



ORKUSTOFNUN
Vatnsorkudeild

Árni Snorrason

**RENNSLISGREINING OG
LENGING RENNSLISRAÐA**
Tölfræðileg aðferðafræði

OS-83081/VOD-09

Reykjavík, október 1983



ORKUSTOFNUN
Grensásvegi 9, 108 Reykjavík

Árni Snorrason

**RENNSLISGREINING OG
LENGING RENNSLISRAÐA**
Tölfræðileg aðferðafræði

OS-83081/VOD-09
Reykjavík, október 1983

ÁGRIP

Skýrsla þessi fjallar um tölfræðilegar aðferðir og notkun þeirra við eftirlíkingu á rennsli vatnsfalla. Í upphafi er gerð nokkur grein fyrir eðli íslenskra vatnsfalla. Í framhaldi af því er lýst tölfræðilegum aðferðum og líkönum er henta við athugun, greiningu og eftirlíkingu á rennslisröðum, sem og á öðrum ferlum með svipaða eiginleika. Næst er fjallað um lengingu rennslisraða með ofangreindum aðferðum og að lokum er aðferðunum beitt á rennslisröð Jökulsár á Dal við Hjarðarhaga, vhm 110. Þar hefur rennsli verið mælt frá árinu 1963, en rennslisröðin var síðan lengd aftur til 1950, byggt á sérfylgni rennslis og tengslum við gráðudaga á Hallormsstað.

Niðurstöður verksins eru, að þær aðferðir sem settar eru fram, eru vel til þess fallnar að líkja eftir rennsli og einnig til þess að lengja rennslisraðir út fyrir þau tíma skeið er vatnamælingar ná yfir. Aðferðafræðin er tiltölulega aðgengileg og gefur góða innsýn í eðli þess vatnakerfis sem henni er beitt á.

EFNISYFIRLIT

	Bl. s.
ÁGRIP.....	2
EFNISYFIRLIT.....	3
TÖFLU- OG MYNDASKRÁ.....	4
1 INNGANGUR.....	5
2 VATNSFÖLL OG RENNSLISRAÐIR.....	6
3 RENNSLISGREINING.....	8
4 LENGING RENNSLISRAÐA.....	14
5 RENNSLISGREINING JÖKULSÁR Á DAL.....	16
6 LENGING RENNSLISRAÐAR JÖKULSÁR Á DAL.....	25
7 NIÐURSTÖÐUR OG LOKAORÐ.....	28
HEIMILDIR/RITSKRÁ.....	29

TÖFLUSKRÁ

Bls.

1	Rennslisröð Jökulsár á Dal, vhm 110.....	18
2	Röð gráðudaga yfir 6 gráðum á Celsíus, mæld á Hallormsstað.....	20
3	Ársferlar rennslis- og gráðudagaraða, Fourier-stuðlar, staðalfrávik.....	21
4	Rennslisröð Jökulsár á Dal, tilbúin.....	24

MYNDASKRÁ

1	Ársferlar þriggja vatnsfalla, Ytri Rangár, Jökulsár á Dal og Hrafnkelu.....	7
2	Rennslisgreining og lenging rennslisraða, vinnsluferli.....	15
3	Afstöðumynd, lega Jökulsár á Dal, veðurstöðvar og vatnshæðarmælar.....	16
4	Ársferlar rennslis- og gráðudagaraða.....	17
5	Sérfylgnifall leifarraðar rennslis.....	21
6	Samfylgnifall leifarraða rennslis og gráðudaga.....	22
7	Samanburður ársmeðaltala mældrar og reiknaðar rennslisraðar fyrir Jökulsá á Dal.....	25
8	Samanburður ársferla mældrar og reiknaðar rennslisraðar fyrir Jökulsá á Dal.....	26
9	Samanburður mældrar og reiknaðrar rennslisraðar fyrir Jökulsá á Dal.....	27

1 INNGANGUR

Skýrsla þessi fjallar um tölfræðilegar aðferðir og notkun þeirra við eftirlíkingu á rennsli vatnsfalla. Aðferðirnar byggja aðallega á tímaraðafræði (theory of time series) og eru því ekki bundnar rennsli eða rennslisröðum, heldur eru þær almennar og því nothæfar við eftirlíkingar á annarskonar ferlum.

Tilgangur skýrslunnar er þríþættur. Í fyrsta lagi að setja fram tölfræðilega aðferðarfræði er að gagni geti komið við eftirlíkingar á flóknum ferlum eins og t.d. rennsli vatnsfalla. Í öðru lagi að auka skilning og þekkingu á eðli vatnsfalla eins og það kemur fram í langtíma rennslisröðum. Í þriðja lagi að líkja eftir rennsli Jökulsár á Dal við Hjarðarhaga, vhm 110. Líkangerðin er grundvölluð á tengslum veðurfars og rennslis. Með því er mögulegt að lengja rennslisraðir út fyrir þau tímasteið er vatnamælingar ná yfir, en það er eitt af aðalmarkmiðum með eftirlíkingum á rennsli.

Í byrjun skýrslunnar er fjallað bæði um vatna- og tölfræðilegar forsendur líkangerðarinnar. Í framhaldi af því er aðferðunum beitt á rennslisröð Jökulsár á Dal við Hjarðarhaga, vhm 110, en í líkaninu er rennsli Jöklu tengt lofthita í formi gráðudaga, mældum á Hallormsstað. Helstu niðurstöður verksins eru síðan dregnar saman.

Heimildaskrá og ritskrá, er inniheldur nokkur rit um tímaraðafræði og notkun hennar í vatnafræði, eru birtar aftan við megintextann.

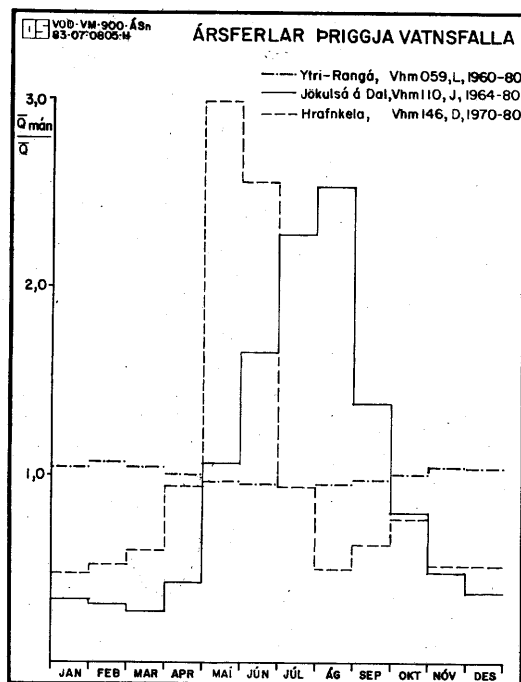
2 VATNSFÖLL OG RENNSLISRÁÐIR

Íslensk vatnsföll eru ólík að eðli og útliti. Þau er þó hægt að flokka í megintegundir eftir náttúru þeirra. Þrjár þær helstu eru lindár, dragár og jökulár. Bæði vatna- og jarðfræðilegum forsendum þessarar flokkunar er ítarlega lýst af Guðmundi Kjartanssyni (1945) og Sigurjóni Rist (1956).

Um árabíl hafa farið fram samfelldar mælingar á fjölmörgum íslenskum ám. Niðurstöður þeirra eru kallaðar rennslisráðir, en almennt eru samfelldar mælingar kallaðar tímaráðir. Í rennslisröðum eru því fólgnar upplýsingar um hegðan ána og eðli. Sem dæmi um þær upplýsingar má nefna langtíma meðalrennsli ána, breytileika rennslis eftir veðri og árstíma eða jafnvel langtíma breytingar á rennsli vegna hægfara loftslagsbreytinga. Einnig fást upplýsingar um flóð, þurrðir og ýmsa aðra eiginleika ána.

Árstíðabundnar breytingar á rennsli aðgreina vatnsfallategundir. Lindár eru mjög jafnar allt árið um kring, en dragár og jökulár breytast mjög, þó með ólíkum hætti sé. Í dragám er mest rennsli þegar snjóa leysir, en minnst í langvinnum frostum á vetrum. Á sumrin er rennsli þeirra nær eingöngu háð regni, sem dreifist á hendingarkenndan hátt um vatnasvið þeirra. Árstíðabundnar breytingar á rennsli jökulvatna eru mjög áberandi, enda háðar hitastigi lofts og sólargangi. Breytingar á hitastigi eru þó hendingum háðar og kemur það glöggf fram í rennsli jökuláa. Þegar mælingar hafa verið gerðar um nokkurra ára bil kemur þó í ljós að hendingarkenndar breytingar rennslis jafnast nokkuð út. Því má skilgreina hugtakið ársferil langtíma meðalrennslis sem þessa árstíðabundnu breytingu á meðalrennsli. Slíkan ársferil má meta á margan veg, t.d. með langtíma meðalrennsli hvers mánaðar, eða viku ársins. Á mynd 1 eru sýndir ársferlar þriggja vatnsfalla byggðir á langtíma meðaltali hvers mánaðar (Sigurjón Rist og Ásgeir Sigurðsson 1982). Ársferill Ytri-Rangár við Árbæjarfoss, vhm 059 er byggður á mælingum 21 árs, frá 1960-1980, ársferill Jökulsár á Dal við Hjarðarhaga, vhm 110 er byggður á mælingum frá 1963-1980 og ársferill Hrafnkelsár við Vaðbrekku, vhm 146 er byggður á mælingum frá 1970-1980. Rétt er að taka það fram að deilt er í mánaðarmeðaltölin með langtímameðaltali hverrar ár til þess að auðvelda samanburð ána innbyrðis. Einkenni vatnsfallategundanna koma skýrt í ljós á þessum línuritum, sérstaklega hið jafna rennsli lindárinnar svo og leysingaflóð hinna tveggja.

Jöfnun rennslis er annar þáttur sem aðgreinir vatnsföll. Jöfnun þessi er mjög mismunandi milli vatnsfallategunda, t.d. jafna lindár árstíðabundna breytingu í úrkomu og leysingu því sem næst algjörlega eins og sýnt var á mynd 1. Einnig jafna lindár rennsli milli ára. Jöfnun dragáa er nær engin, heldur vaxa þær samstundis þegar rignir eða snjóa leysir. Jökulár eru öllu margþættari í rennslisjöfnun sinni. Jökullinn jafnar úrkomu, oft yfir löng tímabil, jafnvel tugi eða hundruð ára. Leysing jökulsins er hinsvegar háð hendingarkenndum breytingum veðurs og rýrir það mjög áhrif hans á rennslisjöfnun. Margskonar breytingar á jöklum, svo sem framhlaup, rýrnun, breyting vatnaskila, o.s.frv. hafa oft veruleg áhrif á leysingu þeirra og valda því langtíma breytingum á rennsli jökuláa.



