

TÍMARIT SAMTAKA
STÆRÐFRÆÐIKENNARA
2. TBL., 16. ÁRG.

Bekkjar – þraut

Anna og Atli eru í 2. bekk.

Í bekknum eru 11 strákar og 12 stelpur.

Hvað eru margir krakkar í bekknum? 23

Ég reiknaði þetta
í Hugannum og
á fingrunum
fyrst gerði
12 í Hugannum

2009

Flatarmál 2. tbl., 16. árg.
rit Flatar, samtaka stærðfræðikennara
© 2009 Flatarmál

Útgefandi

Flötur, samtök stærðfræðikennara,
Laufásvegi 81, 101 Reykjavík

Stjórn Flatar

Ingólfur Gíslason *formaður*,
Háskólanum í Reykjavík
Rannveig A. Guðmundsdóttir *gjaldkeri*,
Breiðagerðisskóla
Rannveig Þorvaldsdóttir *ritari og vefumsjón*,
Öldutúnsskóla
Laufey Einarsdóttir *ritstjóri Flatarmála*,
Korpuskóla
Borghildur Jósúadóttir *meðstjórnandi*,
Grundaskóla
Martin Kollmar *meðstjórnandi*,
Verzlunarskóla Íslands
Þórgunnur Óttarsdóttir *meðstjórnandi*,
Brekubæjarskóla

Ritnefnd Flatarmála

Laufey Einarsdóttir *ritstjóri*, Korpuskóla
Jónína Marteinsdóttir, Engidalsskóla
Anton Már Gylfason, Borgarholtsskóla

Prófarkalestur

Jónína Marteinsdóttir og Guðbjörg Pálsdóttir

Umbrot og myndvinnsla

Kristinn Pétursson, minervamidlun.is

Prentun

Prentsmiðjan Oddi ehf.

Veffang / netfang

flotur.ismennt.is
flotur@ismennt.is

Til höfunda greina í Flatarmálum

Skil á greinum fyrir næsta blað má senda sem tölvupóst til stjórnar Flatar á flotur@ismennt.is. Hverri grein skulu fylgja upplýsingar um nafn höfundar, starfsheiti og stofnun sem hann vinnur hjá. Höfundur er beðinn um að koma með tillögur að aðalfyrirsögn, millifyrirsögnum og myndatextum. Ljósmyndir, teikningar og myndrit skulu ekki sett inn í texta greinar, heldur vistuð í sér skrá. Í texta komi fram númer eða nafn teikningar. Stjórn Flatar tekur endanlega ákvörðun um birtingu greina. Grein er skrifuð á ábyrgð höfundar. Ekki er greitt fyrir greinaskrif í blaðið.



PABBI, MÉR ER SVO ILLT Í SPAÐANUM!

Fjölskyldan mín er spilasjúk. Þessi tiltekna sýki gerir einkum vart við sig yfir sumartímann og herjar á unga sem aldna. Til þess að sefa sýkina er nauðsynlegt að verða sér úti um 52 „hjálpartæki“ sem innihalda fjórar ákveðnar „sortir“ og er hver í þrettán mismunandi eintökum.

Mjög mikilvægt er að allir sjúkir geri greinarmun á sortunum fjórum því annars er hætt við ógildingu spilsins. Einnig gæti ruglingur á sortum lokkað einn hinna sýktu til að svíkja lit, en það flokkast undir svindl. Svindl er mjög óæskilegur fylgikvilli sýkinnar.

Einkenni spilasýki eru aðallega andlegs eðlis og má þar helst nefna mikla gleði og vellíðan. Einstaka sinnum geta þó komið fram sár sem oft eru kennd við tap en þau eru afar sjaldgæf, einkum hjá eldri kynslóðinni. Líkamleg einkenni eru nánast óþekkt, þó undirrituð hafi á sínum yngri árum fundið fyrir einkennilegum spaðaverk í brjóstholinu. Er þar komin enn ein ástæða til að vera vel að sér í sortum.

Til gamans má geta þess, að helstu spilategundir sumarsins hjá fjölskyldunni í ár voru Hjarta, Drakúla, Fimm upp, Knock out, Olsen Olsen og Veðiðmaður.

Spilum heil - LAUFey





Dæmi úr *Liber Abaci*

Ítalinn **Leonardó frá Písa** (Pisano), oft nefndur *Fibonacci*, ritaði bókina *Liber Abaci*, sem út kom árið 1202. Bókin er undirstöðurit um indó-arabíska talnaritun og átti hún mikinn þátt í útbreiðslu hennar í Evrópu á næstu öldum. Í *Liber Abaci* er fjöldi dæma af ýmsu tagi, bæði um talnaritunina sjálfa, reikniaðferðir í sætiskerfi, hlutfallareikning og gátur ýmiss konar, sem flokka má undir talnafræði. Hér eru nokkrar gátur, teknar saman af Ársæli Mássyni, kennara við Kvennaskólann í Reykjavík. Aðferðir Leonardós við lausnir dæmanna eru ekki síður áhugaverðar, en einungis gátur og stutt svör verða birt að sinni.

Heimildir

Ársæll Másson (2008). Ritgerð í námskeiðinu Saga stærðfræðinnar við Menntavísindasvið Háskóla Íslands.

Sigler, L.E. (2002). *Fibonacci's Liber Abaci*. New York: Springer.

1 Tveir menn hlaða skip og greiða farmgjöld

Maður nokkur hlóð í skip 13 jafnverðmætum ullarböggum og annar maður hlóð 17 slíkum böggum í sama skip. Þegar borga átti farmgjöldin áttu mennirnir ekki fyrir þeim, svo þeir báðu bátsmanninn að taka einn af böggum sínum fyrir gjaldinu og borga þeim út mismuninn. Sá sem greiða átti gjald fyrir 13 bagga fékk 10 soldi til baka, en sá sem var með 17 bagga fékk 3 soldi til baka. Hvers virði voru baggarnir og hversu hátt var farmgjaldið?

2 Maðurinn sem fór í lystigarðinn að tína epli

Maður nokkur fór í lystigarð og gekk í gegnum 7 hlið. Hann tindi ótilgreindan fjölda af eplum í garðinum. Þegar hann fór til baka gaf hann hliðverðinum við sérhvert hliðanna helming eplanna og eitt að auki. Þegar hann kom út úr garðinum stóð hann eftir með eitt epli. Hve mörg epli tindi maðurinn?

3 Um þrjá fjáða menn

Þrír menn eiga allir nokkra denara hver. Margfeldi denarafjölda annars og þriðja mannsins er tvöfalt margfeldi denarafjölda fyrsta og annars mannsins. Margfeldi denarafjölda þriðja og fyrsta mannsins er þrefalt margfeldi fyrsta og annars mannsins. Hve marga denara á hver þeirra?

4 Finna tölu sem er margfeldi af 7

Tala nokkur er margfeldi af sjö. Hún gefur 1 í afgang við deilingu með 2, 3, 4, 5 og 6. Hver er talan?

SÖGUHORNID: KRISTÍN BJARNADÓTTIR, MENNTAVÍSINDASVIÐ
HÍ, SEGIR FRÁ LEONARDÓ FRÁ PÍSA, ÖÐRU NAFNI FIBONACCI,
OG ÁRSÆLL MÁSSON LEGGUR TIL STÆRÐFRÆÐIÞRAUTIR

Svörin er að finna á bls. 46

Richard Noss

+ stærðfræðin

við störf

Hvenær eigum við eftir að nota þetta?

Flestir stærðfræðikennarar hafa heyrt þessa spurningu frá einhverjum nemenda sinna. Henni er ekki svo auðsvarað. Enda ekki alltaf gott að skilja um hvað er verið að spyrja eða til hvers.

Er spurningin kannski tjáning á því að nemandinn á ekki góðan dag, að hann eigi yfir höfuð erfitt með að sjá tilgang með nokkrum hlut eða hefur hann í raun og veru áhuga á því hvernig stærðfræðikenning eða tækni getur nýst í lífi, leik eða starfi? Það er erfitt að gefa raunverulegt svar, vegna þess að stærðfræði er óhlutbundin fræðigrein sem nýtist á ótal vegu en ekki endilega á neinn fyrirfram ákveðinn hátt.

Margt fólk segist aðspurt ekki hafa nein sérstök not af stærðfræði, þegar frá er talinn einfaldur reikningur í tengslum við peninga og viðskipti. Það þýðir þó ekki að þetta sama fólk noti ekki aðra stærðfræði, eða að það gæti ekki nýtt sér stærðfræði ef það hefði vald á henni. Í okkar tegund af samfélagi snýst opinber umræða og gildismat að miklu leyti um peninga og atvinnu. Hætt er við því að með spurningunni um nytsemd stærðfræðinnar sé átt við hvernig hún nýtist fólki til þess að afla sér fjár, hvort það geti notað hana í vinnunni.

Það, hvernig ýmsar starfsstéttir nota stærðfræði við vinnu sína, hefur verið eitt höfuðrannsóknarefni Richards Noss.

Hann skoðar hvernig fólk notar stærðfræði, hugsar stærðfræðilega eða það sem mætti nefna hálf-stærðfræðilega til þess að vinna vinnuna sína og skapa merkingu úr daglegri reynslu sinni. Þetta gerir fólk stundum án þess að átta sig á því að það komi stærðfræði við - og bregst jafnvel illa við þeirri hugmynd að svo sé.

Noss hefur til dæmis fylgst og unnið með hjúkrunarfræðingum, sem þurfa ekki eingöngu að umreikna lyfjaskammta út frá líkamsþyngd, túlka línurit og meta ýmis töluleg gögn, heldur líka taka ákvarðanir þar sem þeir þurfa að styðjast við einhverskonar stærðfræðilegt líkan.

Til að gefa einhverja hugmynd um slíkt vandamál er hér eitt dæmi: Oft er lyf gefið með föstu millibili, en stundum er það gefið fyrst með tiltekinni tíðni, og svo annarri, en þannig að magn á hverjum sólarhring sé jafnt. Í þessu tilfelli var skrifað upp á að sýklalyfið Vancomycin skyldi gefið í 600 mg skammti á 6 klst. fresti í 24 tíma, en svo í 1200 mg skömmtum með 12 klst. millibili. Lykilatriði er að þéttni lyfsins í blóði sé næg til að verkun fái en ekki

svo há að eitrun verði. Nú er spurningin hvenær gefa eigi fyrsta 1200 mg skammtinn. Er það 6 eða 12 klst. eftir síðasta 600 mg skammt, eða einhvern tímann þarna á milli?

Í rannsókn Noss kom í ljós að hjúkrunarfræðingarnir voru ekki sammála um hvað bæri að gera. Munurinn fólst í því að þeir höfðu mismunandi stærðfræðileg líkön í huga um það hvernig þéttni lyfs breytist með tímanum í blóði. Með því að fá stærðfræðihugsun upp á borðið gefst fagfólki gott tækifæri til að skoða vinnu sína með gagnrýnum hætti og auka meðvitund sína um hvað það er að gera.

Þetta litla dæmi sýnir að stærðfræði er notuð víða, en hún er notuð í samhengi sem erfitt er að lýsa almennt eða gefa einföld dæmi um. Samband stærðfræði og vinnu er miklu flóknað en svo að því verði lýst þannig að tiltekin reikniaðferð eða stærðfræðihugtak nýtist við tiltekið verk. Richard Noss vinnur að því að finna leiðir til að fjalla á upplýsandi hátt um þetta samband.



INGÓLFUR GÍSLASON, AÐJÚNKNT VIÐ HR, SEGIR FRÁ
RICHARD NOSS OG NÁLGUN HANS VIÐ STÆRÐFRÆÐINA

Richard Noss er prófessor í stærðfræðimenntun við Institute of Education sem tilheyrir University of London. Hann hefur rannsakað stærðfræðinám frá því snemma á níunda áratug síðustu aldar. Hefur hann sérstaklega kannað stærðfræðinám í samhengi við tölvur. Síðustu ár hefur hann rannsakað það hvernig tæknistærðfræðileg þekking er notuð meðal ýmissa fagstétta, svo sem starfsfólks í bönkum, hjúkrunarfræðinga, verkfræðinga, starfsfólks í lyfjaiðnaði og fleiri. Noss reynir nú að hanna og prófa aðferðir til að hjálpa starfsfólki að þróa stærðfræði- og tæknilæsi sitt. Hann er væntanlegur á næstu námsstefnu Flatar.

Noss á netinu: lkl.ac.uk/rnoss



Mynd 3 Laufblöð af mismunandi stærð nýttast í turninn frá Hanoi. Markmiðið er að flytja laufblöðin úr fyrsta hringnum í þann síðasta en þó þannig að aðeins eitt laufblað má færa í einu og ekki má setja stærra laufblað ofan á minna.

Útistærðfræði í grunnskóla

REIKNUM MEÐ NÁTTÚRUNNI!

A síðustu árum hefur orðið sprenging í útíkennslu á Íslandi. Áhugi kennara hefur hvarvetna farið vaxandi á útinámi og fjölmörg útíkennsluverkefni hafa sprottið upp í grunn- og leikskólum borgarinnar. Þrír þættir hafa einkum orðið þess valdandi að áhuginn hefur vaxið: aukin áhersla á einstaklingsmiðað nám, áhyggjur okkar af hrakandi heilsufari skólabarna og almenn umhverfisvakning í samfélaginu á síðustu árum.

Útinám er í eðli sínu einstaklingsmiðað nám, þ.e. utandyra fær einstaklingurinn tækifæri til að nálgast viðfangsefnið út frá eigin þörfum og áhuga, samskonar verkefni getur verið unnið á fjölmarga vegu og einstaklingurinn fær tækifæri til að móta sína eigin leið að markmiðinu. Útinám felur í sér mikla hreyfingu. Úti þurfa nemendur að hreyfa sig og geta ekki verið eins kyrrir og við kjósum að þeir séu innandyra.

Starfið utandyra krefst þess að einstaklingurinn noti líkamann við námið, rýmið kallar á meiri hreyfanleika og útiveran sjálf eykur hreysti einstaklingsins. Að síðustu stuðlar regluleg útivera að auknum tengslum einstaklings og umhverfis og getur þannig orðið grunnur að aukinni umhverfisvitund.

Frá upphafi hefur Náttúruskóli Reykjavíkur reynt að liðsinna kennurum í grunn- og leikskólum Reykjavíkur í því að færa hefðbundið nám út fyrir vegg skólastofunnar. Liður í því er að halda námskeið fyrir kennara þar sem fjallað er um möguleika á útíkennslu í hinum ýmsu námsgreinum.

Náttúruskólinn hefur staðið fyrir all-

mörgum námskeiðum er sérstaklega fjalla um stærðfræðinám í náttúrunni, en fjölmargir kennarar vinna með stærðfræði utandyra, á öllum aldurstigum skólakerfisins, í öllum veðrum. Stærðfræði er nefnilega miklu meira en bara tölur. Í eðli sínu snýst stærðfræðinám um að skilgreina viðfangsefni, leysa vandamál og færa rök fyrir máli sínu. Þannig líkist stærðfræði miklu frekar tungumáli sem einstaklingurinn þarf að tileinka sér og geta beitt í raunverulegu samhengi. Það á sérstaklega vel við að gera það utandyra með því að heimfæra stærðfræðina á hið áþreifanlega umhverfi okkar. Það hjálpar einstaklingnum að ná tökum á stærðfræðinni og eins opnar það augu hans fyrir margbreytileika umhverfis síns.

Úr *Aðalnámskrá grunnskóla - Náttúrufræði og umhverfismennt* bls. 14:

„Við lesum umhverfi okkar með þeim orðum sem við höfum til-einkað okkur.“

Margir kostir fylgja því að flytja stærðfræðikennslu að einhverju leyti út undir bert loft. Að sjálfsögðu felst einnig í því mikil áskorun fyrir bæði kennara og nemendur og fyrstu skrefin geta reynst báðum aðilum snúin, þar sem þröskuldurinn út úr skólanum getur reynst ansi hár. Því er um að gera að horfa til þeirra þátta í umhverfinu sem stutt geta við stærðfræðikennsluna og beina kröftunum að viðfangsefnum sem auðvelt er að yfirfæra á umhverfið utandyra.

Utandyra hafa nemendur og kennarinn aðgang að nánast óheftu rými og það að geta unnið með raunstærðir, stórar stærðir, er einn af augljósustu kostunum sem fylgja útistærðfræði.

Skilningur nemenda á rúmfræðihugtökum vex þegar þeir geta unnið að viðfangsefnum með því að nota allan líkamann. Óáþreifanlegar stærðir, s.s. rúmmetri og hektari, verða leikur einn í útistærðfræði. Tening sem er einn rúmmetri má byggja úr greinum eða spýtum og hektara má stika stórum skrefum á opinni skólalóð, í fjöru, í móa, á bílastæði, hvar sem er.

Að vinna á stórum mælikvarða (að vinna stórt) getur reynt á margvíslega þætti í námi barna, s.s. líkamann allan,

samvinnu nemenda og hugmyndaflug þeirra til hins óendanlega. Hvað með að búa til risastóran hringfara og læra í leiðinni með líkamanum öllum hvað er *þvermál*, *radius* og *geiri*?

Það eru ekki eingöngu hin stóru fyrirbæri í umhverfinu sem kveikja hugmyndir að stærðfræðiverkefnum. Hið smáa, sem hvarvetna liggur laust í umhverfinu, getur að sama skapi orðið uppspretta ótrúlegustu viðfangsefna, s.s. efniviður í minnisleiki, mynsturgerð eða þrautlausnir. Rétt er þó að hafa í huga að ganga af virðingu um umhverfi okkar og slíta ekki af blómum eða trjám óþarfa efnivið. Gott er að hafa í huga að það sem er fast, er fast, en það sem er laust, er laust, og það hefur náttúran sannarlega látið okkur í té sem námsgögn og leikföng.

Margir kennarar hafa unnið með ýmskonar mælingar utandyra sem tengist því sem nefnt var hér að framan, þ.e. að vinna með raunstærðir, stórar stærðir og óheft rými til mælinga.

Ef til vill er ekki eins augljóst hvernig hægt er að vinna með óþekktar stærðir og flóknari algebru í útistærðfræði. Öll mynstur er hins vegar hægt að útfæra í náttúrunni og vinna þannig með skilning nemenda á stæðum, jöfnum og lausnum á þeim. Fyrsta skrefið er að leika sér með óþekktar stærðir, þ.e. að átta sig á leyndardómnum sem óþekktar stærðir felur.

Þegar kennari er á annað borð farinn að velta fyrir sér möguleikum útistærðfræði hrópar umhverfið hvarvetna á

HELENA ÓLADÓTTIR, VERKEFNISSTJÓRI NÁTTÚRU-
SKÓLA REYKJAVÍKUR, SEGIR FRÁ ÚTICKENSLU Í STÆRÐFRÆÐI



Mynd 1 Það krefst mikillar samvinnu og líkamshreysti að leika hringfara. Hér nota nemendur 2,5 m langt reipi til að draga hring og þeim reynst létt að leggja á minnið að reipið samsvari radius hringins og þvermál hans sé þá 5 m.



Mynd 2 Glímt við töfra-þríhyrning. Alls er unnið með 21 hlut (s.s. köngla eins og hér er sýnt). Þeim er dreift í 6 holur í jörðina þannig að hvergi sé sami fjöldi köngla í tveimur holum. Summa könglanna á hliðum þríhyrningsanna á allsstaðar að vera sú sama.

hann með hugmyndir að verkefnum og úrlausnarmöguleikum. Í gegnum úti-stærðfræði fá nemendur nýja sýn á viðfangsefnið, sem oftast en ekki skilar sér í auknum áhuga á viðfangsefninu. Áhugi nemenda er svo lykillinn að námi þeirra og ef kennari fær tækifæri til að glæða hann í útikennslu er augljós ávinningurinn af því að prófa sig áfram utandyra.

Það sem Náttúruskólinn hefur einkum haft að leiðarljósi í starfsemi sinni er að styrkja kennara í að takast á við hið óþekkta, þ.e. að hvetja þá til að stíga skrefið, út yfir þröskuld kennslustofunnar. Útinám getur hins vegar ekki komið í staðinn fyrir það sem við gerum innandyra. Auk þess er ekki þörf á að gera utandyra allt það sem unnið er nú þegar innandyra. Rétt er að líta á útistærðfræði sem nýjan flöt á stærðfræðinámi, nýtt tækifæri fyrir nemendur til að tileinka sér aðferðir stærðfræðinnar og öðlast sjálfstraust í því að sjá stærðfræðina í raunverulegu ljósi, stundum sólarljósi.

Þessi stærðfræði var miklu skemmtilegri en venjuleg stærðfræði og þetta er búinn að vera skemmtilegur dagur.

Ég fór í Heiðmörk og það var rosalega gaman. Við fórum í stærðfræðileiki sem voru æðislegir og svo fórum við í íslensku.

Tilvitnanir í orð nemenda í 7. bekk sem eyddu degi í Heiðmörk við ýmis verkefni. Eins og sjá má vakti stærðfræðin áhuga þeirra og undrun.



Mynd 4 Nemendum leiðbeint með hvernig hægt er að mæla hæð trjáa með því að nota reglu um einslaga þríhyrninga. Hér nota nemendur trjágreinar að eigin vali til að mæla hæð trés og miklu skiptir að miða vel út.



Mynd 5 Dularfulla laufblaðið er upphafið að því að vinna með óþekktar stærðir. Á bak við dularfulla laufblaðið er óþekkt stærð og verkefnið felst í því að finna hver hún er.

BÓKARUMFJÖLLUN:

What's math got to do with it

Helping children learn to love their least favorite subject – and why it's important for America

eftir Jo Boaler

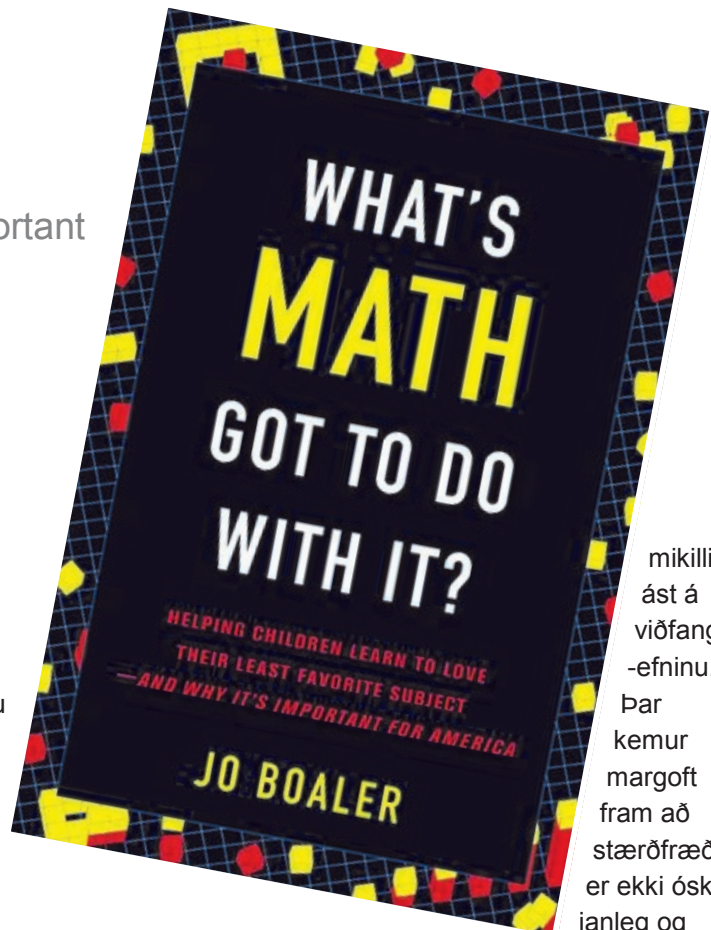
Höfundurinn Jo Boaler er Marie Curie prófessor í stærðfræðimenntun við háskólann í Sussex í Englandi. Áður starfaði hún m.a. í Stanford háskóla, og King's College í London auk þess að vera bekkjarkennari bæði í Englandi og Bandaríkjunum.

Bók hennar, sem út kom árið 2008, fjallar um stærðfræðimenntun í víðum skilningi. Þar koma fram þættir sem allir sem koma að stærðfræðikennslu nú á tímum þurfa og eiga að hugsa um. Er þar bæði átt við stærðfræðikennara en ekki síður almenna kennara í grunnskólanum sem almennt hafa litla stærðfræðimenntun. Þar má sem dæmi nefna kynjamun í stærðfræði, hvort flokka eigi í getuskipta hópa, hugmyndir um hvernig kenna ætti stærðfræði og ekki síður hvernig hún er kennd. En, bókin fer í raun fram úr því. Hún fjallar um þær hugmyndir sem áherslubreytingar í stærðfræðikennslu hvíla á og er líka brunnur hugmynda fyrir foreldra, almenna

kennara og ekki síst þá sem koma að því að meta stefnu í stærðfræðikennslu framtíðarinnar.

Bókin er hentug fyrir foreldra og almenna kennara en nýtist ekki síður stærðfræðikennurum. Að mínu mati hefur alltof lítið verið skrifað um stærðfræðimenntun, þannig að það nýtist bæði foreldrum og kennurum. Gjarnan eru bækur skrifaðar af einum sérfræðingi fyrir annan, en Boaler sýnir okkur með þessari bók að vel er hægt að skrifa fræðibók sem nýtist báðum hópum. Ég mæli því eindregið með þessari bók og þá ekki síst fyrir þá foreldra sem og kennara sem hafa heyrt barn segja: „Ég þoli ekki stærðfræði.“

Bókin er lipurlega skrifuð og af

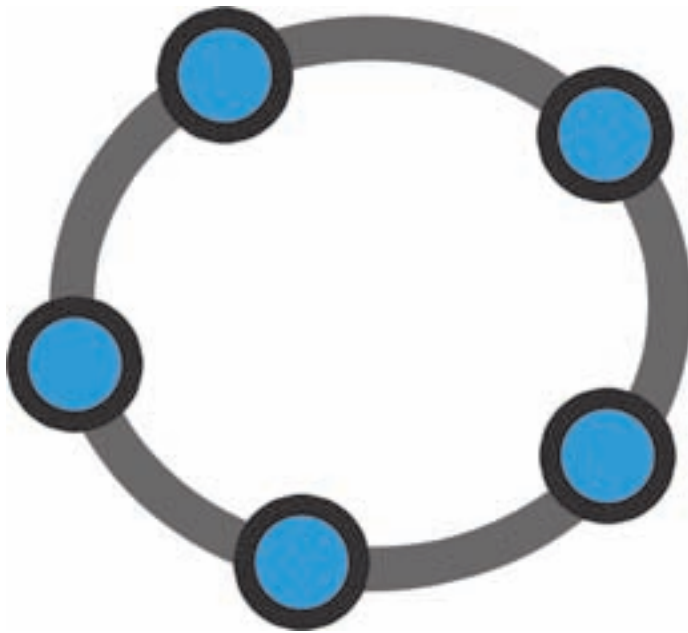


mikilli ást á viðfangs-efninu. Þar kemur margoft fram að stærðfræðin er ekki óskiljanleg og

erfið, heldur skemmtileg og áhuga-verð, en er því miður oft kennd þannig að hún veldur nemendum meiri kvölum en gleði.

