RAFORKUMÁLASTJÓRI
Orkudeild

VARMATAP FRÁ VATNSFÖLLUM

Greinargerð um útreikninga

eftir

Sigmund Freysteinsson, verkfr.
Verkfræðistofu Sigurðar Thoroddsen s.f.

HEAT LOSS FROM RIVERS

With English Summary

Reykjavík, marz 1967

RAFORKUMÁLASTJÓRI
Orkudeild

VARMATAP FRÁ VATNSFÖLLUM

Greinargerð um útreikninga

eftir

Sigmund Freysteinsson, verkfr.
Verkfræðistofu Sigurðar Thoroddsen s.f.

HEAT LOSS FROM RIVERS

With English Summary

Reykjavík, marz 1967

EFNISYFIRLIT

1 Inngangur.

Einn þáttur í ísarannsóknum á vatnasviði Þjórsár 1964 - 65 var athuganir á möguleikum þess að reikna út ísmyndun eftir venjulegum veðurathugunum. Slíkir útreikningar hafa mikla þýðingu þar sem straumvakir eru opnar allan veturinn eins og t.d. er í Þjórsá ofan við Þjófafoss, en ísmyndun þar getur skipt miljónum tonna á sólarhring. Þessar rannsóknir 1964 - 65 voru gerðar af raforkumálastjórninni með styrk frá Sameinuðu Þjóðunum og var stjórnað af tveimur norskum sérfræðingum, Dr. Olaf Devik og Edvigs V. Kanavin yfirverkfr.

Dr. Devik hefur manna fyrst og bezt gert grein fyrir varmajöfnuði vatnsfalla í bók sinni „Thermische und dynamische Bedingungen der Eisbildung in Wasserläufen auf norwegische Verhältnisse angewandt", (Geofys. Publ. Vol. IX. No. 1, Oslo 1931).

Þeir þættir sem ákveða varmajöfnuðinn eru:

1 Geislun
   1.1 Sólgeislun
   1.2 Jarðgeislun
2 Uppgufun og uppstreymi
3 Varmaleiðsla frá botni
4 Fallorka sem breytist í varma
5 Úrkoma
6 Varmi að- og frárennslis

Ef um verulega kælingu eða ísmyndun er að ræða eru það venjulega fyrstu þættirnir, 1 og 2, sem skipta mestu máli. Varmaleiðsla frá botni er mjög lítil miðað við 1 og 2. (Devik 1931). Áhrif fallorkunnar má reikna út (vatnið hitnar um 1^{o} C við 427 m fall). Snjókoma og skafrenningur geta aukið mjög við ísmagn í vatnsföllum. Varmi að- og frárennslis getur verið allmikill, t.d. í Tungná og Köldukvísl sem fá mikið lindavatn úr hraunum.

Í fyrrnefndri bók setur dr. Devik fram formúlur til útreikninga á varmatapi eftir venjulegum veðurathugunum. Þessar formúlur hafa lengi verið notaðar í Noregi og víðar. Lauslegar athuganir sýndu fljótt að þær gáfu of lítið varmatap hér á Þjórsársvæðinu, e.t.v. vegna ólíkra staðhátta og meiri vindhraða hér.

Samanburður á formúlum fyrir varmatap eða uppgufun eftir ýmsum heimildum sýnir að þær gefa mjög mismunandi niðurstöður. Nauðsynlegt er því að rannsaka þetta við raunverulegar aðstæður hér á landi. Hér á eftir er farið yfir hinn fræðilega grundvöll að formúlum dr. Deviks með hliðsjón af nýrri skrifum. Til útreikninga á varmatapi á flatar- og tímaeiningu við geislun, s_1, uppgufun, s_2 og uppstreymi, s_3 er lagt til að nota eftirfarandi formúlur:

$$s_1 = \varsigma\sigma T_1^4 \cdot f(M_r) \cdot c_1 + \varsigma\sigma (T_v^4 - T_1^4) - G_o \cdot (1 - \alpha) \cdot c_2$$

$$s_2 = 19{,}8 \cdot D \cdot v_z^n \cdot \frac{273}{T_1} \cdot (e_v - e_1)$$

$$s_3 = 3{,}5 \cdot D \cdot v_z^n \cdot \frac{p}{T_1} \cdot (t_v - t_1)$$

Skýringar á táknum: sjá kafla 5.
Stuðlana D og n verður að ákveða með mælingum á hverjum stað.

Til hagnýtra nota á Þjórsársvæðinu, 64^o Nbr., 200 - 400 m y.s., hafa eftirfarandi nálgunarformúlur verið leiddar út:

$$s_1 = [23{,}5 - G_o(1 - \alpha)](1 - 0{,}012\, N^2) + 1{,}05\,(t_v - t_1)$$

$$s_2 = 1{,}9 \cdot v_6^{0,845} \cdot (e_v - e_1)$$

$$s_3 = 1{,}2 \cdot v_6^{0,845} \cdot (t_v - t_1)$$

s: Mcal $km^{-2}s^{-1}$; (Mcal = 10^6 cal).
G_o: sólgeislun í heiðskíru, Mcal $km^{-2}s^{-1}$.

α: eðlisendurkast vatnsborðsins
N: skýjahula, 0 - 8
t_v: vatnshiti, ^oC
t_l: lofthiti, ^oC
e_v: eimþrýstingur við vatnsborð, mb
e_l: eimþrýstingur í lofti, mb
v_6: vindhraði í 6 m hæð, m s^{-1}.

Prófanir á þessum formúlum eru ennþá mjög takmarkaðar og vafalaust eiga þær eftir að breytast eitthvað við nánari mælingar. Samanburður á útreiknuðu ísmagni og mældri viðbót á Búrfellshrönn bendir þó til að þær séu ekki fjarri lagi.

Þess ber að gæta að útreikningar á varmatapi vatnsfalla á stærri svæðum eftir venjulegum veðurathugunum í einni veðurstöð geta aldrei orðið mjög nákvæmir. Álitamál er hvort sömu formúlur gildi alls staðar, t.d. er uppgufun og uppstreymi mjög breytilegt með vindhraða og kann staðsetning vindmælis að skipta meginmáli. Augljóst er að formúlurnar fyrir s_2 og s_3 verða mismunandi eftir því í hvaða hæð vindhraðinn er mældur. Formúlan fyrir geislun er miðuð við „venjulegt" ástand lofthjúpsins og getur væntanlega verið fjarri lagi við vissar aðstæður, t.d. hitahvörf. Tilgangslaust er að nota formúlurnar þegar vindhraði er svo lítill að frostreykur eða þoka liggur yfir ánum.

Þrátt fyrir þessa annmarka er enginn vafi á því að útreikningar á varmatapi vatnsfalla hafa mjög mikið hagnýtt gildi til verkfræðilegra nota. Nauðsynlegt er að halda áfram rannsóknum til að fá traustari grundvöll og kynnast nákvæmni og takmörkunum slíkra útreikninga.