MYND 1 Ársferlar þriggja vatnsfalla, Ytri Rangár, Jökulsár á Dal og Hrafnkelu.

Tilgangur langtímamælinga á vatnsföllum er margvíslegur, meðal annars sá að öðlast vitneskju um rennslisháttu og vatnsmagn þeirra og breytingu þessara þátta í tíma. Þessa vitneskju er síðan unnt að hagnýta sér við nýtingu vatnsins. Það á við um allar mælingar, að þær gefa aldrei tæmandi upplýsingar um það fyrirbæri sem mælt er. Þessu veldur óvissa mælinganna og svo það, að eðli sumra fyrirbæra er þannig að þau breytast á hendingarkenndan hátt. Þetta tvennt á t.d. við um vatna- og veðurfarslega þætti, og þar með um sjálft rennslið. Þannig verður að líta á melda rennslisröð sem sagnfræðilega viðburðarröð, sem hvorki hefur átt sér stað áður, né mun eiga eftir að endurtaka sig. Þó geymir hin melda röð upplýsingar um rennslið og eðli þess, upplýsingar sem leggja má til grundvallar við greiningu þess. Verður nú vikið að aðferðum sem beita má við greiningu rennslisraða.

3 RENNSLISGREINING

Þær aðferðir er lúta að skilningi og þekkingu á breytingum rennslis í tíma má kalla einu nafni rennslisgreiningu. Eins og áður er getið, liggja samfelldar mælingar á rennslis til grundvallar slíkum aðferðum. Í þessari greinargerð er ætlunin að fjalla nokkuð um rennslisgreiningu og notkun hennar við eftirlíkingu á rennslis. Síðan er ætlunin að nota þær niðurstöður við lengingu rennslisraða yfir önnur tímabil en mælingar ná yfir. Ein aðal aðferðin við rennslisgreiningu er svokölluð tímaraðagreining (time series analysis) og verða henni nú gerð nokkur skil.

Tímaraðagreining er einn angi tölfræðinnar. Til grundvallar tölfræðinni er hins vegar líkindafræðin. Líkindafræðin fjallar um stærðfræðilega eiginleika svonefndra hendinga (random variables), t.d. líkindadreifingu þeirra, meðaltal, breytileika (variance) og vægi (moment) þeirra almennt. Sem dæmi um hendingu mætti nefna flatarmál einhvers vatnasviðs, valið af handahófi. Þessi hending hefur neðri mörk í núlli og svo eru auðvitað einhver takmörk fyrir mestri mögulegri stærð hennar. Öll flatarmál milli þessara marka eru möguleg, en með mjög mismunandi líkum. Annars konar dæmi um hendingu er niðurstaða mælingar á flatarmáli ákveðins vatnasviðs. Það er ljóst að flatarmál þessa vatnasviðs er einhver ákveðin stærð, en ef við mælum það nokkrum sinnum, t.d. á korti með flatarmálsmei, fáum við sjaldnast sömu niðurstöðuna oftast en einu sinni, heldur dreifast gildin um eitthvert meðaltal. Í framhaldi af þessu má skilgreina viðfangsefni tölfræðinnar sem ákvörðun eða mat á þeim eiginleikum hendinga er að gagni geta komið, t.d. við líkangerð. Í flestum tilfellum þekkjum við ekki eiginleika hendingar fullkomlega, heldur verðum við að meta þá á grundvelli takmarkaðra upplýsinga, svokallaðs úrtaks (sample). Ef ákvarða á t.d. flatarmál einhvers vatnasviðs væru gerðar nokkrar mælingar á því og á grundvelli þeirra væri stærð þess metin ásamt óvissu þess mats.

A svipaðan hátt má fjalla um tímaraðagreiningu. Henni til grundvallar er líkindafræði tímaháðra (time dependent) hendinga, en hún fellur undir líkindafræði svonefndra hendingarferla (stochastic processes). Dæmi um slíkan hendingarferil er rennslis í á. Það breytist á hendingarkenndan hátt, en þó háð tíma. Eins hefur það óþekkt upphaf einhversstaðar í grárri forneskju og einnig er endir þess óljós. Tímaraðagreiningin fjallar þá um það að meta eiginleika slíkra

hendingarferla. Þær takmörkuðu upplýsingar sem hún byggir á er úrtak, mælt yfir ákveðinn tíma, en slíkt úrtak er kallað tímaröð. Ef við víkjum aftur að árrennslinu, þá eru mælingar á því, rennslisraðirnar, það úrtak sem við byggjum á. Á grundvelli þess verðum við síðan að meta eiginleika alls ferlisins, t.d meðalrennsli, breytileika, o.s.frv. og verður nú vikið að nokkrum skilgreiningum er þetta varðar.

Hendingarferli er skilgreint sem:

$$\{X(t,u) : X(t,u) \in R\} \quad (1)$$

þar sem t og u eru íbúar mengjanna T og U , R er mengi rauntalna. Yfirleitt eru T og U heiltölu mengi,

Tímaröð er skilgreind sem:

$$x_t, \quad t = 1, 2, \dots \quad (2)$$

þar sem x_t er gildi raðarinnar við tímann t , t er heil tala, og tímabil milli mælinga er Δt .

Meðaltal tímaraðarinnar x_t er metið með:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x_t \quad (3)$$

þar sem N er fjöldi gilda raðarinnar.

Breytileiki raðarinnar x_t er metinn með:

$$\bar{s}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2 \quad (4)$$

Sér fylgni raðarinnar (autocorrelation) x_t er metin með eftirfarandi jöfnu:

$$\bar{r}(k) = \frac{1}{N-1} \frac{1}{\bar{s}^2} \sum_{t=k}^N (x_t - \bar{x})(x_{t-k} - \bar{x}) \quad (5)$$

þar sem $r(k)$ er gildi sér fylgnifallsins við k -tímabila hliðrun. Þegar k er jafnt núlli er r jafnt einum. Meðaltalið

er vægi af fyrstu gráðu, en breytileiki og sér fylgni eru vægi af annarri gráðu. Samfylgni (crosscorrelation) tveggja tímaráða er einnig vægi af annarri gráðu og er hún metin á eftirfarandi hátt:

$$\bar{r}_{xy}(k) = \frac{1}{N-1} \frac{1}{(s_x^2 s_y^2)^{\frac{1}{2}}} \sum_{t=k}^N (x_t - \bar{x})(y_{t-k} - \bar{y}) \quad (6)$$

þar sem x_t og y_t eru tímaráðir.

Til einföldunar er yfirleitt gert ráð fyrir því að ofangreindir eiginleikar tímaráðanna séu óháðir tíma og eru slíkar tímaráðir kallaðar æstæðar af annarri gráðu (second order stationary). Ef öll vægi tímaráðarinnar eru óháð tíma er röðin æstæð. Flestar tímaráðir í vatna- og veðurfræði eru ekki æstæðar, heldur breytast vægi þeirra með tíma. Yfirleitt er þó gert ráð fyrir því að vægi af annarri gráðu séu æstæð, en tímaháðar breytingar á meðaltali eru yfirleitt of miklar til þess að hægt sé að líta framhjá þeim. Eins og fram kom í umfjölluninni um ársferil langtímameðalrennslis, þá eru þessar tímaháðu breytingar á meðalrennslis mismunandi áberandi eftir vatnsfalls- tegund, en yfirleitt er þó ástæða til þess að fjarlægja þær áður en frekari greining er gerð á rennsliröðunum. Almenn líkan er lýsir rennslis sem samsettu af ársferli og leifarröð (residual series) er eftirfarandi:

$$Q_t = M_t + S_t + y_t \quad (7)$$

þar sem M_t er langtímameðaltal raðarinnar, en það getur hugsanlega breyst í tímanna rás (trend), S_t er árstíðabundið frávik frá langtímameðalrennslinu og y_t er leifarröð sem gert er ráð fyrir að sé æstæð af annarri gráðu. Ársferillinn er því summan af föllunum M_t og S_t . Algeng og einföld aðferð til þess að meta ársferilinn er að skipta árinu upp í tímabil og finna síðan langtímameðaltal hvers þeirra. Ársferillinn er þá röð þessarra gilda. Ef valið er stutt tímabil þarf að meta mörg slík meðaltöl, en það er oft óæskilegt. Í slíkum tilfellum má meta ársferilinn með þeim hætti, að aðlaga að mældu rennslis röð af sinus og cosinus föllum, svonefnda Fourier-röð. Til viðbótar er svo meðaltal raðarinnar. Þessu er lýst með eftirfarandi jöfnu:

$$\begin{aligned} A_t &= M_t + S_t \\ &= M_t + \sum_{i=1}^p (a_i \sin w_i t + b_i \cos w_i t) \\ &= M_t + \sum_{i=1}^p BB_i \sin(w_i t + C_i) \end{aligned} \quad (8)$$

þar sem A_t er gildi ársferilsins fyrir tímabilið t , M_t er langtímameðaltal rennslis, p er fjöldi Fourier-þátta og w_i er tíðni þeirra. Stuðlana a_i og b_i , eða BB_i og C_i þarf að meta, ásamt meðaltalinu. Yfirleitt nægja þrír þættir ásamt meðaltalinu til þess að lýsa ársferlinum.

Leifarröðin (residual series) y_t er næsta viðfangsefni tíma- raðagreiningarinnar. Leifarröðin er einfaldlega mismunur ársferilsins og mældu raðarinnar og er því frávik rennslisins frá meðalrennsli. Eins og áður er getið á sér oft stað veruleg jöfnun á rennsli ána. Þessi jöfnun kemur oft fram í leifar- röð rennslisraðarinnar á þann hátt að hún hefur fylgni við sjálfa sig. Slík fylgni er kölluð sér fylgni (autocorrelation) og er skilgreind í jöfnu 5. Einfalt líkan sem lýsir þessu fyrirbæri er svokallað sér fylgni líkan og er því lýst með eftirfarandi jöfnu:

$$\begin{aligned} y_t &= a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_p y_{t-p} + w_t \\ &= \sum_{j=1}^p a_j y_{t-j} + w_t \end{aligned} \quad (9)$$

þar sem a_i , $i = 1, 2, \dots, p$ eru fylgnistuðlar og w_t er leifarröð án sér fylgni. Þessu líkani má lýsa á þann hátt að rennsli yfirstandandi tímabils er línulegt samband af rennsli undan- genginna tímabila. Til viðbótar þætist svo tilviljanakennd stærð eða tímaröð, w_t .