Að lokum má geta þess að bókin er komin út í Bretlandi þar sem hún hefur verið aðlöguð að breskum aðstæðum. Sjá nánar á www.sussex.ac.uk/education/profile205572.html

Kristján Sigurðsson,
stærðfræðikennari og skólastjóri
Grunn- og Tónskólans á Hól mavík

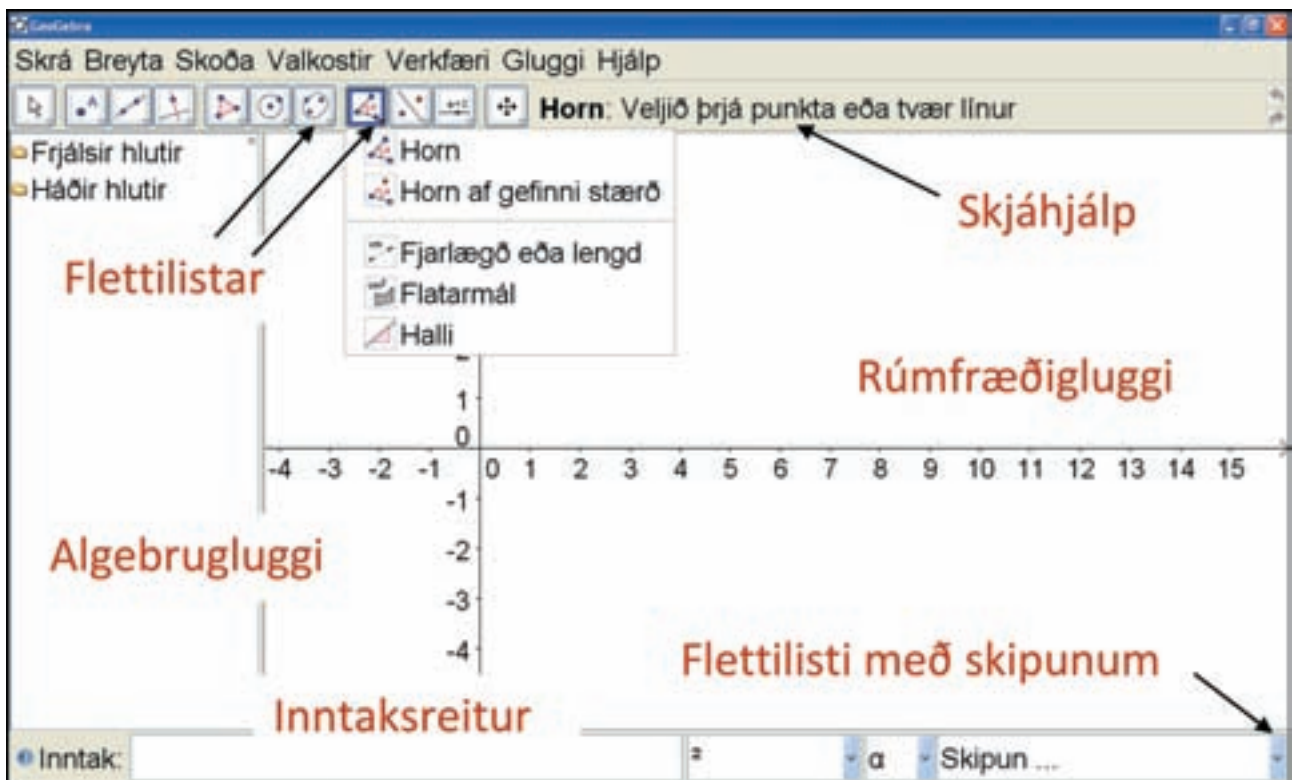


eftir
FREYJU HREINSDÓTTUR

GeoGebra

GeoGebra er frjál (open-source) hugbúnaður til að nota við stærðfræðinám og kennslu. Þetta forrit hentar á öllum skólastigum og má nota við kennslu og nám í algebru, rúmfræði, tölfræði og stærðfræðigreiningu. Forritið hefur á örskömmum tíma náð mikilli útbreiðslu í heiminum, samkvæmt nýjustu upplýsingum er fjöldi heimsóknna á vefsvæðið allt að 500.000 í hverjum mánuði, það hefur verið þýtt á 45 tungumál, þar á meðal íslensku. Aðalhöfundur GeoGebra er dr. Markus Hohenwarter. Forritið má nálgast ókeypis á www.geogebra.org. Það keyrir á Windows, Macintosh og Linux.

Þegar forritið er opnað birtast rúmfræðigluggi og algebrugluggi sem tengjast hvor öðrum. Forritið tengir þannig skemmtilega saman rúmfræði og algebru, það er *kvíkt* sem þýðir að eftir að mynd hefur verið teiknuð í rúmfræðiglugga má breyta henni t.d. með því að nota mús og þá breytist samsvarandi jafna í algebruglugga. Einnig má gera breytingar í algebruglugga og breytist þá mótsvarandi mynd í rúmfræðiglugga.



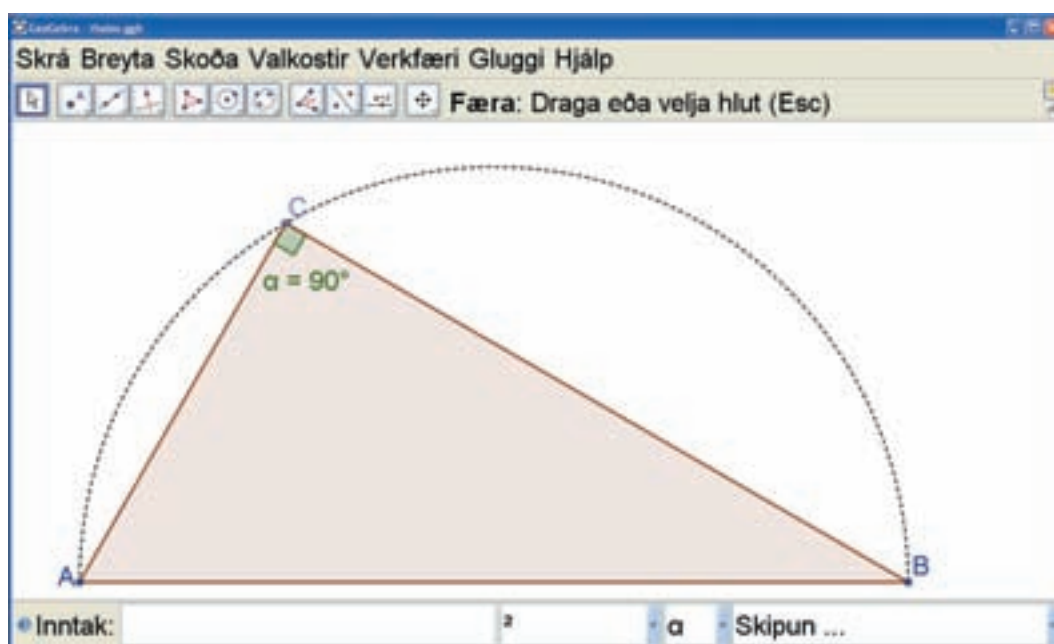
Mynd 1 GeoGebrugluggi

Aðgerð	Framkvæmd
Taka burtu algebruglugga og hnitaása	Haka af undir skoða
Merkja inn tvo punkta A og B	Nota 
Teikna hálfhring gegnum punktana	Nota  í flettilista undir
Merkja punkt C á hringboga	Nota 
Teikna línustrik milli allra punktapara	Nota  í flettilista undir
Mæla horn við C	Nota 
Breyta hringferli í strikálínu	Hægrismella á hringferil, velja <i>eiginleikar</i> og <i>hönnun</i>

Allra nýjasta viðbótin í GeoGebra er svo einfaldur töflureiknir sem vinnur með hinum gluggunum. Ef ætlunin er að nota hann er hakað við *töflureiknir* undir *skoða*. Til að breyta tungumáli er farið í *Valkostir/Options* og síðan í *Tungumál/Language*.

Rúmfræði

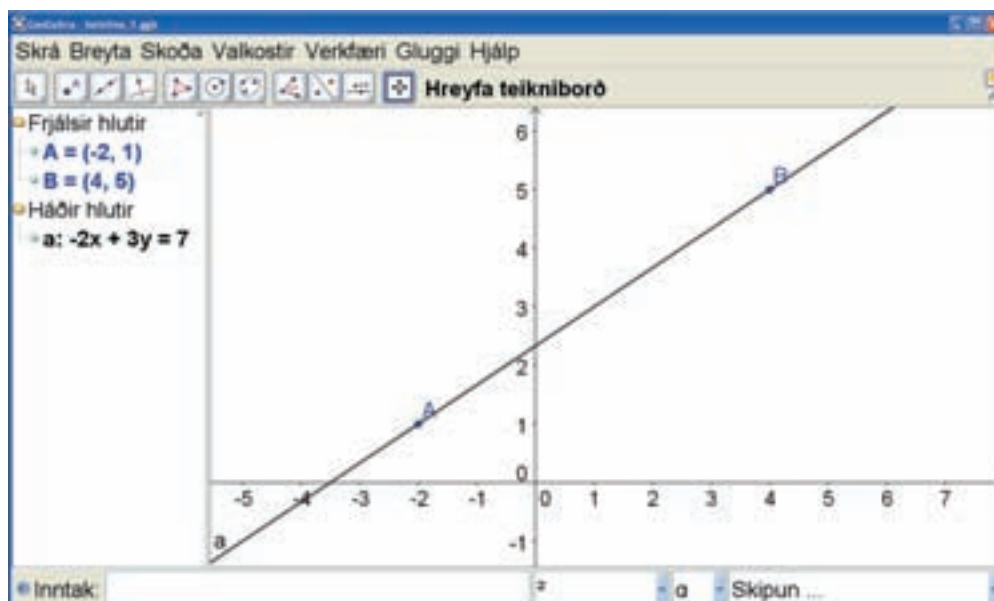
Í rúmfræðiglugga/teikniborði er hægt að teikna punkta, línur, strik, vektora, marghyrninga, hringi og margt fleira. Ef smellt er á litlu örina á hverjum takka opnast flettilisti með fjölda tækja. Á mynd 2 er teiknaður réthyrndur þríhyrningur. Verklýsing er gefin hér í töflu:



Mynd 2 Réthyrndur þríhyrningur

Að teikna beina línu

Beina línu má skilgreina á a.m.k. tvo vegu í GeoGebra, í rúmfræðiglugga og í algebruglugga. Ef valið er  þá birtist í skjá hjálpinni textinn „Lína gegnum tvo punkta. Veljið tvo punkta“. Nú má annaðhvort velja tvo punkta sem þegar hafa verið skilgreindir eða smella á teikniborðið og skilgreina þannig tvo punkta. Nú birtist línan í rúmfræðiglugga og jafna hennar í algebruglugga. Einnig má slá inn jöfnu línunnar í inntaksreit neðst til vinstri í glugga.



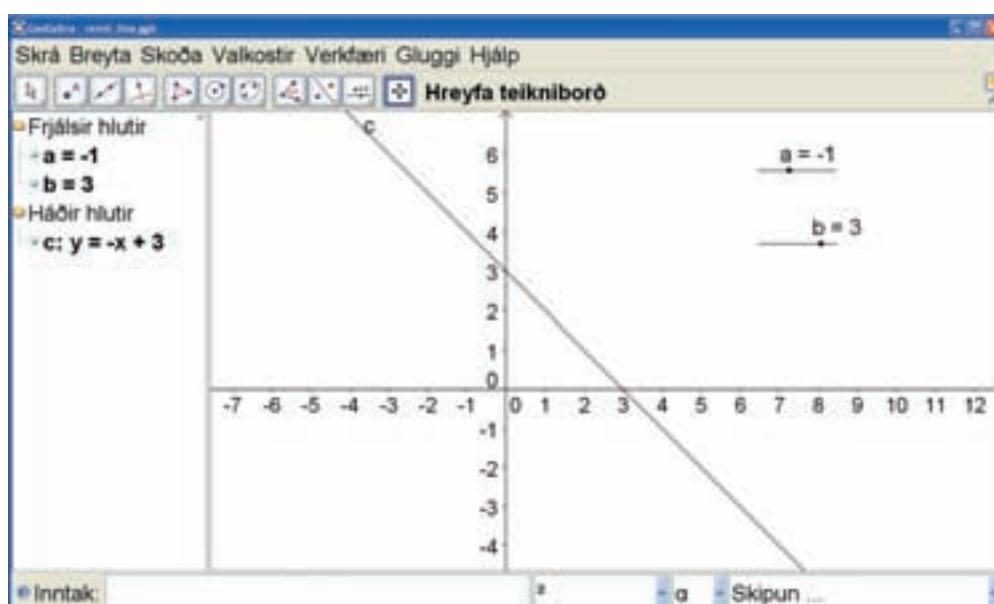
Mynd 3 Bein lína

Eftir að línan hefur verið teiknuð má flytja hana til með því að velja og draga hana síðan með músinni. Þegar þetta er gert þá breytist jafna línunnar í algebruglugga. Ef hægrismellir er á jöfnu línunnar í algebruglugga opnast flettluggi þar sem velja má mismunandi form á línunni. Einnig má breyta skilgreiningu línunnar með því að tvísmella á jöfnu hennar.

Með því að nota *rennistikur* má búa til línur með breytilegri hallatölu og skurðpunkti við y-ás. Rennistika a er skilgreind með

því að velja $a = 2$ og smella á teikniborð til að ákvarða staðsetningu. Möguleg gildi rennistiku eru stillt í glugga sem opnast. Einfaldast er að halda sig við sjálfgefin gildi til að byrja með. Rennistika b er skilgreind á sama hátt og línan $y = a \cdot x + b$

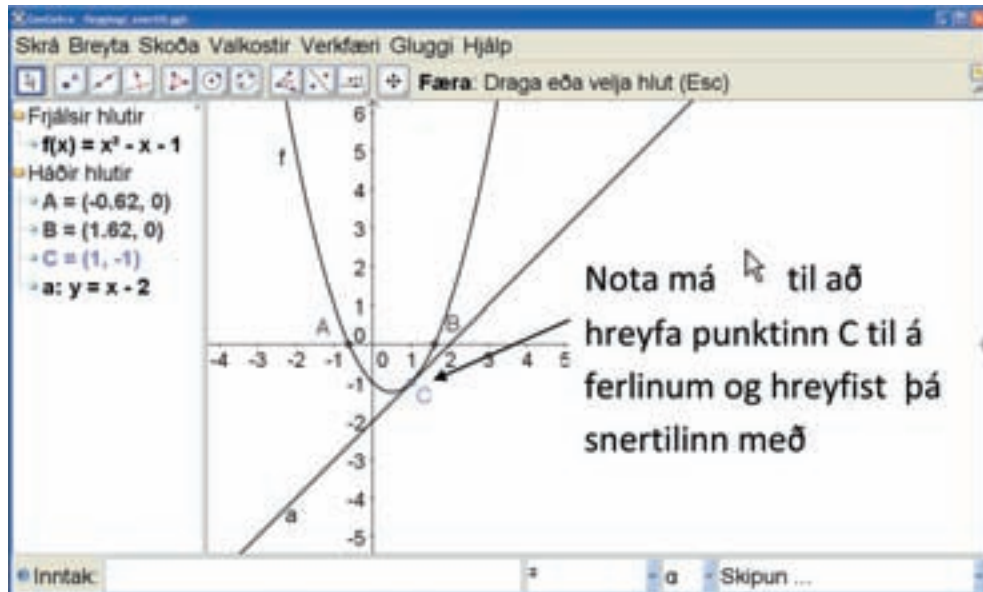
skilgreind í inntaksreit. Þá birtist í rúmfræðiglugga mynd af línunni $y = x + 1$, en með því að velja $a = -1$ má nota músina til að breyta gildum a og b og fylgjast með því hvernig línan breytist.



Mynd 4 Lína með breytilegri hallatölu

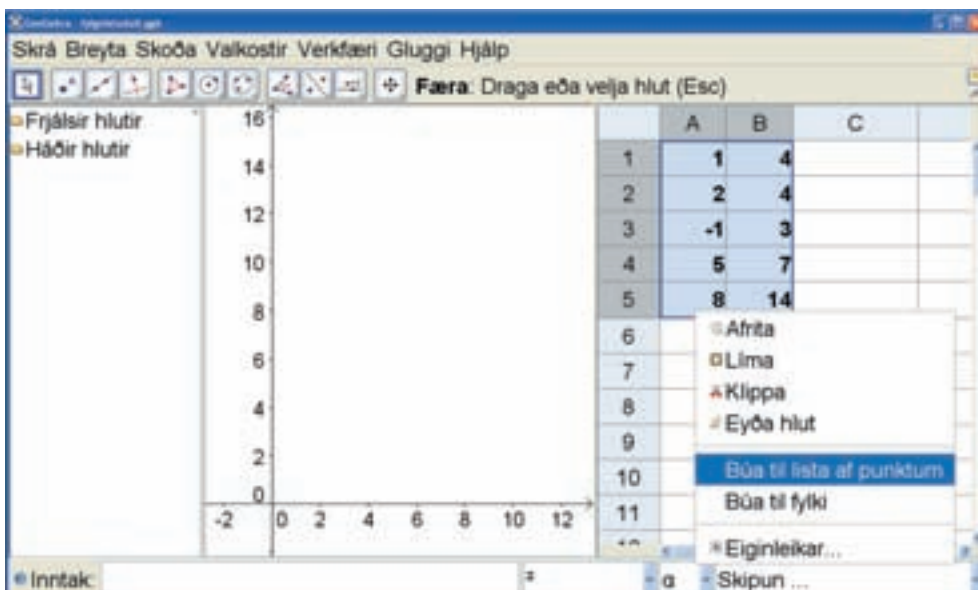
Föll og gröf

GeoGebra má nota til að teikna graf falls, finna skurðpunkta við ása, teikna snertil í ákveðnum punkti og margt fleira. Skilgreining falls er slegin inn í inntaksreit, t.d. $f(x) = x^2 - x - 1$ og birtist þá mynd af grafi fallsins í rúmfræðiglugga.



Mynd 5 Graf falls og snertill

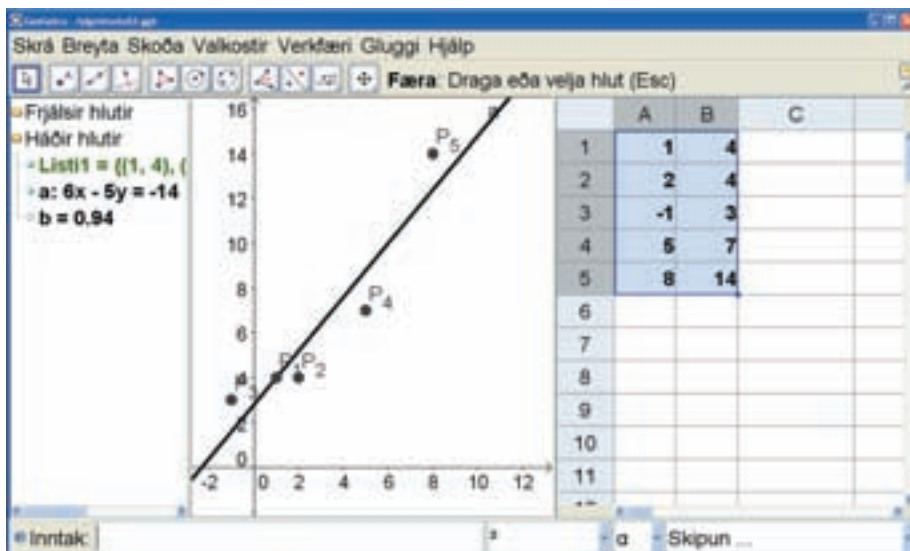
Skurðpunktar við x - ás fengust með því að velja  sem er að finna í flettilista undir . Punkturinn C fékkst með því að smella á graf fallsins eftir að  hafði verið valið og snertillinn fékkst með því að nota  en það er að finna í flettilista undir . Í flettilista undir *Skipun*, neðst í hægri horni gluggans, er að finna ýmsar skipanir svo sem *afleiða* og *heildi*.



Mynd 6 Töflureiknir

Töflureiknir

Töflureiknir er opnaður með því að haka við *Töflureiknir* undir *skoða*. Slegin eru inn í töflureikninn hnit nokkrurra punkta þannig að x -hnit er í dálki A og y -hnit í dálki B. Þessar tölur eru síðan málaðar, hægrismellt og *Búa til lista af punktum* valið. Þá verður til listinn *Listi 1*.



Mynd 7 Besta lína

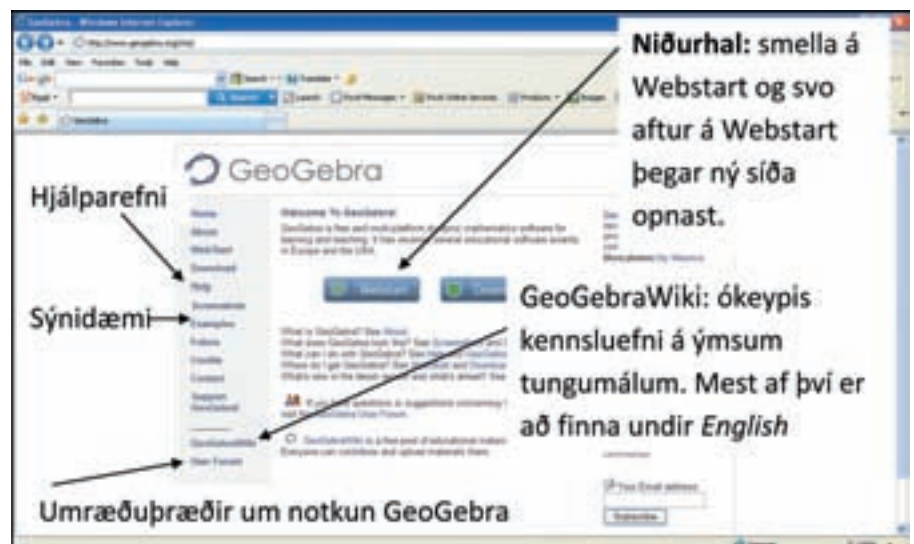
Vistun og verklýsing myndsmíðar

Ef valið er *Vista* úr fellilista undir *Skrá* verður til skrá með endinguna .ggb. Skrána er hægt að opna síðar til að halda áfram að vinna í GeoGebra. Ef valið er *Flytja út* fást ýmsir möguleikar: búa til html skrá, vista teikniborð sem png (hentar vel til að setja inn í Word skjöl) eða afrita teikniborð á klemmuspjald og setja svo beint inn í annað skjal.

Þegar unnið er með GeoGebra með nemendum kemur sér oft vel að geta skoðað hvað nemendur hafa gert. Undir *Skoða* má haka við *Verklýsing myndsmíðar* og fæst þá listi yfir allt sem hefur verið gert fram að þessu. Ef hakað er við *Borði fyrir skref* í myndsmíð fæst spilarí þannig að hægt er að endurspila myndsmíðina frá byrjun.

Niðurhal og heimasíða GeoGebra

Eins og áður sagði er forritið GeoGebra ókeypis og það er hugsjón þeirra sem að því standa að menntun eigi að vera ókeypis. Í samræmi við þetta er allt hjálparefni ókeypis og leyfilegt að breyta því að eigin óskum ef höfundar er getið. Fjöldi kennara um allan heim hefur hrifist af þessari hugsjón og hafa því margir búið til kennslufni sem er að finna á heimasíðunni.



Mynd 8 Heimasíða GeoGebra, www.geogebra.org

GeoGebra á Íslandi

Við Menntavísindasvið Háskóla Íslands læra allir verðandi stærðfræðikennarar að nota forritið. Forritið var nýlega þýtt á íslensku af greinarhöfundum og eru þeir sem rekast á villur í þýðingu beðnir að hafa samband við undirritaða. Stefnt er að því að koma upp verkefnabönkum fyrir GeoGebra á íslensku.

Freyja Hreinsdóttir
Dósent í stærðfræði
Menntavísindasviði HÍ

Reiknaðu nú!

1 Ef einn og hálfur maður getur veitt einn og hálfan fisk á einum og hálfum degi, hve marga fiska geta sex menn veitt á sjö dögum?

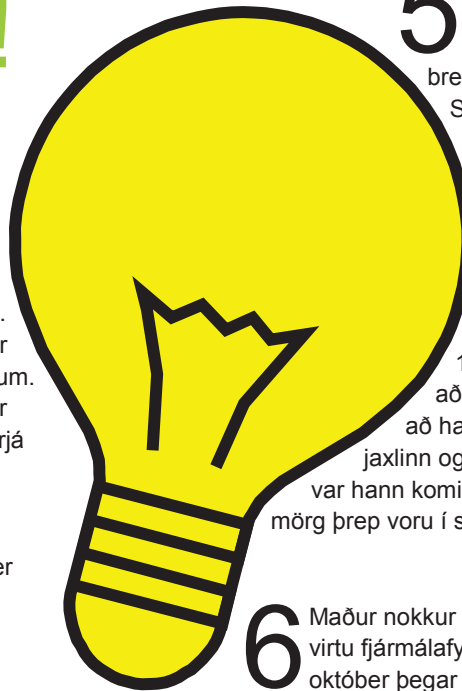
2 Tíu 500 kr. seðlar, tíu 1000 kr. seðlar og tíu 5000 kr. seðlar eru settir í hatt. Manneskja, sem bundið hefur verið fyrir augun á, dregur einn seðil í einu úr hattinum. Hver er hæsta mögulega upphæð sem hún getur dregið úr hættinum ef hún er stöðvuð um leið og hún hefur dregið þrjá eins seðla upp úr hattinum (t.d. þrjá 500 kr. seðla)?

