíðaskiptanna yrði ekki hægt að nýta kosti Fourierraðanna til fulls.

Árstíðaskipti draga úr vanköntum línulegrar spár. Eins og þegar hefur komið fram valda þau slæmri nýtingu á upplýsingum mælinganna um samband rennslis og veðurs. Verður nú fleira slíkt tínt til.

Rennslismælingar eru dæmi um háðar stókastiskar breytistærðir og hér er lögð höfuðáherzla á sambandið milli þeirra. Alvarlegur galli við árstíðaskiptin er ef miklar breutingar aðrar en árssveifla eru í tíðni með lengri bylgjulengd en ársfjórðung. Þá getur farið svo að flestar eða allar tölur í sama árs í einni eða fleiri árstíðum hafi sama formerki. Þetta er skýringin á skringilegu útliti vorkorrelógramms Sogsins og gætir talsvert í fleiri línuritum. Sterkar hægfara breytingar torvelda túlkun kóvariansa varðandi styttri sveiflur. Þær leið til að ráða bót á þessu er að nota fleiri síur. Áhrifum sía má lýsa þannig að hluta af upplýsingum mælinganna sé eytt til að fá tækifæri til að kanna aðra hluta þeirra ótruflaða.

Hugmyndin með árstíðaskiptum er að innan hverrar árstíðar gæti mest viss veðurfars og snjóalaga. Á vorin ylli t.d. pósitívt frávik frá meðalhita mjög auknu rennsli. En í apríl - júní geta bæði komið langir kuldakaflar og eins getur allan snjó tekið upp áður en sá tími er liðinn. Frost valda meira fráviki frá meðalrennsli á vorin en í janúar - mars sem einkennast af slíku veðri. Hiti sem engar leysingar fylgja lækkar matið á korrelasjón rennslis og hita. Auðvelt er að finna fleira af þessu tagi.

Við lausn á (3) verður að gæta þess að kóvariansar eru stundum úr fleiri en einni árstíð og séu fleiri en 2 mánuðir notaðir við spána gildir engin lausn um fleiri en 1 mánuð. Ef spáð er um janúarrennsli og notaðir undanfarnir 3 mánuðir verða t.d. kóvariansar framan við jafnaðarmerki í (3) allir frá sumrinu og frá vetrinum aftan þess.

Þegar stærðirnar S,a og b í (1) - (3) eru þekktar má finna $E(e_n^2(j))$. Varians A án spár er $S_{AA}(0)$ og hlutfallið

$$f = \frac{E(e_n^2(j))}{S_{AA}(0)} \qquad (19)$$

er mælikvarði á gæði spárinnar.

Tvennu er vert að vara við um notkun þessa hlutfalls. Spáin er þarna metin með samanburði við sömu gildi og hún er fundin eftir. Því má væntanlega bæta úr með því að margfalda $E(e_n^2)$ með einhverju falli af lengd raðanna sem notaðar eru við spána. Mismunandi dreifing eftir árstíðum hefur og nokkur áhrif, einkum þegar kóvariansar frá fleiri en einni árstíð eru notaðir við sömu spá. Það er seinlegt að reikna $E(e_n^2)$ þegar margir liðir eru notaðir í spána og væri æskilegt að útvíkka forskrift 4 svo að hún leysi það verkefni.

<u>Sogið.</u>

Hér fara á eftir nokkrar spár reiknaðar frá kóvariönsum Sogsins. Korrelógrömm eru á teikningum Fnr. 7732- 7735.

	Varians		Kóvariansar
	Sog, Gl^2/dag^2	Ljósafoss, mm^2/dag^2	$Gl \times mm/dag^2$
Vetur	0,546	358	0,540
Vor	~~[illegible]~~ 0,191	12,47	0,075
Sumar	0,268	1,37	0,262
Haust	0,499	2,722	0,626
Allt árið	0,3[illegible]	[illegible],04	0,3[illegible]

Spá einn mánuð fram skv. einu rennslis- eða úrkomugildi

$$A(i) = \begin{cases} aA(i-1) + n(i) \\ bV(i-1) + n(i) \end{cases}$$

haust	a = 0,559	f = 0,69	b = 0,219 Gl/mm	f = 0,74
janúar	a = 0,780	f = 0,45	b = 0,172 Gl/mm	f = 0,85
vetur	a = 0,712	f = 0,49	b = 0,131 Gl/mm	f = 0,89