Íslenzk fræðiorð í þessari greinargerð er flest að finna í ýmsum nýyrðasöfnum. Einnig eru mörg veðurfræðiorð eftir orðalistum Jóns Eyþórssonar í Veðurfræði (Rvík 1964) og Veðrinu (Almenna bókafél. 1966). Þar eð orðin eru hvergi öll í sömu bók er tekinn hér með orðalisti með þýðingum á ensku.

2. Geislun

2.1 Yfirlit

Devik (1931) gerir mjög ítarlega og skilmerkilega grein fyrir geislun og er hér farið eftir bók hans en nýrri niðurstöður jafnframt athugaðar.

Geislun er skipt eftir öldulengd (og uppruna) í sólgeislun og jarðgeislun.

1. Sólgeislun má skýrgreina sem geislun með öldulengd á bilinu 0.15 - 4.0μ, en um 99% af geislun frá sólu er á þessum öldulengdum (Haltiner og Martin 1957). Sólgeislun skiptist í:
   1.1 Beina sólgeislun.
   1.2 Dreifða sólgeislun. Það er sá hluti sem fyrst hefur fallið á ský eða vatnseim í loftinu og endurkastast þaðan til jarðar.
2. Jarðgeislun má skýrgreina sem geislun með öldulengd á bilinu 4.0 - 80μ (innrauð geislun, hitageislun), en megnið af útgeislun frá jörðinni og lofthjúpnum er á þessum öldulengdum.
   Jarðgeislun skiptist í:
   2.1 Útgeislun frá jörð.
   2.2 Endurgeislun frá lofthjúpnum, en það er geislun sem ský og eimur senda út.

Ísog og endurkast frá vatni er gjörólíkt eftir því hvort um er að ræða sólgeislun eða jarðgeislun.

1.1 Bein sólgeislun: Nokkur hluti endurkastast frá vatnsborðinu, annar hluti fer gegnum vatnið og ísogast að nokkru leyti á leið til botns, afgangurinn sogast að mestu í botninn.

1.2 Dreifð sólgeislun endurkastast og ísogast á svipaðan hátt og bein sólgeislun.

2.1 Útgeislun. Aðeins örþunnt lag við yfirborð vatnsins sendir út geislun.

2.2 Endurgeislun frá lofthjúpnum: Óverulegur hluti endurkastast frá vatnsborðinu en megnið sogast í örþunnt lag við yfirborðið.

Athyglisvert er að jarðgeislun fer aðeins mjög stutta vegalengd, um 0.1 mm (Brunt 1939), gegnum vatn; af því leiðir að grunnstingull getur ekki myndazt við útgeislun.

2.2 Sólgeislun.

Í Reykjavík hefur heildarsólgeislun (bein og dreifð) á láréttan flöt verið mæld síðan í júlí 1957 (að undanteknum mestum hluta ársins 1961). Niðurstöður eru að nokkru birtar í Veðráttunni. Unnið hefur verið úr mælingunum fyrir árin 1957 - 60 af Markúsi Á. Einarssyni (1966). Í heiðskíru veðri má reikna út geislunina með góðri nákvæmni eftir sólarhæð. Athugun á sambandi sólgeislunar við ýmsa þætti veðursins sýndi bezt samband við fjölda sólskinsstunda og skýjahulu. Með hliðsjón af þessum athugnnum hefur eftirfarandi formúla verið valin til útreikninga á sólgeislun við Þjórsá:

$G = G_o \cdot (1 - 0.012 N^2).$

G: heildarsólgeislun á sólarhring.

G_o: heildarsólgeislun á sólarhring í heiðskíru.

N: meðalskýjahula, 0 - 8, eftir athugunum kl. 08, 14 og 20.

Fyrir G_o eru notuð gildi frá Reykjavík (Table 9, Markús Á. Einarsson 1966) en sá kafli Þjórsár sem hér um ræðir er á sömu breiddargráðu og Reykjavík.

Nokkur hluti sólgeislunarinnar endurkastast frá vatnsborðinu. Eðlisendurkast vatns, α , fyrir beina sólgeislun er breytilegt eftir sólarhæð, nokkur prósent þegar sól er hátt á lofti en allt að 100% þegar sól er mjög lágt. Ástand vatnsflatarins (öldugangur) skiptir einnig máli. Eðlisendurkast vatns fyrir dreifða sólgeislun er minna breytilegt, mest um 10%

TAFLA 1

<u>$G_o(1-\alpha)$</u> 64° Nbr.

Sólarhringsmeðalgildi Mcal km^{-2} s^{-1}.

	OKT	NÓV	DES	JAN	FEB	MAR	APR	MAÍ
1	22	7	1	0	4	15	37	60
2	21	6	1	0	5	16	37	61
3	21	6	1	1	5	16	38	62
4	20	6	1	1	5	17	39	62
5	19	5	1	1	5	18	40	63
6	19	5	1	1	6	18	40	64
7	18	5	1	1	6	19	41	64
8	18	5	1	1	6	19	42	65
9	17	4	1	1	7	20	43	66
10	16	4	1	1	7	21	44	67
11	16	4	0	1	7	21	45	67
12	15	4	0	1	8	22	46	68
13	15	3	0	1	8	23	46	69
14	14	3	0	1	9	23	47	69
15	14	3	0	1	9	24	48	70
16	13	3	0	1	9	25	48	
17	13	2	0	2	10	25	49	
18	12	2	0	2	10	26	50	
19	12	2	0	2	11	27	51	
20	11	2	0	2	11	27	51	
21	11	2	0	2	12	28	52	
22	11	2	0	2	12	29	53	
23	10	2	0	2	12	30	54	
24	10	1	0	3	13	30	55	
25	9	1	0	3	14	31	56	
26	9	1	0	3	14	32	56	
27	8	1	0	3	14	33	57	
28	8	1	0	3	15	33	58	
29	8	1	0	4	(15)	34	59	
30	7	1	0	4		35	60	
31	7		0	4		36		

og minnkar með skýjahulu og ýfingu vatnsborðsins (vindi, straumi) (Cox og Munk 1955).
Talið er að fá megi sæmileg meðalgildi á eðlisendurkasti vatns fyrir heildarsólgeislunina yfir lengri tímabil, 10 daga eða meira (Budyko 1956). Nokkur ónákvæmni í α hefur einnig lítil áhrif þegar sólgeislun er einhver að ráði því að þá er það ekki nema fáein prósent til jafnaðar.

Með hliðsjón af töflu yfir mánaðarmeðalgildi á eðlisendurkasti vatns eftir Budyko (Table 6, Budyko 1956) hefur meðfylgjandi tafla yfir $G_i = G_o (1 - \alpha)$ fyrir einstaka daga verið sett saman. G_i er sá hluti sólgeislunar sem sogast í vatnið eða botninn og vermir vatnið. G_i er hér reiknað sem meðalgildi yfir allan sólarhringinn.
(1 Mcal km^{-2} s^{-1} allan sólarhringinn samsvarar 8.64 cal cm^{-2} dag^{-1}).

Samkvæmt Cox og Munk (1955) er eðlisendurkast nokkru minna (G_i meira) á norðlægum slóðum en Budyko telur. Aftur á móti má búast við aukningu á α þegar um er að ræða varmatap frá 0^o C vatni vegna kraps.