3 Anna, Klara og Svala eru að keppa sín á milli. Hér er árangur þeirra:

- 1) Yngsta stúlkan fékk fæst stig;
- 2) Klara fékk helminginn af þeim stigum sem sú elsta fékk;
- 3) Svala fékk jafn mörg stig og báðar hinar samanlagt.

Hver þeirra er elst?

4 Garðyrkjumaður er beðinn um að gróðursetja 10 tré þannig að þau séu í fimm röðum. Í hverri röð eiga að vera fjögur tré. Getur þú hjálpað garðyrkjumanninum að leysa verkefnið?



5 Slökkviliðsmaður stóð í miðjum brunastiga og sprautaði vatni á brennandi byggingu. Slökkvistarfið gekk illa þannig að hann færði sig upp um sex þrep til að komast nær eldinum. Eftir skamma stund var honum farið að hitna ískyggilega þannig að hann færði sig niður um 10 þrep. Enn gekk ekkert að slökkva eldinn þannig að hann ákvað að bíta á jaxlinn og klífa upp 18 þrep. Þá var hann kominn efst í stigan. Hversu mörg þrep voru í stiganum?

6 Maður nokkur gegnir ábyrgðarstöðu hjá virtu fjármálafyrirtæki. Dag einn í október þegar maðurinn var á leið til vinnu uppgötvaði hann sér til mikillar gremju að hann hafði gleymt lykilorðinu sem þurfti til að fá aðgang að leynilegum lánabókum fyrirtækisins. Til allrar lukku mundi hann fimm vísbendingar um samsetningu lykilorðsins:

- a) Summa fimmtu og þriðju tölur lykilorðsins er fjórtán;
 - b) fjórða talan er einum hærri en önnur talan;
 - c) fyrsta talan er einum lægri en önnur talan tvöföld;
 - d) summa annarrar og þriðju tölunnar er tíu;
 - e) summa allra talnanna fimm er 30.
- Hvert er lykilorðið (tölurnar fimm í rétttri röð)?

Svörin eru á bls. 46.



STÆRÐFRÆÐI er rökvisindi sem beitir ströngum, rökfræðilegum aðferðum til að fást við tölur, rúm, ferla, varpanir, mengi, mynstur, breytingar o.þ.h. Einnig er stærðfræði sú þekking sem leidd er út með rökréttum hætti frá ákveðnum fyrirframgefnum forsendum sem kallaðar eru frumsendur. Þeir sem starfa við rannsóknir og hagnýtingu á stærðfræði eru kallaðir stærðfræðingar.

Þrátt fyrir að stærðfræðin sé ekki náttúruvísindagrein þar eð stærðfræðingar gera ekki athuganir eða tilraunir á náttúrunni er hún ein helsta undirstöðugrein allra raunvísinda, verkfræði og hagfræði. Hvergi hefur þó orðið jafn sterk samsvörun milli stærðfræðinnar og hins raunverulega heims og í eðlisfræði. Uppgötvanið stærðfræðinga á nýjum stærðfræðilegum fyrirbærum virðast oft hafa litla tengingu við raunveruleikann þegar þær eiga sér stað, en leiða jafnoft til framfara í tilteknum vísindagreinum.

- Wikipedia

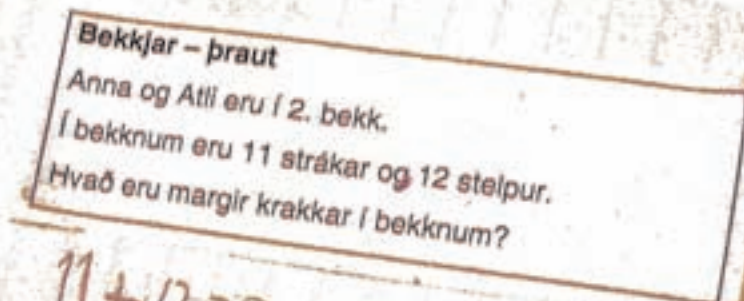
Þrauta- kennsla

Erfitt

er að gera sér í hugar-
lund að nám geti farið fram án hugsunar. Þó svo að hægt sé að læra utanbókar verður námið ekki merkingarbært nema hugsun komi við sögu. Stærðfræðikennsla byggð á skilningi barna, skammstöfuð SKSB, (e. Cognitively Guided Instruction (CGI)) er byggð á rannsóknum á þróun stærðfræðihugsunar hjá börnum og kennslu-aðferðum sem hafa áhrif á þá þróun. Hún byggist einnig á þekkingu og viðhorfi kennara sem áhrif hafa á kennsluhætti þeirra og hvernig þekking, viðhorf og framkvæmd verða fyrir áhrifum af skilningi kennara á stærðfræðihugsun nemenda (Carpenter o.fl. 1999).

SKSB kennsluáðferðin byggist á þeirri hugmynd að ef börn fá tækifæri til að útskýra hugsun sína fyrir öðrum börnum undir leiðsögn kennara og skiptast á skoðunum um mismunandi aðferðir öðlist þau nýja þekkingu og hæfni (Bruner, 1996; Vygotsky, 1978).

Frá árinu 1996 hef ég tekið þátt í að þróa kennsluhætti sem byggjast á þessum hugmyndum og rannsóknum.



Ég legg
vikulega fyrir

nemendur mína þrautir sem tengjast reynslu þeirra. Hver og einn leysir þrautina á eigin forsendum og fær að nota þær aðferðir sem honum henta. Þegar nemendur hafa reynt sig við þrautalausnir um stund ræða þeir saman um aðferðir sínar og skiptast á skoðunum. Ég hlusta á börnin og leiði þau áfram með spurningum.

Í þessari grein verður útskýrt hvernig kennari undirbýr og skipuleggur kennslustund í anda SKSB þar sem nemendur fá tækifæri til að leysa stærðfræðiþrautir á eigin forsendum. Við skipulagningu kennslunnar þarf kennari að ganga út frá þroska, þörfum og áhugasviði nemenda. Hugtakið fjölhæfur er nýsmíði mín og vísar til þess að innan hvers nemendahóps eru börn með ýmsa hæfileika og að allir hæfileikar séu metnir að jöfnu innan skólans.

Undirbúningur kennslunnar

Við undirbúning kennslu í þrautalausnum þarf kennari fyrst að íhuga markmið kennslustundarinnar. Hann þarf að velja þrautir í samræmi við

markmiðin og *hæfi* nemendahópsins. Gott er að eiga safn þrauta á rafrænu formi sem hægt er að laga að daglegu lífi nemendahópsins, samþætta öðrum verkefnum og aldri og þroska nemenda. Hæfilegt er að taka fyrir tvær þrautir í kennslustund og prenta þær út fyrir allan hópinn. Sú fyrri þarf að vera auðleysanleg og upphitun fyrir þá seinni sem á að ögra flestum nemendum. Æskilegt er að söguþráður eða þema gangi í gegnum þrautirnar þannig að seinni þrautin sé framhald af þeirri fyrri og sömu tegundar þó báðar geti staðið sjálfstæðar. Dæmi:

1. Anna og Atli eru í 2. bekk.
Í bekknum eru 11 strákar og 12 stelpur.
Hvað eru margir krakkar í bekknum?
2. Í 2. A eru 16 börn
Í 2. B eru 19 börn
Í 2. C eru 21 barn,
Í 2. D eru 20 börn
og í 2. E eru 17 börn.
Hvað eru mörg börn í 2. bekk?

Kennari þarf að vera viðbúinn að í hópnum séu nemendur sem þurfa frekari örvun og hafa tilbúna þrautir til vara. Huga þarf bæði að nemendum sem eru seinir í rökþroska og þeim sem búa yfir sérstakri hæfni í rökþroska. Ef til vill þarf að einfalda fyrstu þrautina með því að lækka tölur og nota nöfn viðkomandi einstaklinga til að koma þeim af stað. Fyrir seinni hópinn þarf að hafa tilbúna flókna þraut sem hann

í fjölbæfum bekk

Krafa til barns um að hugsa án þess að byggja á eigin reynslu eða upplifun er jafn tilgangslaus og að ráðleggja því að lyfta sér af eigin rammleik. Uppsprettur hugmyndarinnar eru fyrri reynsla og þekk- ingarforði sem kemur málinu við og barnið ræður yfir. Einstaklingur sem kynnst hefur svipuðum aðstæðum og fengist við efni af svipuðum toga mun fá hugmyndir sem koma að gagni.

Dewey, 1933/1994

getur glímt við á meðan þorri nemenda er að ljúka við þær tvær þrautir sem kennarinn vill að þeir leysi og verða teknar til umræðu í lok kennslustundarinnar. Dæmi:

3. Einföld þraut:
Í hópnum hans Kalla eru 2 strákar og 2 stelpur.
Hvað eru margir krakkar í hópnum?
4. Flókin þraut:
Í fyrsta bekk eru 96 börn, í þriðja bekk eru 77 börn, í fjórða bekk eru 84 börn. Hve mörg börn í fyrsta til fjórða bekk eru að leika sér á skólalóðinni í frímínútum ef 5 krakkar eru inni í hverjum árgangi?

Þrautirnar hafa sama þema og eru þeirrar tegundar samlagningar sem nefnd er „hluti – hluti – heild,“ þar sem heild er óþekkt, í flokkun þrauta samkvæmt SKSB. Þyngsta þrautin er samsett þar sem við bætist margföldun og frádráttur.

Einfaldari þrautin er of auðveld fyrir nemendahóp í 2. bekk en getur reynst nauðsynleg til að koma sumum nemendum af stað og hjálpað þeim á meðan þeir eru að ná upp færni og sjálfstrausti. Með aðstoð kennarans geta þeir yfirfært lausnaraðferð sína í einföldu þrautinni yfir á fyrstu þraut og leyst hana. Flókna þrautin ögrar og reynir á að nemendur átti sig á að þeir þurfa að nota upplýsingar úr þraut nr. 2

til að geta lagt allar tölurnar saman. Kappsfullum nemendum finnst skammtilegt að fást við háar tölur og leysa úr flóknum verkefnum. Í þessari þraut fá þeir viðfangsefni sem heldur þeim uppteknum dágóða stund á meðan kennarinn sinnir öðrum nemendum.

Í kennslustofunni eiga nemendur að hafa aðgang að hjálpartækjum, s.s. talnagrindum, einfestukubbum, sentikubbum, tugallengjum og vasareiknum. Mikilvægt er að börnin geti valið sér hjálpartæki sem þau ráða við. Einfestukubbar reynast best í upphafi en þegar börnin eru farin að átta sig á tugakerfinu ráða þau við talnagrindur í flestum þrautum.

Flæði og skipulag kennslunnar

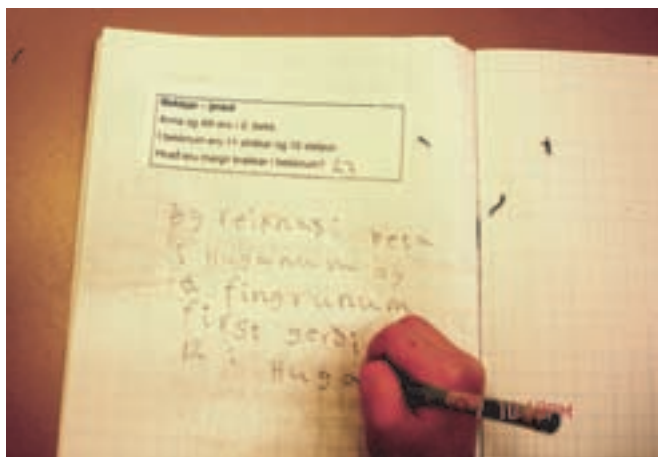
Nauðsynlegt er að ætla góðan tíma eða a.m.k. 60 mínútur fyrir þrautalausnir. Börnin sitja í litlum hópum, fjögur til sex börn saman eftir aldri. Hóparnir ættu að vera kynja- og getublandaðir til að auka fjölbreytni lausnaleyða.

Í upphafi kennslustundarinnar gefur kennarinn fyrirmæli um að börnin sækja þau hjálpartæki sem þau velja að nota við þrautalausnir og reikningsbækur. Börnin fá tíma til að prófa og handleika tækin þannig að þegar kemur að vinnunni geti þau einbeitt sér að þrautalausninni.

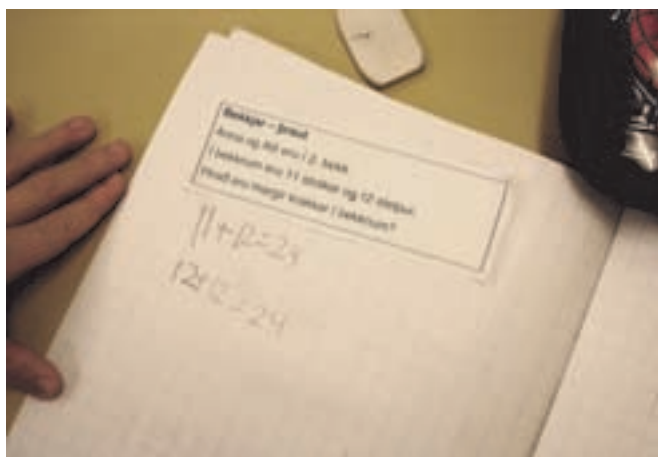
Kennarinn segir stutta sögu sem tengist þrautinni. Sagan þarf að vekja áhuga og forvitni. Þegar kemur að þrautinni í sögunni dreifir kennarinn fyrstu þrautinni. Börnin líma hana á vinstri blaðsíðu í reikningsbók af stærðinni A4 svo nóg rými sé fyrir lausnina og jafnvel fleiri flóknari þrautir sömu tegundar. Kennarinn les þrautina með börnunum og skráir línulega á töfluna fjölda og viðeigandi táknmynd eða orð þar fyrir aftan. Með því að byrja á auðveldri þraut er hitað upp fyrir ögrandi verkefni. Börnin leysa þrautina hvert og eitt á eigin forsendum. Þau börn sem skilja ekki leiðir kennarinn áfram með því að umorða, jafnvel að lækka tölurnar eða láta þau fá einfaldari þraut eins og kemur fram í kaflanum um undirbúning. Hann fylgist með börnunum og athugar hvort þau hafi leyst þrautina og útskýrt skriflega, með dæmum eða teikningu áður en hann afhendir næstu þraut. Kappsfullir nemendur geta leyst þriðju þrautina og/ eða búið til eigin þrautir og lagt fyrir sjálfa sig og aðra.

Þegar flest börnin eru búin að leysa tvær þrautir er kominn tími til umræðu. Nauðsynlegt er að gefa umræðum hæfilegan tíma, t.d. 20

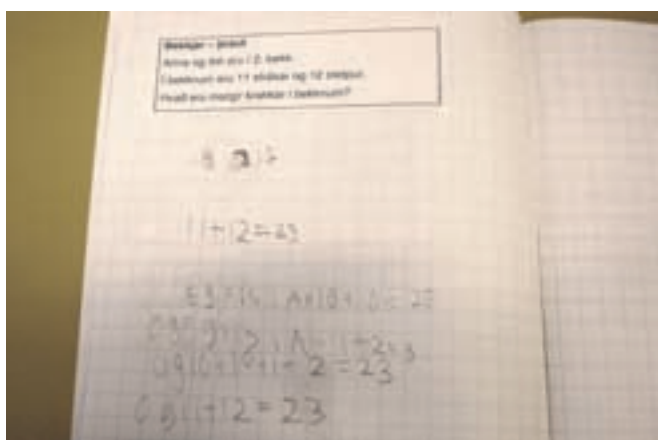
MARGRÉT ÁSGEIRSDÓTTIR, KENNARI Í MELASKÓLA Í REYKJAVÍK, SEGIR FRÁ ÞRAUTAKENNSLU Í STÆRÐFRÆÐI SAMKVÆMT SKSB KENNSLUADFERÐINNI



Nemandinn útskýrir hugsun sína þannig: „Ég reiknaði þetta í huganum og á fingrunum. Fyrst gerði ég 12 í huganum ...“ Hann er á talningarstigi þar sem hann telur áfram á fingrum 13, 14, 15 ... 22, 23. Fingurnir eru 10 og einum er bætt við.



Nemandinn notar staðreyndir sem hann þekkir um tölur. Hann veit að $12 + 12 = 24$ og að þá er $11 + 12 = 23$.



Nemandinn notar staðreyndir sem hann þekkir um tölur. Hann veit að $10 + 10 = 20$ og að $1 + 2 = 3$. Þess vegna er $10 + 10 + 1 + 2 = 23$ og $11 + 12 = 23$.

mínútur í bekkjarumræðu undir stjórn kennarans. Kennarinn metur hvora þrautina hann tekur til umræðu. Það fer eftir því hvernig nemendum gekk að leysa þrautirnar og hvaða leiðir nemendur fóru. Hann velur þrjár til fjórar mismunandi lausnarleiðir sem börnin kynna fyrir öllum hópnum. Börnin setjast á gólfíð fyrir framan töfluna til að tryggja að allir fylgist með. Byrjað er á hlutbundnu líkani sem er fyrsta stig lausnarleiða samkvæmt flokkun SKSB. Barnið sýnir með hjálpartækjum eða mynd hvernig það leysti þrautina og segir frá um leið. Kennarinn leiðir barnið áfram með spurningum um hvers vegna það noti þessa aðferð. Hann spyr síðan hópinn hvort einhverjir hafi notað sömu aðferð eða svipaða. Hann fær börnin til að tjá sig um sínar leiðir; hvað sé líkt og hvað ólíkt með þeirri sem kynnt var. Næst velur kennarinn aðferð sem er á talningarstigi. Barnið telur þá ýmist áfram eða niður. Eins og áður reynir hann að fá barnið til að færa rök fyrir aðferðinni og spyr aðra nemendur. Þriðja stigið er aðferð þar sem barnið treystir á eigin þekkingu um tölur.

Í þessari grein verður útskýrt hvernig kennari undirbýr og skipuleggur kennslustund í anda SKSB þar sem nemendur fá tækifæri til að leysa stærðfræðiþrautir á eigin forsendum.

SKSB kennsluaðferðin byggist á þeirri hugmynd að ef börn fá tækifæri til að útskýra hugsun sína fyrir öðrum börnum og skiptast á skoðunum um mismunandi aðferðir, undir leiðsögn kennara, öðlist þau nýja þekkingu og hæfni.

Kennarinn nýtir sér umræður barnanna, leiðir þau áfram og bætir við þekkingu þeirra. Hann notar lausnarleiðir barnanna og spyr hvort hægt sé að búa til dæmi með tölum eftir leiðunum. Kennarinn kynnir merki, tákn, dæmi, jöfnu og/eða algebru.

Eftir því sem börnin þjálfast í að útskýra lausnarleiðir sínar getur kennarinn nýtt sér fjölbærni hópanna og látið börnin fjalla um þrautirnar í litlu hópnum. Ágætt er að byrja á að láta sessunauta útskýra lausnir sínar. Næsta stig er að láta umræðuna ganga hringinn í fjölbæfa hópnum þannig að börnin átti sig á að til eru margar leiðir að sömu lausninni. Kostirnir við umræðuna í litla hópnum er að hún er lýðræðisleg og öll börnin eru virkir þátttakendur. Kennarinn gengur á milli, fylgist með umræðum og grípur inn í með spurningum. Hann getur notað tímann til að meta frásagnir og hugsun nemenda með gátlista. Að lokum kemur allur hópurinn saman við töfluna og valdar lausnarleiðir eru útskýrðar. Með tímanum þjálfast börnin í þessum vinnubrögðum og stundum er hægt að láta hvern hóp velja eina lausnarleið sem börnin vilja ræða í bekkjarumræðu. Hópurinn þarf þá að rökstyðja val sitt þannig að tryggt sé að nemendur velji aðferð sem þeim finnst áhugaverð.

Samantekt

Hér hefur verið sagt frá hvernig kennari undirbýr og skipuleggur kennslustund í þrautalausnum. Við undirbúning þarf að setja markmið og velja þraut í samræmi við það og huga að getustigi nemendahópsins. Þrautin þarf að tengjast daglegu lífi barnanna. Gæta þarf þess að hjálpargögn séu aðgengileg í skólastofunni, t.d. einfestukubbar, talnagrindur, sentíkubbar, tugallengjur og vasareiknar. Skipulag kennslustundarinnar er þannig:

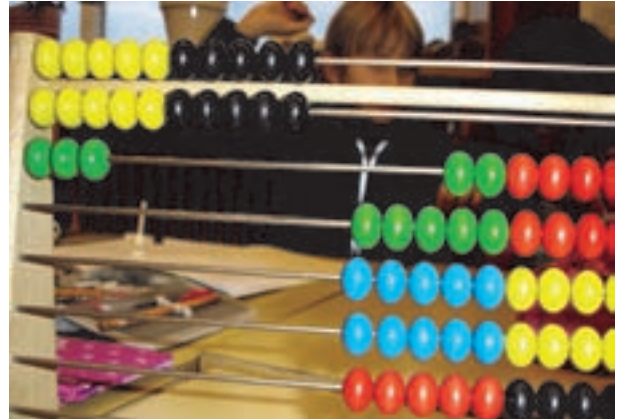
- kennslustundin er að lágmarki 60 mínútur
- börnin sækja hjálpargögn og reikningsbækur
- kennarinn segir sögu sem tengist þrautinni og afhendir fyrstu þrautina
- börnin líma þrautina inn í reikningsbók
- börnin leysa þrautina hvert fyrir sig og á eigin forsendum
- kennarinn gengur á milli barnanna og les þrautina fyrir þau sem eiga erfitt með lestur og umorðar fyrir þá sem ekki skilja eða býður þeim einfaldari útgáfu af þrautinni
- kennarinn hlustar á/les útskýringar barnanna
- kennarinn lætur börnin fá nýja þraut með hærri tölum eða flóknari eða börnin semja nýja þraut
- börnin ræða saman um lausnir sínar í litlum hópum
- kennarinn gengur á milli, fylgist með, spyr nánar út í útskýringar, velur þraut eða leyfir nemendum að velja þraut
- hópurinn sest á gólfíð við töfluna
- nokkur börn kynna lausnir sínar og útskýra fyrir hópnum
- kennarinn og börnin spyrja út í lausnirnar

Í kennslu samkvæmt SKSB kemur í ljós að þegar börn fá að leysa þrautir á eigin forsendum eykst skilningur þeirra. Þau ganga í gegnum ferli sem hefst á hlutbundinni aðferð, þróað í talningaraðferð og áfram þar til börnin fara að nota þekkingu sína á tölum við lausnina. Einhver barnanna prófa sjálfsgagt að greina tölurnar í tugi og einingar á meðan önnur halda sig við hlutlægt líkan um sinn. Börnin læra ekki öll það sama þó þau séu að fást við sömu þrautina. Þetta er einstaklingsmiðuð kennsla og í kjölfar hennar er námsmatið einstaklingsmiðuð af því að kennarinn metur framfarir barnanna og fylgist með þróun stærðfræðihugsunar þeirra en metur ekki hvort aðferðir séu réttar eða rangar.

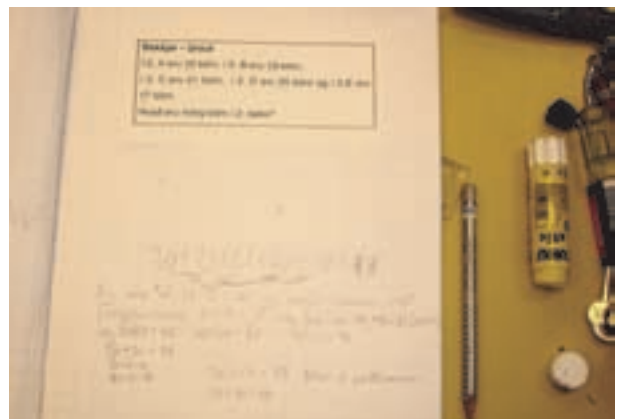
Höfundur er kennari við Melaskóla í Reykjavík, menntaður leik- og grunnskólakennari og hefur lokið M.Ed. gráðu með áherslu á kennslufræði og skólastarf.

Heimildir:

Bruner J. (1996). *The culture of education*. MA, London England: Harvard University Press.
Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., Empson, S. B. (1999). *Children's mathematics. Cognitively guided instruction*. Portsmouth NH: Heinemann.
Dewey, J. (1933/1994). *Hugsun og menntun* (Gunnar Ragnarsson þýddi). Reykjavík: Rannsóknarstofnun Kennaraháskóla Íslands.
Vygotsky, Lev S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Cole ofl. (Ritstj.). Cambridge, MA: Harvard University Press.



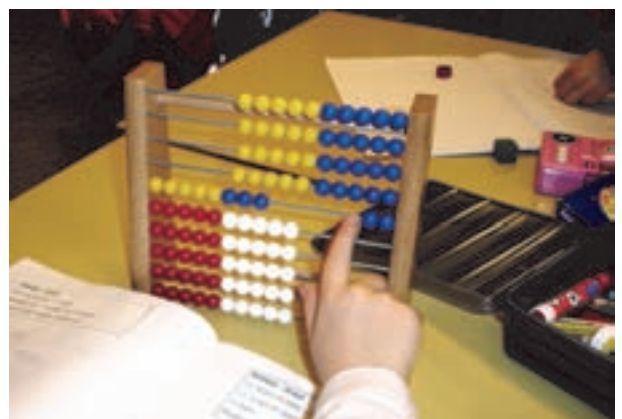
Hér útskýrir nemandinn með hlutrænu líkani að 11 kúlur og 12 kúlur eru 23 kúlur.



Hér notar nemandinn blandaðar aðferðir. Hann notar staðreyndir um tölur og brýtur tölurnar upp í tugi og einingar. Hann grípur til talningaraðferðar og telur áfram á fingrunum. Nemandinn útskýrði fyrir kennaranum hvernig hann leysti dæmið:

$$16 + 19 + 21 + 20 + 17 = 93$$

Kennarinn skráði útskýringuna eftir munnlegri frásögn nemandans: Ég vissi að $10 + 10 = 20$ og lagði saman með fingrunum $6 + 9 = 15$ og þá er $20 + 15 = 35$ (taldi) og $35 + 10 = 45$ og $45 + 10 = 55$ og $55 + 1 = 56$ og $56 + 20 = 76$ (af því að $50 + 10 = 60$ og $60 + 10 = 70$), $76 + 10 = 86$ og taldi áfram á fingrum $87, 88, 89, 90, 91, 92, 93$.