Spá einn mánuð fram skv. þremur undanförnum mánuðum

$$A(i) = \sum_{1}^{3} a_k A(i-k) + \sum_{1}^{3} b_k V(i-k) + n(i)$$

Janúar

a_1	0,772	0,683	0
a_2	0,261	0,089	0
a_3	0,170	0,142	0
b_1	-0,016 Gl/mm	0	0,161 Gl/mm
b_2	- 0,133 Gl/mm	0	0,074 Gl/mm
b_3	- 0,050 Gl/mm	0	0,059 Gl/mm
f	0,39	0,41	0,78

Allt árið

a_1	0,676	0,701	0
a_2	- 0,011	- 0,097	0
a_3	0,101	0,153	0
b_1	0,031 Gl/mm	0,[illegible]	0,077 Gl/mm
b_2	- 0,042 Gl/mm	0	0,003 Gl/mm
b_3	0,012 Gl/mm	0	0,026 Gl/mm

Spár byggðar á október og nóvembertölum

Desember

$$X(i) = \sum_{1}^{2} a_k X(i-k) + \sum_{1}^{2} b_k V(i-k) + n(i)$$

a_1	0,542	0,542	0
a_2	0,255	0,029	0
b_1	0,[illegible]52 Gl/mm	0	0,216 Gl/mm
b_2	- 0,102 Gl/mm	0	0,023 Gl/mm

Janúar

$$A(i) = \sum_{2}^{3} a_k A(i-k) + \sum_{2}^{3} b_k V(i-k) + n(i)$$

a_2	0,598	0,459	0
a_3	0,259	0,162	0
b_2	- 0,045 Gl/mm	0,[illegible]	0,100 Gl/mm
b_3	- 0,115 Gl/mm	0	0,054 Gl/mm

Ástæðan til að f er lægra þegar desemberrennsli er notað til að spá um janúarrennsli en þegar síðasti mánuður er notaður til að spá um haust- eða vetrarrennsli er mismunandi varians vetrar og ~~[illegible]~~ hausts.

Þegar allt árið er tekið saman er samband árinnar við eigin fortíð u.þ.b. af Markov gerð. ($a_i = 0$ fyrir $i > 1$). Janúarspá skv. þremur undanförnum mánuðum er hinzvegar verulega frábrugðin Markov spá. Er það árangur af því að með árstíðaskiptunum fæst réttari mynd af rennsli og úrkomu. Í janúarspánni er summa a_2 og a_3 um 1/3 af a_1. Þegar áin er notuð ein ~~[illegible]~~ er $a_2 >$ 1/2 a_1 Þegar bæði er studdst við regn og rennsli. er $a_2 + a_3 > a_1$, $a_1 + a_2 + a_3 > 1$ og öll $b < 0$. Þessi spá gerir því ráð fyrir meira rennsli í janúar ef mikið er í ánni þrátt fyrir þurrka- eða meðaltíð heldur en ef vöxturinn stafar af nýafstöðnum stórrigningum. Hún getur vel reiknað með meira rennsli í janúar en var í desember, en Markov spá gerir alltaf ráð fyrir að breytingar séu í átt að meðalgildi.

Þegar miðlun hófst varð miklu erfiðara að átta sig á hve mikið bætist í vatnið. Þyrfti því að leggja áherzlu á að finna betra samband veðurs og rennslis í eldri gögnum, einkum þegar um spár til styttri tíma er að ræða. Það liggur í augum uppi að línuleg spá nær tiltölulega betri árangri þegar rennslið er notað heldur en veðrið og bera gildin á f hér að framan því ljóst vitni.

Svartá.

Það kom í ljós að þessar aðferðir duga ekki til að spá að neinu gagni um rennsli Svartár 1 mánuð fram í tímann. Meðan ekki er kleift að gera veðurspár á Islandi lengra en 1 - 2 daga fram í tímann byggjast rennslisspár á því vatni sem fallið er til jarðar og órunnið til sjávar. Sjálfsagt verður seint hægt að gera nákvæmar rennslisspár í Svartá mánuð eða lengra fram í tímann, en hér vantar svo mikið á að upplýsingar mælinga um ástand vatnasviðsins séu fullnýttar að lítið er hægt að segja um hverjum árangri mætti ná með umfangsmeiri rannsókn.