Staðhættir hafa vitaskuld áhrif á beina sólgeislun. Þar sem árnar renna ekki í gljúfrum eða djúpum, skuggsælum dölum er þetta þó lítið atriði því að geislunin er mest þegar sól er hátt á lofti.

Rétt er að leggja áherzlu á að útreikningar sem þessir á sólgeislun gefa sjaldan rétt gildi fyrir einstaka daga þó að meðalgildi yfir lengri tíma kunni að vera nærri lagi.

2.3 Jarðgeislun

Varmatap við jarðgeislun fæst sem mismunur útgeislunar frá vatninu og endurgeislunar frá lofthjúpnum sem sogast í yfirborðið.

Varmatap við útgeislun er : $\varsigma \sigma T_v^4$ (Lögmál Stefáns og Boltzmanns.)

Útsenditalan (ísogstalan) ς = 0.95 fyrir vatn (Ångström, Falkenberg (Devik 1931)).

Jörðin sendir út geislun því sem næst eins og svarthlutur. Þessi geislun sogast að nokkru í vatnseim o.fl. í loftinu en nokkur hluti hennar fer út í geiminn er sá hluti aðallega háður magni og dreifingu vatnseimsins. Endurgeislun frá lofthjúpnum til jarðar er jöfn og mismunur útgeislunar frá jarðaryfirborði og þess hluta sem fer út í geiminn. Ef reiknað er með að hiti jarðaryfirborðs sé hinn sami og lofthitinn er endurgeislun frá lofti:

$$\sigma\, T_1^4\, \left[1 - f(M_r)\right]$$

M_r er mál fyrir heildarvatnsmagn loftsins.

Varmatap við jarðgeislun í heiðskíru veðri verður þá:

$$s_1 = \varsigma\sigma\, T_v^4 - \varsigma\sigma T_1^4 \cdot \left[1 - f(M_r)\right] = \varsigma\sigma\, T_1^4\, f(M_r) + \varsigma\sigma\,(\, T_v^4 - T_1^4\,) = R_o + d$$

Fyrir $f(M_r)$ (eða $\left[1 - f(M_r)\right]$) eru til ýmsar reynsluformúlur. Hinar algengustu er kenndar við

Ångström: $f(M_r) = (\, a_1 + b_1 \cdot 10^{-c_1 e}\,)$
og Brunt: $f(M_r) = (\, a_2 - b_2 \cdot \sqrt{e}\,)$.

e er eimþrýstingur loftsins við yfirborð jarðar, en til jafnaðar er heildarvatnsmagn loftsins fall af e.

Í ýmsum heimildum er að finna mismunandi gildi á stuðlunum a og b og gefa þau mismunandi gildi á R_o. Til samanburðar hefur R_o. verið reiknað út við e = 3 mb og T_1 = 268° A (algeng skilyrði við Þjórsá) eftir nokkrum heimildum. (R_o: Mcal km^{-2} s^{-1}).

Heimild	Formúla	R_o, 3 mb, ÷ 5^o C
Devik 1931	Ångström	32.0
Haurwitz 1941	"	23.9
" "	Brunt	28.0
Johnson 1954	"	26.4
Möller 1951	Ångström	22.7
" "	Brunt	27.7
Budyko 1956	"	20.2
Möller 1957	Ångström	24.4
" "	Brunt	23.3

Með hliðsjón af þessu hefur verið valið hér að nota Brunts formúlu með a = 0.46 og b = 0.06 sem gefur R_o = 23.7 við e = 3 mb og T_1 = 268^o K.

Varmatap við jarðgeislun í heiðskíru veðri reiknast þá

$$s_1 \doteq R_o + d = \varsigma\sigma T_1^4 \ (0.46 - 0.06 \sqrt{e} \ ) + \varsigma\sigma (T_v^4 - T_1^4).$$

Liðurinn R_o er reiknaður út og dregið upp meðfylgjandi línurit samsvarandi Abb. 10 hjá Devik (1931). (Þar er notuð önnur formúla fyrir $f(M_r)$).
Liðurinn d er á línuriti, Abb. 11, hjá Devik (1931).

Þegar skýjað er eykst endurgeislun frá lofti og R_o minnkar:

$$R = R_o \cdot c \qquad 0 < c \leq 1 .$$

Liðurinn d er óháður skýjahulu. Að svo sé má sjá með því að hugsa sér öfgatilfellið að endurgeislun frá lofti væri jafnmikil og útgeislun frá jörð. Þá væri varmatap vatns við jarðgeislun: $\varsigma\sigma\,(T_v^4 - T_l^4) = d$. (Devik 1931).

Ýmsar formúlur eru til fyrir c og skulu hér nefndar nokkrar.

1. Devik (1931)

   1.1 $c = 1 - 0.03N - 0.06\ L.$ N: skýjahula (0 - 10)

   1.2 $c = 1 - 0.09\ N$ L: lágský (0 - 10)

2. Budyko (1956)

   2.1 $c = 1 - (k_H n_H + k_M n_M + k_L n_L)$

   n_H : háský, 0 - 1 $k_H = 0.2$

   n_M : miðský, 0 - 1 $k_M = 0.6$ til 0.7

   n_L : lágský, 0 - 1 $k_L = 0.8$ til 0.9

   2.2 $c = 1 - kn^m$ n : skýjahula, 0 - 1 .

   m = 1.5 til 2. k: breytilegt eftir breiddargráðu.

3. Subow (1957).

   Sama formúla og 2.2 með m = 2. Fyrir 65^o er k = 0.78.

Oft eru upplýsingar um gerð skýjahulunnar takmarkaður og er þá notuð formúla þar sem heildarskýjahulan gengur inn, t.d. 2.2 með m = 2 og k = 0.78. Þegar skýjahulan er gefin í áttunduhlutum verður

$$c = 1 - 0.012\ N^2 \ ; \quad N: \ 0 - 8.$$

Á 1. mynd er línurit yfir eimþrýsting, e, sem fall af lofthita, t eftir athugunum við Tangafoss. Þar sést, að sæmileg nálgun er að reikna með $e = 5.5\ \exp(0.11\ t)$ á þessum stað.
Þetta mætti setja inn í formúluna fyrir R_o, en frá 0 til -15^oC breytist R_o svo lítið að reikna má með föstu gildi :
23.5 Mcal $km^{-2}\ s^{-1}$.

Fyrir d má leiða út nálgunarformúlu þegar hitamismunur lofts og vatns er tiltölulega lítill:

$d \simeq \varsigma \sigma T_m^3 \, 4 \, (t_v - t_l)$

Þar sem T_m er meðalgildi á T_v og T_l . Við lofthita frá 0 til - 15^o C má reikna með T_m = 273 þegar um er að ræða varmatap frá 0^o C vatni, það gefur aðeins um 1 Mcal km $^{-2}$ s^{-1}of hátt við ÷ 15^o C.