Nemandinn býr til hlutrænt líkan á talnagrind. Hann hefur náð tölum á tugakerfinu og býr til tugi til að auðvelda sér að telja heildarfjöldann. Útskýring nemandans er þannig: Fyrst gerði ég 16 svo 19 svo 21 svo 20 svo 17 = 93

SIERPIŊSKI ÞRÍHYRN- INGUR- INN



Samvinnuverkefni í 8. - 10. bekk Víkurskóla á Degi stærðfræðinnar 2009

Á Degi stærðfræðinnar 6. febrúar síðastliðinn bjuggu allir nemendur í 8. - 10. bekk Víkurskóla til Sierpiński þríhyrning. Sierpiński þríhyrningurinn er mjög þekktur *brotali* sem auðvelt er að búa til. Verkefnið er að finna í námsefninu *Átta-tíu* 6 á bls. 96-7.

Nemendur unnu þrír og þrír saman og byrjuðu á því að búa til jafnhliða þríhyrning. Þeir teiknuðu síðan annan jafnhliða þríhyrning í miðju hans, en þá mynduðust fjórir jafnhliða þríhyrningar. Þeir teiknuðu þvínaest jafnhliða þríhyrninga inn í þá alla og þannig er hægt að halda áfram endalaust.

Markmið verkefnisins voru að nemendur kynntust brotölum, ynnu með hlutföll, greindu regluleika og sæju stærðfræði í víðara samhengi. Nemendum fannst verkefnið bæði áhugavert og skemmtilegt og allir unnu af kappi eins og sést á myndunum.

Höfundur er fyrrv. stærðfræðikennari í Víkurskóla





Wacław Franciszek Sierpiński (1882 -1969) var pólskur stærðfræðingur. Sierpiński þríhyrningurinn er kenndur við hann en einnig eru til Sierpiński teppi og Sierpiński ferlar. Auk rannsókna á brotölum fékkst hann einnig við rannsóknir á fleiri sviðum, svo sem mengjafræði. Hann birti yfir 700 greinar um rannsóknir sínar og skrifaði 50 bækur.

Úr Átta-tíu 6 kennsluleiðbeiningar eftir Guðbjörgu Pálsdóttur og Guðnýju Helgu Gunnarsdóttur, Námsgagnastofnun, 2008, bls. 43.

Brotali er mynd sem hefur sama form og í upphafi þegar hún er stækkuð eða smækkuð um tiltekna hlutfallstölu. Formið myndast áfram óendanlega.

Úr *Hugtök í stærðfræði* eftir Kristínu Bjarnadóttur, Námsgagnastofnun 2008, bls. 3.



eTWINNING VERKEFNIÐ ...

Árleg ráðstefna eTwinning var haldin í Prag, 13. -15. febrúar 2009. Ráðstefnan var söguleg fyrir Ísland að þessu sinni því íslenskur skóli hafði í fyrsta sinn fengið tilnefningu til Evrópuverðlauna. Það var leikskólinn Furugrund sem fékk tilnefningu ásamt samstarfsskólum í flokki vísinda- og stærðfræði fyrir verkefnið 1, 2, buckle my shoe og hlaut 2. sæti.

Hvað er eTwinning?

eTwinning er áætlun um rafrænt skólasamstarf í Evrópu. eTwinning býður endurgjaldslaust upp á stuðning, rafræn verkfæri og þjónustu til þess að skólar geti stofnað til samstarfs í lengri eða skemmri tíma á sem einfaldastan hátt. Skráningu kennara og skóla fylgir aðgangur að eigin vefsvæði þar sem auðvelt er að finna samstarfsaðila. eTwinning verkefni eru unnin af tveimur eða fleiri kennurum frá mismunandi Evrópulöndum. Verkefnin geta verið hvernig sem er, stór eða smá, til lengri eða skemmri tíma, svo framarlega að þau falli að kennsluskrá og uppeldismarkmiðum hvers skóla.

Markmið verkefnisins

Tólf leikskólar tóku þátt í verkefninu og stóð það yfir í tvö ár, frá 2007-2009. Það var samstarfið og viðfangsefni fyrra skólaársins 2007-2008 sem verðlaunað var fyrir. Verkefnið var samvinna evrópskra kennara sem deildu með sér hagnýtum og skemmtilegum upplifunum í námi og kennslu. Markmið verkefnisins var að:

- börnin þrói með sér færni í stærðfræði og uppgötvu stærðfræðileg tengsl um leið og þau leika sér með mismunandi efnivið
- börnin fái tilfinningu fyrir tölum og öðrum stærðfræðilegum hugtökum
- hvetja börn til þess að hugsa á hlutbundinn hátt frekar en huglægan
- hvetja börnin til að kanna og uppgötva heillandi stærðfræðihugtök í spennandi samhengi og deila niðurstöðum sínum á áhugaverðan hátt með félögum sínum um alla Evrópu
- koma á samvinnu milli evrópskra kennara sem deila með sér hagnýtum og skemmtilegum upplifunum í námi og kennslu.

1, 2 buckle my shoe

Þrátt fyrir að hafa val um hvaða viðfangsefni sem er völdu allir leikskólarnir að vinna saman að þessu verkefni. Verkefninu var ætlað að styrkja grunnþætti stærðfræðinnar. Stærðfræði er samofin námskrá allra leikskólanna, þó með misjöfnum hætti eftir því hvaða leikskóli á í hlut. Fullt af nýjum, spennandi möguleikum á sviði stærðfræði hafa opnast með samstarfi skólanna. Auk þess hefur samstarfið eflt skilning innan skólanna á öðrum menningarheimum, þjóðerniskennd, málþróun, listum og föndri, tækni og framsækinni menntun; allt innan alþjóðlegs samhengis. Samstarfið veitti tækifæri til að þróa mörg hugtök úr skólastefnunni/námskránni, þar á meðal sjálfsöryggi, samvinnu og sjálfstæð vinnubrögð.

Börnin í Furugrund og vinir þeirra víða í Evrópu tókust á við áþreifanleg viðfangsefni og verklegar æfingar. Þau voru hvött til þess að hugsa á hlutbundinn hátt frekar en huglægan. Á fyrstu æviárunum þurfa börn að „upplifa“ stærðfræði frekar en að fá formlega kennslu í henni. Að fá tilfinningu fyrir tölum og öðrum stærðfræðilegum hugtökum er fyrir flest börn hæg en stöðug þróun. Börnin sem tóku þátt í þessu verkefni þróuðu með sér færni í stærðfræði og uppgötvuðu stærðfræðileg tengsl um leið og þau léku sér með mismunandi efnivið. Það hjálpar börnum að alast upp við áhuga á stærðfræði, verða örugg í upplýsingatækni og vel læs. Í verkefninu, sem stjórnaðist af athöfnum og miðlun, voru börnin hvött til að kanna og uppgötva heillandi stærðfræðihugtök í spennandi samhengi og á áhugaverðan hátt og deila eigin niðurstöðum með félögum sínum um alla Evrópu. Þau framkvæmdu nýstárlegar verklegar rannsóknir í stærðfræði, deildu reynslu sinni með öðrum þátttakendum um leið og þau þróuðu færni í upplýsingatækni.

Áhugasamir og skapandi kennarar, sem voru miðdepill þessa verkefnis, þróðu stöðugt og deildu hver með öðrum færni í uppeldis- og kennslufræði. Ákveðið var að nota sem mest frjálsan og opinn hugbúnað við framkvæmd verkefnisins. Þannig var Wiki-heimasíða til á slóðinni *twinmath.wikispaces.com*. Heimasiðan er opin og aðgengileg öllum sem áhuga hafa.

my shoe



eTwinning verkefni Furugrundar og samstarfsskóla heitir því skemmtilega nafni *1,2 buckle my shoe* og snýst um stærðfræði í leikskólum. Nafnið á verkefninu er heiti á leikskólavísu sem notuð er víða í enskumælandi löndum til þess að kenna börnum að telja. Vísan er svona:

*One two buckle my shoe
Three, four, knock at the door
Five, six, pick up sticks
Seven, eight, lay them straight
Nine, ten, a big fat hen
Eleven, twelve, dig and delve
Thirteen, fourteen, maids a-courting
Fifteen, sixteen, maids in the kitchen
Seventeen, eighteen, maids in waiting
Nineteen, twenty, my plate's empty*

Verkefninu var skipt upp í þemu sem að jafnaði náðu yfir einn mánuð í senn:

September Kynning á skólum
Október Að telja, að þekkja tölur og læra að skrifa tölustafi
Nóvember Að bera saman tölur, raða eftir stærð, meira og minna, lágar og háar tölur
Desember Að leggja saman og draga frá
Janúar Lengd, þyngd, magn,
Febrúar Rými- staða, að framan, að aftan
Mars Form og mynstur
Apríl Samanburður, t.d. stór- smár, hár-stuttur
Mai Flokkun, röð, litir, stærð, lögun o.s.frv.

Í upphafi var tekin ákvörðun um það í Furugrund að elstu börnin tækju mestan þátt í verkefninu, en samt sem áður útilokuðum við ekki þátttöku annarra aldurshópa ef vilji var fyrir hendi. Leikskólinn Furugrund hafði ekki lagt sérstaka áherslu á stærðfræði í sjálfu sér, en strax á fyrstu dögum verkefnisins urðum við vör við, án þess að við hefðum hugmynd um, að stærðfræði fléttast meira og minna inn í allt okkar daglega líf. Þannig varð eitt af okkar fyrstu verkefnum sem við birtum á heimasíðu verkefnisins þriggja ára stúlka að leggja á borð fyrir hádegisverð. Innleggið var myndupptaka þar sem stúlkan sást telja hringinn í kringum borðið hversu marga diska, hnífa, gafla og glös hún hafði látið á borðið. Þetta litla innlegg okkar vakti mikla athygli samstarfsaðila okkar og á eftir fylgdi mikil umræða með tölvupóstsendingum um það hversu langt mætti ganga í því að börn aðstoði við dagleg störf í skólanum.

Viðfangsefni barnanna okkar voru mörg hver unnin sem hluti af öðru starfi í EBV. EBV er hópastarf, sem elstu börnunum í Furugrund hefur staðið til boða í áratugi og er viðbót við annað skipulagt þema/hópastarf í leikskólanum. Sömu kennarar, Guðlaug Ólafsdóttir og Ástfríður Árnadóttir, hafa séð um EBV í meira en áratug. Það kom kennurunum ánægjulega á óvart hversu merkilegt starfið þótti bæði hér á landi og í samstarfsskólum okkar úti í Evrópu. Hversdagslegir hlutir sem gerðir hafa verið um árabil þóttu svo kennslufræðilega frábærir að eftir var tekið.

Það er að sjálfsögðu ekki hægt í svo stuttri grein sem þessari að fara að tíunda öll þau verkefni sem við unnum að. Hér verða nokkur verkefni nefnd sem eru auðveld í framkvæmd og henta vel fyrir börn á leikskólaaldri og yngstu bekkinn grunnskóla. Hægt er að nálgast öll viðfangsefni okkar og samstarfsskólanna á heimasíðu verkefnisins.

Húsnúmer

Fyrri kennslustund. Kennarar og börn fóru í gönguferð og stoppuðu fyrir utan heimili allra barnanna í hópnum. Tekin

FJÓLA ÞORVALDSDÓTTIR, SÉRKENNSLUSTJÓRI Í LEIKSKÓLANUM
FURUGRUNN, SEGIR FRÁ eTWINNING OG VERKEFNINU 1, 2 BUCKLE
MY SHOE SEM NEMENDUR OG KENNARAR SKÓLANS UNNU AÐ

var ljósmynd af barninu fyrir neðan númerið á húsinu. *Seinni kennslustund.* Kennarar og börn skoðuðu allar myndirnar með aðstoð skjávarpa og ræddu um húsin með stærðfræðihugtökum, t.d. stór/lítil hús, einbýli, fjölbýli, númer húsa.

Börn teiknuðu húsin sín, klipptu þau út og skrifuðu númer þeirra á blaðið. Börnin klipptu út mynd af sjálfum sér og límdu á blaðið. Börnin ræddu um leið hvert við annað um húsnúmerin og fram komu spurningar eins og: Er númer 3 hærra númer en 43? Af hverju er húsið með þetta númer? Hvernig eru númerin tilkomin?

Teningur – tölustafir – form

Hvað þýða punktarir á teningnum? Kennarar útskýrðu fyrir börnunum fyrir hvað punktarir standa. Kennari teiknaði einn punkt á töflu og börnin bjuggu til einn punkt með því að gera leirkúlu. Síðan koll af kolli þar til börnin voru búnir að leira sex litlar kúlur. Börnin fóru strax í það að skipta upp kúlunum á mismunandi hátt án þess að kennari hefði þar áhrif á og þannig fundu þau út að hægt væri að leggja saman og draga frá. Kennarinn skráði þá upp á töfluna tölustafi eins og þeir voru margir. Börnin leiruðu síðan tölustafina og léku sér með þá, m.a. röðuðu þeim upp og mynduðu þannig hærri númer. Á sama hátt var unnið með form. Kennarinn teiknaði form á töfluna og börnin leiruðu formin. Börnin fengu alltaf drjúgan tíma til þess að leika sér með leirinn og það sem þau höfðu formað. Í leiknum komu fram fleiri hugmyndir og börnin lærðu mörg hugtök sem þau höfðu ekki leitt hugann að áður. Í samræðum þeirra mátti heyra hve margvíslegar uppgötvanir börnin höfðu gert og hve mikilvægt það var fyrir þau að fá tækifæri til að orða hugsanir sínar og ná valdi á orðum til að tjá sig með.

Perlur og stærðfræði

Börn okkar hafa aðgang að perlum alla daga og með þeim búa þau til ýmis mynstur sem þróast jafnt og þétt eftir því sem aldur og geta þeirra leyfir. Kennarar ákváðu að nota perlur á annan hátt. Börnunum var fenginn þráður og blað með mismörgum formum í mismunandi litum. Þau voru síðan hvött til þess að þræða upp á þráðinn samlitar perlur, jafn margar og fjöldi formanna sagði til um. Börnin aðstoðuðu hvert annað og spjölluðu mikið, t.d. um litasamsetningar. Sum þeirra gátu gleymt sér um stund og sungið á meðan þau perluðu.

Lengd

Kennarar og börn ákváðu að mæla hversu langur salur leikskólans var. Börnin lögðust endilöng á gólfið, hvert á eftir öðru og það reyndist þurfa sjö krakka. Þannig var salurinn sjö krakka langur. Þetta kallaði fram umræðu um það hvort allir krakkar væru jafn langir, hvað ef þriggja ára krakkar mældu salinn, hvað væri salurinn langur þá? En ef kennararnir mældu salinn? Þetta varð til þess að beina athygli barnanna að viðeigandi mælieiningum. Börnin leituðu upplýsinga um það hvað þau voru stór við fæðingu og mældu síðan bandspotta jafn langan og klipptu niður. Hæð þeirra þann daginn var síðan mæld og þau klipptu niður jafn langan bandspotta. Þannig sáu þau hversu mikið þau höfðu stækkað. Börnin höfðu mjög gaman af þessu viðfangsefni og sýndu foreldrum sínum hróðug þessa ný uppgötvuðu staðreynd að þau hefðu stækkað „mikið“ síðan þau fæddust.

Rýmis- og afstöðuhugtök

Kennarar nota alla jafna hreyfistundir til þess að kenna börnunum hugtök yfir rými og afstöðu. Í þessu verkefni var það því sjálfsgöð leið að nota myndir frá hreyfistundum í verkefnið. Þannig er leikurinn sem felst í hreyfingunni virkjaður til þess að festa í minni þeirra hugtökin, *hægri – vinstri, að framan – fyrir aftan, yfir – undir, fyrstur – seinastur* og svo má áfram telja.

Framhald

Nálgun og framkvæmd verkefnanna eftir skólum var mjög fjölbreytt eins og sjá má á heimasíðu verkefnisins. Það vakti mikla athygli hinna skólanna hvernig við í Furugrund nýttum leikinn sem námsleið. Einnig vakti það athygli samstarfsskólanna hvað stærðfræði var samfléttuð inn í allt okkar daglega líf. Við nýttum vettvangsferðir, safnaferðir, leik úti í garði og nánast hvaða tækifæri sem gafst til þess að benda börnunum á og ræða um stærðfræðileg hugtök.

Það kom okkur í Furugrund því ekki á óvart þegar við vorum spurð hvort við vildum framlengja verkefnið um eitt skólaár. Samstarfsskólarnir höfðu áhuga á að fá að prófa leikinn sem



Hægt er að fræðast og leita frekari upplýsinga hjá Guðmundi Inga Markússyni á Alþjóðaskrifstofu Háskólastigsins á:

ask.hi.is/page/etwinning

og á aðalsíðu eTwinning í Evrópu:

etwinning.net

Wiki-vefur verkefnisins er á slóðinni:

twinmath.wikispaces.com

námsleið. Ákveðið var að hafa yfirskrift seinna ársins „Stærðfræði í umhverfi okkar.“ Eins og fyrra árið þá skiptum við skólaárinu niður eftir þemum, mánuð í senn. Við buðum fleiri skólum að vera með í verkefninu og fjölgaði um tvo leikskóla. Við skráðum verkefnið í IERN, sem er rafrænt skólasamstarf á alþjóðavísu líkt og eTwinning og í gegnum það komu til samstarfs við okkur leikskólar í New York í Bandaríkjunum og Florenceville í Kanada.

Við byrjuðum verkefnið eins og fyrra árið á kynningu á menningu okkar og „Twinklick“ teiknimyndafígúrir fóru af stað í ferðalag á milli bæjarfélaganna sem skólarnir eru í. Mánaðarlega heimsóttu svo þessar figúrir bæina og voru þær m.a. í heimsókn í Kópavogi í febrúar. Þemu skólaársins 2008-2009, sem lutu að stærðfræði voru:

Október Stærðfræði og leikföngin okkar
Nóvember Stærðfræði úti í búð (í verslunum)
Desember Stærðfræði um jólin
Janúar Stærðfræði á götum úti
Febrúar Stærðfræði í eldhúsinu
Mars Stærðfræði úti í garði
Apríl Stærðfræði úti á leiksvæði eða í íþróttasalnum
Mái Stærðfræði og vatn

Við í leikskólanum Furugrund leystum viðfangsefnið eins og áður með fjölbreyttum hætti, en alltaf var leikurinn í fyrirrími. Það kom fyrir að skólarnir skiptu með sér viðfangsefnum, t.d. var ákveðið að barnahóparnir færu með mismunandi markmið út í verslun. Þannig fengum við það viðfangsefni að skoða hvert væri léttasta og hvert þyngsta grænmetið sem fæst í grænmetisdeild verslunarinnar. Hópur stúlkna tók að sér að kanna málið og var það mjög ánægjulegt og lærdómsríkt viðfangsefni.

Í mars uppgötvuðu börnin okkar að vorið kemur ekki á sama tíma hjá öllum löndum. Við gátum ekki sýnt hinum samstarfs-skólunum mikla garðrækt, en við bjuggum til snjókarla og sýndum þá framkvæmd með myndasýningu. Reyndar er það svo að snjómyndir frá Íslandi vekja allajafna mikla athygli hjá hluta af samstarfsskólum okkar því hjá þeim snjóar ekki. Þannig gerðu börnin á Möltu tilraun til þess að búa til snjókarl með því að frysta vatn og móta síðan í kúlur. Úr varð 10 cm hár snjókarl sem þau sendu okkur hróðug myndir af. Öll verkefnið má, eins og áður hefur komið fram, sjá á heimasíðu verkefnisins.

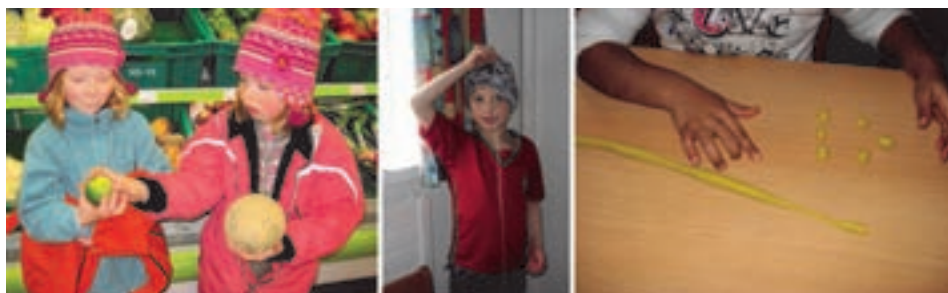
„Húsið mitt er númer ...“ >

< Hluti kennaranna sem tók þátt í verkefninu
 hittist í fyrsta sinn í Prag.



Notkun upplýsingatækni

Þróun verkefnisins efldi færni og reynslu allra þátttakenda í upplýsingatækni. Strax í upphafi settum við í Furugrund okkur það markmið að auka notkun okkar á upplýsingatækni. Við höfðum áður notað, Word, PowerPoint og Movie Maker forritin frá Microsoft í uppeldisfræðilegri skráningarvinnu. Samhliða verkefninu gerðum við átak í að auka notkun okkar á opnum og frjálsum hugbúnaði til þess að vista myndefni, stafrænar ljósmyndir, myndbönd o.fl. Til samskipta við samstarfsaðila okkar notuðum við m.a. MSN, Skype, Facebook og tölvupóst. Forritanlega býflugu (Bee Boot) keyptum við og notum mikið. Gagnvirkir leikir á Veraldarvefnum auk nokkurra stærðfræðiforrita fyrir börn voru keyptir. Seinna samstarfsárið útbjuggum við einnig hliðarsíðu með Moodle námsstjórnunarkerfinu. Þar söfnuðum við á einn stað ýmsu gagnvirkum efni. Bæði efni sem við unnum til þess að kynna menningu og lönd hvers annars og einnig mikið af gagnvirkum stærðfræðinámssefni. Bæði börnin og kennaranir í öllum samvinnuskólunum viðuðu að sér áhugaverðu efni úr ýmsum áttum, sem safnað var saman í gagnabanka á heimasíðunni okkar twinmath.wikispaces.com



Nemendur velta fyrir sér stærð, þyngd og lögum.

Árangur og ávinningur

Þrátt fyrir ungan aldur barnanna skilaði eTwinning verkefnið 1,2 buckle my shoe góðum árangri í skapandi námi og kennsluþróun. Það má sjá á því hve hvetjandi reynsla annarra kennara virkar og hve færni á sviði upplýsingatækni hefur eflst. Hverju barni í hverjum skóla var veitt tækifæri á að eiga samskipti við önnur börn í Evrópu. Samvinna kennaranna í skólunum hefur aukið forskot þeirra í kennslufræðilegri framþróun. Viðfangsefnin sem unnin voru með samvinnu nemenda og kennara og síðan deilt með öðrum skólum, hafa veitt áhugaverð og árangursrík úrræði fyrir alla þátttakendur. Það að verkefnið er aðgengilegt á netinu hefur gert það að verkum að foreldrar hafa tekið meiri þátt í námi barna sinna og hafa meiri áhuga á skólastarfinu.

Þátttökuskólarnir bundust tryggum böndum í gegnum vinnu við frábært samvinnuverkefni og náðu að skapa frjótt samstarf milli ólíkra kennara og barnahópa. Allir hjálpuðust að, hvöttu og studdu hver annan. Hver og einn skóli

nálgaðist viðfangsefnin með skapandi hugsun að leiðarljósi. Engin ein leið var rétt og allt var tekið gilt. Börnin voru orðin spennt að sjá hvernig félagar þeirra í hinum löndunum leystu viðfangsefnin. Elstu börnin í Furugrund höfðu einnig ánægju af því að sýna yngri börnunum í skólanum hvernig þau leystu verkefnið og á hversu ólíkan hátt börnin í þátttökulöndunum nálguðust sama viðfangsefni.

Gæði verkefnisins liggja aðallega í áhrifum þeim sem krefjandi starf, sköpun og frumleg nálgun hefur haft á öll börnin sem tóku þátt í verkefninu. Stærðfræðilegur skilningur, áhugi og hvatning hefur stóraukið ánægjulega þátttöku í verkefni þar sem lögð var áhersla á nám í gegnum leik. Aukin fagleg þekking kennara hefur jákvæð áhrif á nám og kennslu í leikskólanum og hefur örugglega áhrif á starfið í framtíðinni. Þetta gaf af sér gæðameiri kennslu, börnunum til hagsbóta. Þátttakan í verkefninu leiddi einnig af sér meiri áhuga barnanna á upplýsingatækni og þeim möguleikum sem bjóðast með notkun hennar. Gleði og ánægja með þátttöku í verkefninu hefur gert börnin jákvæðari fyrir stærðfræðilegum hugtökum.

Það er gott að hafa í huga þegar unnið er með stærðfræðileg viðfangsefni, líkt og við unnum, að leyfa börnunum að nálgast verkefnið í gegnum leik. Verkefnið getur sem slíkt einnig nýst sem sameinandi afl til þess að tengja saman ólíka menningarheima. Þannig kynnast börnin aðstæðum hvers annars með því að skoða myndir frá mismunandi skólum úti í Evrópu. Viðfangsefnin ættu allir barnahóparnir að geta leyst þrátt fyrir ólíka menningarheima.

Að lokum

Verkefnið hefur vakið verðskuldaða athygli bæði hér á landi, í Evrópu og í Bandaríkjunum. Um það hefur verið fjallað í fjölmiðlum og fagtímaritum. Verkefnið hefur verið verðlaunað af landsskrifstofum sex Evrópulanda og hlotið útnefningu til Evrópuverðlauna. Það er ekki spurning að við munum halda áfram á svipaðri braut, enda viðfangsefnin mjög hentug til þess að vinna með elstu börnunum í leikskólanum. Afrakstur verkefnisins nýtist ekki bara kennurum og nemendum í Furugrund heldur einnig öðrum leikskólum hér á landi og víða um Evrópu.

Fjóra Þorvaldsdóttir

Sérkennslustjóri og verkefnisstjóri
í leikskólanum Furugrund í Kópavogi.
www.furugrund.is
www.twinmath.wikispaces.com

Mynd 10 Barn myndar þríhyrning.



