



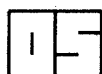
ORKUSTOFNUN
Jarðhitadeild

Valgarður Stefánsson

VARMALEIÐNI OG PORUHLUTI

OS-93038/JHD-11

Reykjavík, júlí 1993



ORKUSTOFNUN
Grensásvegi 9, 108 Reykjavík

Verknr. 720105

VARMALEIÐNI OG PORUHLUTI

Valgarður Stefánsson

OS-93038/JHD-11

ISBN 9979-827-26-2

Júlí 1993

EFNISYFIRLIT

1.	INNGANGUR	4
2.	SAMBAND PORUHLUTA OG VARMALEIÐNI	5
3.	MÆLINGAR Á BORKJÖRNUM	9
3.1	Innbyrðis samræmi mæligagna	9
3.2	Mælingar á varmaleiðni	11
3.2.1	Log K sem fall af poruhluta	12
3.2.2	1/K sem fall af poruhluta	13
3.2.3	K sem fall af poruhluta	15
4.	FYLGNIÞUÐLAR	17
5.	EÐLISÞYNGD OG VARMALEIÐNI	19
6.	KÍSILSÝRA OG VARMALEIÐNI	20
7.	HELSTU NIÐURSTÖÐUR	21
	ÞAKKIR	22
	HEIMILDIR	23
	VIÐAUKI 1. Mæliniðurstöður	24
	VIÐAUKI 2. Útreikningar á skekkjumörkum	28

TÖFLUSKRÁ

Tafla 1.	Eðlisþyngd pora og bergeðlisþyngd.	11
Tafla 2.	Varmaleiðni vatns og bergvarmaleiðni	16
Tafla 3.	Fylgnistuðlar beinu línanna þegar engin skilyrði eru sett á gögnin	17
Tafla 4.	Fylgnistuðlar beinu línanna þegar ferlum er þröngvað í gegnum varmaleiðni vatns við poruhlutann 100 %	18
Tafla 5.	Ákvörðun á bergvarmaleiðni [W/m°C] þegar ferlum er gert að ganga í gegn um varmaleiðni vatns við poruhlutann 100 %	18
Tafla 6.	Varmaleiðni kísilsteinda	20

MYNDASKRÁ

Mynd 1.	(a) Raðtenging og samsíðatenging varmaleiðniþátta í bergi. (b) Myndræn túlkun á tvístruðu líkani.	7
Mynd 2.	Ferlar fyrir jöfnur (1), (2), (3), (4), (5) og (6) þar sem bergvarmaleiðnin er $4 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$.	8
Mynd 3.	Samband poruhluta og eðlisþyngdar fyrir sýni frá Cajon Pass.	9
Mynd 4.	Samband poruhluta og eðlisþyngdar fyrir sýni frá Los Azufres.	10
Mynd 5.	Samband poruhluta og eðlisþyngdar fyrir sýni frá Los Humeros.	10
Mynd 6.	Log K sem fall af ϕ fyrir sýni frá Cajon Pass.	12
Mynd 7.	Log K sem fall af ϕ fyrir sýni frá Los Azufres.	12
Mynd 8.	Log K sem fall af ϕ fyrir sýni frá Los Humeros.	12
Mynd 9.	Log K sem fall af ϕ fyrir sýni frá Íslandi.	13
Mynd 10.	$1/K$ sem fall af ϕ fyrir sýni frá Cajon Pass.	13
Mynd 11.	$1/K$ sem fall af ϕ fyrir sýni frá Los Azufres.	13
Mynd 12.	$1/K$ sem fall af ϕ fyrir sýni frá Los Humeros.	14
Mynd 13.	$1/K$ sem fall af ϕ fyrir sýni frá Íslandi.	14
Mynd 14.	K sem fall af ϕ fyrir sýni frá Cajon Pass.	14
Mynd 15.	K sem fall af ϕ fyrir sýni frá Los Azufres.	15
Mynd 16.	K sem fall af ϕ fyrir sýni frá Los Humeros.	15
Mynd 17.	K sem fall af ϕ fyrir sýni frá Íslandi.	15
Mynd 18.	Samband varmaleiðni og eðlisþyngdar fyrir sýni frá Cajon Pass.	19
Mynd 19.	Samband varmaleiðni og eðlisþyngdar fyrir sýni frá Los Azufres.	20
Mynd 20.	Samband varmaleiðni og eðlisþyngdar fyrir sýni frá Los Humeros.	20
Mynd 21.	Mögulegt samband bergvarmaleiðni og kísilsýru í bergi	21

1. INNGANGUR

Í stuttri greinargerð (Valgarður Stefánsson, 1992) var fjallað nokkuð um samband varmaleiðni bergs og poruhluta. Tilgangur þeirrar samantektar var að benda á að poruhluti hefur mikil áhrif á varmaleiðni bergsins, en lítið er fjallað um það atriði í almennri umræðu um varmaleiðni bergs. Hins vegar er oft rætt um að tiltekin berggerð hafi ákveðið varmaleiðnigildi, án þess að þess sé getið að varmaleiðnin er bæði háð berggerð og poruhluta. Sem dæmi um þetta má nefna að í nýlegri samantekt um varmaleiðnimælingar á bergi (Cermák and Rybach, 1982) eru birtar töflur um mælingar á varmaleiðni sem fylla margar blaðsíður, án þess að þess sé getið hver sé poruhluti bergsins.

Í ofanefndri greinargerð (Valgarður Stefánsson, 1992) voru gögn frá borholu í Cajon Pass í Kaliforníu (Sass og fl., 1992) skoðuð og athugað hvort mældar stærðir féllu betur að línulegu sambandi milli varmaleiðni og poruhluta, jafna (1), eða að logaritmisku sambandi, jafna (2), (sjá t.d. Hearst og Nelson, 1985):

$$K = \phi K_v + (1-\phi) K_b \quad (1)$$

$$\log K = \phi \log K_v + (1-\phi) \log K_b \quad (2)$$

Hér eru ϕ poruhluti bergsins, K_b bergvarmaleiðni (þ.e. varmaleiðni viðkomandi berggerðar ef poruhluti hennar væri núll) og K_v varmaleiðni vatns = 0,628 W/m °C. Niðurstaða þeirra athugana var sú að logaritmiska sambandið félli betur að mældum stærðum en línulegt samband.

Guðni Axelsson hefur bent á að auk jöfnu (1) og (2) sé algengt að nota jöfnu á forminu:

$$\frac{1}{K} = \frac{\phi}{K_v} + \frac{(1-\phi)}{K_b} \quad (3)$$

til þess að lýsa eiginleikum bergs sem falli af poruhluta.

Fjórða jafnan til þess að lýsa varmaleiðni sem falli af poruhluta er:

$$K = K_b \left[\frac{(2r+1) - 2\phi(r-1)}{(2r+1) + \phi(r-1)} \right] \quad (4)$$

þar sem $r = K_v/K_b$, en aðrar stærðir þær sömu og áður. Þessi jafna er oft kennd við Maxwell og mun fyrst hafa komið fram í riti hans *A treatise on electricity and magnetism* árið 1891.

Jöfnur (1) og (3) lýsa samsíða- og raðtengingu varmaleiðniþátta eins og nánar er sýnt á mynd 1. Þessi tilvik eru jaðartilvik í mjög stefnuháðu efni. Hashin og Shtrikman (1962) hafa leitt út jaðartilvik fyrir einsleit og stefnuóháð efni (macroscopically homogeneous and isotropic), sem eru ávallt þrengri en samsíða- og raðtenging varmaleiðniþátta. Jaðrar Hashins og Shtrikmans ($H-S^+$ og $H-S^-$) voru leiddir út til að lýsa segulleiðni í margþátta efni, en vegna samræmis í stærðfræðilegum jöfnum ættu niðurstöðurnar að gilda einnig fyrir

rafsvörunarstuðul (dielectric constant), rafleiðni, varmaleiðni og varmasveimsstuðul (diffusivity) í margþátta efni. Jöfnur H-S jaðranna eru þessar:

$$K = K_v + \frac{3K_v(K_b - K_v)(1 - \phi)}{3K_v + (K_b - K_v)\phi} \quad (5)$$

sem gildir fyrir neðri H-S jaðarinn (H-S⁻) og

$$K = K_b + \frac{3K_b(K_v - K_b)\phi}{3K_b + (K_v - K_b)(1 - \phi)} \quad (6)$$

sem gildir fyrir efri H-S jaðarinn (H-S⁺).

Auk þess að fleiri jöfnur koma nú til álita við lýsingu á varmaleiðni sem falli af poruhluta hafa komið til meiri gögn um varmaleiðnimælingar á storkubergi þar sem poruhluti bergsins er einnig tíundaður. Í jarðhitatímariti sem gefið er út í Mexíkó birtust fyrir nokkrum árum niðurstöður varmaleiðnimælinga á borkjörnum frá jarðhitasvæðunum Los Azufres (Contreras og fl., 1988) og Los Humeros (Contreras og fl., 1990) í Mexíkó. Einnig hefur Ólafur G. Flóvenz fundið í fórum Orkustofnunar gögn um varmaleiðnimælingar á íslensku bergi sem Alan Jessop gerði árið 1975. Þannig liggja nú fyrir meiri gögn um varmaleiðni storkubergs en tekin voru fyrir í greinargerðinni (Valgarður Stefánsson, 1992), en auk þess liggur fyrir að þörf er á að útvíkka sjónarhornið á samband varmaleiðni og poruhluta og taka til athugunar fleiri sambönd en þau sem skoðuð voru í greinargerðinni.

Fyrirliggjandi skýrslu er ætlað að ákvarða hvaða jafna lýsi best sambandinu á milli varmaleiðni og poruhluta bergs. Mælingar á borkjörnum frá Cajon Pass, Los Azufres og Los Humeros eru notaðar við þessa athugun ásamt þeim mælingum sem Alan Jessop gerði á íslensku bergi árið 1975. Í skýrslunni er einnig reynt að tengja varmaleiðni storkubergs við aðra eðliseiginleika bergsins eins og eðlisþyngd og kísilsýruinnihald.

2. SAMBAND PORUHLUTA OG VARMALEIÐNI

Svo sem A.E. Beck (1976) rekur nánar eru það einkum fjórar jöfnur eða líkön, sem notuð hafa verið til að lýsa varmaleiðni í margþátta kerfum. Þessar jöfnur eru:

- a) Samsíða tenging varmaleiðniþáttanna (vegið meðaltal). Almenna jafnan fyrir þetta tilvik er:

$$K = \frac{\sum P_n K_n}{\sum P_n} \quad (7)$$

Hér er P_n rúmmálshluti n -ta þáttar í þessu margþátta kerfi og K_n er varmaleiðni n -ta þáttar. Fyrir tvíþátta kerfið vatn og berg er þetta jafna (1).

- b) Raðtenging varmaleiðniþáttanna (vegið harmonískt meðaltal). Almenna jafnan fyrir þetta tilvik er:

$$K = \frac{\sum P_n}{\sum \frac{P_n}{K_n}} \quad (8)$$

sem fyrir tvíþátta kerfið vatn og berg er einfaldlega jafna (3).

- c) Almenna jafnan fyrir vegið geometrískt meðaltal er:

$$K = \left[\prod K_n^{P_n} \right]^{\frac{1}{\sum P_n}} \quad (9)$$

Fyrir tvíþátta kerfið vatn og berg verður þessi jafna:

$$K = K_v^\phi K_b^{(1-\phi)} \quad (10)$$

Vanalega er þessi jafna rituð á log formi eins og gert er í jöfnu (2).

- d) Jafna (4) gildir fyrir tvíþátta tvístrað líkan (dispersive model).

Auk þessara fjögurra jafna eru í inngangi nefndir til sögunnar jaðrar Hashins og Shtrikmans, jöfnur (5) og (6). Til þess að sýna mun á þessum sex jöfnum eru ferlar jafnanna sýndir á mynd 2 fyrir það ákveðna tilvik að bergvarmaleiðnin K_b sé 4 W/m °C. Varmaleiðni vatns K_v er í öllum tilvikum 0,628 W/m °C. Á myndinni kemur það fram að efri H-S jaðarinn er sami ferill og ferill Maxwells.

Eins og áður segir gilda jöfnur (1) og (3) fyrir samsíðatengingu og raðtengingu varmaleiðniþátta vatns og bergs, og er myndræn túlkun þessara sambanda mjög einföld eins og sýnt er á mynd 1a. Það er talinn galli á þessum jöfnum eða þeim líkönunum sem liggja að baki jafnanna (mynd 1a) að þetta sé of mikil einföldun á raunveruleikanum. Bæði má benda á að bergið tollir ekki saman ef mynd 1a er túlkuð of bókstaflega og einnig eru líkónin á mynd 1a strangt tekið ekki stefnuháð (isotropic).

Jafna (2) er geometrískt meðalgildi varmaleiðniþátta, en ekki er til myndræn túlkun á þessu sambandi. Notkun þessarar jöfnu virðist helst byggjast á því að jafna (2) er um það bil miðja vega á milli jaðrana sem skilgreindir eru með jöfnum (1) og (3). Einnig er jafna (2) mun einfaldari en jafna (4).

Að baki jöfnu (4) er einfalt raunverulegt líkan þar sem kúlulaga vatnsbólum með varmaleiðni K_v hafa tvístrast um berg með varmaleiðnina K_b eins og sýnt er á mynd 1b. Jafna Maxwells er ekki samhverf (symetrisk) með tilliti til varmaleiðniþátta, en jafna Maxwells er sami ferill og efri jaðar Hashins og Shtrikmans, eins og sést á mynd 2 og auðvelt er að leiða út. Samhverfa Maxwells jöfnunnar og efri jaðars Hashins og Shtrikmans, þ.e. að kúlulaga bergkúlum með varmaleiðni K_b er tvístrað um vatn er einfaldlega neðri H-S jaðarinn.

Þar sem jafna Maxwells er sama jafna og efri jaðar Hashins og Shtrikmans eru í reynd fimm jöfnur sem gætu komið til greina til þess að lýsa áhrifum poruhluta á varmaleiðni bergs.