Ofangreindum aðferðum tímaraðagreiningarinnar má einnig beita á veðurþætti, svo sem á úrkomu og hitastig. Mjög áberandi ársferill er t.d. einkennandi fyrir hitastig. Reynsla af grein- ingu hitastigs- og úrkomuraða gefur þó til kynna að þær hafi ekki sér fylgni í sama mæli og rennslisraðir. Þetta kemur ekki á óvart, því veður breytist mjög oft og óreglulega, yfirleitt óháð undangengnu ástandi þess.

Tímaraðalíkön eins og hér hefur verið lýst eru einföld og oft fullnægjandi. Við gerð þeirra er einungis þörf upplýsinga um þann þátt er greina skal og er það oft mikill kostur. Ef þörf er á fullkomnara líkani er einnig þörf á frekari upplýsingum. Vegna tengsla rennslis- og veðurbátta liggur beint við, að notfæra sér mælingar á veðri. Auk þess að hafa verið mælt víða hefur það einnig verið mælt lengur en rennsli og gefur því möguleika á lengingu rennslisraða út fyrir þau tímabil er mæld hafa verið.

Þegar tengsl milli tímaraða eru athuguð er gert ráð fyrir því á sama hátt og áður, að allar raðirnar séu æstæðar, a.m.k. af annarri gráðu. Því verður að fjarlægja ársferil sérhverrar raðar áður en tengsl þeirra eru athuguð. Ef við gerum ráð fyrir því að við höfum k-raðir, t.d. af hitastigi, úrkomu, eða öðrum mældum breytum sem áhrif hafa á rennsli, þá þurfum við fyrst að meta ársferil þeirra, svo og ársferil rennslisraðarinnar. Þegar ársferlarnir hafa verið metnir má lýsa tengslum leifarraðanna með eftirfarandi jöfnu:

$$y_t = b_1 x_{1t} + b_2 x_{2t} + \dots + b_k x_{kt} + w_t$$
$$= \sum_{i=1}^k b_i x_{it} + w_t \quad (10)$$

þar sem x_{it} , $i = 1, 2, \dots, k$ eru leifarraðir hitastigs, úrkomu, o.s.frv., y_t er leifarröð rennslis, b_i eru fylgnistuðlar og w_t er leifarröð líkansins, ótengd y_t . Þetta líkan tengir því frávik rennslis frá ársferli þess á línulegan hátt við frávik hitastigs, úrkomu eða annarra raða frá ársferli sínum. Ofangreint líkan er greinilega of einfalt því oft koma áhrif t.d. hitastigs eða úrkomu einhvers tímabils ekki fram í rennsli fyrr en nokkrum tímabilum síðar.

Endurbættu líkani væri því lýst með jöfnunni:

$$\begin{aligned} y_t &= b_{11}x_{1t} + b_{12}x_{1t-1} + \dots + b_{1r_1}x_{1t-r_1} \\ &+ b_{21}x_{2t} + b_{22}x_{2t-1} + \dots + b_{2r_2}x_{2t-r_2} \\ &+ \dots \\ &\vdots \\ &+ b_{k1}x_{kt} + b_{k2}x_{kt-1} + \dots + b_{kr_k}x_{kt-r_k} \\ &+ w_t \\ &= \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{r_i} b_{ij}x_{it-j+1} + w_t \end{aligned} \quad (11)$$

þar sem x_{it-j+1} er leifarröðin x_{it} hliðruð um $j-1$ tímabil, r_i er mesta hliðrun raðar númer i , b_{ij} eru fylgnistuðlar og w_t er leifarröð, ótengd y_t eins og áður. Það kemur oft í ljós við slíka líkangerð að ofangreint líkan (skv. jöfnu 11) er ekki heldur fullnægjandi til þess að líkja eftir rennslis. Einkum eru vandkvæði á því, að líkja eftir jöfnun eða sér fylgni rennslis. Þessu til úrbóta er sér fylgnipáttum skv. jöfnu 9 bætt við jöfnu 11. Þá fæst almennt línulegt tímaraðalíkan, sem lýst er með eftirfarandi jöfnu:

$$y_t = \sum_{j=1}^p a_j y_{t-j} + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{r_i} b_{ij} x_{it-j+1} + w_t \quad (12)$$

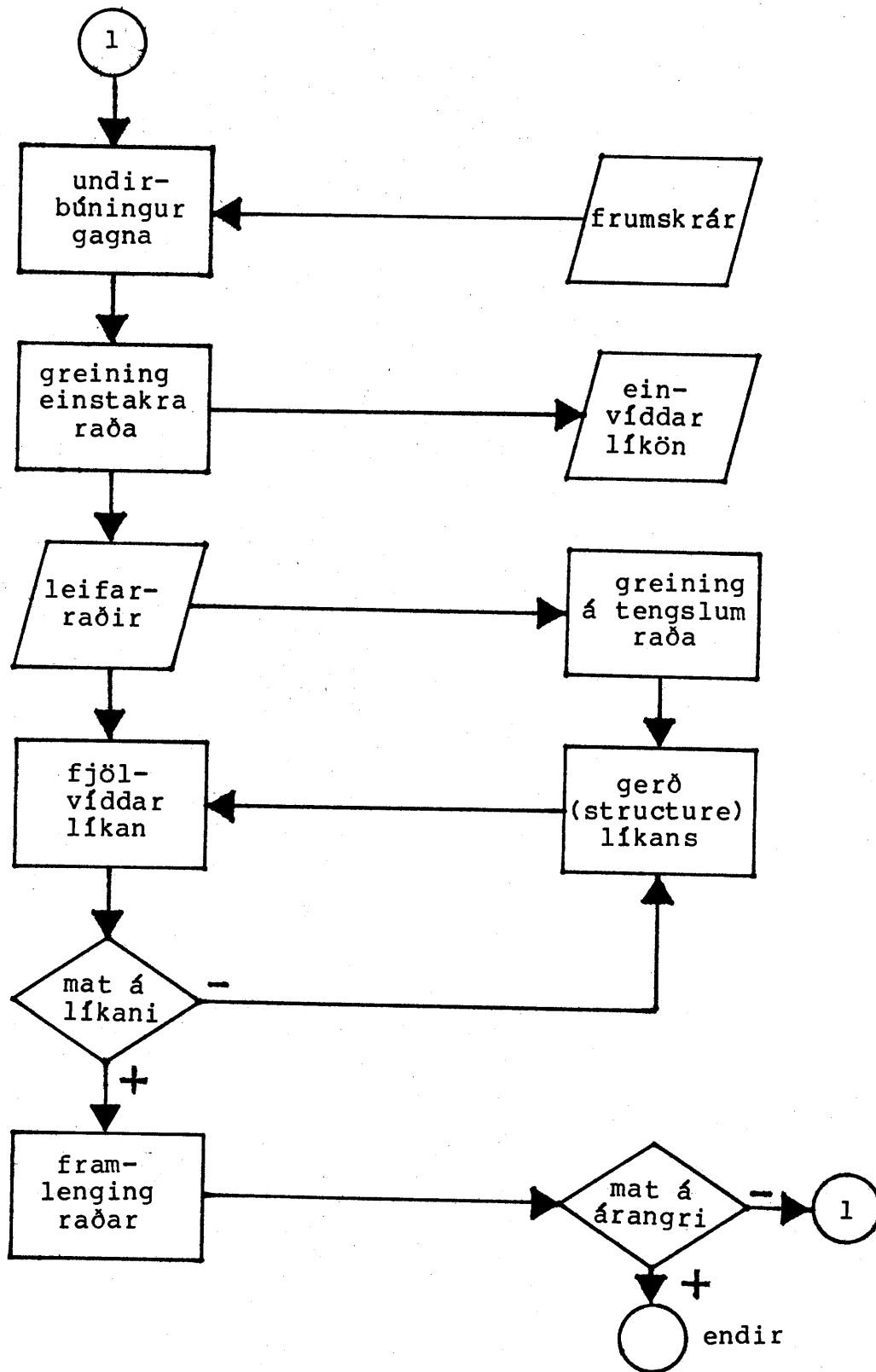
þar sem merking tákna er sem fyrr. Ákvörðun á stuðlunum p og r_i er í raun ákvörðun á gerð (structure) líkansins og er því mikilvægt, bæði frá vatnafræðilegu og tölfræðilegu sjónarmiði að gildi þeirra séu nálægt lagi. Algengasta aðferðin til þess að ákvarða gildi þeirra er sú að áætla byrjunargildi r_i á grundvelli samfylgni raðanna, og byrjunargildi p á grundvelli sér fylgni rennslisraðarinnar. Síðan eru fylgnistuðlarnir a_j og b_{ij} metnir og athugað hvort þeir séu tölfræðilega marktækir og í samræmi við vatnafræðilega þekkingu og reynslu. Ef vankantar koma í ljós eru gildin á stuðlunum p og r_i endurskoðuð og fylgnistuðlarnir metnir að nýju. Þetta ferli er ítrekað þar til viðunandi líkan hefur verið ákvarðað.

4 LENGING RENNSLISRAÐA

Einn aðaltilgangurinn með smíði tímaraðalíkana fyrir rennslisraðir er sá að lengja rennslisraðirnar út fyrir þau tímaskeið, sem mælingar ná yfir. Þegar reikna á út hagkvæmni þess að nýta rennsli, t.d. til orkuframleiðslu eða neyslu, er nauðsynlegt að hafa allangar rennslisraðir. Í virkjunarrannsóknnum er t.d. oftast notaðar raðir er ná yfir 30 ár. Víða hefur rennsli verið mælt það lengi, en þó ekki nema á fáum þeirra staða þar sem nýting rennslis er möguleg. Því er nauðsynlegt að lengja margar raðir, og þá á þann hátt sem hæfir. Hér verður nú lýst aðferð til lengingar rennslisraða.