Tímarnir hafa breyst og þekking okkar á vitsmunaprofna barna hefur aukist. Ekki þarf að fara mörg ár aftur í tímann til að sjá að það þótti ekki ástæða til að vinna markvisst með stærðfræði á leikskólum. Það þótti of grunnskólamiðað. Almennt var talið að ung börn hefðu ekki þann þroska sem þarf til að vinna markvisst með stærðfræði. Síðari árin þykir það hins vegar sjálfsagt að stærðfræði sé einn af þeim þáttum sem leikskólinn tekur inn í námskrá sína, auk þess að vera hluti af námi leikskólakennarans.

umhverfinu. Þegar leikskólakennari er sér meðvitaður um stærðfræði í daglegri vinnu leikskólans skapast möguleiki á að vinna markvisst með stærðfræðina í leikskólanum.

Síðastliðinn vetur starfaði ég við leikskólann Garðaborg þar sem við unnum markvisst með stærðfræði, sérstaklega talnaskilning og rúmfræði. Við notuðum þau tækifæri sem upp komu í daglegu starfi okkar. Má þar nefna sögulestur þar sem saga er lesin en síðan farið aftur í gegnum efnið og skoðað hvaða stærðfræðiumræðu það býður upp á. Útikennsla nýtist einnig vel. Þar fá börnin mismun-

Dagur stærðfræðinnar í einum leikskóla

Nú til dags horfa leikskólakennarar á marga daglega þætti í leikskólanum með gleraugum stærðfræðinnar og sjá stærðfræðina í

andi stærðfræðitengd verk efni. Þegar unnið er með talnaskilning vinna börnin með ákveðinn fjölda hluta. Þau bera hlutina saman og finna til dæmis hver er stærstur og hver léttastur. Auk þess notum við umhverfið í alls kyns þrauta- og talnavinnu.

Við á Garðaborg ákváðum að gera eitthvað sérstakt á degi stærðfræðinnar þann 6. febrúar síðastliðinn. Var ákveðið að einblína á form og rúmfræði þar sem þemað var þríhyrningar.

HVEITIHRINGIR

Á yngri deild leikskólans eru börn á aldrinum tæplega tveggja til þriggja og hálfis árs. Þar var áherslan á form almennt og rúmskynjun. Til að vinna með þessa

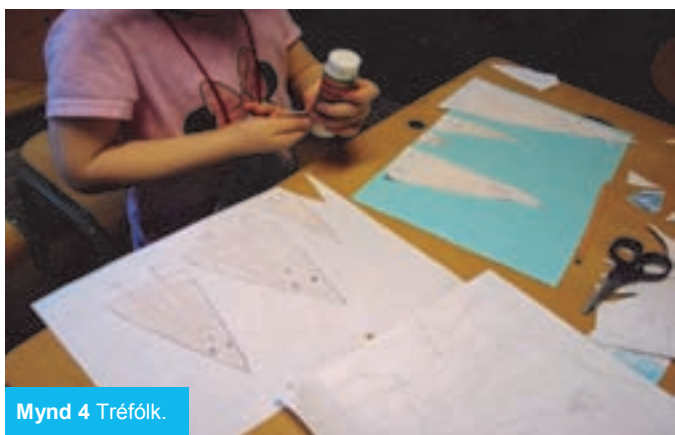
KRISTJANA STEINÞÓRSÓTTIR, LEIKSKÓLA-
KENNARI Í KRÍKASKÓLA Í MOSFELLSBÆ, SEGIR FRÁ
ÞÁTTÖKU LEIKSKÓLABARNA Í DEGI STÆRÐFRÆÐINNAR



Mynd 1 Börn að leik – Drengur notar hendur til að mynda hring í kringum sjálfan sig.



Mynd 2 Börn að leik – að upplifa rýmið í kringum sig



Mynd 4 Tréfólk.



Mynd 7 Hálsmen úr þríhyrningum.



Mynd 3 Jafnarma þríhyrningur.



Mynd 5 Þríhyrningar.

áhersluþætti ákvað starfsfólkið að hella hveiti á gólfíð og leyfa börnunum að hreyfa sig um í því. Úr þessu varð mikil gleði og hreyfing. Athyglisvert var að horfa á hvernig börnin notuðu hendur og fætur til að teikna hring (eða annað form) í kringum sig. Það var líka dansað, skriðið og hoppað. Sjá myndir 1 og 2.

Á eldri deild leikskólans eru börn á aldrinum þriggja og hálf til sex ára. Þar var unnið með þríhyrninga á mismunandi vegu og fór það eftir aldri og getu barnanna. Við byrjuðum daginn með því að tala um þríhyrninga og hvað við vissum um þríhyrninga. Yngri börnin þekktu jafnhliða og jafnarma þríhyrninga. Yngri hópurinn var ekki eins viss hvort gleiðhyrindir þríhyrningar eða rétthyrindir þríhyrningar væru yfirleitt þríhyrningar. Yngri hópurinn fékk það verkefni að teikna eða mála myndir með þríhyrningum. Eins og sjá má á myndum 3-5 var ýmislegt sem þau tengdu við þríhyrning. Athyglisvert er að flestir þríhyrningarnir sem þau teikna eru jafnarma eða jafnhliða, sem samsvarar skilningi þeirra á þríhyrningum (sjá myndir 3, 4 og 5).

HUNDAR HAFA ÞRÍHYRND EYRU

Eldri hópurinn hafði víðari skilning á þríhyrningum. Þegar rætt var um hvaða eiginleika þríhyrningar hefðu nefndu börnin form með „þrjú horn.“ Eins og með yngri börnin voru hin eldri hvött til að gefa sköpunargleðinni fjálsan tauminn. Áttu þau að búa til eitthvað sem þeim datt í hug með því að nota þríhyrninga, eða eins og börnin túlkuðu það: „klippa út myndir sem hafa þrjú horn, því þannig er þríhyrningur.“ Hundar með þríhyrnd eyru

voru vinsælt myndefni (sjá mynd 6). Ef myndin er skoðuð vel má sjá hvernig þau nýttu sér þríhyrninga á margvíslegan hátt. Brúni hundurinn efst vinstra megin á mynd 6 er t.d. settur saman úr jafnarma þríhyrningum. Einnig má sjá gleiðhyrnda þríhyrninga notaða sem eyru á miðjuhundinum í efstu röð. Þessi notkun gefur til kynna víðari skilning eldri hópsins á þríhyrningum. Sum börnin bjuggu sér til skartgripir úr þríhyrningum. Þau klipptu út mismundandi þríhyrninga og þræddu þá upp á band (sjá mynd 7). Bókstafurinn M varð fyrir valinu hjá einni „því í þeim staf er þríhyrningur“ (sjá mynd 8).

ÞRÍHYRNINGAR Í UMHVERFINU

Í samverustund var mikið rætt um hvort þau gætu notað líkama sinn til að mynda þríhyrning. Mikil umræða spannst um hvernig þau gætu gert það og síðan var

prófað (sjá myndir 9 og 10). Í útiveru var skoðað hvað á leiksvæðinu væri eins og þríhyrningur og „með þrjú horn.“ Börnin fóru á kreik og skoðuðu allt sem til var á leiksvæðinu og við tókum myndir af því sem börnin voru sammála um að væri með þríhyrning (sjá myndir 11 og 12).

Þetta var skemmtilegur og ekki síst lærdómsríkur dagur fyrir börn sem fullorðna. Stærðfræði í leikskólanum fellur vel að

Mynd 9 Þrjú börn mynda þríhyrning.



öllu því sem við leikskólakennarar og annað starfsfólk leikskólans erum að vinna að hverju sinni. Spurningin er alltaf hvernig við leggjum stærðfræðina inn.



Mynd 6 Hundar búnir til úr þríhyrningum.



Mynd 8 Bókstafurinn M.



Mynd 11 Útisvæði og þak á kofa.



Mynd 12 Útisvæði og rólugrind.

Breytingar á kennslubókum í stærðfræði fyrir 8. bekk síðasta aldarfjórðung

eftir
RANNVEIGU HALLDÓRSDÓTTUR

Rannsóknir sýna að kennarar á Íslandi eins og í mörgum löndum nýta sér kennslubækur mikið, leggja áherslu á sama efni og bækurnar og verja tímanum í réttu hlutfalli við innihald þeirra. Í þessari rannsókn eru kennslubækur þriggja mismunandi bókaflokka, sem notaðir hafa verið við kennslu í stærðfræði í 8 bekk síðasta aldarfjórðung greindar með tilliti til byggingar, inntaks, krafna um stærðfræðilega hæfni, viðhorfa til stærðfræði og kennsluaðferða. Niðurstöður greiningarinnar eru nýttar til að bera saman kennslubækurnar, skoða hvort breytingar hafa orðið á þeim og hvort þær samræmast áherslum í *Aðalnámskrá grunnskóla - stærðfræði frá 1989 og 1999*.

Inngangur

Kennslubækur gegna mikilvægu hlutverki í stærðfræðimenntun vegna hinna nánú tengsla þeirra við bekkjarkennslu. Þær leggja til efni og í hvaða röð nemendum er ætlað að læra það. Þær leggja einnig til ákveðna uppbyggingu á kennslustund með tillögum um vinnu og verkefni. Kennslubækur gegna einnig miklu hlutverki þegar litið er á endurbætur á námskrá og líta má á þær sem eitt aðaltækið til að koma endurbótum á framfæri.

Rannsóknir sýna að kennarar í mörgum löndum nýta sér kennslubækur mikið. Í TIMSS rannsókninni kom fram sterkt samband milli notkunar kennslubóka og skipulagningar bekkjarkennslu hjá kennurum. Kennarar lögðu áherslu á sama efni og bækurnar og vörðu tímanum í réttu hlutfalli við innihald þeirra (Schmidt o.fl., 2001; Schmidt, McKnight, Valverde, Houang og Wiley, 1997). Í rannsókn Pepin og Haggarty (2001) voru bornar saman kennslubækur í stærðfræði og notkun þeirra í áttunda bekk í Englandi, Frakklandi og Þýskalandi. Bækurnar voru innihaldsgreindar, fylgst var með bekkjarkennslu og talað við kennara. Niðurstöður rannsóknarinnar voru að kennslubækur gegndu miklu hlutverki í stærðfræðikennslu allra landanna en að uppbygging bókana og notkun í kennslu væri mismunandi. Á Íslandi virðist kennslubókin einnig gegna miklu hlutverki í stærðfræðikennslu. Í rannsókn Ingvars Sigurgeirssonar á hlutverki og notkun námsefnis í íslenskum grunnskólum kom fram að í stærðfræði fór 85,5% tímans í vinnu tengda kennslubókinni (Ingvar Sigurgeirsson, 1992).



Margt bendir því til að kennurum líki það öryggi er kennslubækur veita þeim. Það fellst meðal annars í því að þegar notaðir eru kennslubókaflakkar þarf kennarinn ekki að sjá um að raða efninu, gæta samræmis í framsetningu og huga að því að nemandinn hafi grunn er byggja megi á þegar nýtt efni er kynnt (Love og Pimm, 1996). Þó verður að hafa í huga að kennslufræðilegar hugmyndir, þekking á stærðfræði og markmið kennslu eru allt þættir sem hafa sýnt sig að hafa áhrif á hvernig kennarar nota kennslubækur og námskrár í vinnu sinni (Remillard, 2005; Chavez, 2003; Wilson og Goldenberg, 1998). Því er mikilvægt að skoða hvers konar viðhorf til þekkingar birtist í bókunum og á hvers konar kennsluaðferðir lögð er áhersla.

Heimspekingar hafa gegnum aldirnar velt námi fyrir sér og í því sambandi reynt að svara spurningunum um hverjir séu eiginleikar þekkingar og hvernig nám eigi sér stað. Afstaða manna til eiginleika þekkingar hefur einkennst af tveim megin viðhorfum, hlutlægni og huglægni. Þeir sem telja þekkingu hlutlæga líta svo á að hún sé óháð manninum og markmið hans hljóti að vera að komast að henni. Þeir sem aðhyllast huglægt viðhorf telja að ekki sé til þekking óháð þeim er leitar hennar, menn skynji og túlki veruleikann á mismunandi hátt.

Á 20. öld fer sálfræðin að hafa áhrif á kennslufræði og sjá má þau áhrif skýrt þegar þrjár áhrifamiklar námskenningar, atferlisstefna (e. behaviourism), gagnavinnsla (e. information-processing) og hugsmíðahyggja (e. constructivism) eru skoðaðar. Í rannsókninni er

skoðað hvort greina megí áhrif þessara námskenninga á hvers konar kennsluaðferðir lögð er áhersla í kennslubókunum sem greindar eru.

Wilson og Goldenberg (1998) sýndu að það viðhorf kennara til stærðfræði að allar þrautir bjóði upp á eingöngu réttar eða rangar lausnir getur haft mikil áhrif á hvers konar kennsluaðferðir þeir geta tileinkað sér. Slíkt viðhorf samræmist ekki kennsluháttum sem gera ráð fyrir því að nemendur geti haft mismunandi skoðanir og geti hugsanlega fundið lausn eða aðferð sem ekki er sú eina rétta (Wilson og Goldenberg, 1998). Einnig hefur verið sýnt að kennarar geta notað kennslubók án þess að aðlagja kennslu að kennslufræðilegum hugmyndum bókarinnar (Chavez, 2003).

Fyrsta námskrá fyrir barnaskóla á Íslandi kom út 1929. Stefna stjórnvalda í stærðfræðimenntun er þar sett fram sem stutt upptalning á þeim þáttum er börnin eiga að læra (*Lög um fræðslumálanefndir*, nr.19 1929; *Námskrá fyrir barnaskóla*, 1929). Fljótlega var farið að koma með ábendingar um kennsluaðferðir og námsmat í námskrám og þær endurspeglar þegar liður á 20. öld breytingar á stærðfræðimenntun sem fræðigrein, aukið vægi hennar í daglegu lífi og margs konar framhaldsnámi, auk breyttra áherslna í kennslu- og uppeldisfræði (*Drög að námskrá handa 7., 8. og 9. bekk grunnskóla. Stærðfræði*, 1974; *Drög að námskrá í stærðfræði fyrir barnafræðslustig, nefndarálit*, 1970; *Drög að námskrám fyrir barnaskóla og gagnfræðaskóla*, 1948; *Námskrá fyrir barnaskóla*, 1929; *Námsskrá fyrir nemendur á fræðsluskýldualdri*, 1960).

Námskrá gefin út árið 1989 markar að mínu áliti tímamót. Miklar breytingar eru á inntaki efnis sem ætlað er að kenna, auk þess sem mun nánar og skýrar er greint frá æskilegum kennsluháttum. Segja má að í námskránni frá 1999 og 2007 sé tekið undir öll meginmarkmið námskrárinnar frá 1989 en þau útfærð mun nánar (*Aðalnámskrá grunnskóla*, 1989; *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði*, 1999; *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði*, 2007).

Rannsóknin

Rannsóknin er tilviksrannsókn þar sem hvert tilvik er í raun kennslubækurnar og námskrár sem greindar eru. Kennslubækur þriggja mismunandi bókaflokka, sem notaðir hafa verið við kennslu í stærðfræði í 8 bekk síðast aldarfjórðung, eru greindar.

Tafla 1: Kennslubækur sem greindar eru í rannsókninni

Textabók	Fyrsta útgáfa bókarinnar	Útgáfuár bókar sem notuð er við greiningu
Talnaspejill	1982	2. útgáfa 1988
Hornalína	1985	2. útgáfa 1989
Almenn stærðfræði I	1987	4. útgáfa 1996 9. prentun 2006
Átta-tíu, 1	2005	3. útgáfa 2006
Átta-tíu, 2	2006	2. útgáfa 2007

Við greiningu bókana var þeim skipt í vinnueiningar sem hugsaðar voru sem samstætt efni er hentaði til kennslu í eina eða fleiri kennslustundir. Hverri vinnueiningu var síðan skipt upp í

blokkir eftir framsetningu efnis: Leiðbeiningar, sýnidæmi, æfingar, orðadæmi og vinnutillögur. Flatarmál blokka er mælt í fersentímetrum og þær greindar með tilliti til inntaks, krafna um stærðfræðilega hæfni og viðhorfs til stærðfræði. Kennsluaðferð hverrar vinnueiningar er einnig metin út frá gerð verkefna, vinnu nemenda og námsmati.

Niðurstöður

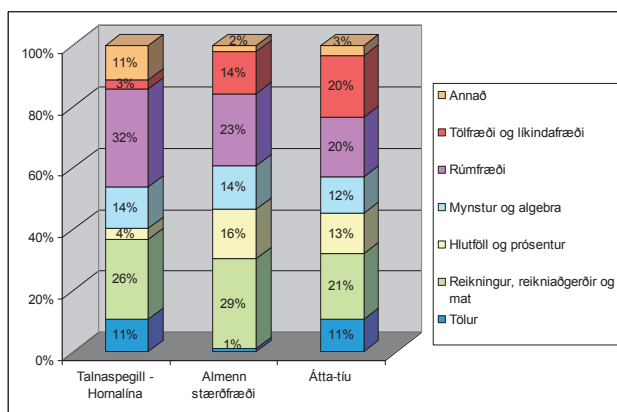
Tafla 2: Helstu niðurstöður rannsóknarinnar

	Hornalína Talnaspejill	Almenn stærðfræði	Átta-tíu
Flatarmál blokka	57178 cm ²	59680 cm ²	64953 cm ²
Gerð blokka			
Leiðbeiningar	38%	28%	19%
Sýnidæmi	1%	15%	0%
Æfingar	16%	24%	15%
Orðadæmi	39%	33%	57%
Vinnutillögur	7%	1%	9%
Inntak			
Tölur	11%	0%	11%
Reikningur, reikniaðferðir og mat	26%	30%	21%
Hlutföll og prósentur	4%	16%	13%
Mynstur og algebra	14%	14%	12%
Rúmfræði	32%	23%	20%
Tölfræði og líkindafræði	3%	14%	20%
Annað	11%	2%	3%
Hæfni			
Lesi og skilja	37%	42%	18%
Þekkja	5%	4%	4%
Nota staðlaðar aðferðir	37%	49%	45%
Kanna og leysa vandamál	12%	2%	7%
Stærðfræðileg rök/ályktanir, miðla/skýra frá	9%	2%	26%
Viðhorf til stærðfræði			
Fræðilegt	55%	56%	51%
Tengsl við dagleg líf	25%	41%	39%
Tengsl við nám og atvinnu	6%	0%	1%
Söguleg tengsl	6%	2%	3%
Skemmtanagildi	7%	1%	1%
Tengsl við menningu og listir	1%	0%	4%

Umræða

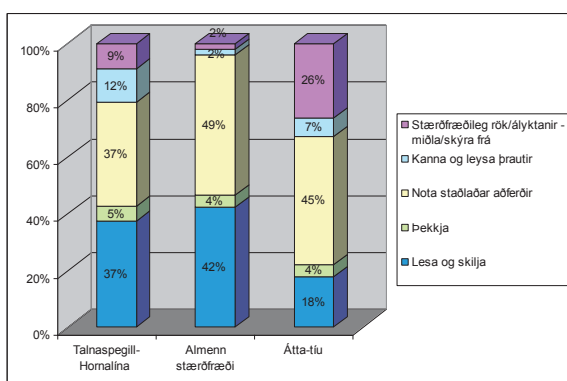
Með því að skoða framsetningu efnis, stærðfræðilegt inntak, kröfur um stærðfræðilega hæfni og kennsluáðferðir má fá góða mynd af bókunum.

Átta-tíu inniheldur alla inntakspætti sem mældir voru og eru í samræmi við námskrá í stærðfræði frá 1999. Í *Almennri stærðfræði* er lítið fjallað um tölur og umfjöllun í *Talnaspegli/Hornalínu* er mikil um rúmfræði en lítil um hlutföll og prósentur og tölfræði og líkindafræði (Mynd 1).



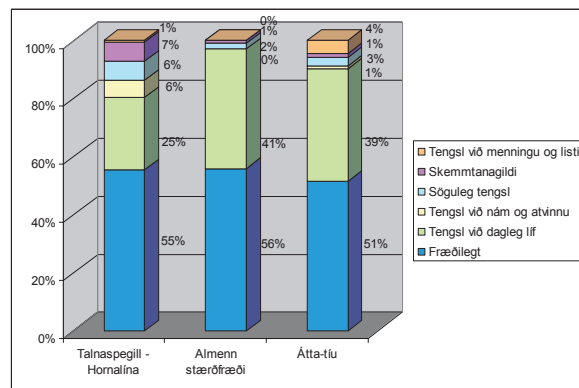
Mynd 1: Inntak

Mikill munur er á kröfum sem gerðar eru um stærðfræðilega hæfni nemenda í bókunum. Í *Almennri stærðfræði* þurfa nemendur fyrst og fremst að lesa, skilja og nota staðlaðar aðferðir. Í *Talnaspegli/Hornalínu* reynir á þá þætti en einnig dálítið á það að kanna og leysa þrautir, draga ályktanir, setja fram stærðfræðileg rök, miðla og skýra frá. Í *Átta-tíu* reyna mun færri verkefni einungis á lestur og skilning en í hinum bókunum. Nemendur þurfa að beita stöðluðum aðferðum og leysa þrautir en mikil áhersla er lögð á að nemendur dragi ályktanir af vinnu sinni, færi fram rök, miðli og skýri frá en það aðgreinir þessa bók frá hinum (Mynd 2).



Mynd 2: Hæfni

Viðhorf til stærðfræði eru einnig mismunandi. Í *Talnaspegli/Hornalínu* og *Átta-tíu* birtist stærðfræði í margvíslegum tengslum við umhverfið. Fjallað er um efnið fræðilega, það tengt daglegu lífi, námi og atvinnu. Í *Talnaspegli/Hornalínu* eru tengsl við sögu og skemmtun áberandi en tengsl við listir og menningu áberandi mest í *Átta-tíu*. Í *Almennri stærðfræði* eru viðhorf til stærðfræði fyrst og fremst tengd fræðilegri umfjöllun og daglegu lífi (Mynd 3).

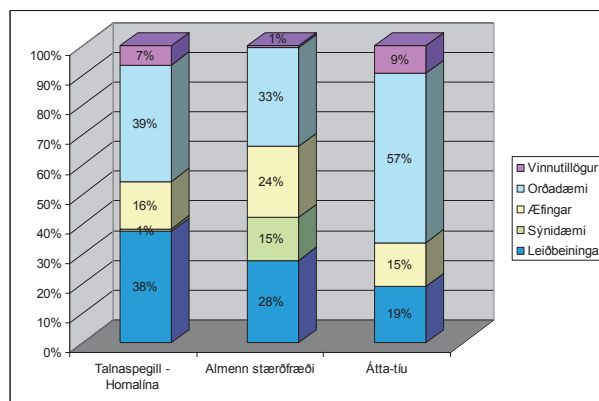


Mynd 3: Viðhorf til stærðfræði

Áhrifa kennslufræði í anda atferlisstefnu, gagnavinnslu og hugsmíðahyggju má greina í bókunum:

- Í *Almennri stærðfræði* er kennsla mjög í anda atferlisstefnu. Nemendum eru gefnar allar aðferðir sem þeir þurfa að nota við lausn verkefna og eiga að vinna í samræmi við þær og rétt svör eru gefin við öllum verkefnum.
- Í *Talnaspegli* er vinna byggð á greinargóðum útskýringum en jafnframt er oft leitast við að láta nemendur byggja smám saman upp hugtakaskilning sinn með ályktunum sem þeir draga af vinnunni. Skýrt er að hvers konar færni er stefnt og rétt svör eru gefin við öllum verkefnum. Hugmyndir gagnavinnslu tel ég oft endurspeglast í verkefnum bókarinnar.
- Í *Hornalínu* er vinna hins vegar oft í anda hugsmíðahyggju. Nemendur byggja upp skilning sinn með vinnu verkefna sem oft krefjast hlutbundinnar vinnu, uppgötvana og samvinnu við aðra nemendur. Verkefni geta haft eitt rétt svar, ýmsar lausnir eða verið án uppgefina svara.
- Hugsmíðahyggja einkennir hins vegar kennslu *Átta-tíu*. Nemendum eru almennt ekki gefnar reglur og aðferðir heldur eiga þeir að byggja upp skilning sinn með margvíslegri vinnu, leita mismunandi lausna, draga ályktanir af vinnu, færa rök fyrir þeim og tjá skoðanir sínar. Rétt svör eru gefin við mörgum verkefnum en algengt er að margar lausnir komi til greina.

Framsetning efnis er nokkuð misjöfn í bókunum en athyglisverðast tel ég að vægi útskýringa og sýnidæma hefur minnkað og er mun minna í *Átta-tíu* en eldri bókum (Mynd 4).



Mynd 4: Gerð blokka

Þetta endurspeglar líklega þá áherslu að nemendur nýti sér upplýsingar til að byggja upp eigin þekkingu og uppgötvu aðferðir og reglur en fái þær ekki gefnar upp þannig að mögulegt sé að fylgja þeim án mikils skilnings á efninu. Umfjöllun um nýtt efni í *Átta-tíu* hefst oft á rannsókn og virðist svipuð uppsetningu franskra kennslubóka eins og Pepin og Haggarty (2001) lýsa þeim.

Í *Átta-tíu* eru minni útskýringar og meiri áhersla er lögð á að nemendur færi rök fyrir og dragi ályktanir af vinnu sinni. Gerð er krafa um annars konar vinnubrögð nemenda en í *Almennri stærðfræði*. En þessi efnistöð gera einnig kröfu um annars konar vinnubrögð kennara. Ég tel að við kennslu *Átta-tíu* reyni meira á stærðfræðiþekkingu kennara. Þeim eru ekki gefnar allar aðferðir og öll svör eins og í *Almennri stærðfræði*. Þótt góðar kennsluleiðbeiningar fylgi *Átta-tíu* eru þær ekki stærðfræðikennslubók fyrir kennara heldur fremur réttlætning og rök fyrir efnistöðum bókarinnar. Þetta gæti kallað á aukna endurmenntun í stærðfræði fyrir þá kennara sem hingað til hafa treyst mikið á leiðbeiningar og sýnidæmi eins og í *Almennri stærðfræði* en ætla nú að kenna *Átta-tíu*.

Þegar þessar niðurstöður greininga á kennslubókunum eru skoðaðar í samhengi við þróun námskrár er óhætt að fullyrða að *Talnaspeggill/Hornalína* endurspeglar á margan hátt markmið stærðfræðimenntunar eins og þau eru sett fram í námskrám frá 1989 og 1999 og mun betur en *Almenn stærðfræði* sem þó hefur verið ráðandi kennslubók frá útgáfu námskrárinnar 1989 þar til *Átta-tíu* var gefin út 2005. Ég tel, að *Átta-tíu* taki til allra meginmarkmiða gildandi námskrár á Íslandi og að hún sé verulega frábrugðin *Almennri stærðfræði*, sem mest hefur verið notuð við stærðfræðikennslu síðustu tvo áratugi. Fróðlegt verður að sjá hvort *Átta-tíu* nái að vinna hylli kennara og nemenda. Ef það tekst geta markmið opinberrar námskrár í stærðfræði endurspeglast á virkan hátt í skólalastarfi.