Þegar hvorki rignir ná leysir snjó á vatnasviðinu í nokkra daga fær Svartá aðallega jarðvatn. Lægsta rennsli á löngu tímabili er mælikvarði á hve mikið jarðvatn er fyrirliggjandi. Fundið var lægsta dagsrennsli í hverjum mánuði síðan 1946. Kom í ljós að lágmarksrennslið í júlí - nóvember er góður mælikvarði á lágmarksrennslið í nóvember til marz. Talsvert samband er og við mánaðarúrkomu að Nautabúi.

Lágmarksrennslið er kringum 0,5 Gl og standardfrávik 0,05 Gl. Flóð yfir 1 Gl eru algeng . Spá um lágmarksrennslið hefur því lítið hagnýtt gildi.

Þetta samband úrkomu og lágmarksrennslis sést vel á útkomu úr reikningum með forskrift 6 prentuðum með hjálp forskriftar 8. Einnig fylgja hér spár til eins til fjögurra mánaða reiknaðar með forskrift 5 eftir útkomum úr forskrift 7. Ýmislegt getur orðið til að trufla einstök lágmarksgildi svo að þau gefi villandi mynd af jarðvatnsforða, t.d. krapastíflur eða langvarandi hlákur. Virðist útkoman úr forskrift 6 gefa allt eins góða mynd af hegðun lágmarksrennslisins og reiknaða spáin og er auðvelt að átta sig á henni vegna þess hve tölurnar eru fáar.

Frávik lægsta rennslis og mánaðarúrkomu frá meðalgildi viðkomandi árstíma

		JULI	AGUST	SEPT	OKT	NOV	DES	JAN	FEB	MARZ
1946-47	mm	-32.3	-15.9	-3.9	-5.7	-26.6	-27.6	-5.6	-19.9	-14.5
1946-47	GI	-.033	-.057	-.051	.081	.016	.004	-.006	.047	-.038
1947-48		-1.7	-13.8	-16.5	-1.4	-18.7	3.3	-32.0	-21.5	7.3
1947-48		-.043	-.067	-.131	-.058	-.103	-.055	-.026	-.022	.111
1948-49		-14.0	-37.5	-10.9	26.8	-26.3	6.5	8.1	-13.6	-16.4
1948-49		-.043	-.077	-.041	-.018	-.023	.014	-.086	-.032	-.018
1949-50		-9.0	-23.0	17.5	-10.5	-30.5	-17.3	-9.9	-20.4	-18.9
1949-50		.026	-.067	.038	.091	-.033	.004	.033	.027	-.038
1950-51		-10.4	5.7	-27.9	-10.7	-35.1	7.5	-4.5	-11.4	-10.8
1950-51		-.083	-.097	-.111	-.088	-.033	-.035	-.086	.007	-.058
1951-52		-5.7	-7.2	-8.8	-7.0	-29.7	-2.5	38.6	51.8	-4.8
1951-52		-.003	-.097	-.051	.011	-.073	-.035	-.006	.007	.001
1952-53		29.2	5.6	15.8	-11.1	-18.1	-5.4	23.8	64.9	118.4
1952-53		.166	.002	.068	.091	.126	.104	.013	.047	.041
1953-54		2.7	-6.0	3.7	34.2	47.7	37.2	31.7	-2.6	5.2
1953-54		.106	.002	.068	.121	.096	.164	.133	.087	.081
1954-55		16.0	-21.2	1.2	3.2	.3	-17.1	1.1	-21.9	16.5
1954-55		.016	-.047	.038	.031	.026	.024	-.026	.027	.041
1955-56		21.0	15.3	16.5	-25.3	2.9	-1.5	29.4	13.6	-17.5
1955-56		.046	.092	.068	-.008	.006	.044	-.006	.107	.041
1956-57		11.1	-16.6	-.9	46.9	43.6	-5.7	-4.6	-17.0	-17.4
1956-57		.016	-.017	-.031	-.008	.046	.064	-.006	.027	.001
1957-58		-14.3	-11.2	-25.0	27.3	12.1	40.2	6.4	-1.9	-7.4
1957-58		-.083	-.037	-.031	.011	.006	-.015	.013	.007	.001
1958-59		-27.3	-7.1	-24.2	42.3	30.8	-27.5	-23.6	17.4	10.4
1958-59		-.043	-.057	-.031	-.008	.026	.004	-.026	.047	.081
1959-60		-23.3	46.6	14.6	24.1	-24.1	-28.0	-25.2	-16.1	-11.6
1959-60		-.043	-.057	.068	-.008	.046	-.015	.013	-.032	-.018
1960-61		1.0	-33.6	-11.1	-35.2	-38.9	-21.9	-2.8	1.7	20.6
1960-61		-.043	-.097	-.071	-.028	-.053	-.055	-.046	-.032	.001