Aðferð þessi byggir á tvennu, í fyrsta lagi á rennslisgreiningu þeirri sem leiddi til almenna tímaraðalíkansins, sýnt í jöfnu 12, og lýst er hér að ofan. Í öðru lagi byggir aðferðin á því að þær breytur sem tengjast rennsli, hafi verið mældar samtímis og rennslið, auk þess nái mælingarnar yfir tímabil þar sem rennsli hefur ekki verið mælt. Gerum ráð fyrir því að rennsli hafi verið mælt í n ár og tengdar breytur hafi verið mældar í N ár, þar af í þau n ár sem rennsli hefur verið mælt. Þá er fyrsta skref aðferðarinnar að meta ársferil allra raðanna, byggðan á n árum fyrir rennslisröðina, en á N árum fyrir hinar raðirnar. Næst er gert tímaraðalíkan af rennslisröðinni eins og áður er lýst, og er nú byggt á þeim n árum sem sameiginleg eru. Þriðja skref aðferðarinnar er að reikna út leifarröð rennslis skv. jöfnu 12 fyrir þau N ár sem mæld hafa verið. Byrjunargildi x_{ij} raðanna eru þekkt, en gert er ráð fyrir því að byrjunargildi y_t raðarinnar séu jöfn núlli (þ.e. meðaltal hennar) og einnig að leifarröð líkansins, w_t sé jöfn núlli fyrir öll tímabil þessarar N ára (þ.e. meðaltal hennar). Þegar leifarröð rennslis, y_t , hefur verið reiknuð þannig út, þá er bætt við hvert ár hennar þeim ársferli er metin var á grundvelli mældu raðarinnar og er þá tilbúin rennslisröð fyrir N ár. Lokaskref aðferðarinnar er svo athugun á tilbúnu röðinni útfrá bæði vatna- og tölfræðilegum atriðum. Ef tilbúna röðin reynist fullnægjandi er verkinu lokið, að öðrum kosti er líkan-gerðin endurskoðuð og endurbætt ef mögulegt er. Annars verður að leita víðar fanga.

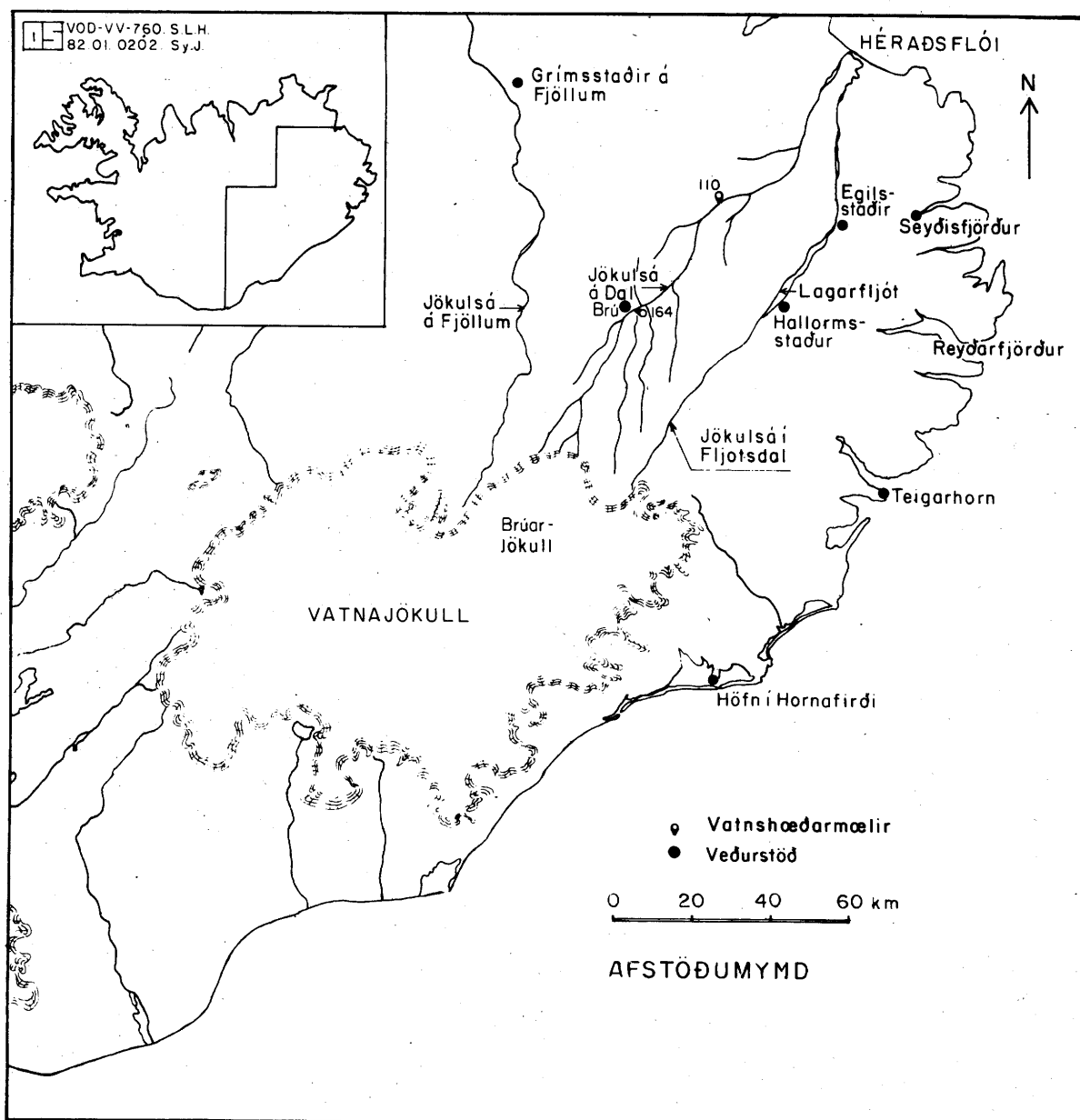
Aðferðir þær sem hér hefur verið lýst, bæði rennslisgreining og lenging rennslisraða, eru teknar saman og sýndar á mynd 2 og þarfnast sú mynd ekki frekari útskýringa. Í framhaldi af þessari umfjöllun, verður þessum aðferðum nú beitt á rennslisgreiningu og framlengingu rennslisraðar fyrir Jökulsá á Dal við Hjarðarhaga.



MYND 2 Rennslisgreining og lenging rennslisraða, vinnsluferli.

5 RENNSLISGREINING JÖKULSÁR Á DAL

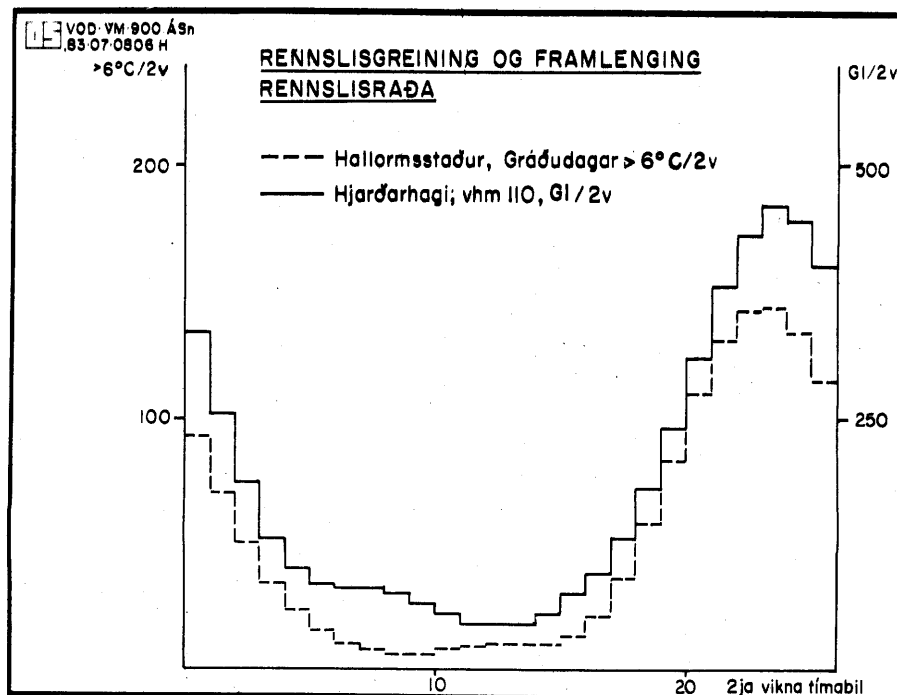
Jökulsá á Dal á upptök sín í Brúarjökli og rennur til sjávar í Héraðsflóa (mynd 3). Lengd hennar frá upptökum til ósa er um 150 km og vatnasvið hennar er talið um 3700 km². Hluti þess, sem jökli er hulinn, er talinn vera um 900 km², en vatnaskil þar eru óþekkt og eins eru jaðrar jökulsins breytilegir. Helstu þverár Jökulsár á Dal eru Kringilsá og Sauðá, báðar jökulár, Reykjará, Þverá, Gilsá og Laxá að norðan, en Hrafnkela, Hölkná, Eyvindará og Hnefla að austan. Nánari lýsing á vatnasviði Jökulsár á Dal er birt í ritinu "Austurlandsvirkjun. Forathugun virkjana á vatnasviðum Jökulsár á Fjöllum,



MYND 3 Afstöðumynd, lega Jökulsár á Dal, veðurstöðvar og vatnshæðarmælar.

Jökulár á Brú og Jökulsár í Fljótsdal", OS-ROD-7817 (1978), en þar er fjallað um virkjanir á Austurlandi. Þar er einnig lýsing á hegðan Brúarjökuls, en hann hleypur reglulega fram.

Rennsli Jökulsár á Dal hefur verið mælt samfelld á tveimur stöðum. Vatnshæðarmælir 110 er við Hjarðarhaga og hefur hann verið starfræktur frá 1963. Vatnshæðarmælir 164 er við Brú á Jökuldal og hefur hann verið starfræktur frá 1970. Vatnasvið ofan efri mælisins er um 1560 km², en þess neðri um 2810 km². Meðalrennsli við vhm 110, byggt á árunum 1963-1980 er um 152 m³/s, eða 54 l/s/km², en meðalrennsli vhm 164 byggð á árunum 1970 - 1980 er um 121 m³/s, eða 78 l/s/km². Afrennsli af svæðinu milli mælanna er því um 31 m³/s, eða 25 l/s/km². Ef við gerum ráð fyrir samsvarandi afrennsli af jökulvana svæðum ofan við vhm 164, þá renna af því um 17 m³/s. Af þessu er því ljóst að Jökulsá á Dal er aðallega jökulá, en með lítilsháttar dragáreinkennum við vhm 164 og talsverðum dragáreinkennum við vhm 110. Dreifing rennslisins innan ársins er sýnd á mynd 4. Þar kemur fram að rennsli er mjög lítið þegar kemur fram í nóvember og minnkar jafnt og þétt þegar líður fram á veturinn. Í apríl fer aðeins að gæta áhrifa vorleysinga, sem ná svo hámarki sínu í maí og júní. Í júní er leysing jökulsins hafin og nær hún hámarki í ágúst, en minnkar snögglega í september og október.