Höfundur, Rannveig Halldórsdóttir, er grunnskólakennari, hefur kennt við Rimaskóla, Safamýrarskóla, Ingunnarskóla og Valhúsaskóla en vinnur nú að sjálfstæðum verkefnum auk þess að kenna við Seljaskóla. Hagsmunatengsl engin.

Hægt er að skoða rannsóknina í heild sinni á: skemman.is/bitstream/1946/2014/1/lok9.pdf

Heimildir:

- Aðalnámskrá grunnskóla* /1989.
Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði /2007.
Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði /1999.
 Anna Kristjánsdóttir, Ásgerður Magnúsdóttir, Björg Birgisdóttir, Ingólfur Ármannsson og Kristín Bjarnadóttir. (1988). *Talnaspeggill* (2. útgáfa). Reykjavík: Námsgagnastofnun.
 Anna Kristjánsdóttir, Ásgerður Magnúsdóttir, Björg Birgisdóttir og Kristín Bjarnadóttir. (1989). *Hornalína* (2. útgáfa). Reykjavík: Námsgagnastofnun.
 Björk, L. E., Björkstén, C., Brolin, H., Ernestam, A. og Ljungström, L. F. (1996). *Almenn stærðfræði fyrir grunnskóla I* (4. útgáfa 1. bindi). Reykjavík: Námsgagnastofnun.
 Chavez, O.L. (2003). *From the textbook to the enacted*

- curriculum: Textbook use in the middle school mathematics classroom*. Óbirt doktorsritgerð, University of Missouri, Columbia. Sótt 31. júlí 2008 af <http://web.missouri.edu/~chavez/dissertation/dissertation.pdf>.
Drög að námskrá handa 7., 8. og 9. bekk grunnskóla. Stærðfræði /1974.
Drög að námskrá í stærðfræði fyrir barnafræðslustig, nefndarálit /1970.
Drög að námsskrám fyrir barnaskóla og gagnfræðaskóla /1948.
 Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir. (2006). *Átta - tíu 1* (3. útgáfa 1. bindi). Reykjavík: Námsgagnastofnun.
 Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir. (2007). *Átta - tíu 2* (2. útgáfa 2. bindi). Reykjavík: Námsgagnastofnun.
 Ingvar Sigurgeirsson. (1992). *The role, use and impact of curriculum materials in intermediate level Icelandic classrooms. A thesis submitted for the degree of doctor of philosophy at the University of Sussex*. University of Sussex, Sussex.
 Love, E. og Pimm, D. (1996). *'This is so': a text on texts*. Í A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick og C. Laborde (Ritstj.), *International handbook of mathematics education* (bls. 371-409). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
Námskrá fyrir barnaskóla /1929.
Námsskrá fyrir nemendur á fræðsluskýldualdri /1960.
 Pepin, B. og Haggarty, L. (2001). *Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: a way to understand teaching and learning cultures*. Zentralblatt fuer Didaktik der Mathematik, 5(33), 158-175.
 Remillard, J. T. (2005). *Examining key concepts in research on teachers use of mathematics curricula*. Review of Educational Research, 75(2), 211-246.
 Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Houang, R. T., Wang, H., Wiley, D. E. og Cogan, L. S. (2001). *Why schools matter; a cross-national comparison of curriculum and learning*. San Francisco: Jossey-Bass.
 Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Valverde, G. A., Houang, R. T. og Wiley, D. E. (1997). *Many visions, many aims: a cross-national investigation of curricular intentions in school mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
 Wilson, G. S. og Goldenberg, M. P. (1998). *Some conceptions are difficult to change: One middle school mathematics teachers' struggle*. Journal of Mathematics Teacher Education, 1, 269-293.

Í grein þessari fjalla ég um eigin stærðfræðikennslu og samstarf við þrjá samkennara mína um hana. Ég mun leitast við að varpa ljósi á með hvaða hætti rannsóknir á því hvernig nemendur læra stærðfræði höfðu áhrif á kennsluhætti mína. Það sem styrkti þessa þróun var náið samstarf okkar fjögurra kennara í yfir 10 ár, þar sem við lærðum saman með því að ígrunda kennslu okkar og deila reynslu okkar úr stærðfræðikennslunni hver með öðrum. Í upphafi gef ég dæmi úr kennslustund í 7. bekk til að veita innsýn í kennsluhætti sem hafa þróast í nánú samstarfi okkar. Þá mun ég fjalla lítillega um þær rannsóknir sem urðu kveikjan að nánú samstarfi okkar og breyttum kennsluháttum og að lokum fjalla um hvernig samtarf okkar þróaðist.

GAMAN, GAMAN samvinna kennara og breyttir kennslu- hættir

Dæmi úr kennslustund

Nemendur í 7. bekk voru að leysa verkefni um prósentur í *Geisla* 3 og ákvað ég að semja þraut um bekkinn til stuðnings fyrir nemendur við að öðlast skilning á prósentuhugtakinu (sjá Lausnir 1-3). Nemendur unnu saman í litlum hópum eða hver fyrir sig, eftir því sem þeim þótti best. Eftir u.þ.b. 15- 20 mínútur voru bekkjar- umræður um mismunandi lausnaleyðir þar sem þrír nemendur sem ég valdi, útskýrðu einn í einu á töflunni og rökstuddu mismunandi lausnaleyðir sínar. Síðan var rætt um þær og t.d. hvort nemendur skildu hvað verið væri að gera og hvort þeir hefðu leyst þrautina á svipaðan hátt. Þegar búið var að fjalla á þennan hátt um þrjár mismunandi lausnaleyðir spurði ég hvort hægt væri að leysa verkefnið á fleiri veginum.

Edda sagði upphátt úr sætinu sínu: „ef 1% eru 0,22 nemendur, hvað eru þá 18 nemendur mörg prósent? En það gengur ekki að segja $18 \times 0,22$?“

Rúnar bætti við: „því 22 er 100%.“

Ég hvatti nemendur til þess að hjálpa henni. Síðan endurtók ég það sem nemendurnir sögðu, svo allir í bekknum heyrðu og gætu spreytt sig.

Edda sagði: „ $0,22 = 1\%$ þá eru 2,2 nemendur = 10% og 22 nemendur = 100%.“

Ég spurði þá hvað 18 nemendur væru mörg prósent. „Hvað þarf að athuga?“

Þór svaraði: „ $0,22 \times 18$,“ hugsaði sig um og sagði svo „nei, það gengur ekki.“

„Hvers vegna gengur það ekki?“ spurði ég.

Freyr svaraði að við vissum ekki hvað 18 eru mörg prósent af heildinni.

Edda og Þór sátu hlið við hlið og veltu þessu fyrir sér saman. **Þá sagði Edda:** „ $0,22 \times$ hvað er jafnt og 18 eða $18/0,22$ hvað er það mikið?“

Ég hvatti þá alla nemendur til þess að nota vasareikna til þess að finna lausnina. Þegar lausnin var fundin ræddum við um hvort ætti að hækka upp eða ekki.

Þraut: Í bekknum eru 22 nemendur, 18 þeirra eru KR-ingar. Hve mörg prósent nemenda eru KR-ingar?

Lausn 1:

50 % = 11 nem.

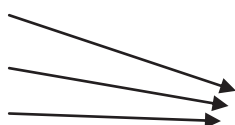
25 % = 5,5 nem.

10 % = 2,2 nem.

5 % = 1,1 nem.

2,5 % = 0,55 nem.

0,55 nem. + ____ = 18,70 nem.



$50\% + 25\% + 10\% = 18,7 \text{ nem.}$

$18,7 - 0,55 = 18 \text{ nem.}$ $85\% - 2,5\% = 82,5\%$ eru 18 nem.

Til umhugsunar um kennsluhætti

Þessi frásögn er dæmi um hvernig margir nemendur hjálpast að við lausn á erfiðu verkefni með því að hugsa upphátt og ræða saman. Kennarinn spyr nemendur og hvetur þá til þess að hjálpast að og reynir þannig að styðja þá og styrkja við lausnaferlið til þess að þeir gefist ekki upp. Hann spyr hvetjandi spurninga og á meðan reynir hann sjálfur að skilja hvernig nemendur hugsa. Það getur tekið langan tíma og þá heldur hann áfram að spyrja og hvetur nemendur til þess að spyrja líka og koma með ábendingar. Þannig tókst í sameiningu að ljúka við þrautina með þessari lausnaleið, þ.e. með því að ganga út frá 1%, sem reyndist frekar flókin og óhlutbundin („abstrakt“) lausnaleið fyrir nemendur. Þarna voru duglegir nemendur í vandræðum. Nokkrir aðrir nemendur leystu þetta á hlutbundnari hátt með því að „þrepa“ sig áfram, t.d. 50% eru 11 nemendur og 25% eru 5,5 nemendur o.s.frv., sjá Lausn 1. Allir í bekknum hlusta á umræðurnar, þannig að ef einhver skilur ekki hvað er verið að fást við, þá fær hann tækifæri til þess að spyrja frekar og fá nánari útskýringar. Í skólastofunni ríkir það viðhorf að það sé eðlilegt að spyrja til þess að öðlast skilning og eðlilegt að gera mistök því allir læri af því að skoða þau saman. Nemendur gefast ekki upp heldur halda áfram að reyna. Næstu daga var haldið áfram að fást við prósentur og hlutföll.

Þeir kennsluhættir sem hér hefur verið

lýst einkennast af því, að nemendur vinna saman og læra hver af öðrum. Þeir takast sameiginlega á við krefjandi verkefni og glíma við að nota þekkingu sína og skilning á táknmáli og lögmálum stærðfræðinnar til að leysa það. Samkvæmt kenningum um félagslega hugsniði er nám bæði tileinkun einstaklingsins og þátttaka hans í félagslegu samhengi. Nemendur nota mismunandi tákni eða orð og læra hver af öðrum að nota þau og gera að sínu, en ekki er víst að allir skilji þau samt eins. Þátttaka í félagslegum athöfnum í skólastofunni hefur það gildi að þar eru það tungumálið og samskiptin sem ákveða hvað nemandinn hugsar og lærir (Skott og fl., (2008)). Hlutverk kennarans er líka mikilvægt við að koma á ákveðnum félagslegum hefðum í stærðfræðikennslustundum og skapa menningu í skólastofunni sem hvetur til náms.

Upphafið að breyttum kennsluháttum

Sumarið 1995 fór ég á námskeið í Kennaraháskóla Íslands um rannsóknir á skilningi ungra barna á tölum og reikniadgerðum. Námskeiðið stóð í eina viku og stjórnandi námskeiðsins Donald L. Chambers kom frá háskólanum í Madison, Wisconsin. Þar var í gangi rannsóknarverkefni sem hlaut heitið “Cognitively Guided Instruction (CGI)” og þýtt var á íslensku „Stærðfræðikennsla byggð á skilningi barna (SKSB)” (Carpenter, Fennema, Franke, Levi og Empson (1999)). Á námskeiðinu voru kynntar niðurstöður rannsókna um það hvernig

ungir nemendur hugsa við lausnir stærðfræðiverkefna og getu þeirra til að leysa þau, hvernig stærðfræðihugsun barna þróast og hvernig hægt er að hjálpa nemendum að byggja upp hugmyndir sínar innan frá. Niðurstöður rannsóknanna leiddu í ljós, að þróun skilnings barnanna byggir á þroska þeirra og fyrri reynslu og öll fylgja þau svipuðu ferli. Rannsakendur settu fram viðmiðunarramma til þess auðvelda kennurum að meta hvernig nemendur hugsa um heilar tölur og lýsa hvernig þessi hugsun þróast með tímanum (Carpenter o.fl. (1999)).

Námskeiðið var mjög fróðlegt og skemmtilegt. Þátttakendur prófuðu að semja mismunandi þrautir og horfðu á myndbönd af börnum sem voru að leysa ýmsar gerðir af verkefnum. Mér fannst mjög merkilegt að horfa á bandarísku börnin leysa þrautir á allt annan hátt en ég var vön að sjá hjá nemendum mínum.

Þar sem ein dóttir mín var fimm ára, eins og mörg börnin á myndböndunum, ákvað ég að prófa að leggja fyrir hana svipaðar þrautir heima. Mér fannst frábært að sjá að hún leysti þær á mjög svipaðan hátt og börnin á myndböndunum og fannst mér það styðja enn frekar við það sem rannsóknirnar sýndu. Með mér á námskeiðinu var kennari úr mínum skóla, María Sophusdóttir, sem var að fara að kenna í 1. bekk næsta skólaár eins og ég. Hinum fyrstu bekkjunum kenndu Edda Pétursdóttir og Valgerður Hallgrímsdóttir og unnum við upp frá því saman í árgangi í tíu ár. Fyrstu sjö árin, eða í 1.-7. bekk, vorum við allar með sama nemendahópinn. Síðan tókum við annan nemendahóp frá 5. – 7. bekk.

KRISTJANA SKÚLADÓTTIR, KENNARI Í
MELASKÓLA Í REYKJAVÍK, SEGIR FRÁ SAMSTARFI
STÆRÐFRÆÐIKENNARA OG KOSTUM ÞESS Í KENNSLU

Lausn 2:

Halda með KR	Heildarfjöldi nemenda
18	22
9	11
36	44
72	88
81	99

Svarið er rúmlega 81% nemenda halda með KR í bekknum. (Útskýring KS: Þarna er nemandi að reyna að komast upp í 100 með 22, því 22 er 100%).

Lausn 3

2 – 4 – 6 – 8 – 10 – 12 – 14 – 16 – 18 – 20 – 22

18 = 9/11 og 9 x 9 = 81 og 9 x 11 = 99. Því er svarið 82 %

(Frekari útskýring nemanda: 18 er níunda talan af 11 tölum).

Samstarfið

Í upphafi samstarfs okkar (1995) vorum við allar tilbúnar að prófa þekkingu okkar á lausnaleiðum barna en við fórum mishratt af stað, vegna mismunandi undirbúnings, sýnar og áhuga á stærðfræðikennslu. Áhugi okkar og umræður um lausnaleiðir nemenda og skilningur okkar á þeim jókst smátt og smátt, þar sem við mátuðum lausnaleiðir nemenda okkar við töflur Carpenter o.fl. (1999). (Sjá einnig Kennarabók með *Einingu 2*, Mogensen og Petersen (1999) og *Einingu 7*, Mogensen og Petersen (2001)). Við skoðuðum saman og veltum fyrir okkur mismunandi lausnaleiðum nemenda og mátum á hvaða stigi þeir voru (hlutbundnu - talningarstigi eða óhlutbundnu). Svipaðar lausnaleiðir komu fram í öllum bekkjunum og styrkti það okkur í að halda áfram að vinna á þennan hátt. Við sömdum þrautir, þar sem við notfærðum okkur það sem við lærðum á námskeiðinu, og lögðum fyrir nemendur okkar. Þetta var fyrir daga *Einingar* og *Geisla* námsefnisins. Nemendur voru duglegir að leysa þrautirnar, sem margar voru erfiðar og okkur fannst þetta skemmtilegt og áhugavert og mörgum nemendum líka, sem sást í vinnubókum sumra, skrifað stórum stöfum „GAMAN, GAMAN.“

Við kennarnir fjórir, hittumst iðulega eftir kennslu til þess að ræða um stærðfræðikennsluna og lausnaleiðir nemenda og varð það oftar eftir því sem árin liðu. Varðandi þraut A (sjá einnig Lausnir 1-3) ræddum við t.d. hvaða lausnaleiðir nemenda væru hlutbundnar (lausn 1) og hverjar óhlutbundnar. Einnig ræddum við um hvernig við skildum lausnaleiðir nemenda og hvaða aðferðum þeir beittu. Það tók okkur til dæmis nokkurn tíma að átta okkur á lausn 3. Við ræddum um að gott væri að fá nemendur til að bera saman lausn 2 og lausn 3 þar sem lausnaferlið væri mjög líkt. Einnig skoðuðum við hvaða lausn væri ólíkust hinum og hvers vegna og við vorum sammála um að lausn Eddu, sem gengur út frá 1%, sýndi þróaðri hugsun en hinar. Við ihuguðum hvað við gætum gert í kennslustundum til þess að fá nemendur

til þess að þroska stærðfræðihugsun sína áfram. Það fannst okkur við gera m.a. með því að fá þá til þess að bera saman lausnaleiðir sínar, útskýra og rökstyðja svör sín og hlusta á aðra. Við vorum sammála um að engin lausnaleið væri betri en önnur og að hver lausnaleið sýndi það þroskastig sem nemandi væri á og þannig gátum við metið nemendur jafnóðum. Við ræddum hvernig best væri að vinna verkefnin þ.e. að nemendur ynnu fyrst hver fyrir sig stutta stund og síðan 2-3 saman, hvort þeir ynnu á veggspjald með tússi, á glæru eða í vinnubækurnar sínar o.s.frv. Einnig hvöttum við hver aðra til þess að halda áfram að krefja nemendur um útskýringar og að þeir hlustuðu hver á annan og okkur og reyndu að skilja ólíkar lausnir og spyrja ef eitthvað var óljóst.

Rökstuðningur

Nemendum okkar gekk vel í stærðfræðinni og sýndu framfarir á milli ára. Þeir voru jákvæðir, gáfust ekki upp og nýttu margar lausnaleiðir, allt eftir þroska hvers og eins. Það styrkti okkur í því sem við vorum að gera ásamt því að sýna okkur, að við vorum í takt við umræður á stærðfræðiráðstefnum og námskeiðum sem við tókum þátt í. *Aðalnámskrá* (1999 og 2007) studdi einnig við þá hugmyndafræði sem við vorum að vinna eftir, eins og námsefnið *Geisli* (2002) gerði síðar. Þetta voru allt góð rök fyrir okkur gagnvart öðrum kennurum og foreldrum, því við lentum oft í rökræðum við þá um kennsluhætti okkar og sýndist sitt hverjum. Við höldum sameiginlega fundi fyrir alla foreldra árgangsins þegar fyrsti hópur okkar var í 3. bekk og síðan þegar annar hópur okkar var í 6. bekk. Á fundunum útskýrðum við kennsluhætti okkar út frá SKSB og tengdum við *Aðalnámskrá* og rannsóknir annarra fræðimanna, ásamt því að útskýra lausnaleiðir nemenda. Miklar umræður urðu á fundunum og ekki voru allir sammála. Fundirnir reyndust gagnlegir og eftir þá skildu flestir foreldrar betur áherslur okkar í stærðfræðikennslunni. Dæmi eru um foreldra sem í fyrstu voru andvígir áherslum okkar, vildu t.d. að barn þeirra lærði „hefðbundnar“

reikningsaðferðir, en snerist hugur og sýndu okkur mikinn stuðning upp frá því. Að halda kynningar- og umræðufundi um nýbreytni í skólastarfi er mun auðveldara þegar samstíga hópur kennara stendur saman og hjálpast að.

Lokaorð

Samstarf kennara með umræðum um lausnaleiðir nemenda er mjög mikilvægt til þess að styðja við þróun þeirra í starfi. Margar rannsóknir sýna áhrif náms-samfélaga á þróun kennara í starfi m.a. rannsóknir Kazemi og Franke (2004). Hjá þeim kemur m.a. fram að kennarar eflast í starfi við að deila reynslu sinni og hugmyndum um kennsluhætti til þróunar á stærðfræðihugsun nemenda. Jacobs o.fl. (2007) leggja áherslu á, að mikilvægt sé að kennarar hafi góða þekkingu á því hvernig nemendur læra stærðfræði og geti ígrundað saman mismunandi lausnaleiðir nemenda og kennsluhætti sína. Það hafi áhrif á fagþróun þeirra og þar með betri kennsluhætti fyrir nemendur þeirra. Jaworski (2006) rannsakaði einnig náms-samfélög og segir að rannsóknarsamfélög, sem skoði starf sitt saman og ræði um vandamál og erfiðleika í vinnu sinni temji sér gagnrýnið hugarfar. Þekking rannsóknarsamfélagsins og stuðningur stuðli að áframhaldandi þróun kennara í starfi.

Ég tel að það sem þurfi til að bæta kennsluhætti sé þekking á því hvernig nemendur læra stærðfræði. Einnig skiptir máli viðhorf kennarans gagnvart stærðfræðikennslunni og ekki síst góðir samkenningar, sem eru tilbúnir til að velta fyrir sér og skoða saman mismunandi lausnaleiðir nemenda og ígrunda hvers konar kennsluhættir hjálpa nemendum að þroskast þannig að hver og einn fái að njóta sín.

Að lokum vil ég þakka Jónínu Völu Kristinsdóttur fyrir yfirlestur og gagnlegar ábendingar.

[Heimildaskrá er að finna á bls. 46]

Starfendarannsókn

um stærðfræðikennslu

á miðstigi

eftir
GUÐRÚNU ANGANTÝSDÓTTUR

Í rannsókn þeirri sem hér verður greint frá kannaði ég hvernig kennsluaðferðum kennarar beittu þegar þeir tileinkuðu sér námsefni í stærðfræði, *Geisli 1* og hvort ihugun, athuganir og mat þeirra á eigin kennslu og annarra leiddi til aukinnar færni þeirra. Rannsóknin fór fram á vorönn 2004. Hún hófst í janúar og lauk í júníbyrjun. Þátttakendur hennar voru auk mín fjórir kennarar, sem kenndu nemendum í 5. bekk. Enginn þeirra hafði aðra frekari stærðfræðimenntun umfram stærðfræðinámið í kjarna í Kennaraháskóla Íslands. Yngsti kennarinn var að kenna sitt þriðja starfsár en sá elsti hafði starfað sem kennari í 12 ár. Þeir voru allir að kenna námsefnið *Geisla 1* í fyrsta sinn og höfðu fundið fyrir óöryggi við að kenna það. Þeir ákváðu í framhaldi kynningar sem ég hélt á fyrirhugaðri rannsókn að taka þátt í henni.

Aðferðir við rannsókn á eigin starfi

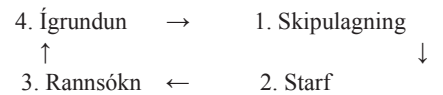
Með rannsóknunum á eigin starfi er áhersla lögð á þekkingarsköpun, þar sem fléttað er saman kennslu, skólarannsókn, þróun skólastarfs og mati á skólastarfi í eitt og sama ferlið, sem er um leið sjálfsmat til að bæta gæði skólastarfs (Fullan, 2001, Jón Baldvin Hannesson, Rósa Eggertsdóttir og Rúnar Sigþórsson, 2002). Á þennan hátt geta kennarar átt þátt í að þróa og móta nýjar hugmyndir með nemendum sínum og skapað rannsóknarmenningu innan skólans þar sem áhersla er lögð á stöðugt nám.

Þannig fær rannsakandinn tækifæri til að fylgjast með á öllum stigum rannsóknarferilsins, þar sem hans eigin störf eru til rannsóknar og hann er jafnt og þétt að ígrunda, endurskoða og bæta starf sitt eftir því sem rannsókninni vindur fram. Hafa þarf í huga að starfendarannsóknir hafa takmarkað alhæfingargildi þar sem rannsóknin endurspeglar það sem rannsakandi telur mikilvægt (Elliott, 1991, McNiff, Lomax og Whitehead, 1996).

Jaen McNiff telur að munur á starfendarannsókn og venjulegri rannsókn felist í eftirfarandi:

- starfendarannsókn krefst þess að starfið sé óaðskiljanlegur hluti rannsóknarferilsins
- faglegt gildismat rannsakanda ræður mestu um farveg rannsóknarinnar, mismunandi aðferðafræði er notuð til úrvinnslu, þ.e. bæði eigindleg og meginndleg aðferðafræði og fer það eftir rannsakanda hvaða aðferðafræði hann notar
- rannsóknin nær ætíð til rannsakandans og hans faglega starfs (McNiff, 1996, 14).

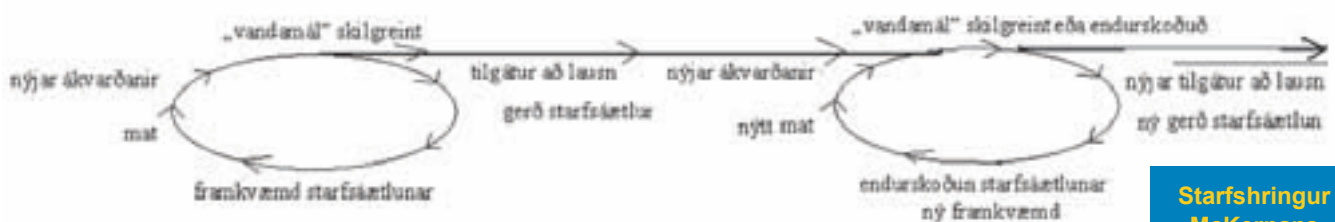
McKernan leggur áherslu á að starfendarannsóknir auki skilning á mannlegum aðstæðum og beinist að því að bæta störf þeirra sem taka þátt í henni. Hann hefur sett fram eftirfarandi grunnlíkan ferils starfendarannsóknar (McKernan, 1991, 27):



Vinnubrögðum er líkt við starfshring eða stöðuga vefju, þar sem eitt þrep tekur við af öðru. Rannsóknarferlinu er lýst sem ferli þess að skilgreina „vandamál“ eða erfiðleika, rannsaka, vinna úr gögnum, ígrunda rannsóknarniðurstöður, skipuleggja starfshætti og starfa á nýjan hátt. Þannig er hægt að fara frá einum starfshring til annars þar sem hringferlið er það sama (1991, 29).

Ferlið er endurtekið í sífellu meðan á rannsókn stendur og þannig er verið að þróa starfið með því að meta það sem gerist á hverjum tíma, endurmeta og bæta það sem þurfa þykir. Niðurstöður geta gefið kennurum betri sýn á eigið starf og hæfni þeirra til að ákveða hverju má breyta eða hvað skuli bæta ef með þarf. Þær gefa kennurum aukinn skilning á nemendum sínum og stuðla að breyttum viðhorfum þeirra til samvinnu og skólastarfsins í heild.