1961-62		23.6	12.9	7.9	-.5	43.9	-.9	2.2	29.1	-30.8
1961-62		-.043	-.057	-.031	.011	-.033	.004	-.046	-.012	-.038
1962-63		-16.0	.8	9.5	22.1	-13.8	10.9	-27.3	-5.1	-18.3
1962-63		-.043	-.077	-.092	.044	-.034	.003	-.075	-.036	0.000
1963-64		-19.6	-29.4	33.5	18.3	15.5	-8.4	5.3	-9.2	-6.4
1963-64		-.008	-.060	-.054	-.031	-.047	-.065	.051	.005	.054
1964-65	mm	10.7	44.5	-32.0	26.4	10.3	-7.4	-4.7	5.3	-13.8
1964-65	G I	.048	.015	.059	.145	.022	.022	.019	-.074	-.014

Spá um lágmarksrennsli

1 [illegible] mm

8

b_3 -[illegible]35.81435E-07 Gl/mm

b_2 344.92460E-07

b_1 737.46333E-06

a_4 -883.29779E-04

a_3 893.41171E-04

a_2 323.85780E-03

a_1 254.98053E-03

b_4 174.31987E-06 Gl/mm

4

a_3 757.35858E-04

a_2 297.61534E-03

a_1 376.29118E-03

a_4 -450.90636E-04

4

b_3 299.46648E-06 mm

b_2 533.79339E-06

b_1 102.58063E-05

b_4 414.79881E-05

2 [illegible] mm

8

b_3 140.69405E-07 Gl/mm

b_2 -465.43545E-07

b_1 358.35433E-06

a_4 -106.78497E-04

a_3 142.33972E-04

a_2 152.82069E-03

a_1 376.45756E-03

b_4 268.84912E-06 Gl/mm

4

a_3 295.83005E-04

a_2 129.43215E-03

a_1 426.98228E-03

a_4 302.76857E-04

4

b_3 248.48426E-06 Gl/mm

b_2 324.73868E-06

b_1 749.72722E-06

b_4 523.74407E-06

3 [illegible] from
8
b_3 200.52192E-06 Gl/mm
b_2 249.86567E-07 —
b_1 116.22025E-06
a_4 -262.29461E-04
a_3 157.62723E-03
a_2 944.58351E-04
a_1 277.57302E-03
b_4 -405.29793E-06 Gl/mm
4
a_3 156.95904E-03
a_2 108.49062E-03
a_1 302.59120E-03
a_4 -814.91853E-04
4
b_3 491.73237E-06 Gl/mm
b_2 293.04509E-06 —
b_1 444.23971E-06 —
b_4 -135.52706E-06 —
4 [illegible] from
8
b_3 -438.53373E-06 Gl/mm
b_2 201.36796E-06
b_1 121.04169E-06
a_4 -506.67262E-04
a_3 101.40404E-03
a_2 219.62978E-03
a_1 197.21851E-03
b_4 -341.01837E-06 Gl/mm
4
a_3 100.98238E-04
a_2 213.65612E-03
a_1 232.34338E-03
a_4 -627.60083E-04
4
b_3 -146.69017E-06 Gl/mm
b_2 520.41039E-06 —
b_1 360.51372E-06 —
b_4 -125.48343E-06 —
STOP

Lýsing forskrifta

Forskrift 1
Hátíðnisía fyrir vatnamælingar.