Með ς = 0.95 og σ = 13.59 x 10 $^{-9}$ Mcal km^{-2} s^{-1} $^oK^{-4}$ verður þá nálgunarformúla fyrir varmatap við jarðgeislun:

$$s_1 = 23,5 \, (1 - 0,012 \, N^2) + 1,05 \, (t_v - t_l); \quad [\text{Mcal km}^{-2} \, s^{-1}].$$

Sólgeislunin kemur til frádráttar og má taka hana með í formúluna sem verður þá (sbr. kafla 2.2):

$$s_1 = (23,5 - G_o(1 - \alpha))(1 - 0,012 \, N^2) + 1,05 \, (t_v - t_l) \, . \quad [\text{Mcal km}^{-2} \, s^{-1}]$$

Við útreikning á sólarhringsmeðaltölum fæst G_o (1 - α) úr töflu 1 (á 64^o N br.).

3 Uppgufun og uppstreymi.

Í örþunnu lagi við vatnsyfirborðið gerist varmaflutningurinn með sameindaútruna en þegar hærra dregur er hvirfilútruni yfirgnæfandi. Viðnámið gegn varmaflutningnum er mest neðst eins og sést af því að hitabreytingin frá vatnsborði upp í fárra metra hæð gerist að mestu í nokkurra millimetra þykku lagi við vatnsborðið (Deacon og Webb 1960).

Útleiðslu á afleiðujöfnum fyrir hvirfilútruna einhvers eiginleika, β , má finna í ýmsum handbókum, t.d. Haltiner og Martin (1957). Jöfnunar eru þannig:

$$\frac{d\bar{\beta}}{dt} = -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\varrho\overline{\beta' u'}\right) - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\varrho\overline{\beta' v'}\right) - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial z}\left(\varrho\overline{\beta' w'}\right) \qquad [1]$$

x, y og z eru hnit (z lóðhnit). t: tími. ϱ : eðlisþyngd loftsins. u, v og w eru þættir vindhraðans í stefnu x, y og z.

$\beta = \bar{\beta} + \beta'$;

β : sinngildi (augabraðgsgildi);
$\bar{\beta}$: meðalgildi;
β': iðusláttur;

og samsvarandi fyrir u, v og w.

Samkvæmt tæknilegum iðufræðum sem byggð eru á því að líkja hvirfilútruna við sameindaútruna er

$$\varrho\overline{\beta' w'} = -A_z \frac{\partial\bar{\beta}}{\partial z} = -\varrho K_z \frac{\partial\bar{\beta}}{\partial z} \qquad [2]$$

og samsvarandi fyrir x og y þættina.
A er nefnt skiptastuðull („exchange coefficient" (Schmidt)).
K er nefnt hvirfilútrunastuðull („eddy diffusion coefficient" (samsvarandi „kinematic coefficient of eddy viscosity" í streymisfræðum (Prandtl).

Með þessu verða afleiðujöfnur fyrir hvirfilútruna:

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho K_x \frac{\partial \beta}{\partial x}\right) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho K_y \frac{\partial \beta}{\partial y}\right) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho K_z \frac{\partial \beta}{\partial z}\right) \qquad [3]$$

Hér er yfirstrikunum sleppt því að öll gildi eru meðalgildi.

Við notkun á jöfnunum [3] verður að gæta þess að β sé eiginleiki sem ekki breytist við innrænar breytingar loftsins. T.d. er ekki rétt að nota hitastig við uppstreymi (það breytist með þrýstingnum þegar loftið flyzt upp eða niður).
Við uppgufun er notað rakahlutfall, q, (massi vatnseims í massaeiningu lofts).
Við uppstreymi er notað varmamagn miðað við varmastig, $c_p \cdot \theta$, (c_p: eðlisvarmi loftsins (við ákv. þrýsting); θ: varmastig, það er það hitastig ($^{\circ}$K) sem loftið fengi við flutning til 1000 mb þrýstings við innrænar breytingar).

Til hagnýtra nota á jöfnunum [3] verður að taka einföld tilfelli. T.d. má athuga stöðugt ástand og sleppa útruna í lárétta stefnu. Ef x-ásinn stefnir eins og vindurinn er

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{\partial \beta}{\partial t} + \frac{\partial \beta}{\partial x} u .$$ Við stöðugt ástand er $$\frac{\partial \beta}{\partial t} = 0 .$$

Þegar útrúna í lárétta stefnu er sleppt verða jöfnunar fyrir stöðugt ástand:

$$u \frac{\partial \beta}{\partial x} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho K_z \frac{\partial \beta}{\partial z}\right) \qquad [4]$$

Útrunastuðulinn, K_z, er breytilegur, hann er fall af hæð yfir jörð, vindhraða, jafnvægi loftsins og fleiru.

Þegar β er vindhraði eru til formúlur fyrir útrunastuðulinn sem leiddar eru út eftir iðufræðum Prandtls og Karmans og mælingum vindhraðadreifingar við mismunandi jafnvægi loftsins. Formúlur fyrir útrunastuðla við uppgufun og uppstreymi verða ekki leiddar út á sama hátt.

Í stað K_z verður hér á eftir skrifað:

K_u fyrir uppgufun

K_h fyrir uppstreymi og

K_v fyrir vindhraða.

Oft er gert ráð fyrir því að $K_u = K_h = K_v$ má þá tegra jöfnurnar [4] fyrir sérstök tilfelli með ákveðnum forsendum.

Sutton (1953) hefur leyst jöfnurnar [4] fyrir uppgufun af óendanlega löngum jafnbreiðum fleti þegar vindstefnan er þvert á flötinn.
Forsendur hans eru m. a.:

Að Yfirborðið sé slétt.
Að yfirborðið utan við flötinn sé þurrt.
Að loftið sé mettað niðri við flötinn (vökvaborðið).
Að vindhraðadreifingin sé gefin með.

$$v = v_1 \cdot \left(\frac{z}{z_1}\right)^n \quad ; \quad n = m/2-m$$

Þar sem v er hraði í hæðinni z og v_1 hraði í hæðinni z_1.

Formúla Suttons fyrir útrunastuðulinn er allflókin og verður ekki rakin hér.
Niðurstöðu Suttons um heildaruppgufun á lengdareiningu flatarins má rita þannig:

$$E = f(m, z_1, \ldots) \cdot \rho \cdot (q_v - q_1) \cdot v_1^{2-m/2+m} \cdot x_o^{2/2+m}$$

x_o er breidd uppgufunarflatarins, q_v er mettunarrakahlutfallið við vatnshitann og q_1 er rakahlutfall loftsins. n er breytilegt og hefur mælzt allt frá 0.02 upp í 0.87. Yfir sléttum fleti í vindgöngum er n = 0.142 og svipað gildi mun vera algengt í náttúrunni við óráðið jafnvægi loftsins. Með n= 0.142 er m = 0.25 og

$$E = \text{óbr.} \cdot (q_v - q_1) \cdot v_1^{0,78} \cdot x_o^{0,89}$$

Veldisvísirinn á v_1, 0.78, kemur vel heim við mælingar í vindgöngum . (Sutton 1953)

Athyglisvert er að uppgufunin er ekki í beinu hlutfalli við flatarmál yfirborðsins.

Sutton getur þess að sömu niðurstöður fáist þó að yfirborðið sé hrjúft.