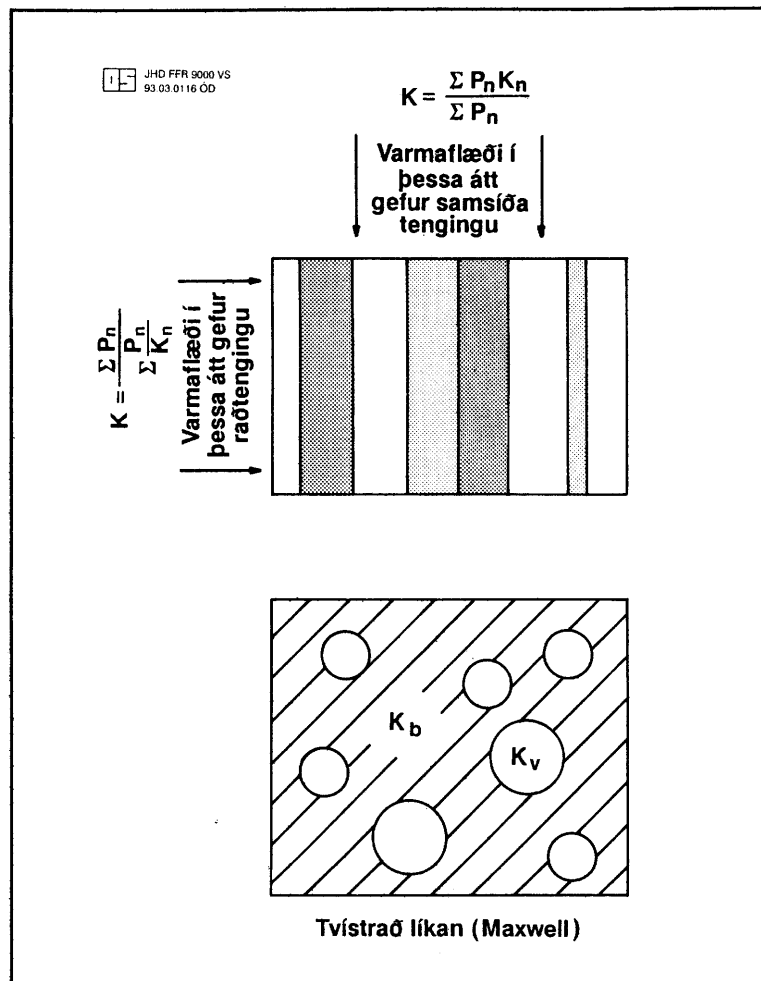
Almennt er reiknað með að lögun poranna í jöfnum (1), (2), (3), (5) og (6) hafi ekki áhrif á niðurstöður, þó svo að bókstafleg túlkun á mynd 1a sé ekki í samræmi við það eins og áður hefur komið fram.

Jöfnurnar fimm eru allar tiltölulega einfaldar, en ekki liggur fyrir hvaða jafna lýsir best sambandi poruhluta og varmaleiðni bergs.

Þó svo að framangreindar fimm eða sex jöfnur hafi mest komið til umræðu við að lýsa áhrifum poruhluta á varmaleiðni bergs, má hugsa sér mörg önnur líkön til þess að lýsa þessum áhrifum. Með tilvísun í samræmi á milli jafna fyrir varmaleiðni og rafleiðni, má t.d. ætla að niðurstöður um viðnám í "kubbabergi" (Valgarður Stefánsson og fl. 1982b) gildi einnig fyrir varmaleiðni í "kubbabergi". Í þannig líkani hefur lögun poranna (stefna á sprungum) þó mikil áhrif á niðurstöður. Í fyrstu nálgun hyllast menn til þess að velja líkan eða lýsingu þar sem lögun poranna hefur ekki áhrif á niðurstöður.

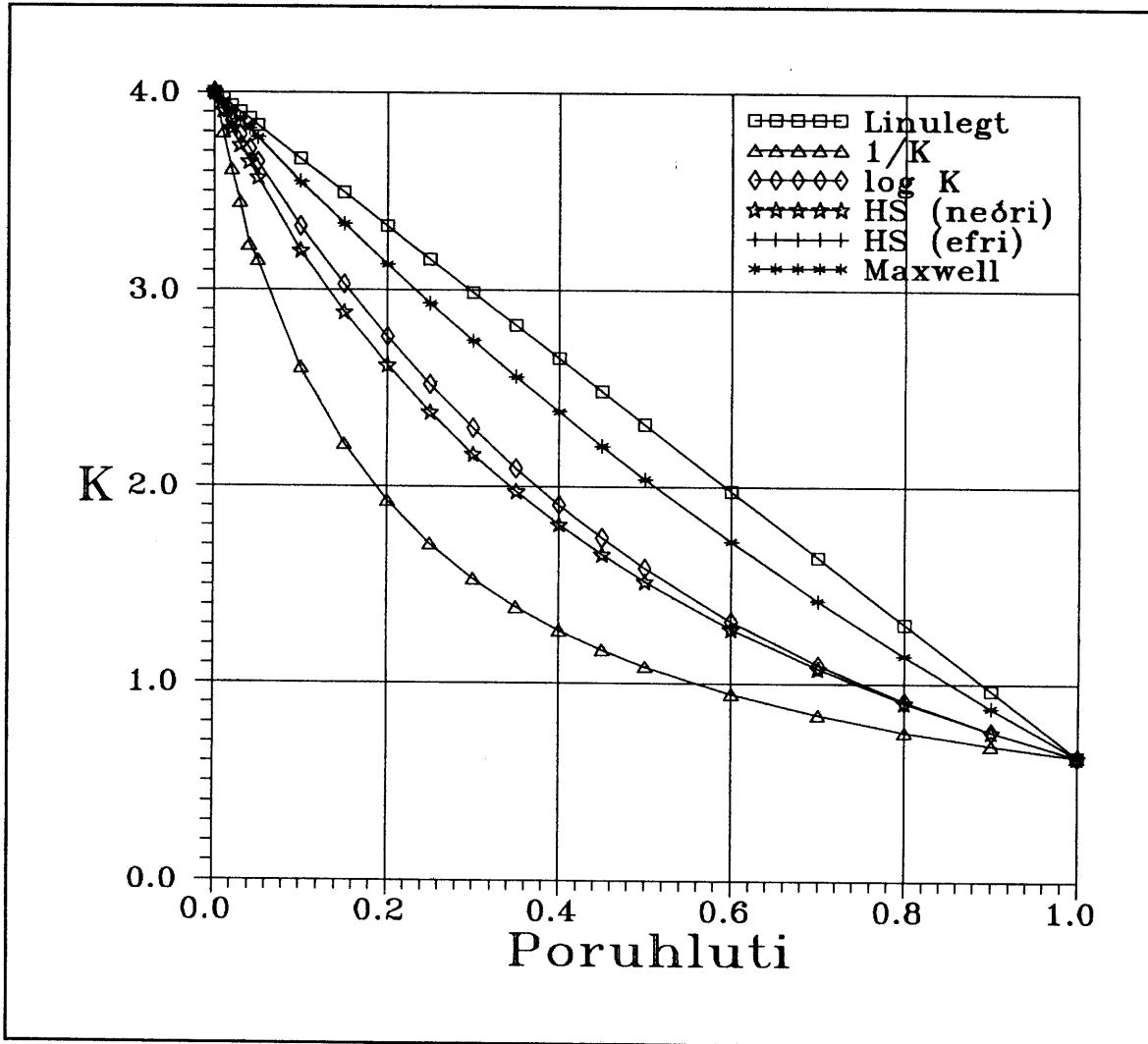
Til þess að ákvarða hvaða jafna lýsir best áhrifum poruhluta á varmaleiðni bergs er einfaldlega athugað að hvaða ferli mæld gögn falla best. Fræðilega séð er þetta einfalt markmið, en umfang og gæði gagnanna verða að ráða hvernig sá samanburður er gerður. Fyrirliggjandi mæligögn eru ekki mikil að vöxtum, og lítið er vitað um gæði gagnanna. Í fyrstu atrennu er því talið rétt að takmarka athuginuna við aðeins þrjá ferla og athuga hvort mæligögnin greini á milli þeirra.

Einfaldasta aðferð til þess að athuga hversu vel mælipunktur falla að gefnum ferli er það tilvik þegar ferillinn er bein lína. Auðvelt er að umrita jöfnur (2) og (3) þannig að form þeirra sé línulegt. Sú aðferð er því valin hér að athuga hversu vel mælipunktur falla að jöfnum (1), (2) og (3) þegar allar jöfnurnar eru ritaðar á línulegu formi.



Mynd 1. (a) Raðtenging og samsíðatenging varmaleiðniþátta í bergi. (b) Myndræn túlkun á tvístruðu líkani (Líkan Maxwells)

Strangt tekið er þessi aðferð ekki gallalaus. Með vörpun í $1/K$ og $\log K$ rúm bjagast dreifing mælipunkta, en minnsta kvaðrataðferðin (ákvörðun á beinni línu) gerir ráð fyrir normaldreifingu gagna. Þessi ókostur er þó varla nægjanlegur til þess að útiloka aðferðina, en helsti kosturinn við aðferðina er einfaldleikinn í meðhöndlun gagna.



Mynd 2. Ferlar fyrir jöfnur (1), (2), (3), (4), (5) og (6) þar sem bergvarmaleiðnin er $4 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$.

Valið á jöfnum (1), (2) og (3) byggist annars vegar á því að auðvelt er að rita jöfnurnar á línulegu formi og hins vegar á því að ferlar jafnanna spanna sviðið nokkuð vel. Jöfnur (1) og (3) eru efsta og neðsta tilvik á mynd 2, en ferill jöfnu (2) liggur nokkurn veginn miðja vegu á milli þeirra.

Með því að umrita jöfnur (1), (2) og (3) fást eftirfarandi jöfnur:

$$K = K_b + \phi(K_v - K_b) \quad (11)$$

$$\log K = \log K_b + \phi(\log K_v - \log K_b) \quad (12)$$

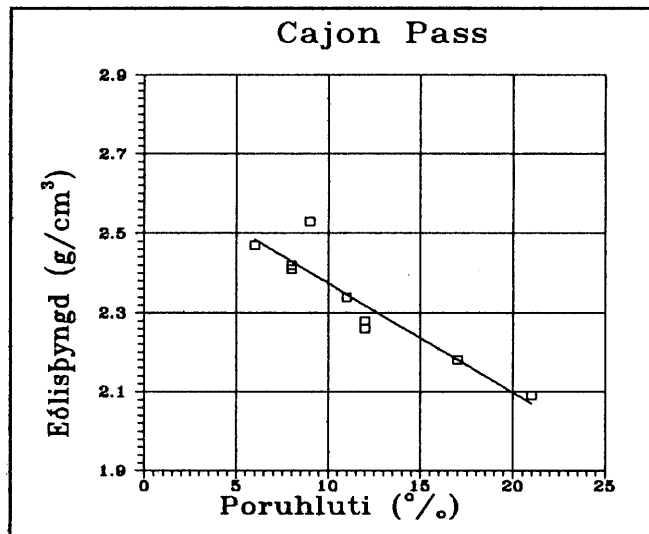
$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_b} + \phi \frac{K_b - K_v}{K_v K_b} \quad (13)$$

Sú aðferð sem notuð er hér, er að teikna upp stærðirnar K , $1/K$ og $\log K$ sem fall af ϕ og draga bestu beinu línu í gegn um mælipunkta. Fræðilega séð gæti þetta nægt til þess að greina á milli jafnanna þriggja. Hins vegar eru ferlarnir þrír mjög nálægt því að vera beinar línur á poruhlutabilinu 0-23% (spönn mæligagna), þannig að frekari skilyrði þurfa að koma til svo hægt sé að greina á milli ferlanna. Aukaskilyrðið sem sett er, er að besta línan sem fellur að mæligögnum gangi einnig í gegnum gildið $0,628 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$ (eða samsvarandi gildi í $1/K$ vörpun eða $\log K$ vörpun) þegar $\phi = 1,0$ (100% poruhluti).

3. MÆLINGAR Á BORKJÖRNUM

3.1 Innbyrðis samræmi mæligagna

Til þess að hægt sé að greina á milli jafna (1), (2) og (3) verða mæligildin að vera fyrir sömu berggerð, þ.e. til verður að vera eitt gildi á bergvarmaleiðni fyrir það safn mæligilda sem notað er í hverjum samanburði. Ekki er auðvelt að vita hvort slíkar aðstæður eru fyrir hendi í fyrirliggjandi mæligögnum þar sem lítið er vitað um söfnunar- aðferðir og þau markmið sem höfð voru að leiðarljósi við mælingarnar í Mexíkó og í Kaliforníu. Sass og félagar (1992) gefa upp að berggerðin í Cajon Pass sé sandsteinn, og má því ætla að í því tilviki sé aðeins ein berggerð og ein bergvarmaleiðni fyrir hendi. Berggerð kjarnanna frá Los Azufres er gefin upp hjá Contreras og félagum (1988), og er í öllum tilvikum einhvers konar andesít. Nánar tiltekið eru eftirfarandi berggerðir tilgreindar (á spænsku): *andesita*, *andesita microcristalina*, *andesita porfídica*, *andesita microlitica*, *andesita basaltica* og *toba andesitica*. Það má því ætla að eitt gildi á bergvarmaleiðni sé fyrir hendi fyrir sýnin frá Los Azufres.



Mynd 3. Samband poruhluta og eðlisþyngdar fyrir sýni frá Cajon Pass

Fyrir sýni frá Los Humeros er staðan hins vegar verri, því Contreras og félagar (1990) gefa

ekki upp nafn eða nöfn á berggerðum þeim sem mælingarnar eru gerðar á.