Forskriftin notar tölur um dagrennsli úr dagspjöldum Vatnamælinga og kallar þær IX(I). og reiknar

$$IZ(I) = \sum_{J=-M+1}^{M-1} (M - |J|)\ IX(I+J).$$

Önnur tákn eru:
N = fjöldi dagtalna
IXA = ágizkun um meðalrennsli, dregin frá IX(I) til að IZ(I) verði ekki stærri en 5 stafa tala.
M stjórnar tíðnisvari síunnar. (Sbr. Blackman & Tukey, The Measurements of Power spectra, bls 129–135).
LL ákveður á hve margra daga fresti IZ er lesið. Hæfilegt ~2/3 M.
MS er fjöldi útlesinna spjalda, fundinn frá N og LL.
IBM= 10 (Sbr. 54 FORMAT ...)
JJ einkennisnúmer útkomuspjalds, t.d. vatnshæðamælisnúmer.

Forskriftin les dagtöluna í Gl. og margfaldar hana með 10^2. Hvert IZ er því summa M^2 dagtalna, margfaldaðra með 10^2.

Forskrift 2
Hátíðnisía fyrir regnmælingar.

Forskriftin les inn IX og framkvæmir sömu reikninga og forskrift 1. Munurinn er aðeins að lesnar eru 18 tölur af hverju spjaldi.
NS = fjöldi spjalda með IX
NL = 18

Önnur tákn eru þau sömu og í forskrift 1. Dagsúrkoma yrði margfölduð með 10 ef gildin eru í mm og lesinn 1 aukastafur eins og tíðkast við úrkomumælingar veðurstofunnar.

Forskrift 3

Ársveifla og kóvariansar rennslis og úrkomu.

Helztu tákn:

N = fjöldi talna í hvorri röð

NS = fjöldi spjalda með hvora röð

LL = lengsta bil sem kóvariansar eru fundnir fyrir

Ll = 1+ styzta bil sem kóvariansar eru fundnir fyrir

KK = fjöldi árstíðaskipta (árafjöldi sinnum 4 ef árstíðir eru vetur, vor, sumar og haust).

KS = fjöldi spjalda með árstíðaskiptatölur

IF = M^2 ef rennslis- og úrkomutölur eru úr forskriftum 1 og 2, annars 1. M er skýrt í forskrift 1.

NP = algengasti fjöldi regn - eða rennslistalna/ árstíð. T.d.

NP = 9 ef tala er lesin 10 hvern dag og 4 árstíðir.)

Í þessari útgáfu forskriftarinnar var notaður logaritmi rennslis Svartár. Stærðin SIY í 7. línu er notuð til að bæta 0,7 Gl við hverja dagtölu, en sú stærð var dregin frá þeim í forskrift 1 með því að setja IXA = 70.

IP(I) sýnir hvernig tölurnar skiptast á árstíðir og sýnir númer fyrstu tölu hverrar árstíðar. Þessi stærð er nauðsynleg vegna þess að ekki eru alltaf jafnmargar tölur hvert ár. Þegar notaðar eru tölur á 10 daga fresti eru ýmist 36 eða 37 tölur á ári og 9 eða 10 tölur í hverri árstíð. IP(I) gæti t.d. verið 1,10,19, 28,37,46,55,64,<u>74</u>,83,...o.s.frv. Kóvariansar eru síðan reiknaðir fyrir hverja árstíð. Ef tölurnar byrja um áramót og 10 ár notuð yrði ~~t.d.~~ autokóvarians vorsins:

$$S(j) = \sum_{k=0}^{9} \sum_{i=IP(2+4k)}^{IP(3+4k)-1} Y(i)\, Y(i-j)$$

Fyrsta PUNCH skipunin gatar meðaltal úrkomu, XM, og meðaltal rennslis eða logaritma þess, YM. Önnur PUNCH skipun gatar ársveifluna með 10 daga millibili, úrkomuna á undan. Síðasta PUNCH skipunin gatar einkennistölu árstíðar frá 1 - 4, bilin frá Ll - 1 til LL og síðan kóvariansa úrkomu, kóvarians rennslis og síðast tvo krosskóvariansa, úrkomuna fyrst á eftir, síðan á undan hinni.