MYND 4 Rennslisröð Jökulsár á Dal.

Af því sem fram hefur komið er ljóst að rennsli Jökulsár á Dal er að mestu leyti háð hitastigi loftsins, fyrst þegar snjóa leysir og síðan þegar jökul leysir. Engin einstök veðurathugunarstöð getur gefið fullnægjandi upplýsingar um hitastig á leysingarsvæði Jökulsár á Dal, heldur þyrfti net slíkra stöðva, jafnt á láglandi sem til fjalla. Til viðbótar þyrftu mælingar að hafa staðið yfir í langan tíma, helst lengur en þann tíma sem rennsli hefur verið mælt, til þess að unnt væri að lengja rennslisraðirnar. Hallormsstaður er eina veðurstöðin sem er nægilega nærri og fullnægir skilyrðinu um langar veðuraðir. Þar hefur verið mælt frá 1937, en tímabilið frá 1950-1979 verður lagt til grundvallar við greiningu rennslis Jökulsár á Dal við Hjarðarhaga.

Við virkjanaútreikninga er algengt að nota sem grunneiningu afrennsli hveftra tveggja vikna, mælt í gígalítrum, en ýmist einum eða tveimur dögum er sleppt, þ.e. 31. ágúst og hlaupársdegi. Fyrsta gildið nær yfir fyrstu tvær vikur september, þannig að vatnsár er notað í stað almanaksárs. Rennslisröð vhm 110 er sýnd á þessu formi í töflu 1. Þar eru einnig sýnd meðaltöl hvers árs, meðaltal hvers tveggja vikna tímabils, svo og langtímameðaltal raðarinnar.

Nokkuð erfitt er að ákvarða hvernig nota skal hitastigröðina. Þetta stafar m.a. af fjarlægð Hallormsstaðar frá leysingasvæði Jökulsár á Dal og þá sérstaklega frá jökulsvæði hennar. Oft verða t.d. hlákublotar á láglandi sem ná ekki inn til fjalla. Nokkur afbrigði voru reynd, m.a. meðalhiti hvers 2ja vikna tímabils, svo og heildarfjöldi gráðudaga yfir 0, 4 og 6 gráður Celcius. Síðasttalda röðin gaf bestu raun og var því notuð. Hún er sýnd í töflu 2, ásamt meðaltölum.

Arsferlar beggja raðanna eru sýndir á mynd 4. Báðar raðirnar sýna sterkan, áberandi ársferil, og er hann metinn, í báðum tilfellum, með þriggja þátta Fourier-röð, ásamt meðaltali. Þetta líkan reyndist fullnægjandi og er því lýst með eftirfarandi jöfnu:

$$A_t = M + \sum_{i=1}^3 BB_i \sin\left(\frac{2\pi i}{26} t - C_i\right) \quad (13)$$

Stuðlar í jöfnu 13 eru sýndir í töflu 3, fyrir báðar raðirnar. Til viðbótar er einnig sýnt meðaltal, M, og breytileiki, S, upphaflegu raðanna, svo og breytileiki, S_R , leifarraðanna.

TAFLA 1 Rennslisröð Jökulár á Dal, vhm 110.

													17 Vatnsar	
Rennsli (G1/2vikum)													Arsrennsli (G1)	
254.8	154.8	159.6	206.6	173.1	166.8	158.3	62.6	111.3	144.6	75.0	141.2	162.6		
103.8	193.1	75.8	45.4	88.1	166.6	129.2	122.3	180.3	230.1	478.8	345.8	201.3	4332.0	1963
193.1	120.7	305.9	183.9	133.0	106.3	100.5	107.8	111.8	73.1	76.3	95.5	160.1		
102.8	68.5	177.9	115.3	114.7	278.9	416.1	267.9	180.3	517.0	477.6	502.1	624.9	5612.1	1964
254.0	139.6	132.1	291.8	223.6	117.0	116.7	182.5	101.7	113.5	74.9	51.8	38.6		
39.3	40.1	65.8	101.5	65.3	69.6	110.2	331.6	389.5	564.4	498.5	354.6	480.6	4948.9	1965
298.5	217.1	148.2	108.5	86.7	97.8	73.8	60.8	53.2	84.8	117.2	70.3	78.0		
51.6	43.6	46.4	94.8	59.3	138.7	317.8	507.7	258.6	386.5	282.6	230.3	422.4	4335.2	1966
325.0	318.6	165.3	82.0	76.4	70.3	64.7	50.3	38.0	34.5	34.6	33.5	49.6		
63.6	42.2	39.8	157.1	56.6	77.7	362.0	223.9	141.1	331.1	615.3	604.0	382.8	4439.9	1967
472.8	289.3	130.3	124.8	114.8	289.4	130.2	99.4	68.3	59.1	58.1	46.8	40.6		
39.2	56.6	59.7	101.7	46.2	151.4	380.2	288.0	408.5	386.7	497.9	722.0	560.9	5622.9	1968
382.8	231.8	117.0	116.7	58.5	54.4	40.2	56.8	45.4	52.2	187.2	73.3	39.1		
34.2	36.1	28.1	30.6	128.3	346.6	346.8	429.9	397.1	256.2	244.0	338.6	321.5	4393.4	1969
183.3	199.7	266.8	188.0	84.5	68.3	56.5	97.9	56.4	47.2	40.8	52.2	56.2		
90.3	52.0	51.3	57.6	207.2	270.3	271.5	213.9	187.6	406.1	427.2	501.0	438.5	4572.2	1970
347.3	289.2	167.0	139.2	145.2	91.8	84.0	57.4	61.6	94.0	47.2	37.9	83.0		
48.9	70.2	42.5	84.4	171.1	461.3	223.8	241.2	258.8	404.3	478.6	281.4	374.9	4786.1	1971
333.6	301.3	173.4	110.4	90.9	64.6	69.4	68.0	117.3	109.5	76.0	57.0	51.1		
51.3	58.4	39.0	139.1	68.3	157.9	226.1	231.9	346.6	386.4	438.3	366.1	404.3	4536.0	1972
395.2	359.1	290.0	125.8	101.7	71.4	66.6	57.1	48.8	53.3	42.4	35.6	40.3		
73.1	57.8	236.4	273.3	184.5	288.4	243.0	359.5	361.7	347.0	431.0	430.3	355.9	5329.0	1973
323.7	174.4	105.4	140.2	107.4	86.3	71.5	62.1	53.4	34.2	30.5	31.1	28.3		
25.7	22.5	24.8	55.1	136.6	200.9	381.7	301.4	481.9	603.5	504.1	703.6	562.7	5252.9	1974
288.5	141.4	114.1	185.6	132.7	95.6	62.9	41.4	34.2	25.5	21.0	52.0	136.2		
67.9	45.1	21.4	157.9	107.2	167.6	306.4	285.3	393.8	543.6	596.4	664.0	692.8	5380.6	1975
354.2	390.2	228.8	167.0	142.0	99.3	63.5	47.5	36.5	30.9	26.4	23.6	20.2		
17.4	15.7	13.4	11.4	11.5	108.8	534.7	339.4	428.5	710.2	669.0	585.2	582.8	5658.1	1976
157.4	209.7	127.7	144.0	103.9	63.0	69.5	63.3	44.7	34.8	62.7	26.0	16.2		
13.7	13.3	22.6	26.3	75.1	292.6	270.0	256.8	184.4	369.8	457.9	573.5	614.7	4293.3	1977
323.7	184.3	93.9	53.4	61.6	43.9	72.0	119.5	28.1	22.9	19.6	16.8	32.9		
17.8	16.3	15.5	35.4	29.6	15.7	194.2	510.1	249.8	295.1	319.0	355.3	291.9	3418.3	1978
133.6	77.6	152.0	166.6	126.7	61.7	37.1	40.2	30.8	30.9	24.2	20.5	25.2		
17.6	19.9	33.4	64.9	180.9	440.8	226.8	397.8	333.2	471.4	408.8	629.9	395.3	4547.6	1979
Medalrennsli (G1/2vikum)													MQ (G1/ari)	
295.4	223.4	169.3	149.1	115.4	96.9	78.7	75.0	61.3	61.5	59.6	50.9	62.3		
50.5	50.1	58.5	91.3	101.8	213.7	290.6	312.3	304.8	424.1	460.3	481.6	453.4	4791.7	

Medalrennsli 17 ára : 152.4 M3/s

Tölurnar innan sviga eru staðalfrávik stuðlanna (standard error of estimate). Athygli er vakin á því að ársferill rennslisraðarinnar er metinn á grundvelli árána 1963-1979, en ársferill gráðudagaraðarinnar er metinn á grundvelli árána 1950-1979.

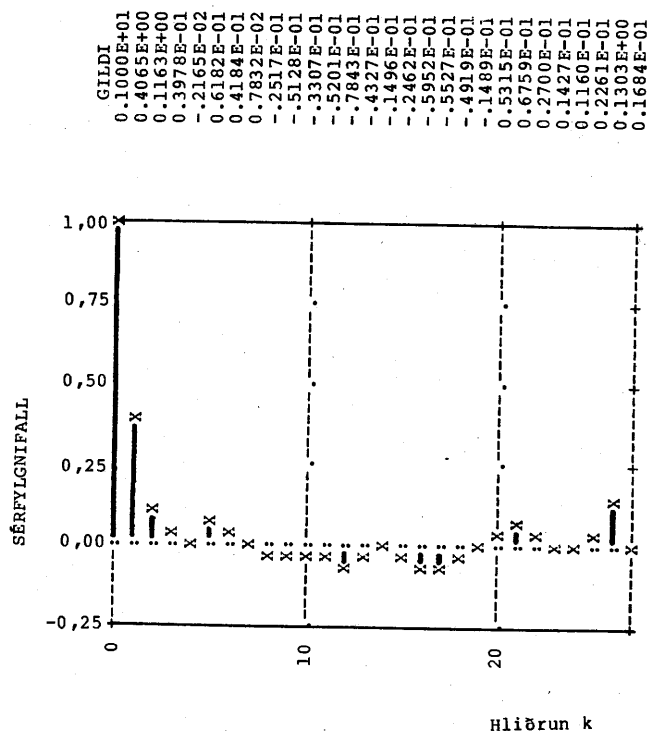
Næsta skref rennslisgreiningarinnar er að athuga eiginleika leifarraðanna, svo og tengsl þeirra. Á mynd 5 er sýnt sér fylgnifall (autocorrelation function) leifarraðar rennslisins og er fyrsti sér fylgnistuðullinn greinilega marktækur. Þessum eiginleika leifarraðarinnar má lýsa með einföldu tímaraðalíkani á eftirfarandi hátt:

$$y_t = 0,41 y_{t-1} + w_t \quad (14)$$

(0,04)

TAFLA 3 Ársferlar rennslis- og gráðudagaraða.
Fourier-stuðlar, staðalfrávik.