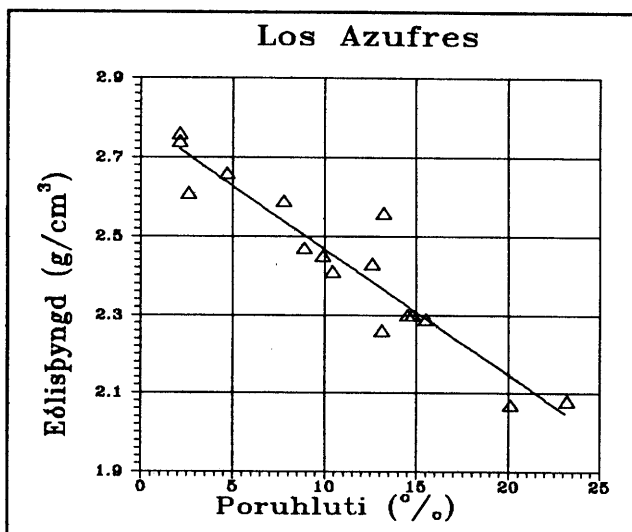
Ef kjarnabútarnir eru allir af sömu berggerð, og ef mælingarnar eru vel gerðar, ætti að vera gott línulegt samband milli poruhluta og eðlisþyngdar. Það er því hægt að nota samband poruhluta og eðlisþyngdar til þess að meta hvort sýni eru af sömu eða svipaðri berggerð. Bergeðlisþyngd er efnis-eiginleiki og ákvarðast fyrst og fremst af efnasamsetningu ógropna hluta bergsins. Myndir 3 og 4 sýna sambandið milli poruhluta og eðlisþyngdar fyrir sýnin frá Cajon Pass og frá Los Azufres. Telja verður að mæligildin fylgi beinni línu þokkalega eins og búist var við.

Skurðpunktur við y ásinn gefur bergeðlisþyngd $2,65 \text{ g/cm}^3$ fyrir sýni frá Cajon Pass og $2,79 \text{ g/cm}^3$ fyrir sýni frá Los Azufres. Helstu gallar við myndir 3 og 4 eru þeir að beina línan á mynd 3 hefur y-gildið $-0,11$ fyrir $\phi = 100\%$ og beina línan á mynd 4 hefur y-gildið $-0,42$ fyrir $\phi = 100\%$. Contreras og félagar (1988) gefa upp að þeirra eðlisþyngdargildi eigi við þurrt berg (*densidad total de la roca seca*), og þá ætti beina línan að gefa $y = 0$ þegar $x = 100\%$. Í grein Sass og félaga (1992) er ekki getið hvort eðlisþyngd er miðuð við þurrt eða blautt sýni, en beina línan á mynd 3 bendir eindregið til þess að þeirra eðlisþyngd eigi við þurrt sýni. Framlenging beinu línanna á myndum 3 og 4 gefur auðsjáanlega víð skekkjumörk fyrir eðlisþyngdargildið við 100% poruhluta. Niðurstöður frá mynd 4 benda til að skekkjumörk séu um $\pm 0,5 \text{ g/cm}^3$.

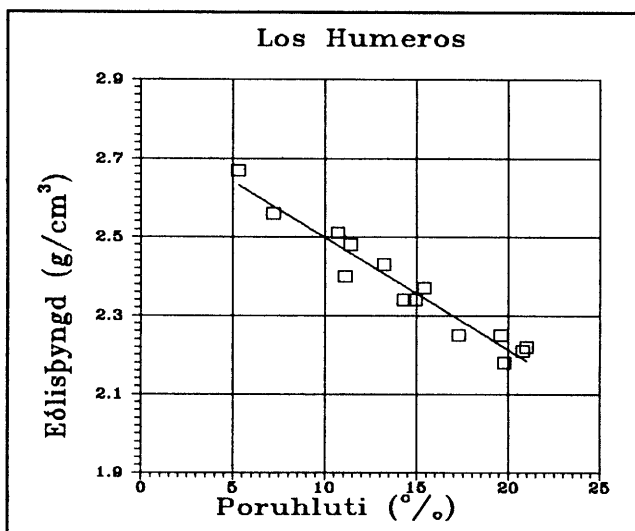
Mynd 5 sýnir sambandið milli poruhluta og eðlisþyngdar fyrir sýni frá Los Humeros. Í þessu tilvikum er búið að sleppa einu mæligildi, sem benti til að bergeðlisþyngd þess sýnis væri um $3,4 \text{ g/cm}^3$. Þau gildi sem gefin eru á mynd 5 fylgja þokkalega beinni línu. Bergeðlisþyngdin er $2,78 \text{ g/cm}^3$ og y-gildi línunnar fyrir $\phi = 100\%$ er $-0,07 \text{ g/cm}^3$.

Í gögnum Jessops liggja ekki fyrir mælingar á eðlisþyngd. Þess vegna er ekki hægt að nota samband eðlisþyngdar og poruhluta til þess að kanna inbyrðis samræmi mæligagna í því tilvikum.

Í þeim þrem tilvikum sem athuguð voru (Cajon Pass, Los Azufres og Los Humeros), virðist vera sæmilega gott línulegt samband milli poruhluta og eðlisþyngdar. Sú



Mynd 4. Samband poruhluta og eðlisþyngdar fyrir sýni frá Los Azufres.



Mynd 5. Samband poruhluta og eðlisþyngdar fyrir sýni frá Los Humeros

dreifing sem kemur fram á myndum 3, 4 og 5 bendir ekki til þess að um mismunandi berggerðir sé að ræða í hverju tilviki fyrir sig. Þessi athugun útilokar þó ekki að svo geti verið. Ef sýnin eru af sömu gerð er nauðsynlegt að samband eðlisþyngdar og poruhluta sé línulegt. Hins vegar er það ekki nægjanlegt skilyrði til þess að draga þá ályktun að sýnin séu sömu gerðar.

Það er marktækur munur á bergeðlisþyngd sandsteins frá Cajon Pass og andesíts frá Los Azufres. Bergeðlisþyngd óþekktar bergsins í Los Humeros er sú sama og bergeðlisþyngd andesíts í Los Azufres. Það er því líklegt að kjarnabútar frá Los Humeros séu andesít. Miðað við almennt jarðlagasnið frá Los Humeros (sjá t.d. Viggiano og Robles, 1988) og uppgefið dýpi á kjönum, má ráða að meginhluti kjarnanna frá Los Humeros sé í raun og veru andesít. Til öryggis er þó sýnum frá Los Azufres og Los Humeros haldið aðskildum í þeim athugunum, sem fara hér á eftir.

Eðlisþyngd pora er nálægt núlli fyrir sýni frá Cajon Pass og Los Humeros, en gildið $-0,42 \text{ g/cm}^3$ fyrir sýni frá Los Azufres virðist vera óþarflega langt frá fræðilega gildinu, en sýnir trúlega bara það að skekkjumörk verða mjög víð þegar bein lína er framlengd langt út fyrir svið mæligildanna. Ef beinu línunum á myndum 3, 4, og 5 væri þröngvað í gegn um gildið ($\phi = 100\%$, $\rho = 0$) fæst í öllum tilvikum lægra gildi á bergeðlisþyngd og munurinn er mestur fyrir sýni frá Los Azufres. Nánar er fjallað um þetta atriði í kafla 4.

Tafla 1. Eðlisþyngd pora og bergeðlisþyngd.

Svæði og berggerð	Bergeðlisþyngd g/cm^3	Eðlisþyngd pora g/cm^3
Cajon Pass (sandsteinn)	2,65	- 0,11
Los Azufres (andesít)	2,79	- 0,42
Los Humeros (óþekkt berg, en trúlega andesít)	2,78	- 0,07

Í stórum dráttum má álykta að innbyrðs samræmi sé í mæligögnunum frá svæðunum þremur og að á hverju svæði eigi mæligögnin við eina berggerð.

3.2 Mælingar á varmaleiðni

Til þess að kanna samband á milli poruhluta og varmaleiðni eru stærðirnar $\log K$, $1/K$ og K teiknaðar sem fall af poruhluta (ϕ) og bein lína teiknuð í gegnum mælipunkta. Á þennan hátt er í fljótu bragði hægt að sjá hversu vel mælipunktar falla að beinni línu, og meta þannig hversu vel jöfnur (1), (2) og (3) lýsa sambandinu milli poruhluta og varmaleiðni. Ekki eru settar neinar takmarkanir á legu línunnar og einungis stuðst við mælipunkta.

Auk þessa er í hverju tilviki athugað hvaða varmaleiðnigildi línar ákvarðar við 100% poruhluta. Ef ferillinn lýsir sambandinu vel ætti varmaleiðnin við poruhluta 100% að vera $0,628 \text{ W/m}^\circ\text{C}$. Gildi jöfnunnar ákvarðast að mjög miklu leyti af því hversu nálægt gildinu $0,628 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ framlenging línunnar hafnar þegar poruhlutinn er 100%.

Mynd 2 sýnir glögglega að fyrir mælipunkta á bilinu 0-20 % eru allir ferlarnir svo til bein lína, svo það er mjög erfitt að greina á milli ferlanna á þessu poruhlutabili ef engin viðbótar skilyrði eru sett á gögnin. Allir mælipunktar í þessari athugun eru á þessu poruhlutabili. Hins vegar hefur það komið fram við athugun á sambandi eðlisþyngdar og poruhluta að skekkjumörk y gildis eru mjög víð við framlengingu línu að 100% poruhluta. Þess vegna eru skekkjumörk stuðlanna m og b í jöfnunni $y = mx + b$ reiknuð sérstaklega, og er þeim reikningum lýst í Viðauka 2.

3.2.1 Log K sem fall af poruhluta

Myndir 6, 7, 8 og 9 sýna mæligildin frá Cajon Pass, Los Azufres, Los Humeros og Íslandi þar sem log K er teiknað upp á móti poruhluta. Fjöldi sýna er 20 frá Cajon Pass, 16 frá Los Azufres, 14 frá Los Humeros og 28 frá Íslandi. Gögnin frá Cajon Pass eru 11 sýni frá borkjarna og 9 sýni frá sandsteinsopnu nálægt holu, sem á að vera sami sandsteinn og sá sem kemur fram í holunni. Sass og félagar (1992) gefa aðeins upp eðlisþyngd fyrir þau sýni sem tekin voru á yfirborði. Þess vegna eru aðeins 9 mæligildi á mynd 5, en 20 gildi á mynd 6 þar sem varmaleiðnigildi af kjasasýnum og yfirborðssýnum eru tekin fyrir.

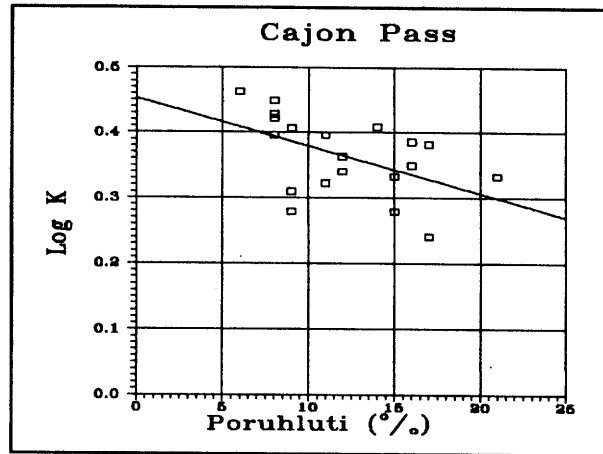
Dreifing mæligilda er töluverð á öllum myndunum, þó sérstaklega fyrir sýnin frá Los Humeros, en jöfnur bestu lína gegn um mælipunkta eru þessar (sjá Viðauka 2):

$$\text{CP} \quad \log K = - (0,0065 \pm 0,0035)\phi + (0,448 \pm 0,045)$$

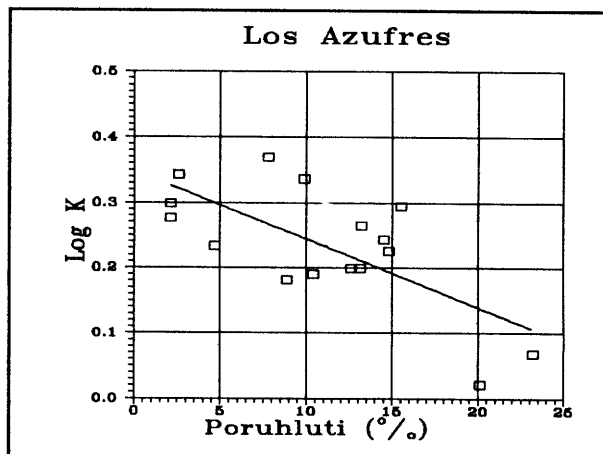
$$\text{LA} \quad \log K = - (0,0105 \pm 0,0030)\phi + (0,348 \pm 0,036)$$

$$\text{LH} \quad \log K = - (0,0016 \pm 0,0033)\phi + (0,307 \pm 0,050)$$

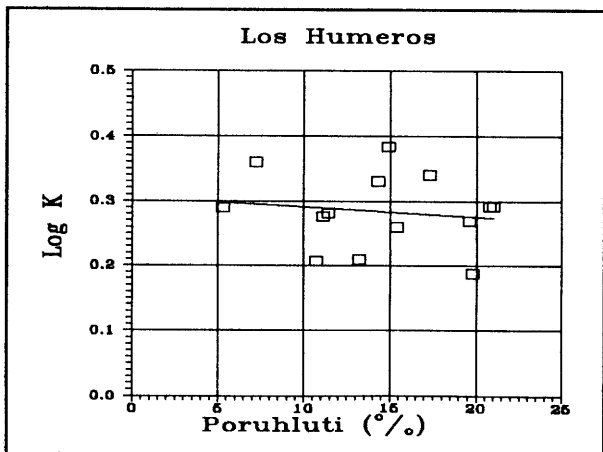
$$\text{ÍS} \quad \log K = - (0,0055 \pm 0,0011)\phi + (0,265 \pm 0,008)$$



Mynd 6. Log K sem fall af ϕ fyrir sýni frá Cajon Pass.



Mynd 7. Log K sem fall af ϕ fyrir sýni frá Los Azufres.



Mynd 8. Log K sem fall af ϕ fyrir sýni frá Los Humeros.