Formúla Suttons er mjög athyglisverð og forsendur hans eru góðar að öðru leyti en því að hann gerir ráð fyrir hvirfilútruna allt niður að vökvaborði. Prófanir á formúlunni í náttúrunni eru mjög takmarkaðar.

Yfir óendanlega stórum fleti verða jöfnurnar [3] :

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = \frac{1}{\varrho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\varrho K_z \frac{\partial \beta}{\partial z} \right)$$

Því að ástandið er eins í allar áttir lárétt. Við stöðugt ástand er $\partial \beta / \partial t = 0$ eða

$$\varrho K_z \frac{d\beta}{dz} = \text{óbreyta} = s \, , \qquad [5]$$

þ.e.a.s. útruninn á flatar- og tímaeiningu er óháður hæðinni. Yfir sjó gildir þetta í neðstu 10 - 20 metrunum (Sverdrup 1957).

Í þessu tilfelli er varmatap við uppgufun:

$$s_2 = \varrho K_u \cdot L \cdot \frac{dq}{dz} \quad ; \quad (\text{L: uppgufunarvarmi}); \qquad [6]$$

og uppstreymi:

$$s_3 = \varrho K_h \cdot c_p \cdot \frac{d\theta}{dz} \quad . \qquad [7]$$

Þessar jöfnur má einnig fá beint með því að hugsa sér að hvirfilútruni sé sama eðlis og sameindaútruni eða með því að álykta að varmastreymið stefni eftir meðalfallanda q og θ og breytist með fallandum við ákveðinn iðustyrk því að iðan orsakar blöndun loftsins og leitast við að jafna út fallanda rakans og hitans.

Hér er rétt að líta aðeins aftur á jöfnurnar [1] . Við stöðugt ástand yfir óendalega stórum fleti verða þær (samsvarandi [5]):

$$s = \rho \overline{\beta' w'} .$$

Mælingar á β' og w' gefa því beina ákvörðun á s („The eddy-correlation technique"). Slíkar mælingar eru mikilsverðar til samanburðar við reynsluformúlur (Deacon og Webb 1960) en of umfangsmiklar til notkunar við verkfræðilega ákvörðun á varmatapi.

Með $K_u = K_h = K_v$ má tegra jöfnurnar [6] og [7] frá $z_1 > 0$ til $z_2 > z_1$. Ýmsar uppgufunarformúlur (t.d. Thornthwaite - Holzman) sem þannig eru fengnar eru sæmilegar og réttar við viss skilyrði, en til að nota þær þarf athuganir í tveimur hæðum, z_1 og z_2, auk þekkingar á hrýfi yfirborðsins.

Tegrun 6 og 7 frá $z = 0$ strandar á því að ekki er vitað um þykkt neðsta lagsins með sameindaútruna og hvernig breytingunni yfir í hvirfilútruna er háttað. Mismunandi forsendur gefa mismunandi niðurstöður (Sverdrup 1951). Auk þess er hiti yfirborðsins ekki alltaf hinn sami og mældur vatnshiti. (Í frosti með $t_v \leqq 0^o$ C er undirkælingin mest við yfirborðið). Óljóst er um áhrif öldugangs og úða.

Forsendan að $K_u = K_h = K_v$ er ekki rétt nema við óráðið jafnvægi loftsins. Samkvæmt Deacon og Webb (1960) má reikna með $K_u = K_v$ en K_h er stærra en K_v við hverfult jafnvægi og minna við stöðugt jafnvægi. Við mjög hverfult jafnvægi getur K_h verið um 30% stærra en K_v.

Með samfelldum vindáttarmælingum (síritum) má fá upplýsingar um hitafallandann og eðli iðunnar við yfirborð jarðar (Smith 1951). Á Þjórsársvæðinu eru síritandi mælar sem e. t. v. má nota í þessu skyni. Ekki hefur enn verið unnið úr mælingunum til þessara nota en lausleg athugun bendir til að við mikið varmatap sé oftast um að ræða iðu sem aðallega er háð hrýfi yfirborðsins og vindhraða í ákveðinni hæð. Við slík skilyrði er væntanlega fast hlutfall milli K_u og K_h.

Af því sem upp hefur verið talið er ljóst að notast verður við grófar nálgunarformúlur til útreikninga á varmatapi vatnsfalla við uppgufun og uppstreymi eftir venjulegum veðurathugunum og mælingu vatnshita.

Hér verður gengið út frá jöfnunum [6] og [7] og reiknað með að $K_u = K_h = K$. Tegrun frá z = 0 (vatnsborði) upp í athugunarhæð, z, gefur

$$s_2 = \varrho L B_z (q_v - q_1) \; ; \qquad [8]$$

$$s_3 = \varrho c_p B_z (\theta_v - \theta_1) \; ; \qquad [9]$$

hér er

$$B_z = \frac{1}{\int_0^z \frac{1}{K} dz}$$

q_v er rakahlutfall mettaðs lofts við hitastig vatnsins og θ_v er varmastig samsvarandi vatnshitanum. q_1 og θ_1 eru rakahlutfall og varmastig í athugunarhæð. Stuðulinn B_z verður að ákveða með mælingum. Hann mun ekki vera eins breytilegur með hæð yfir jörð og K (Budyko 1956).

Með hliðsjón af formúlu Suttons er gert ráð fyrir að $B = D \cdot v_z^n$ þar sem D er óbreyta og v_z vindhraði í athugunarhæð (z).

Í stað q og θ eru settar inn stærðir sem fást með venjulegum veðurathugunum: eimþrýstingur, e, og hitastig, t (^oC).

Við jörð er varmastigið næstum sama og algilt hitastig:

$$\theta_v - \theta_1 \simeq T_v - T_1 = t_v - t_1 \quad .$$

$$q = 0{,}622 \frac{e}{p - 0{,}378\, e} \simeq 0{,}622 \frac{e}{p} .$$

$$\rho = \frac{p}{R\, T_1'} \simeq \frac{p}{R\, T_1} .$$

p : loftþrýstingur,
R: gastalan fyrir þurrt loft.
$T_1' = T_1 \cdot (1 + 0.61\, m) \simeq T_1$. m er massi vatnseims á massaeiningu af þurru lofti; $m = \frac{0.622\, e}{p - e}$.

Þetta er sett inn og verða þá jöfnurnar [8] og [9] :

$$s_2 = \frac{0{,}622\, L}{R\, 273} \cdot D \cdot v_z^n \cdot \frac{273}{T_1} (e_v - e_1) \qquad [8a]$$

$$s_3 = \frac{c_p}{R} \cdot D \cdot v_z^n \cdot \frac{p}{T_1} \cdot (t_v - t_1) \qquad [9a]$$

Auk þess má reikna út:

$$\frac{0{,}622\, L}{R\, 273} \simeq 19{,}8 \quad \text{og} \quad \frac{c_p}{R} \simeq 3{,}5 .$$

Með þessu fæst:

$$\underline{s_2 = 19{,}8 \cdot D \cdot v_z^n \cdot \frac{273}{T_1} \cdot (e_v - e_1)} \qquad [8b]$$

$$\underline{s_3 = 3{,}5 \cdot D \cdot v_z^n \cdot \frac{p}{T_1} \cdot (t_v - t_1)} \qquad [9b]$$

Þegar um er að ræða varmatap frá vatni nálægt 0^{o} C í frosti breytist T_1 innan tiltölulega þröngra marka. Þess vegna er dregið saman:

$$19{,}8 \cdot D \cdot \frac{273}{T_1} = C.$$

Einnig kemur til greina að setja inn meðalgildi fyrir loftþrýstinginn, p. Hér á landi er loftþrýstingur við sjávarmál nálægt 1000 mb til jafnaðar yfir vetrarmánuðina. Á Þjórsársvæðinu í 200 - 400 m y. s. má þá reikna með $p \sim 960$ mb.