Röð	M	BB	C	BB	C	BB	C	S	S _R
(G1/2v)									
Q	184 (4)	185 (6)	2,00 (0,03)	72 (6)	2,58 (0,08)	18 (6)	2,48 (0,31)	247	83
(Gr.d>6 C/2v)									
X	52 (1)	65 (1)	-2,10 (0,02)	-24 (1)	0,45 (0,05)	-5 (1)	-0,64 (0,27)	76	25



MYND 5 Sér fylgnifall leifarraðar rennslis, skv. jöfnu (5).

Leifarröð gráðudaganna hefur enga marktæka sér fylgni, hinsvegar er greinileg og marktæk fylgni milli leifarraðanna eins og sýnt er á mynd 6 (samfylgnifall þeirra er metið á grundvelli árunna 1963-1979). Samfylgnifallið ásamt sér fylgnifalli y_t raðarinnar benda til þess að einfalt líkan af eftirfarandi gerð sé fullnægjandi til þess að lýsa eiginleikum y_t -raðarinnar og tengslum hennar við leifarröð gráðudaganna:

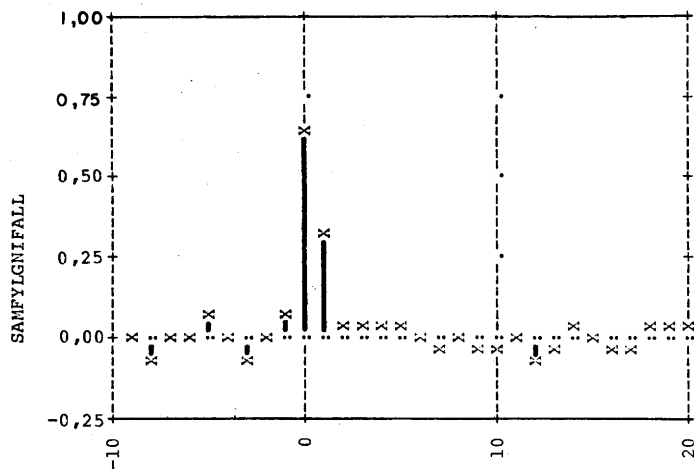
$$y_t = ay_{t-1} + bx_t + w_t \quad (15)$$

Í þessari jöfnu er y_t leifarröð rennslis, x_t er leifarröð gráðudaga og w_t er leifarröð líkansins, ótengd y_t . Með línu-
legri bestun fæst mat á stuðlana a og b og er þá líkanið:

$$y_t = 0,36 y_{t-1} + 2,01 x_t + w_t \quad (16)$$

(0,03) (0,11)

GILDI
 -4.655E-02
 -6.299E-01
 0.1072E-01
 -2.988E-03
 0.6166E-01
 -0.5464E-02
 -8.252E-01
 0.5541E-02
 0.8351E-01
 0.6336E+00
 0.3244E+00
 0.3290E-01
 0.3299E-01
 0.4118E-01
 0.4667E-01
 -3.348E-02
 -1.922E-01
 -8.984E-02
 -2.566E-01
 -4.133E-01
 -9.607E-02
 -7.517E-01
 -4.909E-01
 0.2771E-01
 -2.776E-02
 -3.950E-01
 -1.808E-01
 0.2688E-01
 0.5194E-01
 0.4331E-01



Hliðrun k

MYND 6 Samfylgnifall leifarraða rennslis og gráðudaga, skv. jöfnu (6).

Líkan þetta hefur marktæka stuðla og er fullnægjandi bæði frá vatna- og tölfræðilegu sjónarmiði. Það útskýrir um 53% af breytileika y_t raðarinnar og er það umtalsverð endurbót frá einfalda tímaraðalíkaninu í jöfnu 13. Til viðbótar útskýrir svo ársferillinn um 89 % þannig að til samans úrskýra þessir tveir þættir um 95 % af upphaflegum breytileika rennslisraðar Jökuls-
ár á Dal. Rétt er að undirstrika að með þessu líkani er unnt að lengja rennsliröðina með því einu að þekkja röðina x_t . Verður nú vikið að því verkefni.

Að lokum er ástæða til að nefna að til samanburðar við ofangreint líkan var gert samskonar líkan grundvallað á mælingum árána 1967-1976. Tilgangurinn var sá að nota ekki afbrigðileg ár eins og 1963-1964, en þá hljóp Brúarjökull og eins 1979, en þá var afbrigðilega kalt sumar. Niðurstaða þessara athugana var sú að ekki var marktækur munur á niðurstöðum þessara

tveggja líkana. Þetta bendir til þess að líkanið nýti sér upplýsingagildi gagnanna mjög vel og eykur það þá áreiðanleika niðurstaðanna. Í þessu sambandi er þó einnig mikilvægt að gera sér grein fyrir því að allar mælingar á Jöklu eru á tímaskeiði rétt eftir mikinn framgang jökulsins og er því mögulegt að röðin sé ekki einkennandi fyrir langtímarennisli frá Brúarjökli.

6 LENGING RENNSLISRAÐAR JÖKULSÁR Á DAL

Lenging rennslisraðarinnar hefst með því að einfalda jöfnu 16. Gert er ráð fyrir því að engar upplýsingar séu um leifarröð líkansins, w_t , heldur sé hún jöfn núlli fyrir allt tímabilið. Upphafsgildi y_t er líka sett jafnt núlli. Við útreikning á y_t röðinni er því notuð jafnan:

$$y_t = 0,36y_{t-1} + 2,01x_t \quad (17)$$

þar sem x_t er leifarröð gráðudagaráðarinnar og er hún þekkt fyrir allt tímabilið 1950-1979. Af jöfnu 17 sést að aðeins eru notaðar upplýsingar um hitastig mælt á Hallormsstað til útreikningar á leifarröð rennslisins. Til viðbótar kemur svo ársferill Jöklu, metinn á grundvelli árána 1963-1979. Tilbúna röðin er sýnd í töflu 4, ásamt meðaltölum.

Við samanburð á tilbúnu og mældu rennsli árána 1963-1979 eru notuð þrjú atriði, í fyrsta lagi meðalrennsli hvers árs, í öðru lagi ársferill beggja raðanna, metnir með meðaltali hvers tveggja vikna tímabils, og í þriðja lagi eru borin saman reiknuð og mæld gildi árána 1978 og 1979 (vatnsár).

Á mynd 7 eru ársmeðaltöl raðanna tveggja borin saman og vikur reiknað rennsli að jafnaði ekki meir en 10% frá hinu mælda. Langtímameðaltal reiknuðu raðarinnar er ívið hærra en meðaltal mældu raðarinnar, og veldur því hærri hiti á árunum 1950-1963. Á mynd 8 eru ársferlar raðanna bornir saman. Nokkur frávik eru frá mældu rennsli. Að hausti sýnir reiknaða röðin of mikla tregðu, þ.e. lækkar ekki jafn skjótt og mælda röðin. Að vori ofreiknar líkanið rennslið, en í mældu röðinni kemur fram öxl er stafar af því að vorleysing er að mestu búin, en jökulleysing ekki að fullu hafin. Í ágúst er mælt rennsli ívið hærra en það reiknaða og stafar þetta líklega af því að raunveruleg tengsl hita og leysingar eru ólínuleg, en ekki línuleg eins og gert er ráð fyrir í líkaninu. Öll þess frávik má einnig skýra með því að gráðudagaröðin er ekki einkennandi fyrir leysingasvæði áránnar. Að lokum eru mæld og reiknuð gildi tveggja ára borin saman (mynd 9). Árið 1978 var valið vegna þess að það var óvenjulega vatnslítið og því góður mælikvarði á getu líkansins til þess að líkja eftir rennsli. Árið 1979 er hins vegar nokkuð venjulegt ár. Af myndinni er ljóst að líkanið líkir all vel eftir rennsli, jafnvel fyrir afbrigðileg tímasteið. Helstu gallar eru að útgildin, þ.e. há- og lágrennsli, eru vanmetin, sem eðlilegur afleiðingar af einfaldri gerð líkansins eins og að ofan getur.

TAFLA 4 Rennslisröð Jökulsár á Dal, tilbúin.