Skurðpunktar við ásana gefa eftirfarandi gildi:

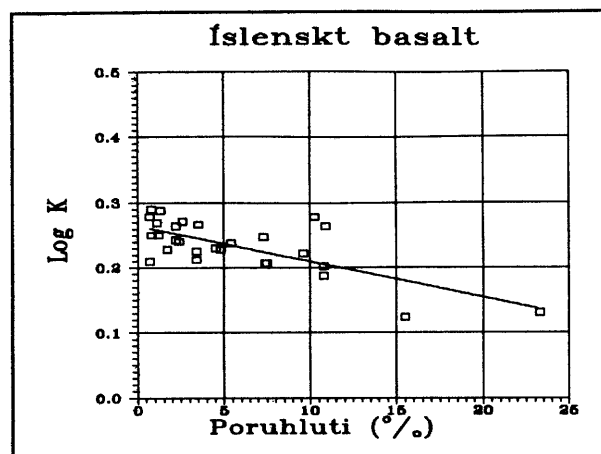
	K_p [W/m °C]	K_v [W/m °C]
CP	2,81±0,30	0,62±0,77
LA	2,23±0,20	0,20±0,18
LH	2,03±0,24	1,4±1,6
ÍS	1,84±0,06	0,52±0,11

Það er nokkuð einsýnt að mælipunktur á mynd 8 eru mjög dreifðir og ákvarða illa beina línu. Hallatala á mynd 8 er mun lægri en hallatölur á myndum 6, 7 og 9. Innan skekkjumarka er m.a.s. ekki hægt að ákvarða hvort $\log K$ vex eða minnkar með auknum poruhluta. Útreiknað gildi á K_v fyrir Los Humeros er líka mjög frábrugðið þeim gildum sem fást fyrir Cajon Pass, Los Azufres og Ísland.

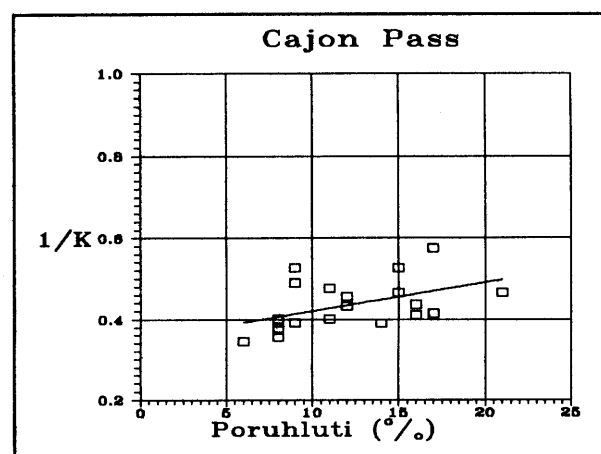
Þar sem berggerð er trúlega andesít bæði í Los Azufres og Los Humeros, mætti ætla að K_p væri það sama í báðum tilvikum. Í reynd er um 10% munur á ákvörðunum fyrir Los Azufres og Los Humeros, og er það innan skekkjumarka. Verður að telja það mjög viðunandi miðað við að dreifingin á mæligildum fyrir sýnin frá Los Humeros er mjög mikil. Munurinn á K_p fyrir sandsteininn í Cajon Pass annars vegar og andesítitð í Los Azufres og Los Humeros er þó marktækur, og bendir það til þess að hægt sé að skilgreina bergvarmaleiðni á þann hátt sem gert er hér. Bergvarmaleiðnin fyrir íslenskt basalt er marktækt lægri en gildin sem fást fyrir sandstein og andersít. Einnig eru skekkjumörk í mælingum Jessops áberandi lægri en samsvarandi skekkjumörk fyrir sýnin frá Kaliforníu og Mexíkó.

3.2.2 $1/K$ sem fall af poruhluta

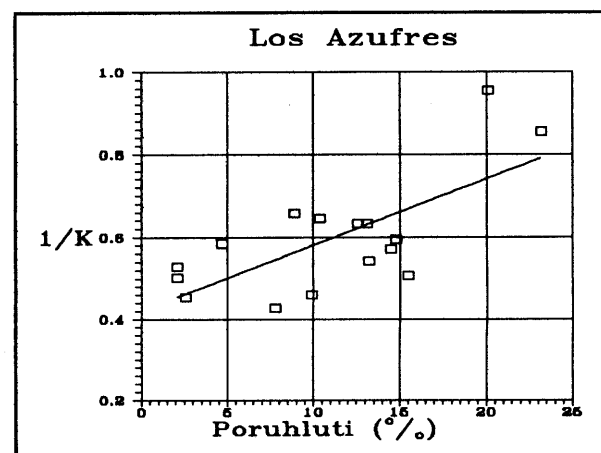
Á myndum 10, 11, 12 og 13 er $1/K$ teiknað á móti poruhluta og besta lína dregin í



Mynd 9. $\log K$ sem fall af ϕ fyrir sýni frá Íslandi.



Mynd 10. $1/K$ sem fall af ϕ fyrir sýni frá Cajon Pass.



Mynd 11. $1/K$ sem fall af ϕ fyrir sýni frá Los Azufres.

gegnum mælipunkta á sama hátt og gert var á myndum 6, 7, 8 og 9. Svipaðir eiginleikar koma fram við þessa aðgerð eins og áður hefur verið lýst.

Jöfnur bestu lína gegnum mælipunkta á myndum 10, 11, 12 og 13 eru þessar (sjá Viðauka 2):

$$\text{CP} \quad 1/K = (0,0069 \pm 0,0032)\phi + (0,352 \pm 0,040)$$

$$\text{LA} \quad 1/K = (0,0159 \pm 0,0043)\phi + (0,423 \pm 0,054)$$

$$\text{LH} \quad 1/K = (0,0019 \pm 0,0040)\phi + (0,497 \pm 0,061)$$

$$\text{ÍS} \quad 1/K = (0,0081 \pm 0,0015)\phi + (0,541 \pm 0,011)$$

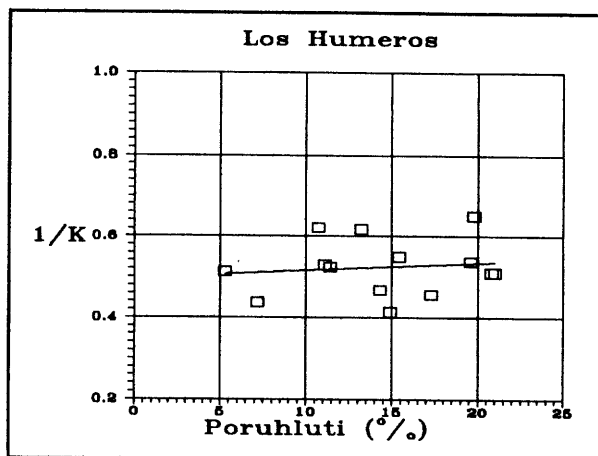
Skurðpunktur við ásana gefa eftirfarandi gildi:

	K_b [W/m °C]	K_v [W/m °C]
CP	2,84±0,37	0,95±0,42
LA	2,36±0,35	0,49±0,16
LH	2,01±0,29	1,47±3,29
ÍS	1,85±0,04	0,74±0,14

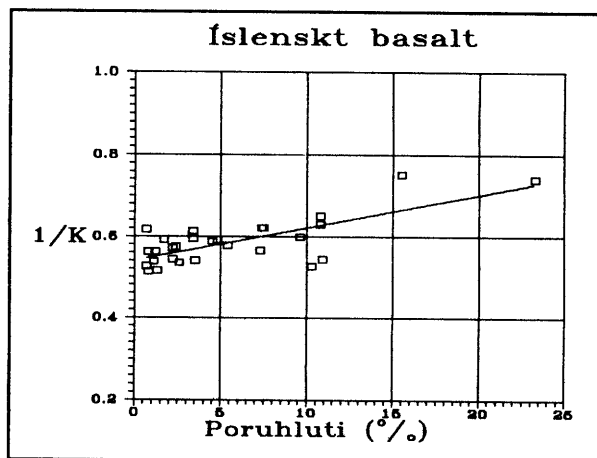
Í stórum dráttum eru niðurstöðurnar svipaðar þeim sem fengust úr samanburði á myndum 6, 7, 8 og 9. Dreifingin á mæligildum fyrir sýni frá Los Humeros (mynd 12) er svo veruleg að hallatala línunnar á mynd 12 er mun lægri en hallatölur á myndum 10, 11 og 13. Útreiknað K_v gildi fyrir sýni frá Los Humeros er mjög frábrugðið samsvarandi gildum fyrir sýni frá Cajon Pass, Los Azufres og Ísland. Varmaleiðnigildið fyrir vatn, 0,682 W/m °C er innan skekkjumarka allra K_v gildana.

Munurinn á K_b fyrir Los Azufres og Los Humeros er um 20 %, en samt er þetta ekki marktækur munur vegna þess hve skekkjumörk eru víð.

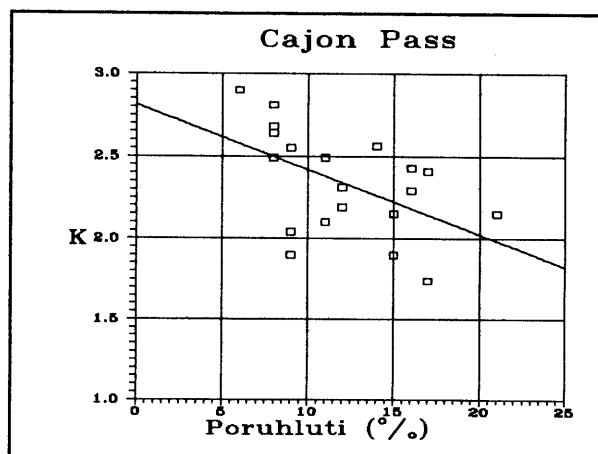
Skekkjumörk í ákvörðun á bergvarmaleiðni basalts eru mun þrengri en í hinum tilvikunum.



Mynd 12. $1/K$ sem fall af ϕ fyrir sýni frá Los Humeros.



Mynd 13. $1/K$ sem fall af ϕ fyrir íslenskt berg.



Mynd 14. K sem fall af ϕ fyrir sýni frá Cajon Pass.

3.2.3 K sem fall af poruhluta

Priðja jafnan sem skoðuð er hér er beint línulegt samband varmaleiðni og poruhluta (jafna 1). Myndir 14, 15, 16 og 17 sýna K sem fall af poruhluta fyrir sýnin frá Cajon Pass, Los Azufres, Los Humeros og Ísland. Gögnin eru meðhöndluð á sama hátt og áður, og jöfnur bestu lína eru þessar (sjá Viðauka 2):

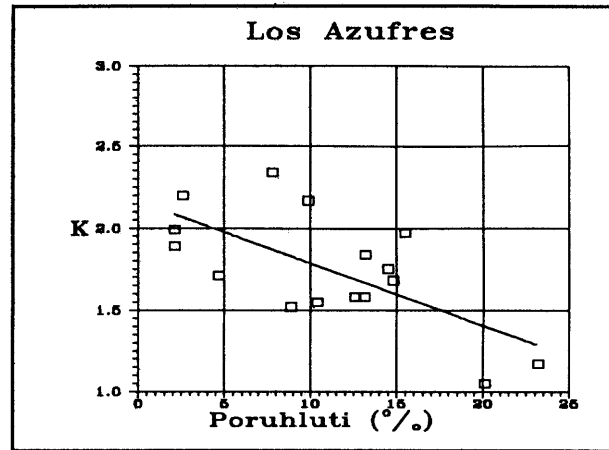
$$\begin{aligned} \text{CP} \quad K &= -(0,039 \pm 0,016)\phi + (2,80 \pm 0,20) \\ \text{LA} \quad K &= -(0,038 \pm 0,011)\phi + (2,17 \pm 0,14) \\ \text{LH} \quad K &= -(0,007 \pm 0,014)\phi + (2,04 \pm 0,22) \\ \text{ÍS} \quad K &= -(0,020 \pm 0,004)\phi + (1,83 \pm 0,03) \end{aligned}$$

Skurðpunktar við ásana gefa eftirfarandi gildi:

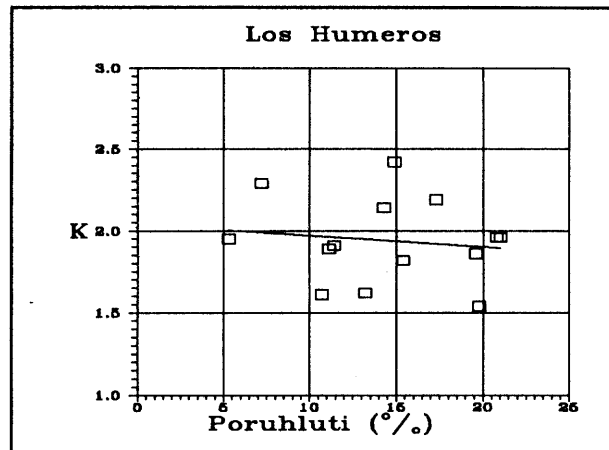
	K_b [W/m °C]	K_v [W/m °C]
CP	$2,80 \pm 0,20$	$-1,1 \pm 1,6$
LA	$2,16 \pm 0,14$	$-1,6 \pm 1,1$
LH	$2,03 \pm 0,24$	$1,3 \pm 1,5$
ÍS	$1,83 \pm 0,03$	$-0,2 \pm 0,4$

Í öllum þessum tilvikum eru skekkjumörkin á K_v mjög við og varmaleiðni vatns $0,682 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$ er innan skekkjumarka fyrir Los Humeros. Hins vegar eru K_v gildin fyrir Cajon Pass, Los Azufres og Ísland langt fyrir neðan $0,628 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$, en K_v gildið fyrir Los Humeros er ofan við varmaleiðni vatns. Samræmi er því ekki gott.

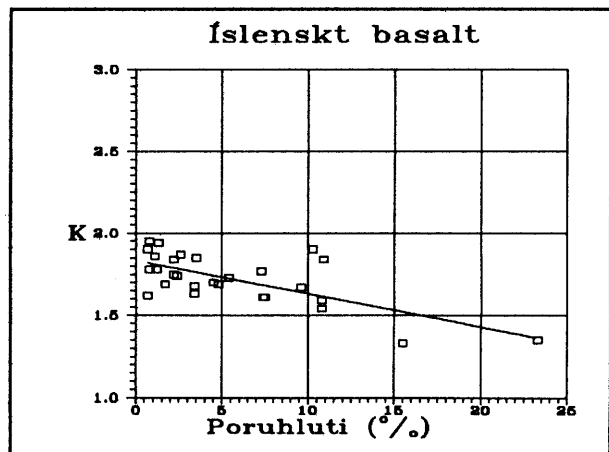
Dreifingin á mælipunktum á myndum 8, 12 og 16 er mjög mikil, og má almennt segja að gögnin frá Los Humeros virðast vera mjög slæm. Þetta er nokkuð einkennilegt því sömu menn standa að mælingunum á sýnum frá Los Humeros eins og á sýnum frá Los Azufres, en gögnin frá Los Azufres virðast vera í samræmi við gögnin frá Cajon Pass og Íslandi.