Með þessu verður:

$$s_2 = C \cdot v_z^n \cdot (e_v - e_1) \qquad [10]$$

$$s_3 = 0{,}62 \cdot C \cdot v_z^n \cdot (t_v - t_1) \qquad [11]$$

e: mb . t: °C .

C og n verður að ákveða með mælingum.

4 Mælingar.

Til ákvörðunar á C og n í jöfnunum [10] og [11] í undanfarandi kafla er æskilegast að mæla raunverulegt varmatap í vatnsfalli. Devik (1931) skýrir frá slíkum mælingum í Niðaránni í Noregi. Niðurstöður Deviks eru þó ekki nothæfar hér á landi, formúlur hans gefa greinilega allt of lítið varmatap, a.m.k. á Þjórsársvæðinu. Stafar það vafalaust af ólíkum staðháttum og meiri vindhraða hér á landi.

Í marz - maí 1965 voru gerðar mælingar við Tangafoss og fengin samsvarandi gildi á veðurþáttum og kælingu vatns í varmamælum. Varmamælarnir voru plastkassar einangraðir með frauðplasti. Vatnsmagn var 16 - 18 l, vatnsyfirborð 0.09 m^2. Varmatapið, $S = s_1 + s_2 + s_3$, var reiknað út eftir kælingunni. Varmatap við geislun, s_1, var reiknað eftir formúlunum í kafla 2. Þá fæst

$$s_2 + s_3 = S - s_1$$

og

$$C \cdot v_6^n = \frac{s_2 + s_3}{(e_v - e_1) + 0{,}62 \cdot (t_v - t_1)}$$

v_6 er vindhraði í 6 m hæð, en síritandi vindrellur á Þjórsársvæðinu eru í þeirri hæð.

Á 1. mynd eru sýnd samsvarandi gildi á $C \cdot v_6^n$ og v_6 eftir þessum mælingum og útreikningum. Sólgeislun var engin þegar þessar mælingar voru gerðar. Jöfnur fyrir $C \cdot v_6^n$ sem gefa bezta nálgun við mælingarnar eru

$$C \cdot v_6^n = 1{,}9 \cdot v_6^{0{,}845}$$

þegar s er reiknað í Mcal $km^{-2}s^{-1}$.

Þess má geta að jöfnur á forminu a + b·v gefa jafngóða nálgun á því bili sem mælingarnar ná yfir.

Álitamál er hvort varmatap úr litlum ílátum gefi rétta hugmynd um varmatap frá stærri vatnsfleti. Samt sem áður hafa formúlur sem fengnar eru með mælingunum við Tangafoss verið notaðar á Þjórsársvæðinu. Ein prófun hefur fengizt á gildi þeirra þar. Mæld var viðbót á rúmtaki Búrfellshrannar ákveððð tímabil. Útreikningar á ísmagni komu vel heim við mælt ísmagn, sjá skýrslu um ísaathuganir við Tangafoss (Sigmundur Freysteinsson 1967).

5 Skýringar á táknum.

A	Skiptastuðull
B, C, D	stuðlar (óbreytur)
G	sólgeislun
G_o	sólgeislun í heiðskýru
$G_i = G_o(1-\alpha)$	
K	hvirfilútrunastuðull
L	uppgufunarvarmi
M_r	vatnsmagn í lofti
N	skýjahula 0 - 8
R	geislun, gastala
R_o	geislun
T	algilt hitastig, ^oK (Kelvin)
T_v	vatnshiti ^oK
T_l	lofthiti ^oK
a, b	óbreytur
c, c_1, c_2	breytingar vegna skýjahulu (við geislun)
c_p	eðlisvarmi lofts við ákv. þrýsting.
d	geislun
e	eimþrýstingur
e_v	eimþrýstingur yfir vatni
e_l	eimþrýstingur í lofti
f	fall
k	stuðull
m, n	óbreytur
n	skýjahula 0 - 10 eða 0 - 1
p	loftþrýstingur
q	rakahlutfall
q_v	rakahlutfall yfir vatni
q_l	rakahlutfall í lofti
s	sekúnda, varmatap
s_1, s_2, s_3	varmatap á flatar- og tímaeiningu
t	hitastig
t_v	vatnshiti ^{o} C

t_l	lofthiti ^oC
u, v, w	þættir vindhraða
v_z	vindhraði í hæð
x, y, z	hnit
z	hæð yfir jörð
α	eðlisendurkast
ζ	ísogstala, útsenditala
θ	varmastig
μ	mikron (10^{-6} m)
ρ	eðlisþyngd lofts
σ	stuðull Stefáns og Boltzmanns

6 Heimildir.

Brunt, D., 1939: Physical and Dynamical Meteorology. London.

Budyko, M.I., 1956: The Heat Balance of the Earth's Surface. U.S. Weather Bureau, Washington 1958.

Cox, Charles and Walter Munk, 1955: Some Problems in Optical Oceanography. Journal of Marine Research, Vol. 14, No. 1.

Deacon, E.L. and E.K. Webb, 1960: Interchange of Properties between Sea and Air. 3. Small-scale interactions. The Sea, Vol. 1, London 1962.

Devik, Olaf, 1931: Thermische und dynamische Bedingungen der Eisbildung in Wasserläufen. Geofys. Publ. Vol. IX. No. 1, Oslo.

Einarsson, Markus A., 1966: Global radiation in Reykjavík and its relation to some meteorological elements. Meteorologiske annaler, Bd. 4, Nr. 20, Oslo.

Freysteinsson, Sigmundur, 1967: Ísaathuganir við Tangafoss Raforkumálastjóri, Reykjavík.

Haltiner, Georg J. and Frank L. Martin, 1957: Dynamical and Physical Meteorology. New York 1957.

Haurwitz, B., 1941: Dynamical Meteorology. London.

Johnson, J. C., 1954: Physical Meteorology. New York.

Möller, Fritz, 1951: Long-Wave Radiation. Compendium of Meteorology. Am. Met. Soc., Boston.

Möller, Fritz, 1957: Strahlung in der unteren Atmosphäre. Handbuch der Physik, Band XLVIII.

Smith, Maynard E., 1951: The Forecasting of Micrometeorological Variables. Am. Meteorol. Soc. Meteorol. Monographs, vol. 1, no. 4.

Subow, N.N., 1957: Oceanologiske tabeller. Iskontoret NVE, Oslo (Oversettelse).