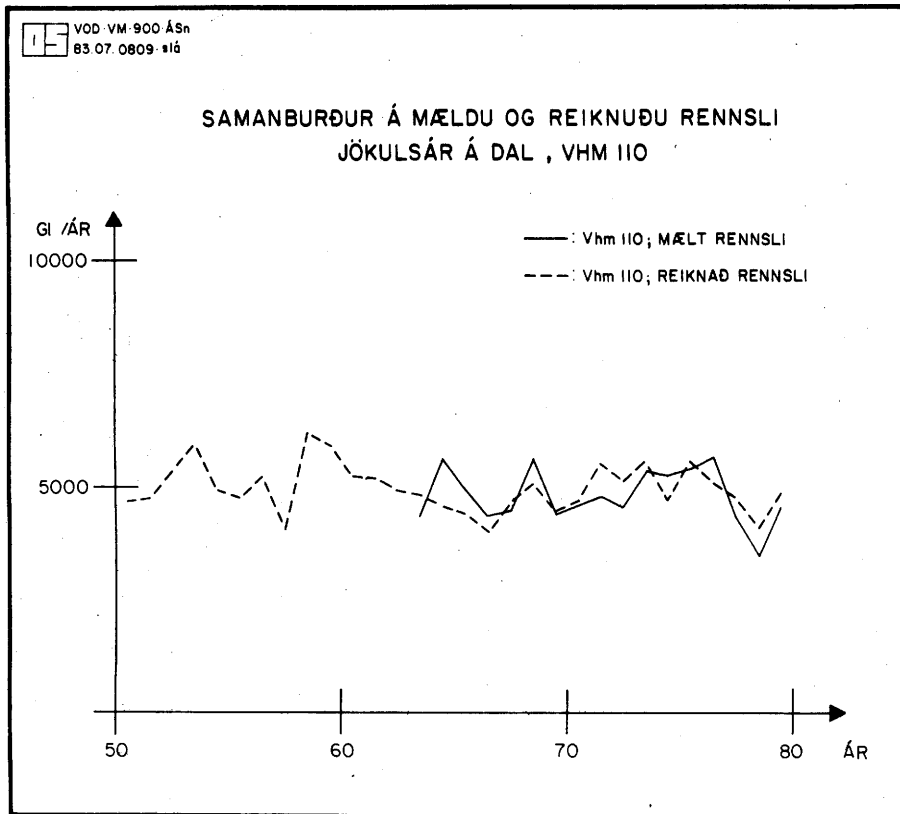
Rennsli (G1/2vikum)													30 Vatnsar	
Rennsli (G1/2vikum)													Arsrennsli (G1)	
394.3	238.3	81.8	121.8	186.3	90.0	67.0	64.3	61.2	52.0	38.6	26.7	21.1		
23.8	32.4	41.9	47.0	97.9	246.4	327.9	217.7	424.1	462.0	449.4	420.8	437.5	4672.2	1950
368.6	348.0	377.2	217.7	132.6	84.3	64.9	77.2	65.9	53.6	53.1	32.6	94.2		
50.1	69.6	55.3	127.4	73.8	231.3	130.1	134.6	314.0	333.4	461.3	408.2	374.1	4735.3	1951
373.5	186.4	112.5	164.1	82.2	97.9	86.9	71.5	76.5	70.3	45.2	29.0	22.0		
119.2	141.7	81.3	94.3	146.7	117.6	283.2	409.0	529.7	497.1	473.8	552.8	461.9	5326.4	1952
446.0	394.1	211.7	218.0	129.3	142.2	130.0	221.2	165.8	106.9	83.5	57.7	57.6		
49.8	71.1	69.7	132.2	107.9	327.5	406.6	345.7	338.1	441.5	432.3	408.2	434.2	5929.1	1953
314.4	151.4	140.3	50.1	27.6	71.7	60.4	61.9	87.5	61.4	42.0	27.9	21.6		
36.6	51.5	106.5	152.5	82.8	127.2	301.3	300.9	369.6	529.9	605.4	592.6	560.3	4935.3	1954
452.0	303.7	105.3	62.8	32.2	90.6	83.7	70.3	88.9	61.9	74.0	96.9	46.4		
93.6	91.1	114.9	101.8	95.7	163.6	219.5	314.3	346.3	456.0	426.7	436.4	303.0	4731.6	1955
324.8	304.9	182.1	118.6	228.0	219.2	126.7	85.8	82.4	107.2	58.5	33.8	23.7		
24.7	64.5	113.0	158.8	145.6	146.4	259.8	304.9	364.8	394.3	463.7	489.7	417.3	5243.4	1956
286.8	153.9	177.0	75.5	36.8	83.0	115.5	95.0	72.3	68.6	61.1	34.8	24.1		
24.9	32.8	94.9	122.0	71.8	46.0	176.4	297.8	349.2	429.5	369.7	355.7	379.3	4034.5	1957
468.3	429.7	343.7	254.5	153.3	194.1	133.2	88.1	69.8	55.1	82.3	140.3	90.2		
104.6	157.8	87.0	75.9	101.1	316.7	321.1	285.6	385.6	427.5	520.9	471.3	442.6	6200.1	1958
429.0	409.9	413.1	279.3	149.6	76.8	102.8	77.2	80.5	87.9	51.5	72.3	37.6		
58.3	97.3	78.9	112.2	181.1	263.8	357.5	331.4	472.1	419.0	480.7	443.7	422.7	5986.3	1959
420.0	320.3	154.3	114.0	110.1	129.1	81.0	97.1	73.0	86.8	51.1	31.2	96.1		
50.8	58.0	51.1	50.3	91.9	308.3	337.6	339.9	382.5	413.7	446.8	460.1	465.1	5220.4	1960
445.5	375.5	302.6	256.4	101.9	109.5	74.0	66.8	62.1	52.3	66.7	36.8	52.1		
35.0	36.4	43.4	124.9	190.3	151.4	315.0	235.3	331.8	411.3	469.5	410.2	411.8	5168.4	1961
276.5	254.8	210.3	216.6	87.6	97.9	96.9	75.1	84.0	73.4	60.2	34.4	38.4		
74.5	65.3	98.6	106.6	79.4	106.4	361.2	388.0	493.1	379.3	402.7	378.5	343.9	4883.6	1962
297.3	156.5	82.1	81.2	100.9	59.3	97.3	75.2	80.0	155.6	102.7	108.8	50.7		
125.5	138.8	80.2	76.1	96.3	248.2	194.3	275.1	407.0	437.4	492.3	449.3	278.7	4747.0	1963
207.2	145.8	195.8	122.7	214.0	100.0	70.5	105.6	76.1	71.0	45.5	122.4	100.6		
83.8	54.0	65.4	82.2	57.5	103.2	326.6	243.9	313.7	424.7	366.8	468.7	386.4	4554.0	1964
189.8	104.3	159.4	258.9	125.9	95.8	69.0	80.7	67.1	84.6	50.4	30.9	22.7		
24.4	32.6	42.0	47.0	44.9	136.6	252.2	404.3	437.8	509.8	380.7	323.3	408.9	4384.3	1965
210.0	279.4	110.9	39.5	65.0	111.9	74.8	67.1	62.2	104.8	57.6	47.0	28.5		
26.5	33.4	72.0	122.8	86.8	51.4	159.9	332.8	335.9	398.7	283.0	345.9	446.7	3954.4	1966
362.5	318.1	151.9	54.2	29.1	97.3	69.6	65.2	61.6	52.1	38.7	26.7	85.7		
64.3	47.0	90.4	107.7	66.7	121.4	259.4	281.8	248.0	386.0	575.9	511.8	441.7	4614.8	1967
459.6	302.4	104.9	66.8	77.5	172.2	115.1	81.6	81.1	59.1	41.2	27.6	36.7		
29.4	62.6	80.9	94.8	62.1	136.6	262.7	334.3	406.4	453.9	486.4	554.3	478.6	5068.7	1968
360.9	250.1	166.5	93.8	43.4	38.6	48.4	57.6	58.8	51.1	82.1	42.3	26.8		
25.8	33.2	42.2	47.1	158.9	149.7	256.9	450.0	444.4	359.4	336.8	383.1	411.3	4419.4	1969
154.6	252.3	145.7	183.9	75.8	50.2	83.0	144.2	106.7	68.3	44.5	44.3	70.7		
88.3	55.6	80.0	87.1	187.1	161.9	310.2	200.0	283.9	425.6	450.1	483.2	403.7	4640.8	1970
385.6	276.3	171.1	145.3	121.0	100.1	88.9	72.2	126.0	142.6	101.0	49.1	117.9		
58.6	74.3	57.0	164.6	160.7	301.6	270.0	319.4	363.8	451.2	514.8	414.8	458.9	5506.9	1971
297.9	344.1	231.2	159.2	107.9	61.8	85.5	120.0	113.0	213.1	96.6	47.6	28.7		
85.2	116.8	72.3	118.2	70.5	132.0	209.4	233.5	321.8	437.3	496.5	455.3	433.6	5089.2	1972
372.1	303.4	278.1	137.0	92.9	56.4	68.3	64.8	61.4	52.0	38.6	26.7	51.3		
95.8	126.5	189.3	356.2	197.6	333.7	265.1	365.9	387.6	450.3	434.7	446.5	324.7	5576.8	1973
321.2	129.9	42.8	111.4	107.2	61.5	56.7	60.6	74.6	56.8	40.3	67.5	49.1		
48.4	41.3	59.0	113.0	167.1	194.5	191.3	219.5	424.2	523.4	490.3	521.8	493.2	4666.5	1974
289.2	158.4	129.4	193.7	152.1	141.6	85.5	87.9	87.2	61.3	55.6	73.4	79.2		
84.7	54.4	64.9	174.3	122.6	181.7	247.2	346.8	473.0	518.8	515.8	569.8	575.8	5524.1	1975
360.5	324.4	213.9	166.8	95.4	109.1	73.8	66.8	78.0	58.0	40.8	27.4	21.4		
23.9	32.5	54.6	51.6	46.5	197.9	293.2	416.4	388.1	505.4	498.3	499.1	401.2	5045.0	1976
216.7	300.7	117.1	124.7	84.3	53.3	114.0	94.3	72.0	55.9	40.0	27.2	21.3		
23.9	32.5	93.4	78.2	152.0	236.1	269.7	334.0	317.2	415.7	460.6	503.7	498.3	4736.7	1977
373.0	256.1	118.2	79.5	52.9	42.0	96.7	100.1	74.1	56.6	40.3	27.3	53.7		
35.5	36.7	43.4	77.7	55.9	40.3	187.6	351.1	341.9	384.4	363.3	419.0	366.7	4073.9	1978
187.2	94.1	140.8	153.0	78.1	65.7	58.2	81.6	67.5	81.6	49.3	30.5	38.2		
44.0	39.7	77.3	120.4	186.5	393.8	296.0	386.5	368.1	411.7	455.0	493.2	421.6	4819.6	1979

Medalrennsli (G1/2vikum)