Mynd 15. K sem fall af ϕ fyrir sýni frá Los Azufres.



Mynd 16. K sem fall af ϕ fyrir sýni frá Los Humeros.



Mynd 17. K sem fall af poruhluta fyrir íslenskt berg.

Freistandi væri að hafna gögnum frá Los Humeros vegna þess að dreifingin er mikil. Betri aðferð er að taka tillit til gagnanna en láta skekkjumörkin ákvarða það vægi sem gögnin hafa á lokaniðurstöðu, þ.e. að nota vegið meðaltal. Það er í raun engin haldbær ástæða að hafna gögnum á þeirri forsendu að dreifing sé mikil. Auk þess er ágætt línulegt samband á milli eðlisþyngdar og poruhluta eins og mynd 5 sýnir.

Tafla 2. Varmaleiðni vatns og bergvarmaleiðni.

Svæði og berggerð	Varmaleiðni vatns [W/m °C]			Bergvarmaleiðni [W/m °C]			Vegið meðaltal bergvarm. [W/m °C]
	logK	1/K	K	logK	1/K	K	
Cajon Pass sandsteinn	0,62±0,77	0,95±0,42	-1,1±1,6	2,8±0,3	2,8±0,4	2,8±0,2	2,81
Los Azufres andesít	0,20±0,18	0,49±0,16	-1,6±1,1	2,2±0,2	2,36±0,35	2,16±0,14	2,20
Los Humeros óþekkt berg	1,4±1,6	1,5±3,3	1,3±1,5	2,0±0,3	2,0±0,3	2,0±0,2	2,01
Ísland basalt	0,52±0,11	0,74±0,14	-0,2±0,4	1,84±0,06	1,85±0,04	1,83±0,03	1,838
Varmal. vatns, vegið meðalt. [W/m °C]	0,44±0,10	0,65±0,10	-0,31±0,36				

Í töflu 2 eru dregnar saman helstu stærðir með skekkjumörkum, sem ákvarðaðar hafa verið hér fyrir samband varmaleiðni og poruhluta. Vegið meðaltal á K_v með skekkjumörkum er ákvarðað fyrir jöfnur (1), (2) og (3). Ef varmaleiðni vatns er notuð sem mælikvarði á gæði jafnanna sem athugaðar voru er jafna (3) auðsjáanlega sú besta til þess að lýsa sambandi milli varmaleiðni og poruhluta. Þetta er eina tilvikið þar sem varmaleiðni vatns 0,628 W/m °C fellur innan skekkjumarka í ákvörðun á K_v . Jafna (2) er næstbesta nálgunin, og þó gildið 0,628 W/m °C falli ekki innan skekkjumarka á K_v í þeirri ákvörðun, er munurinn ekki mjög mikill. Jafna (1) er hins vegar svo fjarri raunveruleikanum að hún kemur varla til greina til þess að lýsa sambandi varmaleiðni og poruhluta.

Eins og sýnt er á mynd 2 þá liggur jafna (4) á milli jafna (1) og (2). Niðurstöður í töflu 2 benda til að jafna (4) sé þar með út úr myndinni sem heppileg lýsing á sambandi varmaleiðni og poruhluta. Þetta er mjög athyglisverð niðurstaða því myndræna líkanið (mynd 1b) á bak við jöfnu (4) virðist vera "raunverulegra" en líkönin sem sýnd eru á mynd 1a. Vera má að þessar niðurstöður séu vísbending um að myndrænn skilningur okkar á poruhluta bergs sé ekki góð lýsing á raunveruleikanum.

Hér vaknar einnig spurning um þýðingu H-S jaðrana. Svo sem sýnt er á mynd 2 þá liggur neðri H-S jaðarinn (jafna 5) mjög nálægt ferli fyrir jöfnu (2). Hins vegar benda fyrirbyggjandi niðurstöður til þess að jafna (3) sé betri lýsing á áhrifum poruhluta á varmaleiðni bergs heldur en jafna (2). Bestu niðurstöðurnar liggja þannig utan við H-S jaðrana. Þessar niðurstöður má einnig túlka á þann veg að myndrænn skilningur á poruhluta sé ekki góð lýsing á raunveruleika.

Í töflu 2 er einnig gefið vegið meðalgildi bergvarmaleiðni fyrir Cajon Pass, Los Azufres, Los Humeros og íslenskt basalt. Strangt tekið er þetta ekki rétt meðhöndlun á gögnum vegna þess að sömu gögn liggja til grundvallar fyrir öll gildin á K_p . Breytistærðirnar eru þannig ekki óháðar, sem er forsenda þeirrar tölfraði sem notuð er við slíka reikninga. Af þessum sökum eru skekkjumörk ekki gefin fyrir þessi gildi. Hins vegar er það nokkuð ljóst að það er marktækur munur á bergvarmaleiðni sandsteins annars vegar og andesíts hins vegar. Einnig er bergvarmaleiðni basalts lægri en bergvarmaleiðni andesíts og sandsteins. Hins vegar er ekki marktækur munur á bergvarmaleiðni bergs í Los Humeros og andesíts í Los Azufres. Ýmis atriði benda til þess að berg í Los Humeros sé einhvers konar andesít. Tölfraðilegar athuganir hér eru ekki í andstöðu við það.

4. FYLGNISTUÐLAR

Í kafla 3 hér á undan eru skekkjumörk beinu línanna reiknuð og skekkjumörkin notuð til þess að athuga hvaða ferill gengur í gegnum varmaleiðnigildið fyrir vatn, innan skekkjumarka, þegar poruhlutinn er 100 %. Annað afbrigði af þessarri aðferðafæði er að reikna út svo kallaða fylgnistuðla, er segja til um hversu vel mæligildi falla að gefnum ferli. Þess er einnig getið í kafla 3 að ferlar fyrir jöfnur (1), (2) og (3) séu svo nálægt því að vera beinar línur á poruhlutabilinu 0-20% að gögnin greini ekki á milli jafnanna ef engin önnur skilyrði eru sett. Tafla 3 sýnir þessar aðstæður glögglega, en í töflunni eru gefnir upp fylnistuðlar við beinu línurnar sem sýndar eru á myndum 6-17.

Tafla 3. Fylgnistuðlar beinu línanna þegar engin skilyrði eru sett á gögnin.

	K	1 / K	log K
Cajon Pass	0,495	0,455	0,476
Los Azufres	0,669	0,703	0,693
Los Humeros	0,136	0,132	0,134
Íslenskt basalt	0,494	0,539	0,519
Meðalgildi	0,4485	0,4573	0,4555
Meðalfrávik	0,224	0,240	0,234

Enginn tölfraðilegur munur er á fylgnistuðum í þessu tilviki, og í rauninni er fylnin við beina línu mjög lítil í öllum tilvikum.

Ef þau skilyrði eru hins vegar sett á gögnin að ferlamir eigi að ganga í gegn um varmaleiðnigildið $0,628 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ þegar poruhlutinn er 100 % fást þeir fylgnistuðlar sem gefnir eru í töflu 4.

Tafla 4. Fylgnistuðlar beinu línanna þegar ferlunum er þröngvað í gegnum varmaleiðni vatns við poruhlutann 100 %.

	K	1 / K	log K
Cajon Pass	0,8171	0,9739	0,9256
Los Azufres	0,7422	0,9323	0,8524
Los Humeros	0,8070	0,9564	0,9058
Íslenskt basalt	0,8330	0,9374	0,9048
Meðalgildi	0,7998	0,9500	0,8972
Meðalfrávik	0,0399	0,0190	0,0313

Í þessu tilviki eru fylgnistuðlar fyrir jöfnu (3) marktækt hærrí en fyrir jöfnur (1) og (2), sem er sama niðurstaða og fékkst í kafla 3. Í rauninni er aðferðin sem notuð er í kafla 3 sú sama og kemur hér fram í kafla 4. Eini munurinn er sá að niðurstöðurnar eru birtar á mismunandi formi.

Þegar ferlunum fyrir jöfnur (1), (2) og (3) er þröngvað í gegn um varmaleiðni vatns við 100 % poruhluta breytist skurðpunktur við y-ás og ákvörðunin á bergvarmaleiðni verður önnur en sú sem gefin er í töflu 2. Tafla 5 sýnir ákvörðun á bergvarmaleiðni þegar ferlarnir eru látnir ganga í gegn um varmaleiðni vatns við 100 % poruhluta.

Tafla 5. Ákvörðun á bergvarmaleiðni [W/m°C] þegar ferlum er gert að ganga í gegnum varmaleiðni vatns við poruhluta 100 %.

Svæði og berggerð	K	1 / K	log K
Cajon Pass. Sandsteinn	2,59 ± 0,08	3,57 ± 0,21	2,78 ± 0,10
Los Azufres. Andesít	1,92 ± 0,09	2,13 ± 0,13	1,97 ± 0,10
Los Humeros. Óþekkt berg	2,15 ± 0,09	2,83 ± 0,22	2,30 ± 0,12
Ísland. Basalt	1,81 ± 0,03	1,92 ± 0,05	1,84 ± 0,04

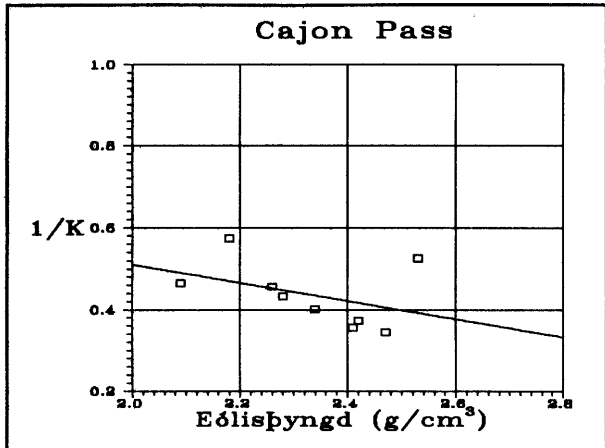
Nokkur munur er á gildunum í töflu 5 og gildunum á bergvarmaleiðni sem gefin eru í töflu 2. Ákvörðunin í töflu 5 verður að teljast betri en sú í töflu 2 vegna þess að ferlarnir sem liggja til grundvallar í töflu 5 ganga í gegn um þekkt gildi á varmaleiðni vatns. Auk þess hefur verið sýnt fram á að jafna (3) sé besta lýsingin á áhrifum poruhluta á varmaleiðni bergs. Gildin á bergvarmaleiðni sem ákvarðast með þeirri jöfnu verða því að teljast betri en önnur gildi í töflu 5, þó svo að skekkjumörk þeirrar ákvörðunar séu víðari en annarra ákvarðanna í töflunni.

Athyglisvert er að í töflu 5 er marktækur munur á bergvarmaleiðni óþekkta bergsins í Los Humeros og andesíts í Los Azufres, en þessi munur kemur ekki fram í meðhöndluninni í kafla 3. Skýringin á þessu er líklega sú að dreifing mæligilda er mjög mikil á gögnunum frá Los Humeros, en þegar ferlinum er þröngvað í gegnum þekkt gildi kemur fram raunhæfara gildi

á bergvarmaleiðni.

5. EÐLISPYNGD OG VARMALEIÐNI

Samanburður á töflum 1, 2 og 5 sýnir að þó bergeðlisþyngd sandsteinsins í Cajon Pass sé lægri en bergeðlisþyngd andesíts í Los Azufres (og Los Humeros) þá er bergvarmaleiðni sandsteinsins mun hærri en bergvarmaleiðni andesítsins. Það getur því ekki verið beint samband milli bergvarmaleiðni og bergeðlisþyngdar. Hins vegar eru bæði eðlisþyngd og varmaleiðni háð poruhluta og í báðum tilvikum lækkar gildið með auknum poruhluta. Sambandi varmaleiðni og poruhluta er best lýst með jöfnu (3), en sambandi eðlisþyngdar og poruhluta er lýst með jöfnu á sama formi og jafna (1). Fyrir sömu berggerð má því búast við að það sé fylgni á milli varmaleiðni og eðlisþyngdar. Þó þetta sé óbeint samband, er rétt að færa til bókar hvernig þetta samband lítur út.



Mynd 18. Samband varmaleiðni og eðlisþyngdar fyrir sýni frá Cajon Pass.

Samband eðlisþyngdar og poruhluta er þannig:

$$\rho = \rho_b(1 - \phi) + \rho_v\phi \quad (14)$$

eða

$$\phi = \frac{\rho_b - \rho}{\rho_b - \rho_v} \quad (15)$$

Með því að setja jöfnu (15) inn í jöfnu (13) fæst:

$$\frac{1}{K} = \left[\frac{1}{K_b} + \frac{\rho_b}{\rho_b - \rho_v} \frac{K_b - K_v}{K_v K_b} \right] - \rho \frac{K_b - K_v}{(\rho_b - \rho_v) K_v K_b} \quad (16)$$

Myndir 18, 19 og 20 sýna samband varmaleiðni og eðlisþyngdar fyrir sýnin frá Cajon Pass, Los Azufres og Los Humeros, þar sem $1/K$ er teiknað á móti ρ í samræmi við jöfnu (16). Á myndirnar er einnig dregin besta lína gegnum mælipunkta. Jöfnur línanna eru þessar:

$$\text{CP} \quad 1/K = -0,224\rho + 0,959$$

$$\text{LA} \quad 1/K = -0,485\rho + 1,780$$

$$\text{LH} \quad 1/K = -0,032\rho + 0,600$$

Á sama hátt og áður er hallatala línunnar á mynd 20 mjög frábrugðin því sem fæst fyrir Cajon Pass og Los Azufres. Dreifingin á mælipunktum á mynd 20 er líka mjög mikil, þannig að varla er hægt að draga miklar ályktanir eingöngu út frá varmaleiðni-mælingum á sýnum frá Los Humeros. Línuleg fylgni varmaleiðni og eðlisþyngdar er þökkaleg fyrir sýnin frá Cajon Pass og Los Azufres.

Myndir 18, 19 og 20 sýna að fyrir sömu berggerð er samband milli varmaleiðni og eðlisþyngdar, þó svo að ekki sé samband á milli bergvarmaleiðni og bergeðlisþyngdar.