Fullan telur að þær umbætur sem fram fara í skólastarfi og beinast að framförum nemenda séu háðar kennaranum þar sem það er kennarinn sem framkvæmir umbæturnar. Hann leggur áherslu á að kennari átti sig á þeim breytingum sem hann tekur við rannsókn á eigin starfi. Hann telur að kennari þurfi að gera sér grein fyrir að framkvæmd rannsóknar sé ekki einungis yfirfærsla á aðferð sem hann hefur lært heldur feli hún í sér aðlögun og sjálfstæða útfærsla á vinnuaðferð. Ef vel er staðið að



Starfshringur
McKernans

rannsókninni gefur þessi þróun kennaranum vaxandi færni, sjálfsöryggi og sjálfstæði (Fullan, 2001). Hann telur að starfsþróun kennara og skólaþróun verði að fylgjast að og skólaþróun þurfi að vera hluti af faglegri þróun kennarans alveg frá því hann byrjar kennaranám og fram að starfslokum hans (Fullan, 1996).

Þegar ég hóf rannsóknina fannst mér mikilvægt að veita kennurum fræðilega ráðgjöf og stuðning, en jafnframt að setja sjálfri mér markmið með rannsókninni. Þar leitaði ég í smiðju Emely Hassel um hvernig hægt er að setja sér starfsþroska-markmið (Hassel, 1999). Þau markmið sem ég stefndi að voru:

- að kennarar átti sig á inntaki nýja stærðfræðinámsefnisins og hvers eðlis skilningur nemenda sé á því sem þeir læra
- að kennarar beiti fjölbreyttum kennsluaðferðum og noti hjálpargögn sem henti hverju sinni
- að kennarar auki fjölbreytni við námsmat
- að kennarar öðlist jákvætt viðhorf til greinarinnar
- að kennarar efli samvinnu sín á milli og þrói samskiptanet

Í rannsókninni voru farnir þrír starfshringir. Í fyrsta hring var megináhersla á hugmynd-afraði í stærðfræðikennslu, námskrá, nýtt námsefni og notkun kennslutækja í nýju námsefni. Í öðrum hring var áhersla á kennsluhætti og hlutverk kennarans í stærðfræðikennslu. Í þriðja hring var áhersla á að skoða og reyna nýjar leiðir við námsmat. Við hittumst 15 sinnum á samráðsfundum þar sem dagskrá fundanna var miðuð við þróunarferli starfendarannsóknar og faglegar umræður um stærðfræðikennslu. Hver fundur stóð oftast í einn til tvo klukkutíma. Fjallað var um hvernig nemendur tileinkuðu sér stærðfræði, stærðfræðikennslu og hvernig kennurum tókst til við að tileinka sér hugmyndafræðina á bak við námsefnið *Geisla 1*. Á fundunum dreifði ég lesefni til kennara um stærðfræðinám, stærðfræðikennslu og framkvæmd starfendarannsóknar. Ávallt fóru fram umræður um lesefnið og áttu þær sér oftast stað viku eftir að kennarar fengu afhent það lesefni sem til umfjöllunar var hverju sinni. Það var til að fá kennara sjálfa til að meta og skoða eigin kennslu og annarra og hvetja þá til þess að tileinka sér þessi vinnubrögð almennt þannig að þeir gætu sjálfir haldið áfram að hittast og ígrunda kennslu sína þegar

rannsókninni væri lokið. Tekin voru einstaklings- og hópviðtöl við kennara á meðan að rannsókn stóð. Ég hélt dagbók, fór í vettvangsathuganir til kennaranna, lagði spurningalista fyrir þá, fann til lesefni til að auka þekkingu þeirra á stærðfræði, stærðfræðinámi og starfendarannsóknunum. Kennarar skoðuðu eigin kennslu með því að skrá reglulega niður athugasemdir á flokkunar- og matslista sem ég hafði útbúið, settu sér markmið og héldu dagbók um það sem fram fór í kennslunni, skilgreindu vanda sinn í kennslunni og unnu í þörum, þar sem þeir skoðuðu kennsluna hvor hjá öðrum. Á samráðsfundum skipulögðu kennarar eftir að hafa lesið og rætt um parasamstarf hvað þeir vildu skoða og greina. Þegar þeir höfðu skoðað kennsluna í parasamstarfi hvor hjá öðrum fóru fram umræður og ígrundun um hana á samráðsfundum. Þar sem gott samstarf og trúnaður ríkti milli kennaranna fannst þeim best að ræða og meta niðurstöðurnar sameiginlega.

Öll gögn rannsóknarinnar voru flokkuð í eftirfarandi atriði: *Reynsla, þekking, væntingar, viðhorf, samvinna, öryggi/óöryggi, aðstaða, námsgögn og tími*. Flokkarnir voru bornir saman til að finna hvað væri sameiginlegt með þeim og hvernig þeir styddu hver annan þannig að hægt væri að lesa ákveðna sögu um hugmyndir kennara um breytingaferlið og framgang rannsóknarinnar. Tímt var í gögnin jafnt og þétt eftir því sem rannsókninni fleygði fram. Ég lagði áherslu á að vera heiðarleg og hlutlæg við upplýsingaöflun og úrvinnslu gagnanna (Hitchcock og Hughes, 1995). Eftirfarandi skoðaði ég í gögnunum sem ég safnaði:

- nám kennara í starfendarannsókninni
- breytingaferlið sem kennarar tileinka sér með því að ígrunda kennslu sína og samkennara sinna þegar þeir kenna nýja námsefnið
- hlutverk mitt sem rannsakanda í rannsókninni.

Helstu niðurstöður úr forkönnun

Úr niðurstöðum spurningalista sem lagður var fyrir kennara um starfsreynslu, viðhorf kennara til stærðfræðinnar og stærðfræðikennslu, hvernig þeir nota hjálpargögn í stærðfræðikennslu og stuttum viðtölum við kennarana áður en rannsóknin hófst má lesa eftirfarandi upplýsingar: (sjá töflu).

Nám kennara og niðurstöður starfshringja

Sigrún Aðalbjarnardóttir (1999) telur að þróun fagvitundar kennara sé falin í því að kennari ígrundi starf sitt, skoði af einuð og einlægni hugmyndir sínar um kennslu, markmið og leiðir. Sjá: Starfshringur 1

Í þessum starfshring var lögð áhersla á vinnu með tugabrot í *Geisla 1B* (Guðbjörg Pálsdóttir, Guðrún Angan-Týsdóttir og Jónína Vala Kristindóttir, 2002). Kennarar upplifðu ákveðna vanmáttarkennd gagnvart vinnu með talnaskilning á tugabrotum. Ákveðið var að gefa þessu viðfangsefni sérstakan tíma. Ég fann til lesefni um talnaskilning og hvernig nemendur byggja hann upp. Kennarar ræddu um notkun hjálpargagna og fjölbreyttar leiðir í kennslunni. Með umræðum gátu kennarar síðan aflað sér upplýsinga, reynslu, hjálpar og stuðnings hjá hver öðrum. Kennarar ræddu um erfiðleika við að kenna tugabrot.

Kennari 2:

Í eldra námsefninu voru staðreyndir gefnar og nemendur þjálfaðir í að skrá tugabrot. Hér er meiri áhersla lögð á skilning nemenda á því hvað hver tölustafur táknar.

Kennarar voru sammála um að mikilvægt væri að fara á hlutbundið stig til að hjálpa nemendum að öðlast skilning á tölum milli heilla talna.

Kennari 4:

Ég benti nemendum á að skoða reglustiku og velta fyrir sér litlu strikunum milli talnanna á stikunni. Krakkarnir vissu flest að þessi strik væru millimetrar. Þá fórum við að velta fyrir okkur skráningu þeirra í sentímetrum. Nokkrir vissu hvernig tölur væru skráðar með kommu og gátu frætt hina krakkana. Þannig áttuðu þau sig á að það væru tölur milli allra heilla talna.

Kennararnir gerðu sér grein fyrir, að þeir þyrftu að gefa nemendum góðan tíma til að vinna verkefnið og lögðu áherslu á að nemendur notuðu hjálpargögn. Þeir gerðu sér grein fyrir að skilningur á því hvað hver tölustafur táknar er undirstaða þess að nemendur geti borið saman stærð talna og reiknað með þeim. Því töldu þeir mikilvægt að leggja mikla áherslu á að undirbyggja þennan skilning á fjölbreyttan hátt og mæta hverjum og einum þar sem hann var í

Framkvæmd kennslu á haustönn	Í upphafi venjulegrar kennslustundar fór fram innlagn kennara og eftir hana unnu nemendur ýmist einstaklingsvinnu eða paravinnu í verkefnum í námsbókum. Kennarar töldu nauðsynlegt að nemendur lærðu reglur og hefðbundin reiknirit og lögðu áherslu á að þeir hefðu skilning á þeim.
Viðhorf til stærðfræðikennslu	Kennarar töldu mikilvægt að nemendur fengju tækifæri til að útskýra niðurstöður sínar fyrir öðrum og fannst samræður vera mikilvægur þáttur í stærðfræðinámi. Þeir töldu að stærðfræðinámi fælist í því að ný þekking byggist ofan á áður lærð þekkingaratriði og að hópvinna væri mikilvægur þáttur í stærðfræðinámi. Kennurum fannst að í eigin skólagöngu hafi áhersla verið á þjálfun en ekki á skilning.
Erfiðleikar sem kennarar glímdu við á haustönn	Kennarar sögðust hafa verið óruggir þegar farið var í þrautavinnu í upphafi <i>Geisla 1A</i> . Þeir sögðust hafa leitt nemendur áfram í leit að lausnum og tóku þeir þrautir sameiginlega með nemendum á töflu í stað þess að fylgjast með nemendum vinna þrautir eins og lagt er til í kennsluleiðbeiningum. Kennurum fannst mikilvægt að kenna nemendum hefðbundin reiknirit í margföldun og deilingu, en lögðu minni áherslu á að hvetja þá til að fara eigin leiðir. Þeir gerðu sér ekki grein fyrir að hægt væri að fara mismunandi leiðir í deilingu, eins og að nemendur gætu deilt í áföngum eða með endurteknum frádrætti, en lögðu áherslu á að margföldun og deiling væru andhverfar aðgerðir.
Notkun námsgagna og kennsluleiðbeininga	Gögn voru ekki alltaf til staðar þegar verið var að vinna í námsefninu. Nemendur völdu sér ekki námsgögn heldur dreifði kennari þeim þegar hann taldi þörf á þeim. Kennarar fylgdu oftast kennsluleiðbeiningum. Ef í námsbók var hvatt til notkunar námsgagna, s.s. við mælingar eða rannsóknarverkefni, þá framkvæmdu þeir verkefnið samkvæmt þeim tillögum sem gerðar voru.
Viðhorf til námsgagna	Kennarar töldu að almennt ætti að leggja áherslu á notkun námsgagna. Kennarar voru jákvæðir gagnvart notkun vasareikna í kennslunni og töldu þá gera mjög mikið gagn. Einnig voru þeir jákvæðir gagnvart tölvunotkun í kennslunni en höfðu ekki aðgang að tölvustofu.
Viðhorf til námsefnisins <i>Geisla</i>	Kennarar voru ánægðir með hve fjölbreytt verkefni er að finna í <i>Geisla 1A</i> . Þeir höfðu ekki lent í verulegum erfiðleikum með að tileinka sér námsefnið, en fundu til óöryggis gagnvart því.
Viðhorf til námsmats	Kennurum fannst mikilvægt að nemendur fengju reglulega skrifleg könnunarpróf. Þeim fannst að það þyrfi að fara fram símat, en höfðu ekki skipulagt markvisst skráningarferli fyrir símat. Þeir höfðu ekki kynnt sér upplýsingar um námsmat sem finna má á heimasíðu <i>Geisla</i> .
Aðferðir sem kennarar nota þegar þeir þurfa sjálfir að reikna	Þeir beita ýmist hugarreikningi eða reikniaðgerðum sem þeir lærðu í skóla. Sú stærðfræðikennsla sem þeir fengu sjálfir í skóla mótaði þá í fyrstu sem kennara. Þeim fannst þeir oft bundnir af að nota þær aðferðir sem þeir lærðu sjálfir, þegar þeir fóru í námsefnið og fannst nauðsynlegt að kynna þá stærðfræði sem þeir notuðu fremur en aðrar aðferðir.

þekkingarleit sinni. Kennurum fannst þessi vinna skila þeim mikilli reynslu og voru nokkuð ánægðir með árangur nemenda sinna.

Starfshringur 2

Hér er lýst rannsóknarferli þegar kennarar báru saman mismunandi leiðir sem hægt væri að fara í stærðfræðikennslu og ræða um hlutverk stærðfræðikennarans. Þekking og reynsla kennara mótast af þeirri upplifun sem þeir öðluðust þegar þeir sjálfir námu stærðfræði og því umhverfi og þeirri reynslu sem þeir öfluðu sér í starfi (Conney, 1999). Til að átta sig á viðhorfum kennara var skoðað og ígrundað hvernig þeir lærðu stærðfræði og hvort sú reynsla hefði haft áhrif á kennsluhætti þeirra. Á samráðsfundum var fjallað um inntak lesefnis um hugsmíðikenningar, hlutverk kennara í stærðfræðikennslu, talnaskilning og aðgerðaskilning og hvernig þrautir eru notaðar í stærðfræðikennslu. Með lestri og umræðum fengu þeir aðra sýn á aðgerðaskilning og áttuðu sig á að t.d. væri hægt að fara margar leiðir í deilingu. Með ígrundun og athugunum í kennslustofunni gerðu þeir sér grein fyrir að mikilvægt er að átta sig á hugsun nemenda og hvernig þeir þróa með sér skilning á reikniaðgerðum. Ákveðið var að skoða og skilgreina hlutverk kennara nánar. Kennarar fengu spurningar sem þeir svöruðu í dagbækur, síðan skoðuðu þeir eigin kennslu með matslistum (Guðrún Angantýsdóttir, 2005, 93-111). Áhersla var lögð á að kennarar skráðu hjá sér hvernig stærðfræðikennslan fór fram yfir ákveðið tímabil. Þeir gerðu hlé á vinnu sinni reglulega í kennslustofunni, litu í kringum sig og skráðu upplifun sína á matsblað. Þeir tóku þátt í parasamstarfi þar sem þeir fóru í heimsókn hvor til annars og skráðu lýsingu af því sem fram fór í skólastofunni. Leitast var við að draga fram sameiginleg einkenni sem kennarar upplifðu í kennslunni. Með parasamstarfi voru kennarar að skoða fjölbreytta kennsluhætti sérstaklega. Kennarar voru ánægðir með parasamstarfið. Þeir töldu að slíkt samstarf styrkti þá í starfinu og fannst gott að ræða saman um upplifun sína. Þeir töldu að með slíku samstarfi væru þeir betur meðvitaðir um að kennarar almennt upplifðu svipaða atburði í starfi sínu. Í hópviðtali eftir parasamstarfið fóru fram ígrundaðar umræður um hlutverk stærðfræðikennarans. Á þennan hátt fengu þeir heildstæða mynd af starfi sínu og gátu borið saman upplifun sína á sameiginlegum viðfangsefnum og gefið hvor öðrum ráð eða fundið sameiginlega lausn á ákveðnum viðfangsefnum. Þessar athuganir hjálpuðu þeim að fara nýjar leiðir til að auka sjálfstæði nemenda. Þeir lögðu áherslu á að leyfa nemendum sjálfum að reyna við viðfangsefnið

áður en þeir fóru að útskýra fyrir nemendum hvað ætti að gera.

Kennari 3:

Ég taldi mig nokkuð góðan í stærðfræði fyrir, en samt fannst mér ég vera mjög óöruggur í haust. Mér fannst einhvern veginn eins og ég væri ekki nógu góður í stærðfræði til að kenna þetta efni, en nú eflist maður. Mér finnst ég hafa lært mikið. Fengið fleiri víddir og tel mig vera hæfari kennara.

Starfshringur 3

Á meðan rannsókn stóð yfir lögðu kennarar fyrir nemendur skrifleg próf, verkleg próf, hóppróf, heimapróf, skráðu símat og fengu nemendur til að meta sig sjálfa. Flest þessara námsmatsverkefna er að finna í námsefninu *Geisla 1*, verkefnamöppu (Guðbjörg Pálsdóttir, 2002). Þegar kennarar voru spurðir um viðhorf til námsmats eftir að hafa prófað og rætt um mismunandi leiðir sögðust þeir vera ánægðir með að fara fjölbreyttar leiðir. Tímaleysi leiddi til þess að ekki var hægt að fara eins vel í námsmat og við höfðum áhuga á að gera. Í umræðum á samráðsfundum má finna jákvætt viðhorf til fjölbreytts námsmats:

Kennari 4:

Mér fannst mjög skemmtilegt námsmatsverkefnið með brotunum. Það styrkir mann sem kennara að prófa að meta slík hópverkefni. Maður vissi

nokkurn veginn hvernig það myndi ganga og sá nokkuð út hvað hverjir gátu en það kom mér á óvart að sjá að það voru fleiri sem gátu meira en ég hélt.

Hafdis Guðjónsdóttir skilgreinir faglega ígrundun sem ferli sem byggir á ákveðnum lykilatriðum sem eru þekking á kennslu og uppeldisfræði, meðvitund um félagslega menningu og söguleg áhrif menntunar, skilning á kerfisbundinni greinandi ígrundun og tengslum milli nauðsynlegra forsenda og fræðilegs skilnings. Kennari eflir fagmennsku sína með því að gera sér grein fyrir stöðugu samspili fagþekkingar, framkvæmdar, ígrundunar og siðferðilegra gilda. Árangur faglegrar þróunar fer eftir dýpt faglegrar ígrundunar og þátttöku kennaranna, sem deila saman þekkingu sinni með sameiginlegum umræðum og ígrundunum (Hafdis Guðjónsdóttir, 2000).

Þegar skoða á það breytingaferli sem kennarar tileinkuðu sér í rannsókninni er vert að athuga hvernig hugmyndir þeirra og viðhorf komu fram í dagbók, í paravinnu og á samráðsfundum. Í breytingaferli kennara skipta viðhorf og tilfinningar þeirra miklu máli þar sem afstaða þeirra getur skipt sköpum um árangur (Davies, 1981). Kvíði og óöryggi fylgja oft breytingaferlinu. Þess vegna er mikilvægt að kennarar skrái niður athugasemdir til þess að hægt sé að meta breytingaferlið (McNiff, 1996). Þegar kennarar voru spurðir hvaða þáttur

rannsóknarferils þeim fannst mikilvægastur voru þeir sammála um að það hafi verið umræður og ígrundun á samráðsfundum. Þeim fannst þeir finna fyrir mestum stuðningi og hvatningu þar. Þeim fannst þar koma vel fram hve kennarar eru í raun yfirleitt að fást við lík vandamál. Þeir lögðu áherslu á að nauðsynlegt væri að gefa kennurum almennt tækifæri til að hafa aðgang að einhvers konar samráðsfundum þegar þeir tileinkuðu sér nýtt námsefni og kennsluhætti. Þeir lögðu áherslu á að þeim fyndist þeir öruggari í kennslustundum og teldu sig vera betri kennara en áður. Þeir sögðust ekki hafa gert sér miklar hugmyndir um þetta rannsóknarstarf í upphafi en töldu það hafa fyllilega mætt þörfum þeirra.

Helstu niðurstöður

Ég tel að þau markmið sem stefnt var að með starfendarannsókninni hafi náðst. Kennarar þróuðu með sér gott samstarf og voru mjög jákvæðir fyrir áframhaldandi paravinnu og töldu sjálfir að þeir hefðu eflt starfsþroska sinn. Með umræðum og lestri fræðigreina varð ég vör við ákveðnar viðhorfsbreytingar og ræddu kennarar seinna á samráðsfundum oft um fjölbreyttar leiðir sem nemendur fóru við lausn verkefna.

Kennari 1:

Maður er farinn að hugsa miklu meira um hvernig á að fara í efnið en áður. Maður er meira vakandi og spáir miklu meira í skilninginn. Í margföldun er maður farinn að leita víðar. Krakkarnir geta farið miklu fjölbreyttari leiðir. Þegar við ræðum um einhver dæmi eru þeir alltaf að koma með fleiri og fleiri leiðir sjálfir. Ég kem til dæmis með eina leið og þeir komu með fleiri og á töfluna eru kannski komnar fjórar leiðir. Það hjálpar þeim sem segja aldrei neitt. Þeir sjá mismunandi leiðir hinna.

Það sem ég tel mikilvægast í vinnu kennaranna er að þeir hafi náð að tileinka sér aðferðir við að sjá hvernig nemendur fara eigin leiðir í að byggja upp stærðfræðiþekkingu sína og treysti þeim til þess. Kennararnir höfðu í byrjun fundið til vanmáttar gagnvart fræðigreininni sem slíkri og þeim mörgu leiðum sem nemendur geta farið í að tileinka sér viðfangsefnið. Þeir unnu smám saman úr kvíða sínum og fundu til öryggis í að meta þekkingu nemenda.

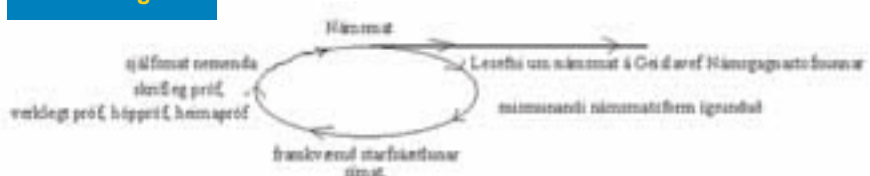
Starfshringur 1



Starfshringur 2



Starfshringur 3



Kennari 4:

Ég sé nú að ég á ekki að vera að segja þeim hvernig þau eiga að fara að. Í upphafi fannst mér að ég yrði að hafa yfirumsjón með því sem nemendur voru að gera. Ég þorði ekki að treysta þeim í því sem þau voru að gera, því ég var sjálf óörugg.

Ég er þess fullviss að svona fyrirkomulag geti skilað árangri og tel mikilvægt að kennarar fái tækifæri til að vinna á þennan hátt í skólunum þegar þeir tileinka sér nýtt námsefni. Það sem mér fannst ánægjulegast við rannsóknina var að rannsókn og kennsla tvinnuðust saman í ferli sem mótaði starfhætti kennaranna.

Hvernig getur starfendarannsókn hjálpað stærðfræðikennurum til að þróa og efla starfshætti sína?

Starfendarannsóknir geta stuðlað að dýpri skilningi á námi og kennslu, aukinni fagmennsku kennara, skólaþróun og velliðan í starfi. Þær hafa takmarkað alhæfingargildi en hægt er að nota starfsaðferðir þeirra til að vinna að því sem rannsakandi telur mikilvægt (Elliott, 1991, McNiff 2002). Ég tel að kennarar sem hafa áhuga á að taka þátt í þeim þurfi:

- að beina athyglinni að eigin starfsháttum og áhrifum þeirra á nemendur
- ákveða og afmarkaða þá þætti í starfinu sem þeir ætla að skoða
- prófa sameiginlega nýjar leiðir, skrá hvernig til tókst og ræða saman um þær
- að setja sér markmið. Mikilvægt er að skrá markmiðin niður og reyna að ná þeim. Æskilegt er að hafa þau ekki of mörg eða viðamikil þannig að auðveldlega ætti kennari að ná að uppfylla þau
- skrá vangaveltur og allt það sem gerist eða afla gagna á annan hátt t.d. með myndbandsupptökum, myndum, hljóðupptökum, matslistum og hafi þannig eitthvað í höndunum til að greina og ræða um við aðra. Í rannsókn minni er hægt að nálgast ýmsa matslista og leiðbeiningar um hvernig hægt er að skrá athuganir og vangaveltur.

Í skólum er mikilvægt að kennarar starfi saman að slíkum rannsóknum og hittist reglulega til að fara yfir gögn sem þeir hafa aflað. Í slíkum hópum gefst fólki líka tækifæri til að læra hvert af öðru og þróa þannig hugmyndir sínar og hugsun, bæði sem rannsakendur og kennarar. Parasamstarf hefur reynst vel og hvet ég alla til að reyna það. Starfendarannsókn getur, ef vel tekst

til, rofið einangrun sem oft fylgir starfi kennara.

Í ljósi reynslu minnar tel ég að eftirfarandi atriði skuli höfð í huga þegar farið er í sambærilega vinnu:

- Skólastjórnendur þurfa að sýna áhuga, velvild og eftirfylgni þegar þróunarstarf á sér stað eða þegar kennarar eru að tileinka sér nýjar leiðir í kennslu.
- Það þarf að gera ráð fyrir auknum tíma í þróunarstarfið innan vinnuramma kennara strax í upphafi skólaárs.
- Kennarar í öllum bekkjardeildum þurfa að fá tækifæri til að þróa eigin aðferðir í samvinnu við kennara deildarinnar. Það er til hagsbóta fyrir nemendur.
- Kennarar þurfa að sýna frumkvæði og áhuga á slíkri samvinnu.
- Það þarf að setja saman starfshópa sem hafa áhuga á að efla stærðfræðikennslu. Heppilegt er að hafa kennsluráðgjafa sem starfar við skólann (og/eða sveitafélagið), sem helst hefur það hlutverk að leiða kennarahópa í samstarfi sem byggir á svipuðum hugmyndum og hér hefur verið lýst og veita kennurum stuðning og hvatningu.

Ef þessi atriði eru höfð í huga er ég sannfærð um að slík samvinna leiði til framþróunar í stærðfræðikennslu. Það er til hagsbóta fyrir nemendur.

Höfundur er stærðfræðikennari og fagstjóri stærðfræðideildar í Menntaskólanum í Kópavogi

Heimildaskrá

Conney, T. J. (1999). *Conceptualizing teachers' ways of knowing*. Educational Studies in Mathematics, 38, 163–187.

Elliott, J. (1991). *Action research for educational change*. Philadelphia: Open University Press.

Davies, I. K. (1981). *Instructional technique*. New York: McGraw-Hill.

Fullan, M. G. (2001). *The new meaning of educational change* (3. útg.). London: RoutledgeFalmer.

Fullan, M. G. (1996). *The new meaning of educational change*. London: Cassel.

Guðbjörg Pálsdóttir, Guðrún Angantýsdóttir og Jónína Vala Kristinsdóttir. (2002). *Geisli*. 1B.

Reykjavík: Námsgagnastofnun.