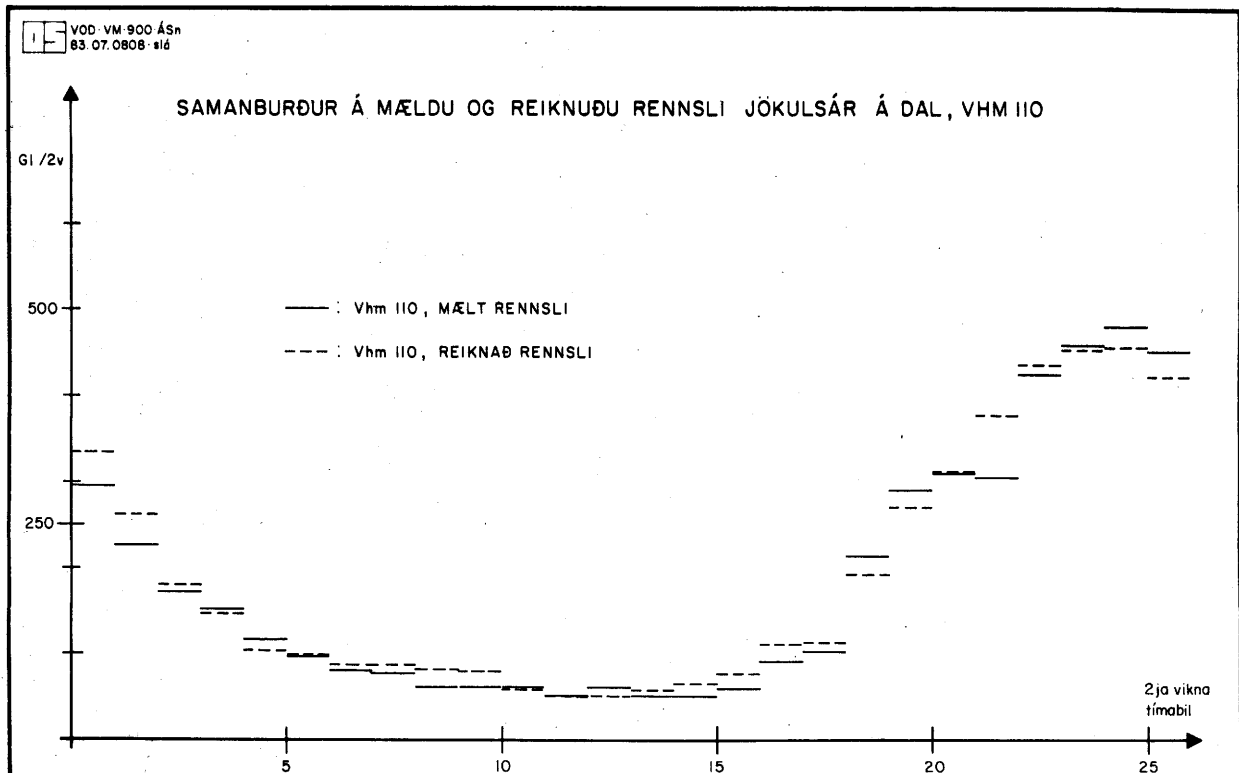
MG (G1/ari)

334.8	262.2	179.1	144.0	102.7	96.8	85.9	85.9	80.6	78.7	57.8	49.4	50.3		
57.1	66.1	76.7	110.8	112.9	189.1	268.3	313.4	378.8	436.3	453.5	455.7	422.8	4949.6	

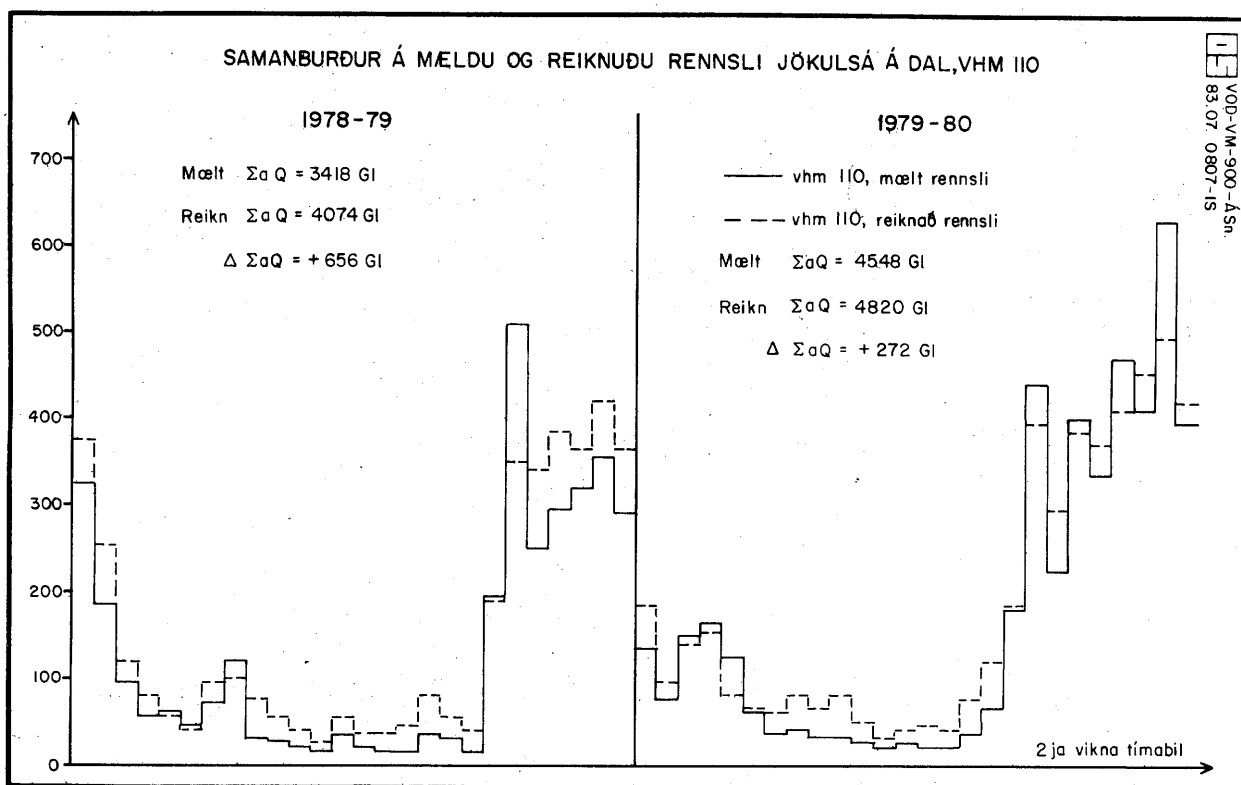
Medalrennsli 30 ara : 157.4 M3/s



MYND 7 Samanburður ársmeðaltala mældrar og reiknaðrar rennslisraðar fyrir Jökulsá á Dal.



MYND 8 Samanburður ársferla mældrar reiknaðrar rennslisraðar fyrir Jökulsá á Dal.



MYND 9 Samanburður mældrar og reiknaðrar rennslisraðar fyrir Jökulsá á Dal.

7 NIÐURSTÖÐUR OG LOKAORÐ

Í þessari skýrslu hefur tölfræðileg aðferðafræði verið sett fram og reynd á raunverulegu vatnakerfi. Helsta niðurstaða verksins er sú, að á grundvelli tengsla veðurþátta og rennslis er unnt að gera tímaraðalíkön, sem henta vel til eftirlíkingar og lengingar rennslisraða. Einnig má ætla að aðferðir þessar séu nothæfar við eftirlíkingu á kerfum er hafa hliðstæða eiginleika og vatnakerfi.

Við notkun aðferðanna á eftirlíkingu rennslis Jökulsár á Dal við Hjarðarhaga, vhm 110, kom fram að tiltölulega einföld líkön gefa fullnægjandi niðurstöður til virkjanarannsókna, a.m.k. á forathugunarstigi. Auk þess fengust mikilverðar upplýsingar um eðli og gerð vatnakerfis Jöklu.

Helstu erfiðleikar við eftirlíkingu rennslis voru vegna þess að gerð líkansins var höfð einföld. T.d. var gert ráð fyrir línulegum tengslum gráðudaga og rennslis, einnig að samskonar samband milli gráðudaga og rennslis gilti fyrir vorleysingar og jökulleysingu. Hvort tveggja eru verulegar einfaldanir á náttúrulegum tengslum þessarar þátta. Því er mögulegt að endurbæta slík líkön og verðugt verkefni ef þörf er á nákvæmari niðurstöðum við síðari stig virkjanarannsókna. Annarskonar notkun slíkra aðferða er einnig möguleg og er verðugt verkefni frekari rannsókna.

HEIMILDIR

- Guðmundur Kjartansson 1945: Vatnsfallategundir. Náttúrufræðingurinn, 15. árg: s. 113-126.
- Sigurjón Rist 1956: Íslensk vötn: Raforkumálastjóri, Vatna-
mælingar, 127 s.
- Sigurjón Rist og Asgeir Sigurðsson: Langtímameðalrennsli
íslenskra vatnsfalla -meðaltöl og staðalfrávik-. Orku-
stofnun, OS82007/VOD05 B, 51 s.

RIITSKRÁ

- Box, G.E.P. og G. M. Jenkins 1976: Time Series Analysis: Forecasting and Control. Rev. Ed. Holden-Day, San Francisco, USA, 575 s.
- Chatfield, C. 1975: The Analysis of Time Series: Theory and Practice. Chapman and Hall, London, UK.
- Chow, V.T. 1978: "Stochastic modeling of watershed systems." Í Advances in Hydrosociences. Ritst. V. T. Chow, Vol. 11, Academic Press, New York, USA, s. 1-93.
- Eliásson, J. 1972: Stókastísk Vatnafræði. Fyrirlestrar haldnir á kandídatanámskeiði í janúar 1972, Háskóli Íslands, Verkfræðideild, Reykjavík.
- Fiering, M. B. 1967: Streamflow Synthesis. Harvard Univ. Press, Cambridge, USA, 139 s.
- Granger, C.W.J. P. Newbold. 1977: Forecasting Economic Time Series. Academic Press, New York, USA, 333 s.
- Guðmundsson, G. 1970: "Short term variation of a glacier-fed river." Tellus, XXII, No. 3, s. 341-353.
- Hansen, E. 1971: Analyse af hydrologiske tidsserier. Polyteknisk Forlag, Danmark.
- Klemes, V. 1978: "Physically based hydrologic analysis." Í Advances in Hydrosociences. Ritst. V. T. Chow, Vol. 11, Academic Press, New York, USA, s. 285-356.
- Lawrence, A.J. og N. T. Kottegoda 1977: "Stochastic modelling of river flow time series." J. R. Stat. Soc. A, Vol. 140, Part 1, s. 327-352.
- Newbold, P. 1979: "Time series model building and forecasting methods in economics." IHS-Journal, Vol. 3, Physical-Verlag, Wien, Austria, s. 101-124.

Newbold, P. 1981: "Some recent developments in time series analysis." International Statistical Review, Vol. 49, s. 53-66.

Snorrason, A. 1983: Analysis of Multivariate Stochastic Hydrological Systems using Transfer Function-Noise Models. Ph. D. Thesis, University of Illinois, óútgefin.