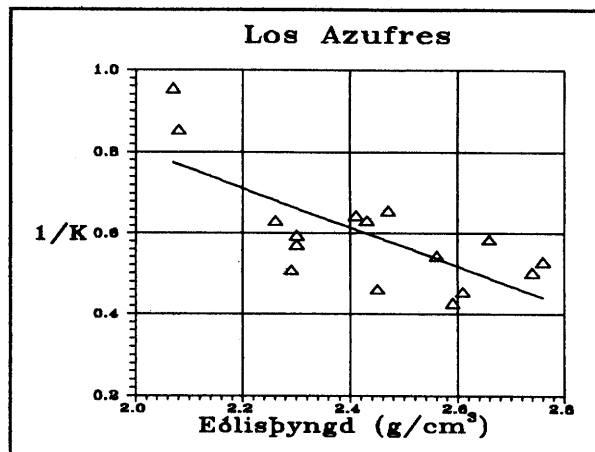
6. KÍSILSÝRA OG BERG-VARMALEIÐNI

Í töflu 5 kemur greinilega fram að bergvarmaleiðni íslensks basalts er lægri en andesíts í Los Azufres og sandsteins í Cajon Pass. Í gögnum Jessops er að finna tvö sýni af súru bergi frá Lýsuhóli á Snæfellsnesi. Þessi sýni voru ekki tekin með í athugunum hér að framan, enda mældist varmaleiðni þessara sýna 2,74 og 2,76 W/m°C. Sú spurning vaknar því hvort varmaleiðni kvarts eða annara kísilsteinda sé svo afgerandi t.d. í íslensku bergi að það sé hægt að nálga bergvarmaleiðni sem tveggja þátta kerfi þar sem annar þátturinn er varmaleiðni kvarts en hinn þátturinn meðaltal annarra steinda í berginu.

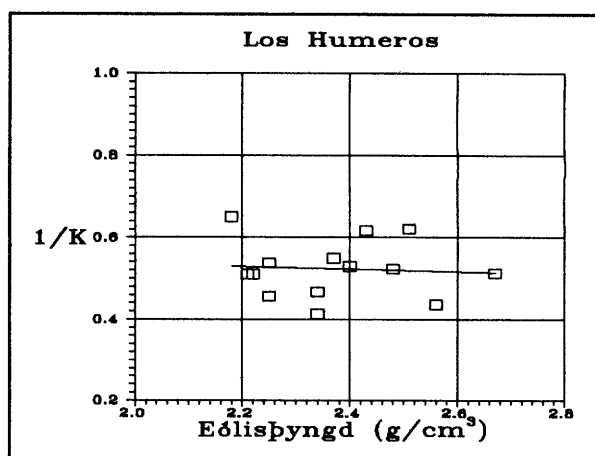
Cermák og Rybach (1982) gefa upp eftirfarandi varmaleiðnigildi fyrir kísilsteindir:

Tafla 6. Varmaleiðni kísilsteinda.

	Formúla	Varmaleiðni W/m °C
Kvarts	α -SiO ₂	7,69
Chert	SiO ₂	4,53
Flint	SiO ₂	3,71
Vitrous silica	SiO ₂	1,36



Mynd 19. Samband varmaleiðni og eðlisþyngdar fyrir sýni frá Los Azufres.



Mynd 20. Samband varmaleiðni og eðlisþyngdar fyrir sýni frá Los Humeros.

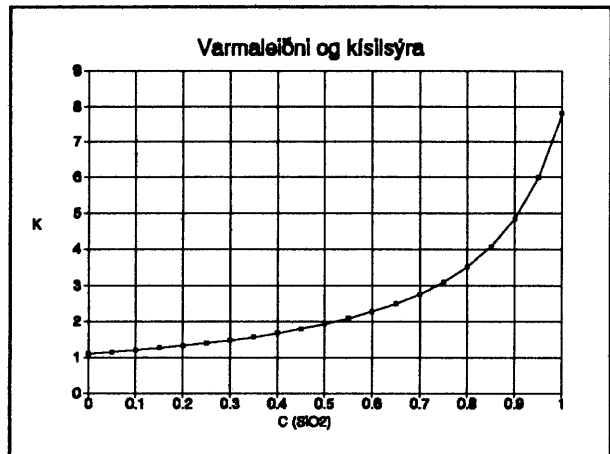
Frumheimild þessara gagna er Horai (1971). Þessar tölur benda til að kristalgerð kísilsteindanna skipti miklu máli fyrir varmaleiðnina, og erfitt sé að velja hvaða gildi á að nota sem varmaleiðni fyrir hreinan kísil.

Hér að framan hefur verið sýnt fram á að jafna (3) lýsir best varmaleiðni í tveggja þátta kerfinu vatn-berg. Ef sambærileg jafna gildir fyrir bergvarmaleiðni sem fall af kísilsýru mætti rita þá jöfnu á forminu:

$$\frac{1}{K_b} = \frac{C(\text{SiO}_2)}{K_q} + \frac{(1-C(\text{SiO}_2))}{K_0} \quad (17)$$

Hér er $C(\text{SiO}_2)$ styrkur kísilsýru í berginu, K_q er varmaleiðni kvarts og K_0 er varmaleiðni bergs með engan kísil. Ef varmaleiðni alfa-kvarts er valin fyrir 100% kísil, og jafna (17) er látin ganga í gegnum $K = 1,8 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ fyrir $\text{SiO}_2 = 50\%$ verður samband á milli bergvarmaleiðni og kísilsýru eins og sýnt er á mynd 21.

Á þessu stigi máls liggja ekki fyrir gögn sem styðja þessa tilgátu eða hrekja. Hins vegar er tilgátan svo einföld að full ástæða er talin að gera skipulegar varmaleiðnimælingar á íslensku bergi til þess að kanna samband bergvarmaleiðni og efnasamsetningu bergsins. Ef niðurstöður slíkra athugana leiða í ljós að hægt sé að lýsa bergvarmaleiðni með jöfnu á forminu (17) opnar það möguleika á því að ákvarða varmaleiðni bergs í hitastigulsholum með borholumælingum. Mælingar á náttúrulegri gamma geislun gefur styrk kísilsýru bergsins (Stefansson og fl., 1982a), og mælingar á nifteindadreifingu gefur poruhluta bergsins.



Mynd 21. Mögulegt samband á milli bergvarmaleiðni og kísilsýru bergs.

Hér er sett fram tilgáta um að hægt sé að lýsa varmaleiðni íslensks bergs með einungis tveim stærðum, þ.e. kísilsýru bergsins og poruhluta þess. Þetta væri mjög mikil einföldun á stöðu mála, og full ástæða að kanna þessa tilgátu nánar.

7. HELSTU NIÐURSTÖÐUR

Varmaleiðnimælingar á bergsýnum og borkjörnum frá Cajon Pass, á borkjörnum frá Los Azufres og Los Humeros og á bergsýnum frá Íslandi eru athugaðar í þessari skýrslu. Athugað er hvernig mæligögnin falla að ferlum þriggja jafna sem lýsa sambandi varmaleiðni og poruhluta. Þessar jöfnur eru:

$$K = \phi K_v + (1-\phi) K_b \quad (1)$$

$$\log K = \phi \log K_v + (1-\phi) \log K_b \quad (2)$$

$$\frac{1}{K} = \frac{\phi}{K_v} + \frac{(1-\phi)}{K_b} \quad (3)$$

Niðurstaðan er sú að jafna (3) lýsi best sambandinu á milli varmaleiðni og poruhluta. Varmaleiðni vatns ákvarðast með þessari jöfnu sem $K_v = (0,65 \pm 0,10) \text{ W/m } ^\circ\text{C}$, og er það í góðu samræmi við mæligildið $0,628 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$. Ákvörðun á varmaleiðni vatns með jöfnum (1) og (2) er ekki í samræmi við mæligildið $0,628 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$.

Einnig er sýnt fram á að með því að láta ferla jafna (1), (2) og (3) ganga í gegnum þekkt gildi á varmaleiðni vatns fæst marktækt hærri fylgnistuðull fyrir jöfnu (3) en hinar jöfnurnar.

Hugtakið bergvarmaleiðni er skilgreint sem varmaleiðni ógropna hluta bergsins, eða sem varmaleiðni vissrar berggerðar með engan poruhluta. Bergvarmaleiðnin er háð gerð bergsins en ekki bergeðlisþyngd. Bergvarmaleiðni sandsteins frá Cajon Pass er $3,6 \pm 0,2 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$, bergvarmaleiðni andesíts frá Los Azufres er $2,1 \pm 0,1 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$ og bergvarmaleiðni íslensks basalts er $1,92 \pm 0,05 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$. Bergeðlisþyngd sandsteinsins frá Cajon Pass var ákvörðuð 2.65 g/cm^3 en bergeðlisþyngd andesítsins í Los Azufres 2.79 g/cm^3 .

Fylgni er milli varmaleiðni og eðlisþyngdar fyrir vissa berggerð, en sú fylgni stafar af því að bæði varmaleiðni og eðlisþyngd eru háð poruhluta.

Sterkar líkur eru taldar á því að kísilsýrumagn í íslensku bergi stjórni bergvarmaleiðni bergsins. Lagt er til að gerðar verði skipulegar mælingar á varmaleiðni íslensks bergs til þess að sannreyna þessa tilgátu og fá fram reynslusamband milli berggerðar og bergvarmaleiðni.

ÞAKKIR

Ég þakka þeim Guðna Axelssyni, Ólafi G. Flóvenz og Þórði Arasyni fyrir mjög veigamiklar og gagnlegar athugasemdir við þessa samantekt. Ábendingar þeirra hafa gert úrvinnsluna mun markvissari og skýrsluna læsilegri.

HEIMILDIR

- Beck, A.E., 1976: An improved method of computing the thermal conductivity of fluid-filled sedimentary rocks. *Geophysics*, Vol.41(1), pp. 133-144.
- Cermák, V., og L.Rybach, 1982: Thermal conductivity and specific heat of minerals and rocks. In *LANDOLT-BÖRNSTEIN Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology, New Series. Group V: Geophysics and Space Research, Volume 1 a, Physical Properties of Rocks*. Editor: G.Angenheister. pp. 305-352.
- Contreras, L.E., B.Domínguez A., E.Iglesias R., A.García G., og R.Huitrón E., 1988: Compendio de Resultados de Mediciones Petrofísicas en Nucleos de Perforación del Campo Geotérmico Los Azufres, *Geotermia, Rev. Mex. Geoenergía*, Vol.4, No.2, pp 79-105.
- Contreras, L.E., B.Domínguez A., og O.Rivera M., 1990: Mediciones Petrofísicas en Nucleos de Perforación del Campo Geotérmico Los Humeros, *Geotermia, Rev. Mex. Geoenergía*, Vol.6, No.1, pp. 9-42.
- Hashin, Z., og H.Shtrikman, 1962: A variational approach to the theory of effective magnetic permeability of multiphase materials. *J.Appl. Phys.*, Vol.33, pp.3125-3131.
- Hearst, J.R., og P.H. Nelson 1985: *Well Logging for Physical Properties*, McGraw-Hill Book Company, New York, 571p.
- Horai, K., 1971: Thermal conductivity of rock-forming minerals. *J. Geophys. Res.*, Vol. 76, pp. 1278-1307.
- Maxwell, J.C., 1892: *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Vol. I, Clarendon, Oxford, 440p.
- Sass, J.H, A.H.Lachenbruch, T.H.Moses, Jr., og P.Morgan 1992: Heat Flow From a Scientific Research Well at Cajon Pass, California, *J. Geophys. Res.* Vol. 97, No. B4, pp. 5017-5030.
- Stefansson, V., A.Gudmundsson, og R.Emmerman, 1982a: Gamma ray logging in Icelandic rocks. *The Log Analyst*, November-December 1982, pp.11-16.
- Stefansson, V., G.Axelsson, og O.Sigurðsson, 1982b: Resistivity logging of fractured basalt. *Proceedings Eight Workshop Geothermal Reservoir Engineering*, Stanford University, Stanford, California, pp. 189-195.
- Valgarður Stefánsson, 1992: Varmaleiðni bergs. Greinargerð Orkustofnunar VS-92/08, 3 bls.
- Viggiano, J.C.G, og J.Robles C., 1988: Minerología Hidrotermal en el Campo Geotérmico de Los Humeros, Pue. I: Sus Usos Como Indicadora de Temperatura y del Régimen Hidrológico, *Geotermia, Rev. Mex. Geoenergía*, Vol. 4 No. 1, pp. 15-28.

VIÐAUKI 1.

Mæliniðurstöður á sýnum frá Cajon Pass, Los Azufres, Los Humeros og Íslandi.

Cajon Pass

Sýni/dýpi [m]	Eðlisþyngd [g/cm ³]	Porhluti [%]	Varmaleiðni [W/m °C]
Tc1a	2,09	21	2,15
Tc1b	2,26	12	2,19
Tc2	2,18	17	1,74
Tc3	2,53	9	1,90
Tp2a	2,28	12	2,31
Tp3	2,34	11	2,49
Tp5a	2,42	8	2,68
Tp	2,41	8	2,81
Tp	2,47	6	2,90
268,3		15	1,90
269,7		15	2,15
270,4		9	2,04
272,3		11	2,10
321,4		14	2,65
322,4		17	2,41
323,2		16	2,29
325,6		16	2,43
480,5		9	2,55
481,4		8	2,49
481,8		8	2,64

Los Azufres

Hola-kjarni	ρ [g/cm ³]	ρ_b [g/cm ³]	ϕ_e [%]	ϕ_t [%]	K [W/m °C]
3 - 1	2,30	2,70	15,1	14,8	1,68
3 - 4	2,56	2,95	11,1	13,2	1,84
3 - 5	2,74	2,80	1,2	2,1	1,99
4 - 3	2,43	2,78	11,7	12,6	1,58
5 - 1	2,08	2,71	22,7	23,2	1,17
8 - 2	2,59	2,81	7,6	7,8	2,34
19 - 1	2,29	2,71	14,9	15,5	1,97
20 - 1	2,26	2,60	12,1	13,1	1,58
20 - 3	2,66	2,79	4,7	4,7	1,71
22 - 2	2,45	2,72	10,2	9,9	2,17
25 - 1	2,30	2,69	14,1	14,5	1,75
26 - 2	2,61	2,68	1,6	2,6	2,20
26 - 3	2,41	2,69	9,3	10,4	1,55
29 - 1	2,07	2,59	15,1	20,1	1,05
47 - 4	2,76	2,82	1,6	2,1	1,89
50 - 3	2,47	2,71	7,1	8,9	1,52

Los Humeros

Hola.kjarni.nr	ρ [g/cm ³]	ρ_b [g/cm ³]	ϕ_c [%]	ϕ_t [%]	K [W/m °C]
2.1.6	2,18	2,72	19,5	19,8	1,54
4.2.2	2,21	2,79	20,9	20,8	1,96
10.1.5	2,51	2,81	10,1	10,7	1,61
10.2.6	2,56	2,76	6,6	7,2	2,29
18.3.3	2,34	2,75	14,7	14,9	2,42
19.3.8	2,48	2,80	11,3	11,4	1,91
20.4.17	2,25	2,72	16,7	17,3	2,19
22.1.9	2,22	2,81	19,9	21,0	1,96
23.3.4	2,37	2,80	13,9	15,4	1,82
24.3.2	2,34	2,73	11,3	14,3	2,14
24.4.12	2,43	2,80	13,2	13,2	1,62
26.3.2	2,67	2,82	4,5	5,3	1,95
27.2.6	2,40	2,70	10,1	11,1	1,89
29.1.21	2,25	2,80	18,5	19,6	1,86

Varmaleiðni og poruhluti íslensks bergs.
Niðurstöður A. Jessops frá 1975.