Guðbjörg Pálsdóttir, Guðrún Angantýsdóttir og Jónína Vala Kristinsdóttir. (2002). *Geisli*. 1B. Kennsluleiðbeiningar. www.namsgagnastofnun.is/geisli/geisli.htm

Guðrún Angantýsdóttir. (2005). *Getur nýtt námsefni stuðlað að þróun kennara í starfi? Starfendarannsókn á kennslu í stærðfræði á miðstigi*. M.Ed. ritgerð: Kennaraháskóli Íslands, Reykjavík.

Hafdis Guðjónsdóttir. (2004). *Kennarar ígrunda og rannsaka eigið starf*. Tímarit um menntarannsóknir, 1, 27–38.

Hassel, E. (1999). *Professional development. Learning from the best. A toolkit for schools and districts based on the national awards program for model professional development*. Oak Brook: North Central Regional Educational Laboratory.

Hitchcock, G. og Hughes, D. (1995). *Research and the teacher. A qualitative introduction to school-based research* (2. útg.). London: Routledge.

Jón Baldvin Hannesson, Rósa Eggertsdóttir og Rúnar Sigþórsson. (2002). *Aukin gæði náms: Skóli sem lærir*. Reykjavík: Rannsóknarstofnun Kennaraháskóla Íslands.

Lieberman, A. 2002. *Aðferðir sem styðja þróun kennara í starfi. Að breyta hugmyndum um það hvernig fagstéttir læra*. www.netla.khi.is/greinar/2002/012/index.htm

McKernan, J. (1991). *Curriculum action research. A handbook of methods and resources for the reflective practitioner*. London: Kogan Page.

McNiff, J., Lomax, P. og Whitehead, J. (1996). *You and your action research project*. New York: Routledge Falmer.

McNiff, J. (2002). *Action Research for Professional Development. Concise advice for new action researchers*. Vefslóð: www.jeanmcniff.com/booklet1.html

Sigrún Aðalbjarnardóttir. (1999). *Þróun fagvitundar kennara. Að efla félagsþroska og samskiptahæfni nemenda*. Í Helgi Skúli Kjartansson, Hrafnhildur Ragnarsdóttir, Kristín Indriðadóttir og Ólafur J. Proppé (ritstj.). Steinar í vörðu til heiðurs Þuríði J. Kristjánsdóttur sjötugri, (bls. 259–267). Reykjavík: Rannsóknarstofnun Kennaraháskóla Íslands.

Þegar velta á fyrir sér stærðfræðikennslu í grunnskólanum vakna ýmsar stórar spurningar. Sem dæmi um það má nefna:

- Er stærðfræði daglegs lífs gert nógu hátt undir höfði í stærðfræðikennslunni?
- Byggir stærðfræðikennslan á skilningi nemenda?
- Þýðir stærðfræði fyrir alla (í raun og veru) sama stærðfræði fyrir alla?
- Er allur sá mikli tími sem í stærðfræðikennsluna fer nauðsynlegur?

Samkvæmt *Aðalnámskrá grunnskóla - stærðfræði* (1999, bls. 29; 2007) kemur fram að tímafjöldi í stærðfræði í grunnskólanum skal vera að lágmarki um 17% af heildartímafjölda nemenda. Þetta er mikill tími og áriðandi að hann sé vel nýttur. Hluti kennara og foreldra setja spurningarmerki við allan þennan tíma og hvort honum sé vel varið (sjá til dæmis Atla Harðarson, 1994, bls. 461). Því er nauðsynlegt að setja fram gild rök fyrir stærðfræðikennslu þannig að ekki sé hætt á að hún endi eins og til dæmis latína og gríska sem áður voru taldar greinar sem allir menntaðir menn ættu að læra.

Mörgu hámenntuðu fólki finnst ekkert athugavert við að segja frá því að það kunni ekkert í stærðfræði og virðist að mínu mati stundum telja sér það til hróss. En fáum myndi detta í hug að segja það sama um sögu eða bókmenntir. Eins og til dæmis að viðurkenna að hafa aldrei lesið neitt eftir Halldór Laxness eða heyrt um Egil Skallagrímsson og íslensku fornsögurnar. Hvað þá að þekkja ekki erlenda eða íslenska listamenn svo sem Rembrandt, Mozart, Kjarval eða Shakespeare.

Hvers vegna er þá rétt að kenna svo mikla stærðfræði í grunnskólanum sem raun ber vitni? Að mati fræðimanna (sjá til dæmis Niss, 1996) getur það til að mynda verið vegna þess að það hefur alltaf verið gert og

HVERS VEGNA Á AÐ KENNA STÆRÐ- FRÆÐI?

vegna þess að aðrar þjóðir hafa kennt stærðfræði og það virðist hafa tekist vel hjá þeim. En eru það nægjanleg rök með öllum þeim tíma sem í stærðfræðikennsluna fer?

„Ef við ætlum að kenna stærðfræði og ef við teljum hana mikilvæga þurfum við að skilgreina námið og geta rökstutt hvers vegna, hvernig og hverju við náum fram með stærðfræðinámi.“ (Niss, 1996, bls. 12). Niss skrifar einnig að oftar en ekki séu rökin fyrir stærðfræðikennslu óskýr, óljós og ekki endilega tengd því umhverfi sem við lifum í.

Það eru líka til að mynda ekki nægjanlega góð rök með stærðfræðikennslu að helsta ástæða hennar sé að undirbúa nemendur fyrir áframhaldandi nám telur Blomhøj (2001), en samkvæmt rannsókn Önnu Kristjánsdóttur (2008) töldu 54% stærðfræðikennara á Íslandi árið 1986 það vera meginmarkmið með stærðfræði-

kennslunni í 7. - 9. bekk grunnskóla. Hins vegar nefndu aðeins 16% að meginmarkmið stærðfræðikennslunnar væru tengsl við daglegt líf. Vonandi hefur þetta breyst síðustu árin en um það er þó ekki hægt að vera viss.

Mogens Niss formaður vinnuhóps danska menntamálaráðuneytisins um stærðfræðinám og stærðfræðikennslu og einn af forvígismönnum PISA rannsókna segir í KOM - skýrslunni (2002) að í raun séu aðeins þrenns konar meginástæður fyrir stærðfræðimenntun:

- Hún stuðlar að tæknilegum, efnahags- og félagslegum framförum í samfélaginu í heild og í samkeppni við önnur samfélög.
- Hún stuðlar að viðhaldi og þróun stjórnmálalegra, hugmyndafræðilegra og menningarlegra þátta í samfélaginu og í samkeppni við önnur samfélög.
- Hún býr einstaklinginn undir það að takast á við líf sitt, hvort sem er í einkalífi, starfi eða frekari menntun. (Niss, 2002, bls. 15).

HVAÐ MEÐ KENNARANA?

Margir kennarar eru ófúsir til breytinga á stærðfræðikennslu sinni meðal annars vegna ónógrar þekkingar á rannsóknum og þeirri hugmyndafræði sem liggur að baki breyttum kennsluháttum. Fjöldi rannsókna um stærðfræðinámið og -kennslu síðastliðinn aldarfjórðung sýna að börn ná betri árangri í þrautalausnum og ekki síðri árangri í reikniadgerðum ef stærðfræðikennslan er byggð á skilningi þeirra (með til að mynda umræðum), heldur en nemendur þeirra kennara sem kenna hefðbundnar reikniadferðir (Carpenter, Fennema, Frankie, Levi og Empson, 1999).

Í dönsku KOM-skýrslunni (2002) sem og íslensku skýrslunni *Markmið stærðfræðikennslu í grunnskólum og framhaldsskólum* (1998) kemur fram að það þurfi að leggja meiri áherslu á menntun kennara í stærðfræði og kennslufræði stærðfræðinnar í almennu kennaranámi. Í Danmörku er kennaranám nokkurs konar starfsmenntun þar sem megináhersla er lögð á uppeldis- hlið starfsins en hinum mörgu námsgreinum, svo sem stærðfræði, einungis gerð nokkur skil (Niss og Jensen, 2002). Einungis þeir nemendur sem velja hana sérstaklega fá meiri menntun í stærðfræði og stærðfræðikennslu.

Hið sama er uppi á teningunum í kennara-

menntun hér á Íslandi. Af því hafa margir nokkrar áhyggjur og koma þær til að mynda vel fram í skýrslunni *Markmið stærðfræðikennslu í grunnskólum og framhaldsskólum* (Hildigunnur Halldórsdóttir o.fl., 1998).

Í rannsókn Kristínar Bjarnadóttur (2006) má sjá að árangur í stærðfræði á Landsprófi miðskóla tengdist mjög kennurum, menntun þeirra og breytingum á kennaraliði skóla. Í sumum skólum þar sem kennarar höfðu tilskilda menntun það er BS-gráðu í stærðfræði, uppeldisfræði og kennslufræði var árangur í stærðfræði betri en árangur í öðrum greinum í sama skóla. Þeir kennarar voru þó ekki margir því einungis um 30 kennarar tóku þessa BS-gráðu við Háskóla Íslands innan Verkfræðideildar á árunum 1952 - 1972 (Kristín Bjarnadóttir, 2006, bls. 286 – 289).

Allt þetta bendir til þess að mikilvægt sé að skoða menntun kennara í stærðfræði og kennslufræði stærðfræðinnar. Ræða verður um það opinskátt í þjóðfélaginu og ekki síður innan skólanna hvort stærðfræðipækning kennara í grunnskólum sé nægjanleg til að þeir geti kennt nemendum stærðfræði á sem árangursríkasta hátt.

STÆRÐFRÆÐINÁM - RÉTTUR HVERS MANNS?

Mikilvægasta spurningin er þó auðvitað hvort kenna eigi stærðfræði í grunnskólanum? Það verðum við að gera að mínu mati því áhrifa stærðfræðinnar gætir víða og hvarvetna í samfélaginu eru athafnir skoðaðar og greindar með hjálp talna og ákvarðanir teknar á grundvelli útreikninga.

Fólk þarf á því að halda að framkvæma, meta og túlka á gagnrýninn hátt og hefur til þess lýðræðislegan rétt, að minnsta kosti hér á landi og mjög víða annars staðar í heiminum. Til að vera fær um að nýta þann rétt er stærðfræðinám mikilvægt. Ekki er síður mikilvægt að stærðfræðikennsla byggi á skilningi nemenda til að þeir geti öðlast góðan talnaskilning og átt þannig auðveldara með að takast á við stærðfræði daglegs lífs.

Við kennarar þurfum að undirbúa nemendur undir starf og þátttöku í lýðræðisþjóðfélagi og gera þá hæfa til að taka ákvarðanir sem byggðar eru á siðviti og mannviti. Ekki má láta nægja að undirbúa nemendur undir frekara nám eins og margir telja meginmarkmið stærðfræðikennslu.

Boaler (2008, bls. 56) skrifar að nær útilokað sé að vita hvaða stærðfræðikunnátta verði sú sem komi nemendum að mestu gagni í framtíðinni. Það eina sem nokkuð víst er að hennar mati, er að fólk þarf að vera sveigjanlegt í vinnubrögðum og geta leyst vandamál. Til þess að nemendur þjálfist í þannig vinnubrögðum þarf að gefa þeim tækifæri til að vinna á sveigjanlegan hátt bæði í skólanum og ekki síður annars staðar í þjóðfélaginu. Stærðfræðinám gefur nemendum tækifæri til að kynnast slíkum vinnubrögðum ef stærðfræðikennslan byggir á forsendum nemenda frá upphafi.

” Það er miklu betra að læra það sem maður skilur en það sem maður skilur ekki.

Guðmundur Arnlaugsson,
1967

Skoðun mín er sú að stærðfræðinám sé nauðsynlegt fyrir alla. Með því er þó ekki átt við að sama stærðfræðinám eigi við fyrir alla. Til að meta hvers konar stærðfræðinám kemur hverjum einstökum nemenda að gagni og hvað hjálpar honum til að takast á við stærðfræði daglegs lífs verða kennarar að hafa menntun og þekkingu í stærðfræðikennslu og -námi auk fagþekkingar í stærðfræði.

Við erum ekki eingöngu að kenna stærðfræði, við erum að kenna nemendum stærðfræði og það eru nemendurnir sem skipta öllu máli í umræðu okkar og kennslu. Við þurfum að láta þeim líða vel í stærðfræðináminu og nota stærðfræðina sem tæki til að auka þroska og bæta möguleika þeirra á að lifa fyllra og betra lífi í samfélagi nútímans. Réttur hvers manns er að fá stærðfræðikennslu við hæfi því það gerir honum betur kleift að takast á við hið flókna samfélag nútímans. Réttur nemandans helst í hendur við kröfur samfélagsins um stærðfræðikennslu. Því get ég tekið undir með Robert Moses, virtum mannréttindafrömuði frá Bandaríkjunum, sem telur að það séu mannréttindi allra að fá stærðfræðikennslu við hæfi (sjá Schoenfeld, 2002, bls. 13).

Stærðfræðina má ekki nota til að brjóta nemendur niður eins og því miður hefur oft fylgt stærðfræðikennslunni (Boaler, 2008;

Steen, 1997; Gestur O. Gestsson, 1961) með því að láta þá vinna aftur og aftur verkefni sem þeir skilja ekki. Paulæfa aðferðir án skilnings. Nemendur þurfa að byggja upp talnaskilning og skilning á notkun stærðfræðinnar í daglegu lífi. Einn af lyklunum að því eru umræður og því þurfa kennarar að læra að vinna með nemendum og nýta sér þekkingu þeirra og skilning við kennsluna.

Stærðfræðinám þarf því að byggja á skilningi og forsendum nemenda. Það er réttur allra nemenda að þjóðfélagið sjái þeim fyrir stærðfræðinámi og að vel menntaðir kennarar í kennslufræði stærðfræðinnar og stærðfræðinámi barna sinni kennslunni. Samfélaginu ber því að mínu mati skylda til að bjóða öllum upp á stærðfræðinám við hæfi óháð stétt, stöðu eða kyni. Við þurfum að gera stærðfræðinám þannig úr garði að stærðfræði verði óaðskiljanlegur hluti af almennri menntun og viðurkennd sem slík af samfélaginu öllu, ekki einungis skólasamfélaginu. Ef sá mikli tími sem fer í stærðfræðikennsluna byggir á forsendum nemenda þegar frá upphafi stærðfræðináms er honum vel varið. Því gott stærðfræðinám eykur möguleika nemenda á því að lifa ánægjulegu lífi í hinu flókna þekkingarþjóðfélagi nútímans og ætti því að vera óaðskiljanlegur hluti almennrar menntunar.

Því miður er það þó þannig að á áralöngum ferli mínum sem grunnskólakennari hef ég kynnst því að stærðfræðikennsla hér á landi er víða hefðbundin og byggir oft á æfingum í reikniðgerðum en minna á því að vinna á forsendum og skilningi nemenda.

Því þarf að breyta.

[Heimildaskrá er að finna á næstu síðu]

KRISTJÁN SIGURÐSSON, STÆRÐFRÆÐIKENNARI OG SKÓLASTJÓRI GRUNN- OG TÓNSKÓLANS Á HÓLMÁVÍK
RÆÐIR UM MIKILVÆGI OG TILHÖGUN STÆRÐFRÆÐIKENNSLU

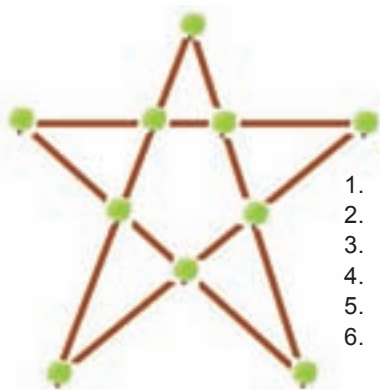
**Hvers vegna á að kenna stærðfræði?,
frh. af bls. 44-45:**

Heimildir

Aðalnámskrá grunnskóla - stærðfræði.
(1999). Reykjavík: Menntamálaráðuneytið.
Aðalnámskrá grunnskóla - stærðfræði.
(2007). Reykjavík: Menntamálaráðuneytið.
Anna Kristjánsdóttir. (1996). *Stærðfræðinám – Meginstefnur og viðfangsefni*. Önnur útgáfa aukin og lítillega lagfærð. Reykjavík: Kennaraháskóli Íslands.
Anna Kristjánsdóttir. (2008, 26. september). *Til hvers erum við að kenna stærðfræði?* Fyrirlestur fluttur á námstefnu Flatar.
Atli Harðarson. (1994). *Stærðfræði og almenn menntun*. Skírnir, 168, 460 – 471.
Blomhøj, M. (2001). *Hvorfor matematikundervisning? - Matematik og almindelse i et højteknologisk samfund. - Matematikken og verden*. Niss, M. (Ritstj.). Kaupmannahöfn: Forlaget A/S.

Boaler, J. (2008). *What's MATH got to do with it? Helping children learn to love their least favorite subject – and why it's important for America*. New York: Viking Penguin.
Carpenter, T.P., Fennema, E., Frankie, M.L., Levi, L. og Empson, S. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Portsmouth NH: Heineman.
Gestur O. Gestsson. (1961). *Reikningur*. Menntamál, 34(2), 113 – 125. Reykjavík.
Hildigunnur Halldórsdóttir, Hörður Lárusson, Jónína Vala Kristinsdóttir, Kristín Halla Jónsdóttir, Pétur H. Blöndal, Reynir Axelsson, Sigríður Hlíðar og Sven Þ. Sigurðsson. (1998). *Markmið stærðfræðikennslu í grunnskólum og framhaldsskólum - Skýrsla nefndar til að koma með tillögur um hvernig efla megi námsgreinina stærðfræði og stærðfræðihuga nemenda í skólakerfinu*. Reynir Axelsson (Ritstj.). Reykjavík:

Menntamálaráðuneytið.
Kristín Bjarnadóttir. (2006). *Mathematical education in Iceland in historical context - socio - economic demands and influences*. Reykjavík: Háskólaútgáfan.
Niss, M. og Jensen T.H. (Ritstj.). (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Idéer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark (Pixi udgave)*. Kaupmannahöfn: Menntamálaráðuneytið.
Niss, M. (1996). *Goals of Mathematics Teaching. International handbook of mathematics education*. Bishop A.J. (Ritstj.). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
Schoenfeld, A.H. (2002). *Making mathematics work for all children: Issues of standards, testing and equity*. Educational Researcher, 31(1), 13 – 25.
Steen, L.A. (1997). *Why numbers count, quantitative literacy for tomorrow's America*. Höfundur (Ritstj.). New York: College Entrance Examination Board.



**Svör við þrautum
á bls. 17:**

1. Svar: 28 fiskar.
2. Svar: 18000 kr.
3. Svar: Svala
4. Svar: Sjá mynd: stjarna
5. Svar: 29 þrep (14+14+1)
6. Svar: 74658

Svör við gátum Fibonacci á bls. 3:

1. Hver baggi kostaði 32 ¼ soldi en farmgjald fyrir hvern bagga var 1 ¼ soldi. Einn soldo var jafngildi 12 denara svo að baggin kostaði 32 soldi og 9 denara en farmgjaldið var 1 soldo og 9 denarar.
2. 382 epli.
3. Sá fyrsti á 3, annar 2 og sá þriðji 6 denara.
4. Talan er 721.

Gaman, gaman, frh. af bls. 36-38:

Heimildaskrá

Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði. (2007). Reykjavík: Menntamálaráðuneytið.
Carpenter, T.P., Fennema, E., Franke M.L., Levi, L., Empson, S.B. (1999). *Children's mathematics cognitively guided instruction*. Portsmouth: Heinemann.
Guðbjörg Pálsdóttir, Guðný Helga Gunnarsdóttir, Jónína Vala Kristinsdóttir (2004). *Geisli 3. grunnbók*. Reykjavík: Námsgagnastofnun.
Jacobs, V.R. og fl. (2007). *Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school*, 38(3). Journal for Research in Mathematics Education, 258-288.
Jaworwki, B. (2006). *Theory and practice in mathematics teaching development: critical inquiry as a mode of learning in teaching*. Journal of mathematics teacher education(9), 187-211.
Kazemi, E. og Franke, M. L. (2004). *Teacher learning in mathematics: using student work to promote collective inquiry*. Journal of mathematics teacher education 7, 203-267.
Mogensen, A., Petersen, S.B. (1999). *Eining 2* (Svanhildur Kaaber, Guðbjörg Pálsdóttir og Sigrún Ingimarsdóttir). Kennarabók. Reykjavík: Námsgagnastofnun.
Mogensen, A., Petersen, S.B. (2001), *Eining 7* (Guðbjörg Pálsdóttir og Sigrún Ingimarsdóttir). Kennarabók. Reykjavík: Námsgagnastofnun.
Skott, J., Jess, K. og Hansen, H.C. (2008). *Matematik for lærerstuderende*. Delta. Fagdidaktik.





Stærðfræði og hreyfing með skrefa- og púlsmæli

- góð tenging við
daglegt líf

Gagnasöfnun með skrefamæli

Nemendur í 6. bekk Engidalsskóla Hafnarfirði voru í hlutverki alvöru vísindamanna í maí 2009 þegar þeir tóku þátt í samanburðarrannsókn ásamt jafnöldrum í Bergen í Noregi. Rannsóknin nefnist: **Að nota líkamann - Umhverfisvænt val.**

Stjórnendur rannsóknarinnar eru þær Torunn Herfindal og Oddrun Hallås, lektorar við Kennaraháskólann í Bergen. Þær komu í heimsókn og héldu fyrirlestur í skólanum fyrir væntanlega þátttakendur í rannsókninni. Þar greindu þær frá eðli og tilgangi rannsóknarinnar, tilhögun hennar og verklagi vísindamanna. Lögðu þær áherslu á nákvæmni og heiðarleika við gagnaskráninguna svo rannsóknin væri áreiðanleg. Loks fengu nemendur að æfa sig í notkun skrefamælis og skráningu niðurstaðna.

Þótt rannsóknin hafi ekki verið stærðfræðilegs eðlis er ljóst að upplagt er að láta nemendur nota skýrslur sínar til úrvinnslu í töflureikni (EXCEL).

Tölfræðileg úrvinnsla svo persónulegra gagna hlýtur að vera áhrifarík hvatning fyrir nemendur. Við munum komast að því í haust, þar sem ekki gafst tími til að vinna úr gögnunum í vor.

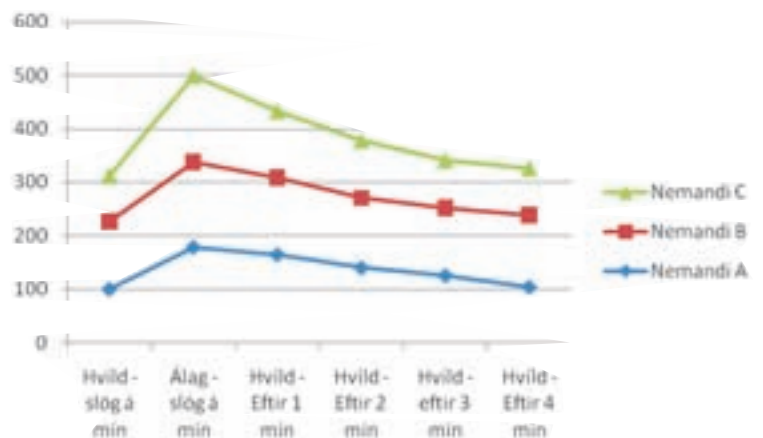
Til gamans má geta þess að fullnægjandi hreyfing barna er að lágmarki 10.000 skref á dag. Umsjón með íslenska hluta rannsóknarinnar höfðu þær Benedikta Björnsdóttir og Jónína S. Marteinsdóttir, kennarar í Engidalsskóla.

Gagnasöfnun með púlsmæli

Gögn: Púlsmælir, skeiðklukka, sippuband (ekki nauðsynlegt), blað og blýantur, töflureiknir.

Tilhögun: Nemendur vinna saman tveir og tveir. Annar skráir en hjá hinum er púlsinn mældur. Síðan skipta þeir um hlutverk.

Púlsmælinum er komið fyrir á öðrum þátttakandanum sem sippar eða hoppar í tvær mínútur og reynir að ná púlsinum verulega upp (álagspúls). Upplýsingar eru skráðar. Nemandinn leggst niður. Púls er mældur og niðurstöður skráðar á mínútu fresti þar til púlsinn er kominn niður í hvíldarpúls. Þátttakendur skipta þá um hlutverk og fara aftur í gegnum ferlið.



Þegar búið er að afla allra upplýsinga eru þær skráðar í töflureikni. Setja má niðurstöðurnar fram í línuriti þar sem x-ásinn er tíminn og y-ásinn púlsinn. Niðurstöður eru skoðaðar, bornar saman og e.t.v. prentaðar. Áhugavert er líka að búa til súlurit og bera saman mismunandi framsetningarmáta. Enn fremur má setja saman upplýsingar frá nokkrum nemendum í sömu mynd til samanburðar og umræðu.

JÓNÍNA S. MARTEINSDÓTTIR, ENGIDALSSKÓLA
Í HAFNARFIRÐI, REIFAR HUGMYNDIR AÐ GAGNA-
SÖFNUN OG ÚRVINNSLU GAGNA Í TÖFLUREIKNI (Excel)



Flötur
SAMTÖK STÆRÐFRÆÐIKENNARA

Leiðari	2
Liber Abaci	3
Kristín Bjarnadóttir	
Richard Noss	4
Ingólfur Gíslason	
Reiknum með náttúrunni!	6
Helena Óladóttir	
Bókarumfjöllun	9
Kristján Sigurðsson	
Notkun hugtakakorta í stærðfræðikennslu á unglingastigi	10
Haraldur Axel og Þóra Guðrún Einarsbörn	
Geogebra	12
Freyja Hreinsdóttir	
Stærðfræðiþrautir	17
Þrautakennsla í fjölhæfum bekk	18
Margrét Ásgeirsdóttir	
Sierpinski þríhyrningurinn	22
Laufey Einarsdóttir	
1, 2, buckle my shoe	24
Fjóla Þorvaldsdóttir	
Dagur stærðfræðinnar í einum leikskóla	29
Kristjana Steinþórsdóttir	
Breytingar á kennslubókum í stærðfræði fyrir 8. bekk síðasta aldarfjórðung	32
Rannveig Halldórsdóttir	
Gaman gaman	36
Kristjana Skúladóttir	
Starfendarannsókn um stærðfræðikennslu á miðstigi	39
Guðrún Angantýsdóttir	
Hvers vegna á að kenna stærðfræði?	44
Kristján Sigurðsson	
Stærðfræði og hreyfing	47
Jónína Marteinsdóttir	