Sutton, O.G., 1953: Micrometeorology. London.

Sverdrup, H.U., 1951: Evaporation from the Oceans. Comp. of Meteorology. Boston.

Sverdrup, H.U., 1957: Oceanography. Handbuch der Physik. Band XLVIII.

7 Orðalisti

Íslenzka	Enska
afleiðujöfnur	differential equation
eðlisendurkast	reflectivity, albedo
eðlisþyngd	density
eimþrýstingur	vapor pressure
endurkast	reflection
fall	function
fallandi	gradient
gastala	gas constant
hitahvarf	inversion
hnit	coordinate
hrjúfur	hydrodynamically rough
hrýfi	surface roughness
hvirfilútrunastuðull	eddy - diffusion coefficient
hvirfilútruni	turbulent diffusion
iða	turbulence
iðuslåttur	turbulent fluctuation (turbulent component)
innrænar breytingar	adiabatic changes
ísog	absorption
ísogstala	absorption coefficient
jafnvægi (hverfult, óráðið, stöðugt)	equilibrium (unstable, indifferent, stable).
jarðgeislun	terrestrial radiation
lofthjúpur	atmosphere
meðalgildi	mean value
óbreyta	constant
rakahlutfall	specific humidity
reynslu-	empirical

Íslenzka	Enska
sameindaútruni	molecular diffusion
sinngildi (augabragðsgildi)	instantaneous value
skiptastuðull	exchange coefficient
sléttur	hydrodynamically smooth
sólgeislun	global radiation, solar radiation
svarthlutur	black body, full radiator
tegrun	integration
uppgufun	evaporation
uppstreymi	convection
útsending	emission
varmastig	potential temperature
vindgöng	wind tunnel
þáttur	component.

8 ENGLISH SUMMARY

In the winters 1964-65 and 1965-66 an ice investigations program was carried out in the Thjórsá and Hvítá River Basins Southern Iceland. The program was sponsored by the State Electricity Authority, Reykjavík, with expert and financial aid from the United Nations Special Fund and was under the supervision of the Norwegian ice experts Dr. Olaf Devik and Chief Engineer Edvigs V. Kanavin. The main results of the investigations have been described in previous reports (Devik & Kanavin 1965, Freysteinsson 1966, 1967).

A part of the program was to consider the possibilities of calculating ice production in open water (stream leads) from routine meteorological observations. In the present report the formulas for heat loss are reviewed and on basis of theoretical considerations and results of measurement of heat loss from small vessels the formulas presently used in the Thjórsá Basin are developed.

One of the first and best attempts to give a full account of the thermal balance of rivers in winter-tide was made by Dr. Olaf Devik (1931).

The factors that govern the thermal balance are :

1 Radiation
   1.1 Global radiation
   1.2 Terrestrial radiation
2 Evaporation and convection
3 Heat from river bed
4 Frictional heating
5 Precipitation
6 Heat from ground water

When the rate of cooling or ice production is substantial the first factors, 1 and 2, usually predominate. Heat conduction from the river bed is very small compared to 1 and 2 (Devik 1931). The frictional heating is easily computed (the temperature of the water will be increased by $1^{o}C$ if it falls 427 m). Snow and snow drift may give an essential addition to the ice produced by other factors. Heat from ground water is important in many rivers in Iceland, e.g. Tungná and Kaldakvísl.

Devik (1931) proposed a set of formulas for computations of the rate of heat loss from open water. The formulas have since been used in Norway and some other countries as well. After preliminary investigations it was soon clear that these formulas give too little heat loss in the Thjórsá Basin, perhaps because of different geography and higher wind velocities in Iceland.

A comparison of formulas for the rate of heat loss or evaporation after different sources shows a very great divergence. It was therefore neccessary to take up investigations into the subject.

The theoretical basis of Dr. Devik´s formulas has been reviewed taking into account later contributions from various scientists. For the rate of heat loss per unit area by radiation (s_1), evaporation (s_2) and convection (s_3) the following set of formulas is proposed :

$$s_1 = \varsigma \cdot \sigma \cdot T_1^4 \cdot f(M_r) \cdot c_1 + \varsigma \cdot \sigma \cdot (T_v^4 - T_1^4) - G_o \cdot (1 - \alpha) \cdot c_2$$

$$s_2 = 19,8 \cdot D \cdot v_z^n \cdot \frac{273}{T_1} \cdot (e_v - e_1)$$

$$s_3 = 3,5 \cdot D \cdot v_z^n \cdot \frac{p}{T_1} \cdot (t_v - t_1)$$

c_1	cloudiness reduction	v_z	wind velocity at height z over ground
c_2	" "	D	constant
e_v	vapour pressure over water	G_o	global radiation with clear sky
e_1	" " in air	T_v	absolut temp. of water ^oK
$f(M_r)$	a function of the total water content of the air above	T_1	" " of air ^oK
n	exponent	α	albedo of the water surface
p	air pressure	ς	absorption coefficient of water
t_v	water temperature	σ	Stefan-Boltzmann constant
t_1	air temperature		

The coefficient D and exponent n must be determined by experiment.

The formulas for evaporation and convection are based on the assumption that the eddy diffusion coefficients are the same for these two processes. This is only true under convectively neutral conditions. By continuous records of the wind direction it is possible to draw some conclusions about the type of turbulence (Smith 1951). Preliminary investigation of wind records indicates that in the Thjórsá Basin the turbulence is predominantly mechanical when the heat loss is substantial. This supports the assumption of equality of the eddy diffusion coefficients.

For practical applications in the Thjórsá Basin (64° Lat. N, 200-400 m a. s. l.) the following approximate formulas have been developed :

$$s_1 = [23,5 - G_o \cdot (1 - \alpha)] \cdot (1 - 0,012 \cdot N^2) + 1,05 \cdot (t_v - t_l)$$

$$s_2 = 1,9 \cdot v_6^{0,845} \cdot (e_v - e_l)$$

$$s_3 = 1,2 \cdot v_6^{0,845} \cdot (t_v - t_l)$$

s Mcal km^{-2} s^{-1} (Mcal = 10^6 cal; cal: "gramcalorie")
e_v vapour pressure over water (saturation pressure of air at water temperature), mb
e_l vapour pressure of air, mb
t_v water temperature, °C
t_l air temperature, °C
v_6 wind velocity 6 m above ground, m s^{-1}
G_o global radiation with clear sky, Mcal km^{-2} s^{-1}
N cloud cover, 0-8
α albedo of the water surface

For the global radiation, relations given by Einarsson (1966) have been adopted.

Values of the albedo are given by Budyko (1956) and Cox and Munk (1955).

The coefficient and the exponent in the expressions for s_2 and s_3 were determined by measurement of heat loss from calorimeters with a water surface of 0, 09 m^2. The heat loss by radiation during the experiments had to be calculated as radiometers were not available.