Sýni nr.	Poruhluti %	Varmaleiðni W/m°C	Lýsing sýnis (Jens Tómasson)
A1	2,4	1,74	Basalt
A2	2,2	1,75	Basalt
A3	1,7	1,69	Basalt
A4	1,2	1,78	Basalt
A5	0,8	1,78	Basalt
A6	0,7	1,62	Basalt
B1	7,5	1,61	Basalt
B2	10,8	1,59	Basalt
B3	7,3	1,77	Basalt
B4	15,5	1,33	Basalt
B5	4,8	1,69	Basalt
B6 *	13,2	2,07	Basalt
B7	7,4	1,61	Tuff-basalt
B11	10,8	1,54	Tuff-basalt
KR2	10,3	1,9	Bullaugu: Olivín-þóleíft
KR3	4,5	1,70	Akurhóll á Síðu: Þóleíft
KR4	2,2	1,84	Urriðavatn: Þóleíft dólerít, örlítið dílótt
KR5	10,9	1,84	Heiðmörk: Þóleíft
KR6	1,1	1,86	Kjalarnes: Mjög fínkorna þóleíft nabbi
KR7	0,7	1,9	Þverfell, Esja: Þóleíft dólerít
KR8 *	34,7	1,56	Stóru Tjarnir: Olivín-þóleíft, örlítið ummyndað
KR9 *	8,0	2,74	Lýsuhóll: Líparít
KR10 *	4,0	2,76	Lýsuhóll: Granófýr
KR11	23,3	1,35	Ártún Reykjavík: Gegnummyndað fínkorna kargakennt þóleíft
KR12	0,8	1,95	Hamar Dalvík: Ferskt þóleíft
KR13	2,6	1,87	Tungufell Árnessýslu: Ferskt plagióklasadflótt þóleíft
KR14	3,4	1,68	Búrfell: Ferskt plagióklasadflótt þóleíft
KR15	3,4	1,63	Breiðadalshéiði: Þóleíft, fínkorna með smá ólevín kristöllum
KR16	9,6	1,67	Seljalandsmúli Ísaf: Örlítið dílótt og ummyndað þóleíft
KR17	3,5	1,85	Sigalda: Ferskt plagióklasadflótt hraun
KR18	1,3	1,94	Laugahlíð svarf: Ferskt þóleíft
KR19	5,4	1,73	Glerárgil: Þóleíft. Smá ummyndun, calcite, quartz í holum

Sýni merkt * eru ekki tekin með í athugun á sambandi poruhluta og varmaleiðni.

VIÐAUKI 2

Tölfræðilegir útreikningar

Minnsta kvaðrataðferðin við ákvörðun beinnar línu

Við útreikninga á jöfnu ($y = mx + b$) bestu línu gegnum punktaset (x_i, y_i) eru eftirfarandi jöfnur notaðar:

$$x_M = \frac{\sum x_i}{N} \qquad (x^2)_M = \frac{\sum x_i^2}{N}$$

þar sem N er fjöldi punkta.

$$m = \frac{\sum x_i y_i - x_M \sum y_i}{N [(x^2)_M - x_M^2]}$$

$$b = \frac{(x^2)_M \sum y_i - x_M \sum x_i y_i}{N [(x^2)_M - x_M^2]}$$

Meðalfrávik fyrir stærðirnar m og b fæst úr eftirfarandi jöfnum:

$$\sigma^2(m) = \frac{\frac{\sum \eta_i^2}{N - 2}}{N [(x^2)_M - x_M^2]}$$

$$\sigma^2(b) = \frac{\frac{(x^2)_M \sum \eta_i^2}{N - 2}}{N [(x^2)_M - x_M^2]}$$

þar sem $\eta_i = y_i - mx_i - b$.

Vegið meðaltal

Við útreikninga á vegnu meðaltali og meðalfrávikni þess eru eftirfarandi jöfnur notaðar:

$$x_v = \frac{\sum \frac{x_i}{\sigma_i^2}}{\sum \frac{1}{\sigma_i^2}}$$

$$\sigma^2(x_v) = \frac{1}{\sum \frac{1}{\sigma_i^2}}$$

Útreikningar

SKEKKJA 2 Bein lína með skekkjumörkum

	Cajon Pass	Peta-logK	cajon12.pl		
X_i	Y_i	$X_i Y_i$	X_i^2	η_i $Y_i - mX_i - b$	$(\eta_i)^2$
21	0.3324	6.9804	441	0.021376	0.000457
12	0.3404	4.0848	144	-0.02945	0.000868
17	0.2405	4.0885	289	-0.09667	0.009345
9	0.2788	2.5092	81	-0.11066	0.012246
12	0.3636	4.3632	144	-0.00625	0.000039
11	0.3962	4.3582	121	0.01981	0.000392
8	0.4281	3.4248	64	0.0321	0.00103
6	0.4487	2.6922	36	0.039626	0.00157
8	0.4624	3.6992	64	0.0664	0.004409
15	0.2788	4.182	225	-0.07144	0.005104
15	0.3324	4.986	225	-0.01784	0.000318
9	0.3096	2.7864	81	-0.07986	0.006378
11	0.3222	3.5442	121	-0.05419	0.002937
14	0.4982	6.9748	196	0.14142	0.02
17	0.382	6.494	289	0.04483	0.00201
16	0.3598	5.7568	256	0.016093	0.000259
16	0.3856	6.1696	256	0.041893	0.001755
9	0.4065	3.6585	81	0.017036	0.00029
8	0.3962	3.1696	64	0.0002	3.99e-08
8	0.4216	3.3728	64	0.0256	0.000655

242 7.384 87.2952 3242 1.69e-15 0.070063

N = 20 eta2/n-2 = 0.003892

X-med = 12.1 msigma2= 0.000012

X2-med = 162.1 msigma= 0.003522

(X-med)2= 146.41 bsigma2= 0.002011

nefnari= 313.8 bsigma= 0.044841

m = -0.00654

b = 0.448293

SKEKKJA 2 Bein lína með skekkjumörkum

Cajon Pass		Peta-1/K	cajon11.pl		
X_i	Y_i	$X_i Y_i$	X_i^2	η_i $Y_i - mX_i - b$	(eta i) ²
21	0.4651	9.7671	441	-0.03243	0.001052
12	0.4566	5.4792	144	0.021539	0.000464
17	0.5747	9.7699	289	0.104934	0.011011
9	0.5263	4.7367	81	0.112062	0.012558
12	0.4329	5.1948	144	-0.00216	0.000005
11	0.4016	4.4176	121	-0.02652	0.000703
8	0.3731	2.9848	64	-0.0342	0.001169
6	0.3559	2.1354	36	-0.03751	0.001407
8	0.3448	2.7584	64	-0.0625	0.003906
15	0.5263	7.8945	225	0.070416	0.004958
15	0.4651	6.9765	225	0.009216	0.000085
9	0.4902	4.4118	81	0.075962	0.00577
11	0.4762	5.2382	121	0.04808	0.002312
14	0.3906	5.4684	196	-0.05834	0.003404
17	0.4149	7.0533	289	-0.05487	0.00301
16	0.4367	6.9872	256	-0.02612	0.000683
16	0.4115	6.584	256	-0.05132	0.002634
9	0.3922	3.5298	81	-0.02204	0.000486
8	0.4016	3.2128	64	-0.0057	0.000032
8	0.3788	3.0304	64	-0.0285	0.000812
242	8.7151	107.6308	3242	-2.9e-15	0.056462

N = 20

eta²/n-2 = 0.003137

X-med = 12.1

msigma²= 0.00001X²-med = 162.1

msigma= 0.003162

(X-med)²= 146.41bsigma²= 0.00162

nefnari= 313.8

bsigma= 0.040254

m = 0.006941

b = 0.351769

SKEKKJA 2 Bein lína með skekkjumörkum

Cajon Pass		Peta-K	cajon10.pl		
X_i	Y_i	$X_i Y_i$	X_i^2	η_i $Y_i - mX_i - b$	$(\eta_i)^2$
21	2.15	45.15	441	0.160163	0.025652
12	2.19	26.28	144	-0.14736	0.021715
17	1.74	29.58	289	-0.40429	0.163452
9	1.9	17.1	81	-0.5532	0.306033
12	2.31	27.72	144	-0.02736	0.000749
11	2.43	26.73	121	0.054025	0.002919
8	2.68	21.44	64	0.188184	0.035413
6	2.81	16.86	36	0.240956	0.05806
8	2.9	23.2	64	0.408184	0.166614
15	1.9	28.5	225	-0.32152	0.103375
15	2.15	32.25	225	-0.07152	0.005115
9	2.04	18.36	81	-0.4132	0.170736
11	2.1	23.1	121	-0.27598	0.076162
14	2.56	35.84	196	0.299866	0.08992
17	2.41	40.97	289	0.265707	0.0706
16	2.29	36.64	256	0.107094	0.011469
16	2.43	38.88	256	0.247094	0.061055
9	2.55	22.95	81	0.096797	0.00937
8	2.49	19.92	64	-0.00182	0.000003
8	2.64	21.12	64	0.148184	0.021958
242	46.67	552.59	3242	5.17e-14	1.400372
N = 20			eta2/n-2 =		0.077798
X-med =		12.1	msigma2=		0.000248
X2-med =		162.1	msigma=		0.015746
(X-med)2=		146.41	bsigma2=		0.040188
nefnari=		313.8	bsigma=		0.200471
m = -0.03861					
b = 2.800727					

SKEKKJA 2 Bein lína með skekkjumörkum

Los Azufres		Peta-logK	losaz12.pl		
X_i	Y_i	$X_i Y_i$	X_i^2	η_i $Y_i - mX_i - b$	$(\eta_i)^2$
14.8	0.2253	3.33444	219.04	0.031462	0.00099
13.2	0.2648	3.49536	174.24	0.054216	0.002939
2.1	0.2989	0.62769	4.41	-0.02786	0.000776
12.6	0.1987	2.50362	158.76	-0.01816	0.00033
23.2	0.0682	1.58224	538.24	-0.03772	0.001423
7.8	0.3692	2.87976	60.84	0.102097	0.010424
15.5	0.2945	4.56475	240.25	0.107989	0.011662
13.1	0.1987	2.60297	171.61	-0.01293	0.000167
4.7	0.233	1.0951	22.09	-0.06655	0.004429
9.9	0.3365	3.33135	98.01	0.091376	0.00835
14.5	0.243	3.5235	210.25	0.046022	0.002118
2.6	0.3424	0.89024	6.76	0.020871	0.000436
10.4	0.1903	1.97912	108.16	-0.04959	0.002459
20.1	0.0212	0.42612	404.01	-0.11717	0.013728
2.1	0.2765	0.58065	4.41	-0.05026	0.002526
8.9	0.1818	1.61802	79.21	-0.07379	0.005445
175.5	3.743	35.03493	2500.29	4.70e-15	0.068201
N = 16			$\eta^2/n-2 =$	0.004872	
X-med = 10.96875		$m\sigma^2 =$		0.000008	
X ² -med = 156.2681		$m\sigma =$		0.00291	
(X-med) ² = 120.3135		$b\sigma^2 =$		0.001323	
nefnari = 575.2744		$b\sigma =$		0.036377	
m = -0.01047					
b = 0.348742					

SKEKKJA 2 Bein lína með skekkjumörkum

Los Azufres		Peta-1/K	losaz11.pl		
X_i	Y_i	$X_i Y_i$	X_i^2	η_i $Y_i - mX_i - b$	$(\eta_i)^2$
14.8	0.5952	8.80896	219.04	-0.06278	0.003942
13.2	0.5435	7.1742	174.24	-0.08904	0.007928
2.1	0.5025	1.05525	4.41	0.046503	0.002163
12.6	0.6329	7.97454	158.76	0.009906	0.000098
23.2	0.8547	19.82904	538.24	0.063118	0.003984
7.8	0.4274	3.33372	60.84	-0.11925	0.014221
15.5	0.5076	7.8678	240.25	-0.16152	0.026088
13.1	0.6329	8.29099	171.61	0.001954	0.000004
4.7	0.5848	2.74856	22.09	0.087451	0.007648
9.9	0.4608	4.56192	98.01	-0.11925	0.014221
14.5	0.5714	8.2853	210.25	-0.08181	0.006693
2.6	0.4545	1.1817	6.76	-0.00945	0.000089
10.4	0.6452	6.71008	108.16	0.057196	0.003271
20.1	0.9524	19.14324	404.01	0.210122	0.044151
2.1	0.5291	1.11111	4.41	0.073103	0.005344
8.9	0.6579	5.85531	79.21	0.093752	0.00879
175.5	9.5528	113.9317	2500.29	0	0.148634
N = 16			eta2/n-2 =	0.010617	
X-med =		10.96875	msigma2=	0.000018	
X2-med =		156.2681	msigma=	0.004296	
(X-med)2=		120.3135	bsigma2=	0.002884	
nefnari=		575.2744	bsigma=	0.053702	
m = 0.015904					
b = 0.422598					

SKEKKJA 2 Bein lína með skekkjumörkum

Los Azufres Peta-K losaz10.pl

X_i	Y_i	$X_i Y_i$	X_i^2	η_i $Y_i - mX_i - b$	$(\eta_i)^2$
14.8	1.68	24.864	219.04	0.075879	0.005758
13.2	1.84	24.288	174.24	0.175218	0.030701
2.1	1.99	4.179	4.41	-0.09561	0.009142
12.6	1.58	19.908	158.76	-0.10753	0.011563
23.2	1.17	27.144	538.24	-0.11565	0.013376
7.8	2.34	18.252	60.84	0.470489	0.221359
15.5	1.97	30.535	240.25	0.392418	0.153992
13.1	1.58	20.698	171.61	-0.08857	0.007845
4.7	1.71	8.037	22.09	-0.27704	0.076752
9.9	2.17	21.483	98.01	0.380106	0.14448
14.5	1.75	25.375	210.25	0.134505	0.018092
2.6	2.2	5.72	6.76	0.133342	0.01778
10.4	1.55	16.12	108.16	-0.22094	0.048814
20.1	1.05	21.105	404.01	-0.35318	0.124738
2.1	1.89	3.969	4.41	-0.19561	0.038265
8.9	1.52	13.528	79.21	-0.30781	0.094745
175.5	27.99	285.205	2500.29	-2.0e-14	1.017402

N = 16

 $\eta^2/n-2 = 0.072672$

X-med = 10.96875

msigma2= 0.000126

X2-med = 156.2681

msigma= 0.011239

(X-med)2= 120.3135

bsigma2= 0.019741

nefnari= 575.2744

bsigma= 0.140501

m = -0.03791

b = 2.165232

SKEKKJA 2 Bein lína með skekkjumörkum

Los Humeros Peta-logK loshum12.pl

X_i	Y_i	$X_i Y_i$	X_i^2	η_i	$(\eta_i)^2$
$Y_i - mX_i - b$					
19.8	0.1875	3.7125	392.04	-0.08846	0.007826
20.8	0.2923	6.07984	432.64	0.017883	0.00032
10.7	0.2068	2.21276	114.49	-0.08325	0.00693
7.2	0.3598	2.59056	51.84	0.064333	0.004139
14.9	0.3838	5.71862	222.01	0.100251	0.01005
11.4	0.281	3.2034	129.96	-0.00797	0.000063
17.3	0.3404	5.88892	299.29	0.060566	0.003668
21	0.2923	6.1383	441	0.018192	0.000331
15.4	0.2601	4.00554	237.16	-0.02268	0.000514
14.3	0.3304	4.72472	204.49	0.045922	0.002109
13.2	0.2095	2.7654	174.24	-0.07668	0.00588
5.3	0.29	1.537	28.09	-0.00841	0.000071
11.1	0.2765	3.06915	123.21	-0.01293	0.000167
19.6	0.2695	5.2822	384.16	-0.00677	0.000046

202 3.9799 56.92891 3234.62 4.58e-16 0.042115

N = 14 eta2/n-2 = 0.00351

X-med = 14.42857 msigma2= 0.000011

X2-med = 231.0443 msigma= 0.003311

(X-med)2= 208.1837 bsigma2= 0.002534

nefnari= 320.0486 bsigma= 0.050334

m = -0.00155

b = 0.306611

SKEKKJA 2 Bein lína með skekkjumörkum

Los Humeros Peta-1/K		loshum11.pl			
X_i	Y_i	$X_i Y_i$	X_i^2	η_i $Y_i - mX_i - b$	$(\eta_i)^2$
19.8	0.6494	12.85812	392.04	0.115557	0.013353
20.8	0.5102	10.61216	432.64	-0.02549	0.00065
10.7	0.6211	6.64577	114.49	0.104102	0.010837
7.2	0.4367	3.14424	51.84	-0.07382	0.005449
14.9	0.4132	6.15668	222.01	-0.11157	0.012448
11.4	0.5236	5.96904	129.96	0.005306	0.000028
17.3	0.4566	7.89918	299.29	-0.07262	0.005273
21	0.5102	10.7142	441	-0.02586	0.000669
15.4	0.5495	8.4623	237.16	0.023802	0.000567
14.3	0.4673	6.68239	204.49	-0.05636	0.003177
13.2	0.6173	8.14836	174.24	0.095674	0.009154
5.3	0.5128	2.71784	28.09	0.005798	0.000034
11.1	0.5291	5.87301	123.21	0.011362	0.000129
19.6	0.5376	10.53696	384.16	0.004127	0.000017
202	7.3346	106.4203	3234.62	-2.5e-15	0.061785
N = 14			$\eta^2/n-2 =$	0.005149	
X-med =		14.42857	$m\sigma^2 =$	0.000016	
X ² -med =		231.0443	$m\sigma =$	0.004011	
(X-med) ² =		208.1837	$b\sigma^2 =$	0.003717	
nefnari =		320.0486	$b\sigma =$	0.060966	
m = 0.001851					
b = 0.497191					

SKEKKJA 2 Bein lína með skekkjumörkum

Los Humeros Peta-K			loshum10.pl		
X_i	Y_i	$X_i Y_i$	X_i^2	η_i $Y_i - mX_i - b$	$(\eta_i)^2$
19.8	1.54	30.492	392.04	-0.36237	0.131314
20.8	1.96	40.768	432.64	0.064633	0.004177
10.7	1.61	17.227	114.49	-0.35612	0.126821
7.2	2.29	16.488	51.84	0.299363	0.089618
14.9	2.42	36.058	222.01	0.483302	0.233581
11.4	1.91	21.774	129.96	-0.05122	0.002623
17.3	2.19	37.887	299.29	0.270115	0.072962
21	1.96	41.16	441	0.066034	0.004361
15.4	1.82	28.028	237.16	-0.11319	0.012813
14.3	2.14	30.602	204.49	0.199099	0.039641
13.2	1.62	21.384	174.24	-0.32861	0.107982
5.3	1.95	10.335	28.09	-0.05395	0.00291
11.1	1.89	20.979	123.21	-0.07332	0.005375
19.6	1.86	36.456	384.16	-0.04377	0.001916
202	27.16	389.638	3234.62	5.33e-14	0.836094
N = 14			eta2/n-2 = 0.069675		
X-med =		14.42857	msigma2=		0.000218
X2-med =		231.0443	msigma=		0.014755
(X-med)2=		208.1837	bsigma2=		0.050298
nefnari=		320.0486	bsigma=		0.224273
m = -0.00701					
b = 2.041075					

SKEKKJA 2		Bein lína með skekkjumörkum			
Jessop		Beta-logK		jessop12.pl	
X_i	Y_i	$X_i Y_i$	X_i^2	η_i	(eta i) ²
				$Y_i - mX_i - b$	
2.4	0.2405	0.5772	5.76	-0.01119	0.000125
2.2	0.243	0.5346	4.84	-0.00979	0.000096
1.7	0.2279	0.38743	2.89	-0.02765	0.000765
1.2	0.2504	0.30048	1.44	-0.00792	0.000063
0.8	0.2504	0.20032	0.64	-0.01012	0.000103
0.7	0.2095	0.14665	0.49	-0.05158	0.00266
7.5	0.2068	1.551	56.25	-0.01673	0.00028
10.8	0.2014	2.17512	116.64	-0.00391	0.000015
7.3	0.248	1.8104	53.29	0.023368	0.000546
15.5	0.1239	1.92045	240.25	-0.05545	0.003075
4.8	0.2279	1.09392	23.04	-0.01054	0.000111
7.4	0.2068	1.53032	54.76	-0.01728	0.000299
10.8	0.1875	2.025	116.64	-0.01781	0.000317
10.3	0.2788	2.87164	106.09	0.070734	0.005003
4.5	0.2304	1.0368	20.25	-0.00969	0.000094
2.2	0.2648	0.58256	4.84	0.012006	0.000144
10.9	0.2648	2.88632	118.81	0.060047	0.003606
1.1	0.2695	0.29645	1.21	0.010632	0.000113
0.7	0.2788	0.19516	0.49	0.017724	0.000314
23.3	0.1303	3.03599	542.89	-0.00598	0.000036
0.8	0.29	0.232	0.64	0.029476	0.000869
2.6	0.2718	0.70668	6.76	0.021215	0.00045
3.4	0.2253	0.76602	11.56	-0.02087	0.000435
3.4	0.2122	0.72148	11.56	-0.03397	0.001154
9.6	0.2227	2.13792	92.16	0.010769	0.000116
3.5	0.2672	0.9352	12.25	0.021585	0.000466
1.3	0.2878	0.37414	1.69	0.030037	0.000902
5.4	0.238	1.2852	29.16	0.002877	0.000008

156.1 6.5564 32.31645 1637.29 1.76e-15 0.022164

N = 28 eta2/n-2 = 0.000852

X-med = 5.575 msigma2= 0.000001

X2-med = 58.47464 msigma= 0.001054

(X-med)2= 31.08063 bsigma2= 0.000065

nefnari= 767.0325 bsigma= 0.008062

m = -0.00552

b = 0.264942

SKEKKJA 2		Bein lína með skekkjumörkum			
	Jessop	Peta-1/K	jessop11.pl		
X_i	Y_i	$X_i Y_i$	X_i^2	η_i	(eta i) ²
				$Y_i - mX_i - b$	
2.4	0.5747	1.37928	5.76	0.014451	0.000209
2.2	0.5714	1.25708	4.84	0.012762	0.000163
1.7	0.5917	1.00589	2.89	0.037089	0.001376
1.2	0.5618	0.67416	1.44	0.011217	0.000126
0.8	0.5618	0.44944	0.64	0.014438	0.000208
0.7	0.6173	0.43211	0.49	0.070744	0.005005
7.5	0.6211	4.65825	56.25	0.019774	0.000391
10.8	0.6289	6.79212	116.64	0.000994	9.89e-07
7.3	0.565	4.1245	53.29	-0.03472	0.001205
15.5	0.7519	11.65445	240.25	0.086139	0.00742
4.8	0.5917	2.84016	23.04	0.012121	0.000147
7.4	0.6211	4.59614	54.76	0.020579	0.000424
10.8	0.6494	7.01352	116.64	0.021494	0.000462
10.3	0.5263	5.42089	106.09	-0.09758	0.009522
4.5	0.5882	2.6469	20.25	0.011037	0.000122
2.2	0.5435	1.1957	4.84	-0.01514	0.000229
10.9	0.5435	5.92415	118.81	-0.08521	0.007261
1.1	0.5376	0.59136	1.21	-0.01218	0.000148
0.7	0.5263	0.36841	0.49	-0.02026	0.00041
23.3	0.7407	17.25831	542.89	0.012115	0.000147
0.8	0.5128	0.41024	0.64	-0.03456	0.001195
2.6	0.5348	1.39048	6.76	-0.02706	0.000732
3.4	0.5952	2.02368	11.56	0.026897	0.000723
3.4	0.6135	2.0859	11.56	0.045197	0.002043
9.6	0.5988	5.74848	92.16	-0.01944	0.000378
3.5	0.5405	1.89175	12.25	-0.02861	0.000818
1.3	0.5155	0.67015	1.69	-0.03589	0.001288
5.4	0.578	3.1212	29.16	-0.00641	0.000041
156.1	16.403	97.6247	1637.29	1.73e-15	0.042193
N = 28			eta ² /n-2 =	0.001623	
X-med = 5.575			msigma ² =	0.000002	
X ² -med = 58.47464			msigma=	0.001455	
(X-med) ² = 31.08063			bsigma ² =	0.000124	
nefnari= 767.0325			bsigma=	0.011123	
m = 0.008054					
b = 0.540918					

SKEKKJA 2		Bein lína með skekkjumörkum			
Jessop		Peta-K		jessop10.pl	
X_i	Y_i	$X_i Y_i$	X_i^2	η_i	(eta i) ²
				$Y_i - mX_i - b$	
2.4	1.74	4.176	5.76	-0.04609	0.002124
2.2	1.75	3.85	4.84	-0.04014	0.001611
1.7	1.69	2.873	2.89	-0.11027	0.012159
1.2	1.78	2.136	1.44	-0.03039	0.000924
0.8	1.78	1.424	0.64	-0.03849	0.001482
0.7	1.62	1.134	0.49	-0.20052	0.040208
7.5	1.61	12.075	56.25	-0.0728	0.0053
10.8	1.59	17.172	116.64	-0.02596	0.000674
7.3	1.77	12.921	53.29	0.083151	0.006914
15.5	1.33	20.615	240.25	-0.19077	0.036395
4.8	1.69	8.112	23.04	-0.04748	0.002255
7.4	1.61	11.914	54.76	-0.07482	0.005599
10.8	1.54	16.632	116.64	-0.07596	0.00577
10.3	1.9	19.57	106.09	0.27391	0.075027
4.5	1.7	7.65	20.25	-0.04356	0.001897
2.2	1.84	4.048	4.84	0.04986	0.002486
10.9	1.84	20.056	118.81	0.226062	0.051104
1.1	1.86	2.046	1.21	0.047582	0.002264
0.7	1.9	1.33	0.49	0.079481	0.006317
23.3	1.35	31.455	542.89	-0.0128	0.000164
0.8	1.95	1.56	0.64	0.131506	0.017294
2.6	1.87	4.862	6.76	0.087961	0.007737
3.4	1.68	5.712	11.56	-0.08584	0.007368
3.4	1.63	5.542	11.56	-0.13584	0.018451
9.6	1.67	16.032	92.16	0.029733	0.000884
3.5	1.85	6.475	12.25	0.086189	0.007429
1.3	1.94	2.522	1.69	0.131632	0.017327
5.4	1.73	9.342	29.16	0.00467	0.000022

156.1 48.21 253.236 1637.29 1.64e-14 0.337185

N = 28 eta2/n-2 = 0.012969

X-med = 5.575 msigma2= 0.000017

X2-med = 58.47464 msigma= 0.004112

(X-med)2= 31.08063 bsigma2= 0.000989

nefnari= 767.0325 bsigma= 0.031443

m = -0.02025

b = 1.834696