Forskrift 4

<u>Korrelasjónskóefficientar</u>

Þessi forskrift les spjöld með kóvariönsum úr forskrift 3 og reiknar korrelógramm. Spjöldin eiga að vera í sömu röð og út úr forskrift 3 þegar byrjað er að reikna kóvarians fyrir bilið 0. (Ll = 1 í forskrift 3). N er spjaldafjöldinn.

Forskrift 5

<u>Rennslisspá</u>

Þessi forskrift leysir jöfnu(3). Með táknum forskriftarinnar verður jafnan:

~~B(1) =YY(M) ,YY(M-1),...,XY(M) ,XY(M-1),... XY(1)~~

~~B(2) =YY(M+1),YY(M) ,~~

$$
\begin{pmatrix} B(1) \\ B(2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ B(M) \\ B(M+1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ B(N) \end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
YY(M) & ,YY(M-1),\ldots,YY(1) & ,XY(M) & ,XY(M-1),\ldots,XY(1) \\
YY(M+1) & ,YY(M), \quad ,YY(2) & ,XY(M+1) & ,XY(M), \ldots,XY(2) \\
\cdot & & & \\
\cdot & & & \\
\cdot & & & \\
YY(MM) & ,YY(MM-1),\ldots,YY(M) & ,XY(NN) & ,XY(NN-1),\ldots,XY(M) \\
YX(M) & ,YX(M-1),\ldots,YX(1) & ,XX(M) & ,XX(M-1),\ldots,XX(1) \\
\cdot & & & \\
\cdot & & & \\
\cdot & & & \\
YX(NN) & ,YX(NN-1),\ldots,YX(M) & ,XX(NN) & ,XX(NN-1),\ldots,XX(M)
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} X(1) \\ X(2) \\ \\ \\ \\ X(M) \\ X(M+1) \\ \\ \\ \\ X(N) \end{pmatrix}
$$

YY er autokóvarians árinnar, S_{AA} í skýrslu. Þeim er raðað þannig að

$$YY(M \pm I) = S_{AA}(0 \pm I).$$

og samsvarandi við autokóvariansa úrkomu.

XY er krosskóvarians ár og úrkomu:

$XY(M-I) = E(A(i)V(i-I))$ og $YX(M-I) = E(A(i-I)V(i))$

Forskriftin prentar fyrst b_{M-1}(=X(N-1), síðan $b_{M-2},\ldots b_1$, $a_M, a_{M-1},\ldots a_1$ og síðast b_M.

Forskrift 6
Úrkoma og lágmarksrennsli I.

NA = árafjöldi
NM = mánaðafjöldi = 9
Z(I) er tala sem úrkoma hvers mánaðar er margfölduð með til að miða alltaf við jafnlangt tímabil, t.d. ef mánuðirnir eru júlí, ágúst,...,mars geti Z(I) verið 30/31, 30/31,1,....,30/28,30/31.
Meðaltal og grunntónn ársseiflunnar er fundið og prentað. Það er síðan dregið frá tölunum og útkoman
X(I) = úrkoma (hér summa mánaðarins)
Y(I) = lágmarksrennsli

Meðaltal og grunntónn ársseiflunnar er fundið og prentað. Það er síðan dregið frá X(I) og Y(I) og útkoman [illegible] götuð.

Forskrift 7
Úrkoma og lágmarksrennsli II.

NO er númer mánaðar sem skiptir vetri og sumri, t.d. ef notaðir eru júlí - marz og nóvember látinn skipta er NO = 5. Önnur tákn eru hin sömu og í forskrift 6.

Forskriftin finnur auto- og krosskóvariansa. Fyrst er fundið meðalgildi margfeldis tveggja talna sinnar úr hvorum ársfjórðungi og síðan innan sömu árstíðar, fyrst sumars og síðan vetrar. Mánuður nr. NO er tekinn með í báðum árstíðum. Í útprentun er fyrst einkennistala 1 - 3 sem sýnir árstíðarskipti. Síðan koma kóvariansar í sömu röð og í forskrift 3.

Forskrift 8
Prentun lágmarksrennslis og mánaðarúrkomu.

Forskriftin les útkomur úr reikningum frá forskrift 6 frá Svartá og úrkomu að Nautabúi, raðar þeim upp og breytir formati svo að 80-80 listun gefur þokkalega töflu með ~~réttri dimension.~~
útkomu í Gl og mm.