The accuracy of these formulas may leave something to be desired. It is most likely that they give rather too high a rate of heat loss as the constants in the expressions for evaporation and convection are determined from measurements in small tanks. But, however, comparison of calculated ice production in the stream lead upstream from Thjófafoss Falls in the Thjórsá River for a certain period and volumetric determination of the ice which jammed up downstream show reasonable agreement (cf. Freysteinsson 1967). By further investigations, especially direct measurement of the actual heat loss from rivers under various meteorological conditions, the formulas may be improved.

It must be emphasized that computations of heat loss can not be expected to give accurate results for a short period as the formulas are found in a statistical way.

It is not likely that exactly the same formulas will apply to different rivers. The geography and placing of meteorological stations may matter very much. Where wind velocities are very low the mechanism of evaporation and convection is different from what is assumed here.

References

Budyko, M. I., 1956:

The Heat Balance of the Earth´s Surface.
U.S. Weather Bureau, Washington 1958.

Cox, Charles and Walter Munk, 1955 :

Some Problems in Optical Oceanography.
Journal of Marine Research, Vol. 14, No. 1.

Devik, Olaf, 1931 :
Thermische und dynamische Bedingungen der Eisbildung in Wasserläufen (On the Thermal and Dynamic Conditions for Ice Formation in Rivers).
Geofys. Publ. Vol. IX, No. 1, Oslo.

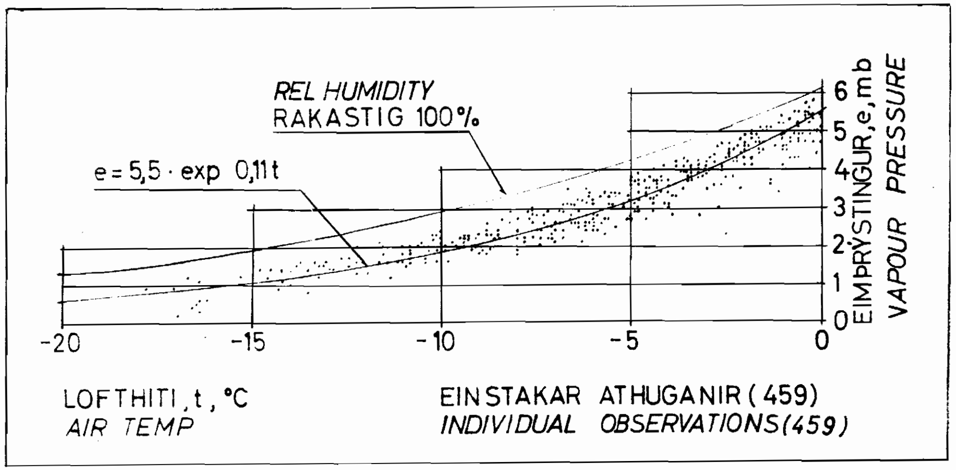
Devik, Olaf and Edvigs V. Kanavin, 1965 :
Final Report on Analysis and Considerations of the Ice Conditions in the Hvítá and Thjórsá River Systems, Southern Iceland.
Oslo, Oct. 1965.

Einarsson, Markus A., 1966 :
Global radiation in Reykjavik and its relation to some meteorological elements.
Meteorologiske annaler, Bd. 4, No. 20, Oslo.

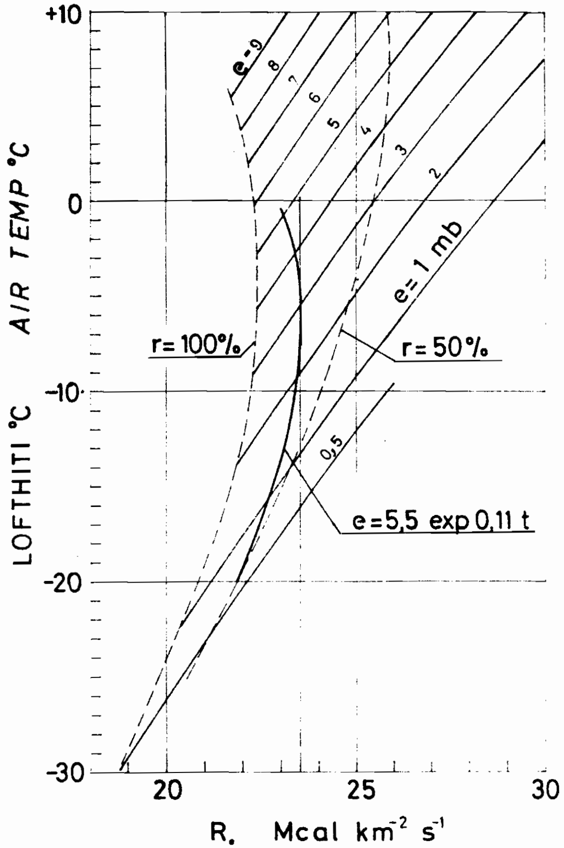
Freysteinsson, Sigmundur, 1966 :
Meteorological Observations at Tangafoss, Thjórsá River Basin, Southern Iceland in the Winters 1964-65 and 1965-66.
SEA, Reykjavik.

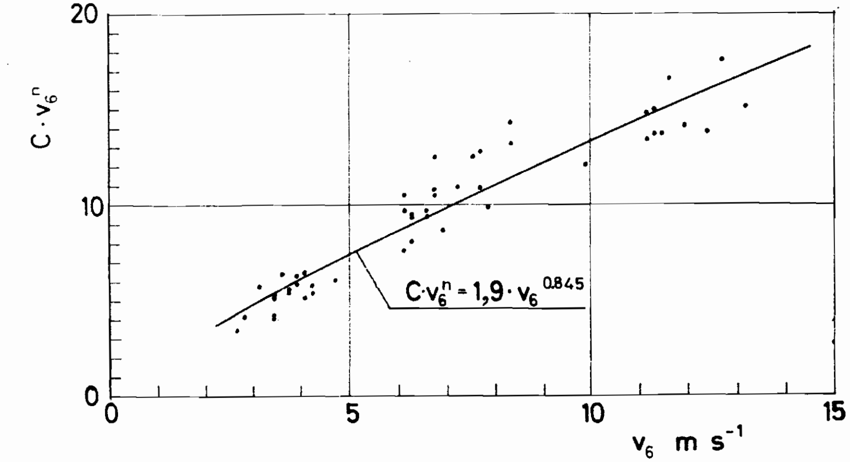
Freysteinsson, Sigmundur, 1967 :
Ice Observations at Tangafoss and in the Thjórsá Basin above Búrfell in the winters 1964-65 and 1965-66.
SEA, Reykjavik.

Smith, Maynard E., 1951 :
The Forecasting of Micrometeorological Variables.
Am. Meteorol. Soc. Meteorol. Monographs, Vol. 1, No. 4.



TANGAFOSS EIMÞRÝSTINGUR – LOFTHITI
VAPOUR PRESSURE – AIR TEMP





1. MYND
FIG. 1

RAFORKUMÁLASTJÓRI					
Varmatap frá vatnsföllum					bl.
T.:	R.:	Y.:	S.:	Dags.	M.:
SIGURÐUR THORODDSEN . VERKFRÆÐISTOFA MIKLABRAUT 34 . REYKJAVÍK . SÍMI 1-45-75					Nr. 01.11.3.01

Breytt: Breytt: Breytt: