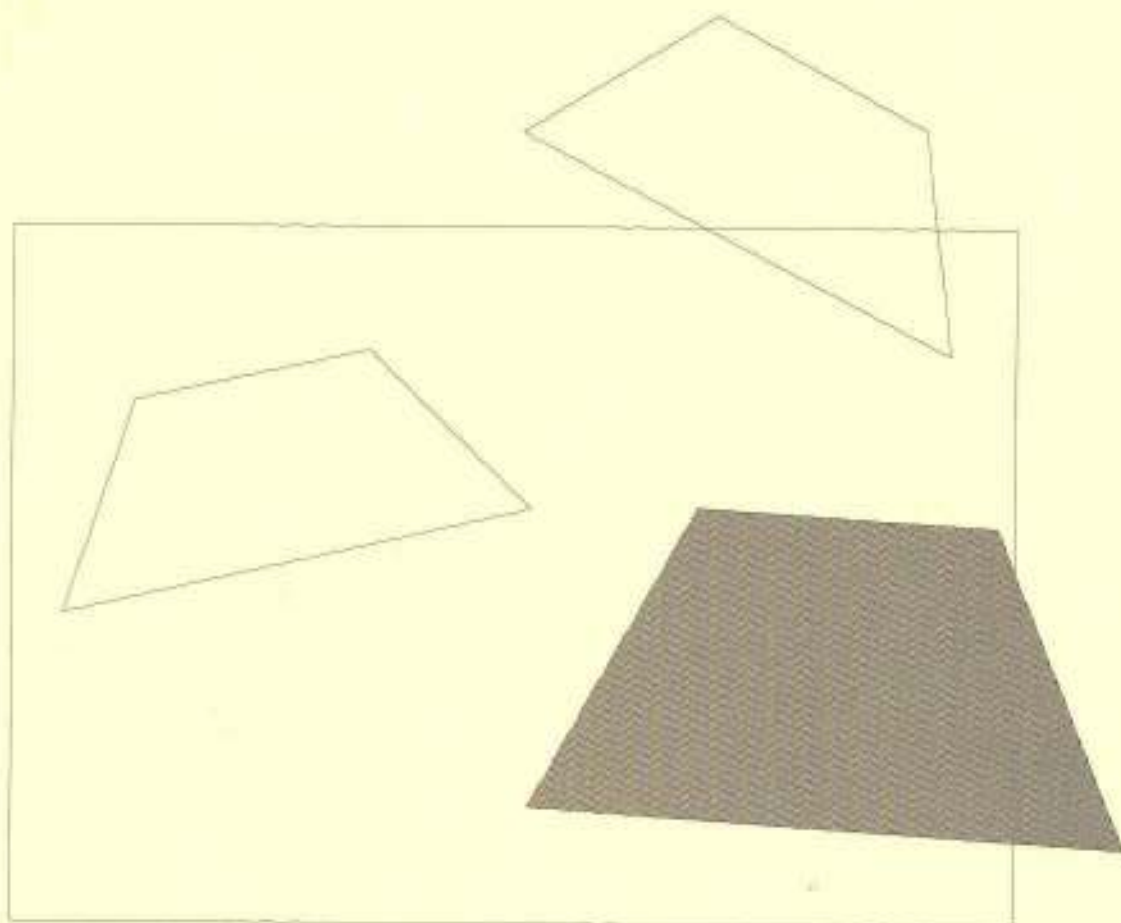


# FLATAR mál



I. tbl. 9. árg. febrúar 2001

Málgagn Flatar  
samtaka stærðfræðikennara

## Í byrjun aldar

Á fyrsta ári 20. aldarinnar fékk Guðmundur Finnbogason styrk frá Alþingi til að kynna sér mennta- og uppeldismál erlendis. Niðurstöður athugana sinna birti hann í bókinni *Lýðmenntun*. Þær tillögur sem hann setur þar fram um stærðfræðikennslu eiga fullt erindi við íslenska kennara í byrjun 21. aldarinnar ekkert síður en fyrir 100 árum. Enn þarf að minna okkur kennara á að skynlaus reikningskunnátta sé þýðingarlaus í daglegu lífi og að atvikin „rétti að oss reikningsdæmin óuppsett“. Ætli skrif Guðmundar Finnbogasonar verði jafn brýn lesning fyrir íslenska kennara í byrjun næstu aldar?

Ritstjórnin óskar lesendum sínum velfarnaðar og vonast til að Flatarmál muni gleðja og fræða þá alla þessa öld.

Kristinn Jónsson

# FLATAR mál

© 2001 Flatarmál

**Útgefandi:** Flötur, samtök stærðfræðikennara, Faxabraut 39, 230 Keflavík.

**Ritstjórar og ábyrgðarmenn:** Kristinn Jónsson og Sigrún Ingimarsdóttir.

**Aðrir í ritnefnd:** Jóhann Ísak Péturson, Kristjana Skúladóttir og Ragnheiður Benediktsson.

**Aðstoð við útgáfu:** Jóna Benediktsdóttir og Kristín Ósk Jónasdóttir.

**Stjórn Flatar:** Ragnheiður Gunnarsdóttir formaður, Guðrún Angantýsdóttir varaformaður, Rögnvaldur G. Möller ritari, Birna Huguína Bjarnardóttir gjaldkeri, Kolbrún Hjaltadóttir meðstjórnandi, Jón Páll Haraldsson og Marta María Oddsdóttir í varastjórn.

**Umbrot:** Kristinn Jónsson.

**Prófarkalestur:** Birna Huguína Bjarnardóttir og Meyvant Þórólfsson.

**Teikningar:** Jón Kristján Kristinsson.

**Upplag:** 500 eintök.

**Prentun:** H-prent ehf, Ísafirði

# Stærðfræðimenntun í alþjóðlegu samhengi

Viðtal við Önnu Kristjánsdóttur

## Puríður Ástvaldsdóttir

**N**orræna ráðstefnan í Borgarnesi, 22.-26. júní 2000, er þeim er hana sóttu enn í fersku minni. Þátttakendur, jafnt heimamenn sem gestir, nutu daganna til fulls og ekki spillti staðurinn og veðrið fyrir. Fyrir utan margvíslega dagskrárliði var tíminn notaður til að kynna og fræðast um það sem helst er á döfinni í nágrannalöndunum. Það er því vel við hæfi að taka hús á formanni dagskrárnefndar ráðstefnunnar til að forvitnast um norræna samstarfið og ekki síður alþjóðlega stærðfræðiárið og alþjóðasamstarf á sviði stærðfræðimenntunar.

Anna Kristjánsdóttir er prófessor við Kennaraháskóla Íslands og var formaður Flatar fyrstu fimm árin. Hún hefur víða beitt sér fyrir því að íslenskir kennarar og kennaranemar kynnist og taki þátt í erlendu samstarfi og hefur verið óþreytandi við að bera á bord fyrir kennara það sem hún hefur talið best úr fjölbreyttri þróun í stærðfræðikennslu. Hún átti frumkvæði að stofnun íslensku nefndarinnar um Alþjóðlega stærðfræðiárið 2000 og er formaður hennar.



Puríður og Anna

*Anna, það hlýtur að vera margt spennandi á döfinni nú á alþjóðlegu stærðfræðiári.*

Já! Fræðasviðið stærðfræðimenntun hefur verið að eflast mjög undanfarna áratugi og það skilar sér m.a. í því sem er sýnilegt á þessu ári.

*Ég man reyndar vel tímann þegar ég var að byrja að kenna, árin kringum 1975, og sótti námskeið hjá þér. Þú varst þú með svo margt nýtt sem ég hafði aldrei kynnst áður. Ég sá stærðfræði eiginlega í nýju ljósi á þessum námskeiðum.*

Það var mjög skemmtilegur tími. Þegar ég kom heim úr framhaldsnámi vann ég fyrst sem kennsluráðgjafi í stærðfræði hjá Reykjavíkurborg og síðan sem námstjóri í menntamálaráðuneytinu. Á báðum stöðum sinnti ég endurmenntun kennara og veitti leiðsögn við að breyta bæði inntaki og kennsluháttum.

*Þú barst þá strax mjög margt nýtt inn í þessa umræðu. Viltu aðeins segja okkur frá því?*

Þegar ég hóf þetta uppbyggingarstarf, sem þú ert að vísa í, valdi ég að leggja áherslu á það sem kennarar gætu hugsanlega nýtt sér fljótt og lært mikið af. Meðal þess var að nýta gögn í verulegum mæli og ég sá þá líka til þess að vönduð gögn væru fánleg hér heima fyrir skólana.

Annað mikilvægt atriði var að hvetja kennara til að auka samstarf nemenda í litlum hópum og fá þá til að ræða um stærðfræðiverkefni sem þeir glímdu við. Efnissviðið sem ég vann mest með var rúmfræði því að það þekktu kennarar lítið en rúmfræði býður upp á mikla fjölbreytni í vinnubrögðum og samstarf og samræður eru þar eðlilegur þáttur. Þarna byrjaði ég líka að skrifa fyrir kennara og kennaranema m.a. um notkun gagna og um stærðfræðistofur sem ég kynnti þá hér á landi.

Það má kannske líka nefna að ég hélt að kennurum stuttum og auðlesnum erlendum greinum vegna þess að það er nauðsynlegt að lesa ef fólk ætlar að þróa og efla starf sitt. Bókasafn KHÍ kom til móts við þetta starf og þar hefur í áratugi verið gott safn tímarita, en reynslan sýnir að tímaritsgreinar eru aðgengi-legasta lesefnið fyrir kennara og kennaranema.

*Kynntistu því sem þú kynntir okkur í framhalds-náminu þínu eða hvenær byrjaðirðu að fylgjast með og nýta þér erlent efni og hugmyndir í kennslu?*

Ég hef nú gert það í einhverjum mæli alla tíð frá því ég kenndi í Hagaskóla. Mér finnst það ómissandi þáttur í allri þróun. Eitt það fyrsta sem ég man eftir að hafa notað úr erlendu tímariti var stærðfræðikrossgáta sem ég þýddi og notaði m.a. sem hluta af prófi í stað uppsettra dæma.

Á Hagaskólaárunum þýddi ég líka norræna bók til rúmfræðikennslu. Mig sárvantaði efni fyrir nemendur og tengdafadir minn, Guðmundur Arnlaugsson, benti mér á þessa bók. Fræðsluskrifstofa Reykjavíkur veitti mér smástyrk til þess að setja þýðinguna á stensla og nemendumir tóku svo þátt í því með mér að fjölfalda og raða saman. Skólarannsóknadeild keypti síðar þessa þýðingu og gaf út 1970 og þetta var fyrsta stærðfræðibókin sem kom út í samstarfi deildarinnar við Ríkisútgáfu námsbóka, fyrirrennara Námsgagnastofnunar.

*En þú last stærðfræði við Háskóla Íslands og færest svo út í framhaldsnám, var það ekki?*

Já, ég las stærðfræði og sagnfræði við Háskóla Íslands auk uppeldisgreina og vann alltaf með náminu, m.a. við kennslu í Hagaskóla. Síðan ætlaði ég nú bara áfram í stærðfræði í Danmörku en það breyttist þannig að ég tók ekki aðeins framhaldsnám í stærðfræði heldur einnig í uppeldisgreinum. Þá var slíkt nám varla til á Norðurlöndum. Þetta var fyrsta skrefið þar við að tengja uppeldisgreinar og önnur fræðasvið. En nú er slíkt nám víða í boði þar og annars staðar í heiminum.

Til þessa náms naut ég myndarlegs styrks frá Reykjavíkurborg og vann síðan fyrir borgina í nokkur ár. Jónas B. Jónsson, sem var fræðslu-

stjóri, var bæði framsýnn maður og víðsýnn og taldi það vera mikilvægt fyrir skólustarf að þeir, sem tækju að sér leiðsögn við kennara og stjórnun nýjunga, væru vel menntaðir.

*Kynntistu öllu sem þú kenndir okkur á áttunda áratugnum í þessu framhaldsnámi?*

Nei, engan veginn. Námið var alfarið fræðilegt og engin tengsl við skólakennslu þótt vissulega væri nokkuð fjallað um nám og eðli stærðfræði sem fræðigreinar. Í fararbroddi við að byggja upp þetta nám var prófessor Bent Christiansen og hann opnaði okkur fyrst og fremst sýn á hve mikið var að byrja að gerast alþjóðlega á þessum vettvangi sem nú er kallaður stærðfræðimenntun. Bent hafði starfað fyrir UNESCO og var þekktur fræðimaður auk þess að vera ótrúlega lifandi og hrlfandi kennari.

Mér er hins vegar eðlislægt að reyna að ná áttum í því sem ég er að gera og að tengja saman hugmyndir af fræðilegum toga og möguleika í kennslu. Það sem reyndist mér svo vel til þeirra hluta var tveggja vikna námskeið í Bretlandi sumarið 1974 þar sem námstjórar í stærðfræði kenndu og ég kynntist bæði verkefnum og kennsluháttum sem voru til fyrirmyndar fyrir stærðfræðinám. Ég gekk í framhaldi af því í *Association of Teachers of Mathematics*, sem ég skrifa reyndar um í þessu blaði, og nýtti mér tímaritið þeirra og ýmis gögn auk þess að sækja páskaráðstefnurnar.

Það er kannske rétt að nefna að um miðjan áttunda áratuginn var öflugt uppbyggingarstarf í Bretlandi og í raun voru menn þar í fararbroddi í heiminum. Í Bandaríkjunum var t.d. afturhvarfsstefna (Back to Basics) í algleymingi og eðli málsins samkvæmt lítið af henni að læra. Það var ekki fyrr en nokkrum árum síðar að skýrslur í Bandaríkjunum sýndu hvaða áhrif hún hafði og menn snéru sér að því að breyta og byggja upp það sem sumir Íslenskir kennarar þekkjá nokkuð til og má sjá dálftil merki um í síðustu námskráskrifum hér.

*Þetta námskeið í Bretlandi hafði sem sagt mikið að segja fyrir þig og okkur íslenska kennara?*

Líklega má segja það. Allá vega lagðist ég í lestur á erlendu efni og viðræður og samskipti við erlenda aðila sem hafa reynst mér notadrjúg



*Ráðstefnan Matematikundervisningens rolle og placering i nordisk demokratisk kultur i Reykholti 1994.*

alla tíð. Ég tel næsta öruggt að ég hefði ekki lifað faglega af hér heima hefði ég ekki gert það. Maður verður að eiga einhvers konar umhverfi til umhugsunar og helst umræðuumhverfi, sé maður er svo heppinn að fleiri hafi þekkingu á sviðinu. Ella líður manni ekki vel í starfi og skilar litlu fram á við. Ég vona að ég hafi ekki bara komið á framfæri einstökum hugmyndum, heldur miklu fremur þessari afstöðu til lífs og starfs.

*En þú hefur ekki bara borið efni og hugmyndir hingað til okkar. Þú hefur líka tekið þátt í verkefnum erlendis, er það ekki?*

Það er náttúrlega ekki hægt að eiga samskipti fjölbjóðlega ef maður leggur ekkert til sjálfur. Og svo lærir maður ekki síður af því að undirbúa sig og leggja fram til umræðu og samstarfs en að hlusta á aðra og læra af þeim.

*Hefurðu leitað mest til Bretlands gegnum tíðina?*

Nei, þótt Bretland hafi reynst mér mjög hvetjandi umhverfi í byrjun hef ég farið miklu víðar og sér í lagi lesið skrif frá miklu fleiri löndum.

Það hefur leitt af sjálfu sér eftir því sem rannsóknir og þróunarstörf í stærðfræðimenntun eflust og fleiri komu fram á vettvanginn. Þetta er auðvitað mikilvægur þáttur í minni eigin símenntun og rannsóknum. En svo hefur lengst af ekki verið neinum öðrum til að dreifa við ráðgjöf fyrir kennara, sem hafa leitað eftir upplýsingum, umræðum og aðstoð, og þess vegna hef ég talið mikilvægt að halda bæði góðri yfirsýn og samböndum víða um heim.

*Segðu okkur meira frá því samstarfi sem þú hefur tekið þátt í.*

Kannske er nærtækast að taka norræna vettvanginn. Norðurlönd hafa lengi unnið saman vegna stærðfræði. Ég kom inn í slíkt samstarf veturinn 1977 - 1978 þegar ég var námstjóri og mér var boðið að kynna mér eitt verkefnumanna sem unnið hafði verið að án þess að við værum með. Skömmu síðar, eða í janúar 1979, var haldin ráðstefna í Kungälv fyrir norrænt forystufólk í stærðfræðikennslu. Sem þátttakanda í undirbúningsnefndinni tókst mér að kría út fleiri sæti en fyrirhugað hafði verið og fimm þátttakendur sóttu ráðstefnuna héðan.

Þetta var síðasta verkefnið sem norræna

ráðherranefndin styrkti í formlegu samstarfi landanna og starfið var síðan lagt niður. En við, sem sáum um ráðstefnuna, gerðum okkur ljóst að samstarf byggðist á því að fólk hittist og kynntist og vildum því ekki gefast upp. Frá þessu er sagt á heimasíðu ráðstefnunnar í sumar, <http://matematik2000.khi.is> Úr varð sem sagt norræna ráðstefnan á Flúðum 1983 og síðan var hringurinn farinn um hin Norðurlöndin og byrjað aftur á hringferðinni í Borgarfirði í sumar.

*Hvaða máli hafa þessar ráðstefnur skipt fyrir íslenska kennara?*

Miklu meira máli en flestir gera sér ljóst. Við undirbúning ráðstefnunnar að Flúðum báðum við L.d. erlendu þátttakendurna, sem margir gegndu lykilstöðum heima fyrir, að taka með sér námsgögn og bækur á sýningu. Þessi gögn fengum við svo flest að gjöf eftir ráðstefnuna og gáfum þau áfram til kennslumiðstöðvar sem þá var að stíga fyrstu skrefin á vegum Námsgagnastofnunar. Þetta var fyrsta myndarlega safnið sem kennslumiðstöð eignaðist og sýningin fór um haustið á fjölda haustþinga víða um land og nýttist áfram í meira en áratug bæði kennurum og kennaranemum.

Þá hafa þessar ráðstefnur gefið fjölda íslenskra kennara tækifæri til að hitta norræna

félaga og og kynnast því sem gerist á hinum Norðurlöndunum. Þeir sem standa að þessum ráðstefnum hafa almennt mjög mikla yfirsýn og þær taka því bæði á því sem er nýtt og gagnlegt. Sumir hafa haldið við kynnum frá ráðstefnunum og jafnvel unnið áfram með viðfangsefni sem hafa byrjað þar. Við höfum gætt þess nokkuð vel að undirbúa íslensku þátttakendurna fyrir ráðstefnur erlendis og reynt að vinna úr eftir að heim er komið. Við höfum einnig lagt áherslu á að íslenskir kennarar kynntu starf sitt í máli eða með sýningu á verkum nemenda. Það verður að hvetja fólk stöðugt til að gera slíkt. Fáir snúa sér að og tala við þá sem þegja og leggja ekkert fram.

*Hafa margir kennarar tekið þátt í þessum ráðstefnum eða öðrum slíkum ferðum sem þú hefur farið með íslenskum kennurum?*

Já það er orðinn talsverður hópur. Á þessar norrænu ráðstefnur og á tvíæringinn (Biennalen) í Gautaborg 1994 hafa farið 50-60 íslenskir kennarar og að ráðstefnunni í Borgarfirði komu 10-20 til viðbótar þeim. Þetta fólk er langflest tengt stærðfræðikennslu enn. En auðvitað hefur fólk gert sér mismikið úr slíkum tækifærum, sumir látið þetta verða stökkbretti til mjög vandaðrar vinnu.

*Geturðu nefnt okkur dæmi um einhver önnur norræn samstarfsverkefni sem þú hefur unnið við?*



*Nemendur í 8 bekk að vinna verkefni í tölfræði venurinn 1977-1978.*

Merkilegast þeirra er án efa *Matematikundervisning og demokrati* sem átti upptök sín í Danmörku nokkru fyrir 1990 og fékk myndarlegan styrk frá *Statens humanistiske forskningsråd*. Síðan fékkst norrænn styrkur og hin löndin komu einnig að vinnunni. Í þessu verkefni voru Norðurlöndin í raun brautryðjendur við að ræða mikilvægi þess að stærðfræðikennslan styddi hvern einstakling á lýðræðislegan hátt í náminu og til að beita þeirri kunnáttu vel í lífinu.



Ungir gestir á norrænu ráðstefnunni að Flúðum 1983

Meðal þess sem við gerðum var að undirbúa útgáfu fyrsta norræna rannsóknatímaritsins á sviði stærðfræðimenntunar. Það heitir NOMAD (*Nordisk Matematik Didaktik*). Hér á landi eru nokkrir áskrifendur að því og bókasafn KHÍ kaupir það. Margt fleira mætti nefna t.d. stuðning við doktorsnema í stærðfræðimenntun og í nokkrum mæli einnig meistaranema. Margar doktorsritgerðir hafa komið út frá þessu verkefni og eru enn að koma.

*Geturðu sagt okkur meira um uppbyggingu stærðfræðimenntunar á Norðurlöndum og samstarf sem þú hefur tekið þátt í við það?*

Jú, það er margt fleira. Síðasta áratug hafa háskólar á Norðurlöndum í síauknum mæli boðið fram doktorsnám og/eða meistaranám í stærðfræðimenntun og fræðimenn eiga með sér talsvert og reglulegt samstarf. Ég nefni áhugaverð verkefni, t.d. varðandi konur og stærðfræði. Svíar hafa verið framarlega þar, halda uppi nokkuð öflugum starfi og gefa út skýrslur og greinasöfn. Ég hef bæði verið fyrirlesari á ráðstefnu um þessi mál og á norrænu námskeiði sem haldið var sumarið 1996 fyrir konur í doktorsnámi í stærðfræði eða í stærðfræðimenntun. Margt er gert til að laða að fleiri konur og hvetja þær.

Einnig var ég einn fyrirlesari fyrir kennara-

háskólakennara í Noregi þegar ákveðið var að auka stærðfræði verulega í kennaramenntun og þeir þurftu að móta það starf. Svo hef ég víða setið í dómnefndum við norræna háskóla, bæði vegna doktorsverkefna og stöðuveitinga.

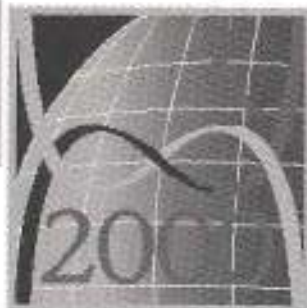
Mig langar að nefna skemmtilegt norrænt samstarfsverkefni. Það var námskeið hér heima sumarið 1993 fyrir um 40 íslenska og sænska kennara og 100 íslensk börn. Svíarnir báðu mig að halda þetta námskeið, því að þeir höfðu heyrt um það hvernig við höfðum þá í nokkur ár tengt barnanámskeið við endurmenntunamámskeið kennara. Þetta var mjög skemmtilegt námskeið og getur verið að við endurtökum það, alla vega hef ég fengið beiðni um slíkt.

*Hvaða norræn verkefni eru í þungunum á borðinu þínu núna?*

Efst er handrit að bókinni *Matematik & undervisning*. Norden 2000. Hún er samstarfsverkefni í tilefni Alþjóðlega stærðfræðiársins 2000 og kemur út í nóvember. Í ritstjórn eru Marit Johnsen-Høines frá Noregi, Karin Wallby frá Svíþjóð, Viggo Hartz frá Danmörku, Lisen Häggblom frá Finnlandi og ég frá Íslandi. Lesendur muna sumir eftir Marit, Viggo og Karin frá ráðstefnunni í Borgarfirði, Brandbjerg eða Nordfjordeid. Við val á efni í bókina var leitað til starfandi kennara um að segja frá því sem er að gerast í norrænum bekkjum á stærðfræðiárinu 2000. Fleiri koma líka að því að segja frá vinnu með grunnskólakennendum. Bókin verður góð kynning fyrir kennara og jafnvel foreldra.

Þá er það lokafrágangur varðandi ráðstefnuna í Borgarfirði og að gera hana að varanlegri minningu á neti og prenti. Þeir sem vilja fylgjast með geta gert það á heimasíðunni <http://matematik2000.khi.is>

Svo er verið að undirbúa NORMA 2001 en NORMA-ráðstefnumar eru haldnar fyrir Norðurlöndin og Baltnesku löndin. Málið er þ.a.l. enska og þetta er þriðja ráðstefnan. Hún verður að þessu sinni í Kristianstad í Svíþjóð í





Anna Kristjánsdóttir afhendir menntamálaráðherra, Birni Bjarnasyni, fyrsta eintak bókarinnar *Matematik & undervisning*, Norden 2000



Forsíða bókarinnar *Matematik & undervisning*, Norden 2000

júní og heimasíðan er: <http://www.maj.liu.se/~chber/norma01>

Svo getur verið að einhver hafi áhuga á að vita um norræna verkefnið NORDLAB sem er ætlað að efla kennslu í stærðfræði, tækni og náttúrufræðum. Mismunandi verkefni eru innan hvers Norðurlandanna og heitir norska verkefnið *Elevsentrert matematikkundervisning med fokus på egenvurdering*. Það er með heimasíðu <http://130.241.107.83/nordlab/no/no.html>

Ég kem að þessu verkefni sem einn fjögurra ráðgjafa og tengiliða við hin löndin. Þeim, sem vilja vita meira um einhver þessara verkefna, er velkomið að hafa samband.

*Þetta er allí norrænt. En ferum okkur nú víðar. Hvað viltu segja okkur um Alþjóðlega stærðfræðiárið 2000 og tildrög starfsins við það hér heima?*

Ákvörðunin um Alþjóðlega stærðfræðiárið 2000 var tekin á heimsþingi stærðfræðinga árið 1992 og fékk stuðningsyfirlýsingu fulltrúafundar UNESCO haustið 1997. Gert var ráð fyrir að félög stærðfræðinga settu af stað vinnuna við það hvert innan síns lands. Þegar það gerðist ekki hér ákvað ég að boða fund með fulltrúum félaga og háskóla þar sem ég stakk upp á að við mynduðum íslenska nefnd vegna þessa árs.

Þessu frumkvæði var vel tekið af öllum og þetta er í raun í fyrsta sinn sem svo margir aðilar taka höndum saman hér heima um uppbyggingarstarf vegna stærðfræði. Það hefur svo fallið á mig að veita nefndinni forystu. Margt spennandi hefur gerst á árinu fleira en norræna samstarfið. Veggspjaldið, heimasíðan og stærðfræðidagurinn í skólum hafa líka vakið ehirtekt og má gera ráð fyrir að allir þekki það.

Enn er þó ókomið það sem getur skipt mestu máli. Við fórum fram á það við Sjónvarpið að það þýddi og sýndi sjö vandaða þætti sem heita *Life by the Numbers*. Þeir eru einkum ætlaðir unglingum í efsta hluta grunnskóla og framhaldsskólaum en henta einnig vel fyrir almenn- ing. Þættirnir gefa skemmtilega innsýn í stærðfræði og hlutverk hennar nú á tímum. Ég vona að við fáum þá einnig á myndbönd og að því er unnið. Þá munum við gefa út þýðingu á kennsluhugmyndum með þáttunum. Um þetta og miklu fleira er auðvitað hægt að fræðast meira á heimasíðu ársins <http://wmy2000.khi.is>

*Þú andar líklega léttar þegar þessu ári lýkur?*

Mér leiðist nú heldur að anda lengi léttar! Það er það góða við að vera í spennandi starfi að ekki kemur tómarúm, heldur eru ný verkefni alltaf byrjuð áður en öðrum er lokið.



Framundan er langstærsta verk-efnið sem Norðurlöndin hafa tekist á hendur á sviði stærðfræðimenntunar. Þetta er ráðstefnan *International Congress on Mathematical Education*, eða ICME-10 sem verður í Kaupmannahöfn sumarið 2004. Þessar ráðstefnur eru á fjögurra ára fresti og eru meginráðstefnur í heiminum á sviði stærðfræðimenntunar.



Þetta var orðið skammtilega, næstum eins og menn hafi haldið að hér væri á ferð einfalt samanburðarverk-efni. En málið er náttúrlega miklu flóknara en svo. Það er gott að stærðfræðingar skuli vita eitthvað um stærðfræðikennslu og aðild þeirra að slíkrri umræðu er mikilvæg þótt ekki sé nóg að þeir komi einir að henni.

Þetta verður í fyrsta sinn sem eitthvert Norðurlandanna hýsir slíka ráðstefnu og líka í fyrsta sinn sem fleiri lönd en eitt sameinast um að halda hana. Samþykki fyrir þessu er merki um traust manna á norræna samstarfinu sem hefur verið byggt upp undanfarin ár. Ég var beðin um að taka sæti í norrænu nefndinni sem Gerd Brandell frá Svíþjóð er í forystu fyrir en Mogens Niss og Morten Blomhøj frá Danmörku eru formenn alþjóðlegu dagskrárnefndarinnar og staðarnefndarinnar í Danmörku.

Íslendingar munu auðvitað koma að undirbúningsvinnunni fyrir ICME-10 og eins og þeir vita sem hafa tekið þátt í uppbyggingarstarli þá bera þeir bæði úr bítum faglega og félagslega. Innan hinna Norðurlandanna er mikill áhugi á þessu verki og hann hef ég líka orðið vör við hér heima þótt lítið sé enn farið að kynna málið. Það má búast við að stór hópur Íslendinga komi á einhvern hátt að undirbúningi þessarar ráðstefnu og/eða sækji hana og ef við vinnum vel og erum samhuga getur þetta starf gagnast okkur mjög vel í uppbyggingu hér heima fyrir.

*Þá er kannske ástæða til að spyrja þig meira um þessi samtök sem standa að baki ICME ráðstefnunum.*

Þau heita *International Commission on Mathematical Instruction*, skammstafað ICMI, og voru upprunalega stofnuð 1908. Heimsping stærðfræðinga það ár samþykkti eftirfarandi tillögu:

*“The Congress, recognizing the importance of a comparative study on the methods and plans of teaching mathematics at secondary schools, charges Professor F. Klein, G. Greenhill and Henri Fehr to constitute an International Commission to study these questions and to present a report to the next Congress.”*

ICMI starfar enn í umboði *International Mathematical Union* og þau tengsl kunna menn að meta þótt í raun sé nú orðið um sjálfstætt fræðasvið, stærðfræðimenntun, að ræða.

ICMI heldur sem sagt þessar stórráðstefnur sem eru öllum opnar og fjöldi manns sækir. Nokkrir einstaklingar héðan hafa sótt þær en aldrei hópur. Hins vegar er ekki síður mikilvægt að ICMI hefur haldið fámennar vinnuráðstefnur sérfræðinga á mismunandi sviðum, farið ítarlega í viðkomandi málaflökk og gefið út vandaðar bækur. Þannig hafa nýlega komið út bækurnar *Towards Gender Equity in Mathematics Education* (1996), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (1998), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century* (1998), *History in Mathematics Education* (2000) og *Teaching and Learning Mathematics at University Level* (væntanleg 2001).

Fern samtök eða hópar eru tengd ICME. Það eru *The International Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics* (HPM), *The International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME), *The International Organization of Women and Mathematics Education* (IOWME) og *The World Federation of National Mathematics Competitions* (WFNMC). Þau halda flest uppi nokkuð öflugum starfi og líklega þekkja Íslendingar einna best til þess síðasta því að nemendahópar héðan hafa tekið þátt í þessari keppni, nú síðast í Kóreu í sumar.

*Þú hefur fjallað um ICMI gegnum tíðina í fyrirlestrum og kynnt starf samtakanna á kennaravámskeiðum. Hefurðu tekið mikinn þátt í störfum ICMI?*

Já, nokkurn. Ég var beðin um að verða fulltrúi Íslands hjá IOWME og síðar að gefa kost á mér

sem ritgjafi fréttabréfs samtakanna. Fyrri starfinu gegni ég enn og hef bæði kynnt í Flatarmálum og staðið fyrir kennaranámskeiði hér með erlendum gestum. Síðara starfinu gegndi ég árin 1992-1996. Mér hefur einnig verið boðið til nokkurra sérfræðingaráðstefna ICMI og tók þátt í tveimur þeirra sem skýrslur eru komnar út um. Svo hef ég sótt stóru ráðstefnurnar og þekki marga á þessum vettvangi.

En talandi um kynningar, þá er það rétt að ég hef reynt að kynna ICMI í fyrirlestrum og á námskeiðum ásamt því að sjá til þess að eitt-hvað af efni þeirra sé aðgengilegt á bókasafni KHÍ. Framkvæmdastjóri ICMI fór fram á það við mig upp úr 1990 að ég beitti mér fyrir því að Íslenska stærðfræðafélagið tilnefndi fulltrúa fyrir tengsl við ICMI sem öll hin Norðurlöndin voru þá aðilar að. Erindinu kom ég fljótlega á framfæri við þáverandi stjórn Íslenska stærðfræðafélagsins. Hún var samþykkt og tók einn stjórnarmanna að sér að annast þessi tengsl. En svo gerðist ekkert meira og hvorki var ICMI kynnt innan lands eða starf okkar erlendis. Það var auðvitað talsvert annað en búist hafði verið við og ég ákvað að bregðast þannig við að halda einfaldlega áfram að fjalla um ICMI við kennara á lengri námskeiðum eða í framhaldsnámi og að halda að fólki efni þaðan.

*Hefurðu tekið þátt í viðtækara starfi erlendis en því sem þú hefur þegar nefnt varðandi stærðfræðimennun?*

Já, reyndar talsvert. Í framhaldsnáminu skrifaði ég lokaritgerð árið 1972 um þá möguleika sem tölvur opnuðu í stærðfræðinámi unglunga 13-18 ára. Og þess vegna hef ég ekki síður haft afskipti af upplýsingatækni en stærðfræðimenntun. Það hefur einkum verið alþjóðlega en örlítið líka á norrænum vettvangi. Ég er fulltrúi Íslands gagnvart *International Federation for Information Processing* (IFIP) og á sæti í menntamálanefnd IFIP og einum vinnuhópi innan hennar.

*Hafa margir Íslendingar tengst þessu starfi?*

Það má segja að talsverður hópur hafi gert það, bæði sótt ráðstefnur IFIP erlendis og hér heima. Ætli það hafi ekki verið nálægt 30 manns sem sóttu síðustu heimsráðstefnuna í Englandi 1995

og væntanlega fara nokkuð margir á þá næstu sem verður í Kaupmannahöfn næsta sumar. Upplýsingar um hana er að finna á heimasíðu ráðstefnunnar <http://www.wcce2001.dk/>

*Þú hefur nefnt ótrúlega margt og það virðast mörg tækifæri opin til að setja sig inn í þessi mál. Bæði ráðstefnur og trúlega líka námskeið.*

Í raun eru ráðstefnumar sjálfar ekki meginmálid, heldur vinnan sem fer fram jafnt og þétt en verður sýnileg fjölda manns á ráðstefnum og birtist á varanlegu formi í sambandi við þær. Að sækja ráðstefnur eða námskeið er vissulega gagnlegt en að taka þátt í að móta verkefni, ráðstefnu eða námskeið, vinna við það og leggja fram efni, er enn meira virði. Það er eins með þessu mál og önnur að því virkar sem við tökum þátt, þeim mun meiri er eigin afrakstur. En það er rétt að tækifæri eru mörg. Þau þyrftu bara að vera miklu fleiri hér heima til þess að fjalla um þessi mál og kynningar og umræða að ná til langtum fleiri kennara en verið hefur.

*Mér finnst það hafa skýrt hvaða ávinning við getum haft af því að taka þátt í norrænu og alþjóðlegu starfi. En telurðu að við höfum mikið fram að fara í slíku sambandi?*

Já, það tel ég skilyrðislaust. Það þarf náttúrulega að vera jafnvægi milli þess að leggja fram og lesa eftir aðra eða hlusta á þá. Margir reyna að finna upp hjólið og nauðsynlegt er fyrir okkur að vita um aðra sem vinna á sama vettvangi og hvað þeir hafa lagt fram, til þess að betur verði tekið eftir því sem við segjum. En það er öruggt að íslenskir kennarar geta víða lagt vel til mála. Norræn tækifæri hafa skapað mörgum aðstæður til að láta í sér heyra og ná sambandi við aðra. Evrópuverkefni hafa einnig stutt ýmsa til að komast af stað og vinna að þróunarverkefnum með erlendum aðilum.

En það mikilvægasta felst í manneskjunni sjálfri og samstarfi áhugasamra kennara og annarra fagmanna sem vilja fara málefni sífellt lengra fram á við. Þar er lykilinn að finna að árangri.

Durður er kennari við Lindaskóla.

# Ráðstefna um stærðfræðinám

Matematik 2000 -Fokus í teorier og praksis

## Ragnheiður Gunnarsdóttir

**D**agana 22. til 26. júní sl. héldu Flötur, samtök stærðfræðikennara, og Kennaraháskóli Íslands norræna ráðstefnu um stærðfræðinám í Borgarnesi. *Matematik 2000 - fokus í teorier og praksis*. Ráðstefnur sem þessi hafa verið haldnar á Norðurlöndunum til skiptis á þriggja eða fjögurra ára fresti frá árinu 1975. Íslendingar hafa einu sinni áður haldið ráðstefnuna og var það á Flúðum árið 1983.

Íslendingar fjölmenntu á ráðstefnuna sem haldin var í Noregi fyrir þremur árum og buðu þá til þessarar ráðstefnu og var þá búið að skipa undirbúningsnefnd. Íslendingum þótti upplagt að halda ráðstefnuna árið 2000 þar sem þetta ár er merkilegt í sögu okkar: Kristnitökuafmælið, Vínlandsfundurinn, Reykjavík menningarborg Evrópu og síðast en ekki síst er árið 2000 alþjóðlegt stærðfræðiár. Undirbúningur fór að

mestu fram síðasta árið. Í dagskrárnefnd voru: Anna Kristjánsdóttir formaður, Ragnheiður Gunnarsdóttir og Guðmundur Birgisson og auk þeirra tveir frá hverju hinna Norðurlandanna. Í skipulagsnefnd voru: Guðbjörg Pálsdóttir formaður, Sigrún Ingimarsdóttir, Kristján Gíslason og Þór Jóhannsson.

Þátttakendur, sem voru um 130, gistu og borðuðu á Hótel Borgarnesi og þar fóru aðal- fyrirlestrarnir einnig fram. Kynningar á rannsóknarverkefnum, verkstæði og umræðuhópar fóru fram í Grunnskóla Borgarness. Þar voru einnig settar upp sýningar bæði á verkum nemenda og sýningarbásar frá félögum og fleirum.

Erlendu þátttakendurnir komu flestir til landsins miðvikudaginn 21. júní og að morgni næsta dags lagði hópurinn af stað til Þingvalla í blíðskaparveðri. Það veður átti eftir að haldast alla ráðstefnudagana.



Þegar til Þingvalla kom gengum við niður Almannagjá og á móts við þingvallana tóku á móti okkur lúðrablássarar sem spiluðu íslensk ættjarðarlög. Heimir Pálsson sagði okkur frá sögu staðarins og Anna Kristjánsdóttir bauð alla velkomna og setti ráðstefnuna.

Eftir þessa skemmtilegu setningarathöfn var boðið upp á smá hressingu og hélt hópurinn síðan áfram til Borgarness. Eftir að hópurinn hafði komið sér fyrir og borðað hádegismat hittist hann á sal hótelsins. Þar var farið yfir hagnýt atriði og söngur ráðstefnunnar kynntur. Fólk var hvatt til þess að bæta við erindum. Ekki létu þau á sér standa því að á hverjum degi komu nýir textar um það sem hafði gerst.

Fimm aðalfyrirlestur voru á ráðstefnunni, einn á hverjum degi. Morten Blomhøj og Mikael Skånström frá Danmörku byrjuðu á fimmtudeginum (greint er frá fyrirlesturum og nokkrum verkstæðum í þessu blaði).

Um kvöldið bauðst þátttakendum að fara í

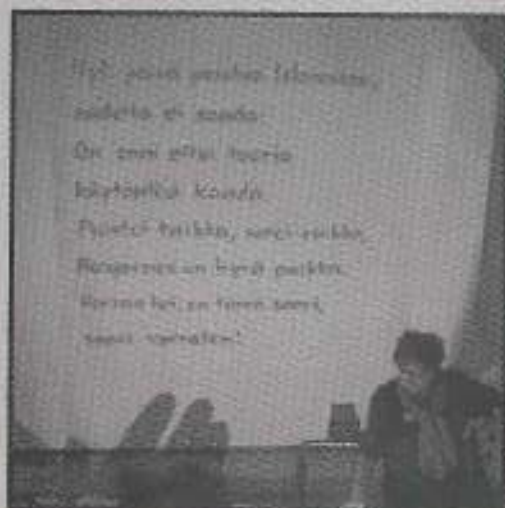
göngutúr um Borgarnes þar sem leiðsögumaður sagði frá sögu staðarins eða þá að fara á hestbak eða í sund. Margir nýttu sér þetta en aðrir hvíldu sig.

Fyrir hádegi á föstudag var fjölbreytt dagskrá. Menntagátu valdið um þrjú verkstæði, umræðuhópa og kynningar á rannsóknarverkefnum. Eftir hádegi var komið að Íslandi með aðalfyrirlesturinn. Hann flutti Guðný Helga Gunnarsdóttir. Síðdegis var síðan aftur hægt að velja sig í hópa eins og um morguninn. Eftir kvöldmat var farið með rútu í Reykholt. Þar tóku prestshjónin á móti okkur og sögðu okkur frá sögu staðarins og byggingaframkvæmdum þar. Við skoðuðum nýuppsetta sýningu í kjallara hússins og Snorralaus. Í bakleiðinni skoðuðum við Deildartunguhver.

Fram að hádegi á laugardag var dagskráin eins og á föstudeginum. Eftir hádegið hélt Hellevi Putkonen frá Finnlandi þriðja aðalfyrirlesturinn.

Klukkan 15.00 var svo haldið af stað í





Jónsmessuferð. Ferðinni var heitið til Stykkishólms en á leiðinni var stoppað hjá Rauðamels-ölkeldu og fengu allir að smakka ölkelduvatnið. Einnig var stoppað í Bjarnarhöfn þar sem kirkjan var skoðuð og boðið upp á hákarl, harðfisk og brennivín. Kl. 19.00 vorum við komin til Stykkishólms og var þá haldið út á Breiðafjörð með hátnum Særinu. Þessi ferð var mjög vel heppnuð. Við skoðuðum fuglabjörgin í eyjunum í kring og sáum m.a. arnarhjón. Veitt var með plógi og aflinn tekinn um borð og allir fengu að smakka sjávarfangið hrátt uppi á dekki. Síðan var boðið upp á hlaðborð með fiskréttum í matsalnum. Harmonikkuleikari spilaði fyrir okkur allan tímann. Sýnd voru skemmtiatriði og eftir matinn var stigin dans í matsalnum og líka sungið uppi á dekki. Veðrið var mjög gott og spillti það ekki fyrir. Það voru ánægðir ferðalangar sem komu heim á hótél um kl. eitt.

Dagskrá sunnudagsins var eins uppbyggð og á föstudeginum. Aðalfyrirlesturinn hélt Svínn Christer Bergsten. Um kvöldið var svo hátíðar-

kvöldverður. Fulltrúar hvers lands komu með skemmtiatriði og þjóðdansahópur úr Borgarfirði sýndi dans. Öll erindi ráðstefnusöngsins, átján að tölu, voru sungin. Undirbúningshópurinn veitti öllum sem voru með dagskráratriði eða höfðu komið að undirbúningi ráðstefnunnar smá gjöf sem þakklætisvott. Á eftir var svo dansað fram á nótt.

Á mánudagsmorgun var síðasti aðalfyrirlesturinn fluttur af Signe Holm Knudtson frá Noregi. Ráðstefnunni var síðan slitið og það er venja að þá sé boðið til næstu ráðstefnu. Grænlandingar ætla að reyna að halda hana árið 2003 með hjálp Dana. Ef það gengur ekki þá verða það Danir sem halda hana.

Við sem stóðum að þessari ráðstefnu vorum mjög ánægð með hvernig til tókst og gátum við ekki heyrt annað á þátttakendum en að þeir hafi verið mjög ánægðir í alla staði.

Ragnheiður er formaður Flatar og kennir við Fjölbrautaskóla Suðurnesja.

## Menntun

### í áhættuþjóðfélagi

Fyrirlestur Morten Blomhøj  
og Mikael Skånstrøm

#### Jóna Guðmundsdóttir

Fyrstir í fyrirlestraröðinni voru tveir Danir, Morten Blomhøj og Mikael Skånstrøm, og hét fyrirlestur þeirra **FARLIGE SMÁ TALL - ALMENDANNELSE I ET RISIKOSAMFUND**. Fyrirlesturinn byggði á grein sem var unnin af þeim tveimur ásamt Helle Alrø, Henning Bødtkjer og Ole Skovsmose. Þessi hópur samanstendur af fagfólki sem annars vegar stundar háskólakennslu og rannsóknir og hins vegar kennslu á grunnskólastigi. Til dæmis er Morten prófessor í Hróarskeldu á meðan Mikael er í greininni sagður starfa við Statens Pædagogiske Forskningscenter en kynnti sig sem grunnskólakennara. Þeir félagar lögðu í fyrirlestrinum áherslu á að samvinna af því tagi sem þeir stunduðu væri miklu líklegri til árangurs en að vísindamenn legðust í greinaskrif sem kennararnir læsu síðan og að ef vel tækist til með slíka samvinnu mætti uppskera hvort tveggja: betri kennsluáferðir og nýjar kenningar um kennslufræði stærðfræðinnar.

Hópurinn sem að verkefninu stóð kom sér saman um eftirfarandi atriði áður en lagt var upp:

- Í menntakerfinu er venjan að líta á stærðfræðina sem notkun hugtaka og aðferða til að lýsa fyrirbærum, skýra þau, stjórna þeim og hanna ný.
- Stærðfræðin gegnir mikilvægu hlutverki í nútímasamfélagi. Hún er ekki bara hlutlaust verkfæri sem nota má til að leysa vandamál hér og nú, heldur er hún mikilvægt tæki í áframhaldandi þróun samfélagsins. Því er almenn kunnátta í stærðfræði nauðsynleg til að skilja og taka þátt í mótun framtíðarsamfélagsins og lýðræðinu er best borgið með því að sem flestir geti verið þátttakendur í því starfi.
- Stærðfræðin notar gjarnan óhlutbundin



Morten Blomhøj og Mikael Skånstrøm

hugtök og aðferðir sem ekki er alltaf svo auðvelt að styðja með dæmum úr raunveruleikanum. Henni hættir því til að vera aðskilin frá reynsluheimi nemandans sem og frá öðrum kennslugreinum. Eigi stærðfræðin að vera hluti af almennri menntun þarf að skoða inntak kennslunnar út frá sameiginlegum uppeldislegum markmiðum.

- Nemendur hafa viðtæka reynslu af því að beita stærðfræði í daglegu lífi án þess að þeir geri sér grein fyrir því. Stærðfræðikennsla verður því að miðast við að opna augu þeirra fyrir því og tengja reynslu þeirra við fagið.
- Í stærðfræðikennslu er mikilvægt að skapa aðstæður þar sem reynsla nemenda nýtist og helst í hendur við innihald námsefnis og tengist um leið notkun stærðfræði í nútímasamfélagi. Þegar best tekst til við sköpun slíkra aðstæðna er mögulegt að nemendur geti tekið við stjórninni á eigin forsendum og öðlist um leið nýjan skilning á náms-efninu. Hlutverk kennarans er þá að leiðbeina, styðja og örva nemendur til dáða.

Í erindi sínu tóku þeir Morten og Mikael dæmi af því hvernig skapa má aðstæður í kennslustofunni sem byggðar eru á reynslu nemenda. Þannig tóku þeir útgangspunkt í hjólreiðameningunni sem við þekkjum svo vel í Danmörku en sem veldur því að fjöldi

ungmenna lendir í umferðarslysum ár hvert. Nemendur vita að það getur verið hættulegt að hjóla í umferðinni, en þegar búið er að koma fyrir beygluðu reiðhjóli í miðri kennslustofunni ofan á máluðum rauðum krossi, svipuðum þeim sem umferðaryfirvöld í Danmörku hafa látið mála á vegina þar sem reiðhjóláslys hefur orðið síðast liðin fimm ár, eru fyrstu viðbrögð nemenda þau að þetta sé óþægilegt umræðuefni. En þetta er þrátt fyrir allt þeirra reynsluheimur og fljótlega er umræðan í fullum gangi: Hverjar eru líkurnar á því að lenda í slysi á leiðinni í skólann? 10% eða 1/1.000.000? Ef líkurnar eru 1/10.000 hvað eru það þá mörg prósent? Nemendur setja upp töflu og reikna líkurnar á að lenda í reiðhjóláslysi á leiðinni í skólann og hvernig líkurnar aukast með fleiri ferðum. Allir taka þátt og allir hafa skoðun og nemendur stinga upp á því að gerð sé könnun meðal allra nemenda skólans um hversu margir þeirra hafi lent í slysi eða óhappi á leið til skólans.

Þeir félagarnir sögðu okkur líka frá öðru dæmi. Það fjallaði um mat (Danir!), í þessu tilfelli egg. Nemendur ræddu hættuna á að sýkjast af salmonellu eftir að hafa borðað sýkt egg. „Hvernig veit maður hvort egginn eru sýkt?“ spurðu nemendur og svöruðu sjálfir að best væri að taka sýnishorn. Þeir létu ekki sitja við orðin tólm heldur útbjuggu 500 ósýkt og sýkt „egg“ með því að safna saman filmuboxum og setja gula og bláa teninga inn í boxin. Bláir teningar fóru í 10% boxanna og táknuðu sýkt egg. Síðan skiptu nemendur sér í hópa, fóru að taka stikkprufur og skrá niður-

stöður. Niðurstöðurnar þurfti síðan að setja fram og umræður voru líflegar. Siðfræðilegar spurningar stungu upp kollinum þegar rætt var um hvort í lagi væri að selja egg þó að vitað væri að einhver þeirra gætu verið sýkt. Er það í lagi ef maður lækkar verðið?

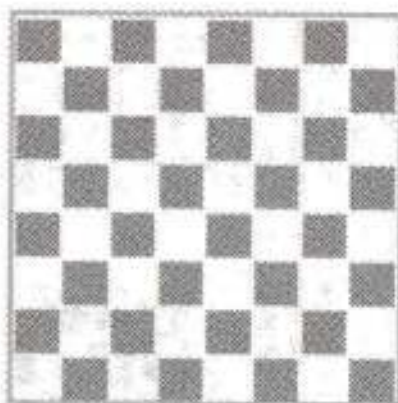
Þeir félagar voru líflegir og skemmtilegir fyrirlesarar og skiptust bróðurlega á að segja frá. Við áheyrendur fengum þá mynd af nemendum Mikael að þeir væru hugmyndaríkir og klárir og allir sem einn stærðfræðiséni. En Mikael benti okkur á að slíkt væri alls ekki tilfellið heldur venjulegir unglingar að fást við efni sem snerti þá og höfðaði til þeirra.

Niðurstaða þeirra féлага var að reynsluna af vinnu sinni með FARLIGE SMÁ TALL – ALMENDANNELSE I ET RISIKOSAMFUND megi yfirfæra á stöðu stærðfræðinnar í samfélagi okkar. Sem órjúfanlegur hluti tækniþróunar gegnir stærðfræðin mikilvægu hlutverki í hönnun, framleiðslu og vinnu með ýmis fyrirbæri sem eru áhættuvaldar í þjóðfélaginu. Samtímis er stærðfræðin og stærðfræðilíkon grundvöllur þess að lýsa, skýra og vinna með ýmis birtingarform samfélagslegrar áhættu og því er hægt að segja að aðferð nemenda Mikael við að greina þessa áhættu mætti gjarnan færa ofar í þjóðfélagið og beita þar á gagnrýninn hátt. Því eins og Mikael sagði „Det er godt når det går bedre, men det er bedre når det går godt“.

Jóna er kennari við Ármúlastóla.

Á venjulegu skákborði, sem er 8 x 8 ferningar er hægt að finna 204 mismunandi stóra ferninga.

Hve margir þeirra eru með jafn marga svarta og hvíta reiti?



## Kennarar

### í þróunarstarfi

Fyrirlestur Guðnýjar Helgu  
Gunnarsdóttur



Guðný Helga Gunnarsdóttir

### Matthildur Guðmundsdóttir

**G**uðný fjallaði um einkenni góðra þróunarverkefna og studdist við reynslu sína af að stjórna verkefni til eflingar stærðfræðikennslu í Hafnarfirði og á Álftanesi, 1997 – 1999.

Verkefnið var unnið að frumkvæði skólanefndar Hafnarfjarðar í samráði við skólastjórnendur og var Guðný Helga ráðin námstjóri í stærðfræði í hálfít starf við Skólaskrifstofu Hafnarfjarðar þar sem hún tók að sér umsjón með verkinu. Hafið var samstarf við Rannsóknarstofnun Kennaraháskólans þar sem Anna Kristjánsdóttir prófessor var fengin sem faglegur ráðgjafi og við Freudenthalstofnunina í Hollandi þar sem Jan de Lange var faglegur ráðgjafi. Jan de Lange skýrði frá því að góður árangur Hollendinga á sviði stærðfræðinnar byggðist á 25 ára öflugum þróunarstarfi.

#### Verkefnið í Hafnarfirði fólst meðal annars í eftirtöldum þáttum:

1. Námstjórn, fagstjórn og stuðningi við þróunarstarf innan einstakra skóla.
2. Fræðslufundum, námskeiðum og leshópum.
3. Gerð námsefnis og efnis til stuðnings kennurum til að breyta áherslum og kennsluháttum.
4. Erlendum heimsóknunum og fyrirlesturum um stærðfræðikennslu.
5. Greiningu á stöðu stærðfræðikennslu og könnun á óskum skólanna og heimila.
6. Kynningum fyrir foreldra og kynningum á milli skóla.

260 kennarar frá 7 grunnskólum tóku þátt í verkefninu, þar af 135 stærðfræðikennarar. Nemendur voru 3450. Óskað var eftir að í hverjum skóla væri fagstjóri í stærðfræði og reglulegir fundir haldnir með námstjóranum og fagstjórunum. Byrjað var á 6 stunda námskeiði fyrir fagstjóra um haustið og einnig haldið 40 stunda

námskeið fyrir þá hjá Freudenthalstofnuninni vorið 1998 en á því voru líka þrír kennarar úr hverjum skóla.

Í september 1997 hófst verkefnið með fyrirlesturum og námskeiði með hollenskum sérfræðingum, en síðan stýrði Guðný áframhaldandi fræðslufundum og námskeiðum yfir veturinn þar sem hún fékk íslenska sérfræðinga til liðs. Um vorið var svo efnt til námskeiðs í Hollandi með kennurum og fagstjórum. Samarið eftir voru námskeið með dönskum og hollenskum leiðbeinendum og skólaárið 1998 – 1999 stýrði Guðný áfram fræðslufundum og námskeiðum. Báða veturna prófuðu og þróðu kennararnir með nemendum sínum ýmis verkefni út frá hugmyndum námskeiðanna.

Á námskeiðunum var lögð áhersla á breytt vinnubrögð í stærðfræðikennslu með hliðsjón af þeirri hugmyndafræði sem kynnt var.

#### Umfang námskeiða:

1997 – 1998

Kennarar í yngstu bekkjum 20 stundir

Kennarar í 3. – 6. bekk 20 stundir

Kennarar í 7. – 8. bekk 20 stundir

1998 – 1999

Kennarar í yngstu bekkjum 40 stundir

Kennarar í 6. – 10. bekk 60 stundir.



Að auki voru námstefnur, stærðfræðidagar og fræðslufundir. Jafnframt var verkefnið kynnt foreldrum í hverjum skóla, stærðfræðikennsla í hverjum skóla skoðuð og einnig voru óskir kennara, foreldra og nemenda kannaðar.

Í erindi sínu nefndi Guðný dæmi um hvernig þeir kennarar sem hún ræddi við hefðu lýst þeim áhrifum sem þátttaka í verkefninu hefði haft á þá.

- Einn kennarinn nefndi að hann hefði hætt að svara sprunngum nemenda um hvað þeir ættu að gera en þess í stað reynt að knýja þá til umræðna og til að reyna að orða hvað það væri sem þeir væru að leita að. Nemendurnir hefðu tekið eftir þessari breytingu hjá kennaranum og það hefði pirrað þá í fyrstu.
- Annar kennari nefndi að námskeið sem hann sótti hefði haft meiri áhrif á hann sjálfan en sjálfa kennsluna. Hann sagði að það tæki hann tíma að vinna úr hugmyndum og yfirfæra þær yfir í kennsluna.
- Einn taldi að þær hugmyndir sem hann hefði fengið væru góðar en fannst erfitt að koma þeim í framkvæmd.
- Annar nefnir að það hafi orðið mikil gerjum hjá honum sjálfum og að atriði sem honum þóttu mjög mikilvæg áður eins og það að nemendur reiknuðu hvert einasta dæmi í kennslubókunum væru nú orðin aukaatriði.

Síðan tók hún fyrir undirstöðuatriði og einkenni góðra þróunarverkefna.

#### Hlutverk kennarans.

Það er kennarinn sem þarf að:

- breyta fagvitund sinni
- skilja hvernig nemendur hugsa
- þróa nýjar kennsluaðferðir og efni
- eiga samvinnu við nemendur, aðra kennara, foreldra og ýmsa fleiri í samfélaginu.

#### Stuðningur og umsjón með þróunarverkefni.

Í skólaþróun þarf að styðja kennara:

- við að öðlast nýja þekkingu og færni, sem síðan hafa áhrif á viðhorf þeirra. Námskeið og ráðgjöf duga ekki ein sér
- við að taka faglega afstöðu og meta viðfangsefnið
- við þróun kennsluhátta. Yfirvöld þurfa að styðja þá þróun með aðalnámskrá.

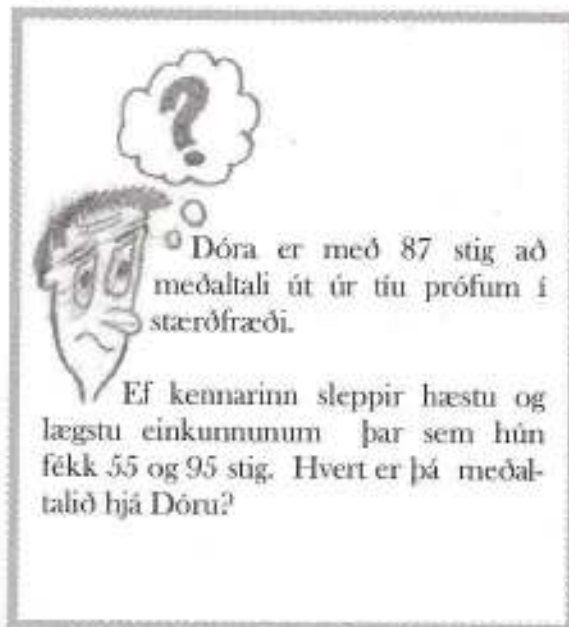
Við árangursríkt þróunarferli þarf vel skilgreinda sýn á hvers konar nám og kennsla sé líkleg til að gefa sem mest af sér. Einnig getur þurft að vinna upp námsefni. Sem dæmi má nefna að í verkefninu í Hafnarfirði var tekið saman námsefni til stuðnings kennurum við að breyta áherslum í starfsaðferðum. Í námsefninu voru góðar þrautir og hugmyndir frá námskeiðum og þeim kennurum sem þátt tóku í þróunarstarfinu.

Guðný vakti athygli á að það tekur tíma að kynnast nýjum hugmyndum og breyta sýn til kennsluhátta og vinnubragða og að það hefur mikil áhrif á kennara að hlusta á nemendur lýsa hugsunum sínum við lausn viðfangsefna í stærðfræði og hefur oft hjálpað kennurum til að þróa kennsluna. Það getur líka leitt til óöryggis og óánægju yfir að hafa ekki skilið nemendurna betur og hugleiðinga um hvernig hægt sé að hjálpa nemendum til að öðlast dýpri skilning. Einnig kom Guðný inn á að það að skoða eigin kennslu undir handleiðslu sé mjög árangursríkt en jafnframt tímafrekt.

Guðný Helga starfar nú í Víetnam en áætlað var að fagstjórar í hverjum skóla fylgdu eftir þróunarverkefninu í samvinnu við Skólaskrifstofuna.

Grein um verkefnið birtist í Flatarmáli 2. tbl. 6. árg. des. 1998 og verður því ekki lýst nánar hér, en vísað til lýsingar sem þar er að finna.

Matthildur er kennsluráðgjafi við Fræðslumiðstöð Reykjavíkur.



# Hlutbundnar mælingar og samþætting námsgreina

Fyrirlestur Hellevi Putkonen



## Margrét Tryggvadóttir

Hellevi Putkonen að svara fyrirspurnum

**Þ**rútt fyrir ákveðinn skammt af skólaþreytu létu um það bil 130 norrænir kennarar lokka sig inn úr góða veðrinu til að fræðast hver af öðrum um stærðfræði. Fulltrúar frá ölfuríkinu Noregi voru í miklum meirihluta.

Í þessu greinarkorni langar mig að gera stuttlega grein fyrir inntaki í fyrirlestri Hellevi Putkonen frá Finnlandi sem hét „*Mätning som forskningsuppgift under de första skolåren och i klasslärarutbildningen*“. Hún er kennari við kennaraháskólann í Helsingfors og hefur gefið út kennslubækur. Fyrirlesturinn flutti hún af miklum krafti og sannfæringu.

Hellevi sagði lítillega frá kennaranáminu í Finnlandi. Þar tekur almennt kennaranám 4-6 ár. Nemar fá 100 tíma í stærðfræði. Þeir fá æfingakennslu bæði við æfingaskóla kennaraháskólans og úti í almennum skólum. Um 10 % kennara taka stærðfræði sem sérgrein. Almennir kennarar geta kennt stærðfræði í 1.-6. bekk í grunnskólanum.

Í upphafi greindi hún frá áhuga sínum á að koma á samstarfi meðal kennara ýmissa greina innan háskólans. Það gætti vissrar tregðu hjá samstarfsfólki hennar að taka þátt í þessu í byrjun en eftir að hafa tvívegis farið í gegnum ferlið sagðist hún geta valið úr fólki til samvinnu.

Hún velti upp spurningunni: Hvernig get ég stuðlað að því að unnið verði hlutlægt með mælingar í öllum skólum eða að minnsta kosti í einhverjum skólum?

Í tengslum við þá spurningu hafði hún komist að eftirfarandi niðurstöðum:

- Það þarf að auka hlutbundna kennslu í kennaraháskólanum.

- Það vantar samvinnu milli kennara háskólans.
- Það eru ekki til næg tæki til mælinga í skólunum.
- Það þarf að veita meiri þekkingu um samþættingu milli námsgreina.
- Það þarf meiri þekkingu og reynslu í samvinnunámi (kooperativ inlärning).

Síðan sagði hún frá samstarfi stærðfræðikennara og íþróttfræðikennara innan háskólans og skipulagi þess. Hún sýndi líka myndband frá vinnu nemenda kennaraháskólans í því samstarfi.

Samstarfið fólst í einnar viku þemavinnu í maímánúði. Kennaranemarnir sem tóku þátt í verkefninu skiptust í 5 tuttugu manna hópa.

Hver hópur hafði sitt verkefni:

- hópur A tölfræði,
- hópur B lengdarmælingar,
- hópur C flatarmál,
- hópur D tímamælingar,
- hópur E hlutföll.

Þessir hópar reyndust of stórir til samvinnu þannig að hverjum 20 manna hópi var skipt niður í 5 manna vinnuhópa. Hóparnir bjuggu til verkefni sem þeir lögðu hver fyrir annan eins og sjá mátti á myndbandinu.

### Unnið var eftir ferlinu:

*Ágiskanir - framkvæmdir - mælingar - tölfræðivinna með niðurstöðum.*

### Dæmi um viðfangsefni:

*spjótkast með fjöður, skjóta af risa-teygjubyssu, stökkva afturábak, margvísleg tölfræðivinna með ishokkmyndir.*

Mælitækin gátu verið af ýmsu tagi svo sem plast-sogrör og fleira. Einnig kom hún inn á samvinnu í stærðfræði og eðlisfræði. Sem dæmi um viðfangs-efni nefndi hún:

- Hve margir nemendur rúmast í einum rúm-metra?
- Búa til smádyr og setja í vatn í mæliglasi.
- Halda safaveislu og vinna margvíslega með safafernurnar. Til dæmis má athuga hve mikið er eftir í fernunni þegar búið er að hella einum dl úr.

Þessi fyrirlestur var einn af fjölmörgum frábærum og eiga aðstandendur þingsins heiður skilinn fyrir allt skipulag. Í lokin voru ráðstefnugestir orðnir eins og ein stór stærðfræðilega þenkjandi fjöl-skylda.

Margrét er kennari við Grunnskólann í Borgarnesi.

## Geta kenningar hindrað starf kennarans?

Fyrirlestur Signe Holm Knudtzon



Signe Holm Knudtzon

### Hugó Rasmus

Signe Holm Knudtzon kom frá Háskólanum í Vestfold í Noregi. Knudtzon hefur langa kennslureynslu, en síðustu 13 ár hefur hún starfað við Háskólann í Vestfold á sviði líffræði og stærðfræði. Þá má nefna að Knudtzon stjórn-aði hópi sem vann „ramme-plan“, þ. e. námskrá, fyrir grunnskólakennara (L98) í Noregi.

Fyrirlestur sinn nefndi Knudtzon: *Teori til hjelp eller hinder for lærerens praksis?*, sem lauslega má þýða þannig: *Eru kenningar eða formúlur aðstoð eða hindrun fyrir kennara í starfi?* Þar gerði hún grein fyrir nýlegri rann-sókn á hennar vegum, sem hófst 1994 og lauk 1999.

Rannsóknarverkefni hennar fjallar um skiln-ing kennaranema á kennslu í stærðfræði, enda hefur Knudtzon mikinn áhuga á því að nemend-ur hennar hugsi um hvað stærðfræðin hefur að bjóða nemendum. Hún byggði rannsóknina á eiginlegum aðferðum, viðtölum og athugunum á kennaranemum í æfingakennslu. Hún tók viðtöl við 28 kennaranema er þeir hófu kennara-námið til þess að komast að hugmyndum þeirra um stærðfræðikennslu. Þegar nemarnir fóru í æfingakennslu fylgdist Knudtzon með stærð-fræðikennslu hjá þeim og tók aftur við þá viðtöl.

Með þessu vildi hún komast að því hvornig hugmyndir nemanna um stærðfræðikennslu breyttust í kennaranáminu. Einnig vildi hún skoða hvort samræmi væri milli þess sem þeir sögðust vilja leggja áherslu á og þess sem þeir gerðu í æfingakennslunni.

Inntakið í máli hennar var hættan á að nem-undur lokuðust í formúluhugsunarhætti og við formlegar uppsetningar verkefna. Tók hún dæmi um nemendur sem lærðu ákveðna formúlu og festust þar og sæju ekki aðra möguleika. Einnig nefndi hún nokkur skemmtileg og lifandi dæmi um það ef kennsla í öðrum námsgreinum væri lík því sem hún er stundum í stærðfræði. Eins og ef þú ættir að smíða eitthvað þá yrði líftið úr verki og líftil sköpun ef þú yrðir settur í að negla og negla endalaust í sömu spýtuna, í stað þess að byrja að skapa eitthvað eða sauma lengi í pappir áður en farið væri að sauma flík.

Hugó Rasmus er kennari við Hjallaskóla.

# Að skipuleggja kennslu á grundvallarhugmyndum úr kennslufræði – algebra tekin sem dæmi

Fyrirlestur Christer Bergsten

## Jónína Vala Kristinsdóttir

**F**jórða aðalfyrirlestur ráðstefnunnar flutti Christer Bergsten frá Svíþjóð. Yfirskrift hans var „*Ämnesdidaktiska grundbegrepp som bas för undervisningsplanering – Exemplet algebra.*“

Christer er kennari við háskólann í Linköping í Svíþjóð og kennir bæði við kennara- og verkfræðideildina. Hann er nú að ljúka doktorsgráðu á sviði stærðfræðimenntunar. Áhugi hans hefur lengi beinst að tengslum kenninga og reyndar (teori och praktik) á sviði stærðfræðikennslu, eða hvernig fræðin birtast í verki, þ.e. kennslu kennarans. Honum hefur einkum verið hugleikið hvernig hægt er að nýta sér kennslufræðilega þekkingu til að hjálpa nemendum að efla skilning sinn á grundvallarhugtökum stærðfræðinnar og að tengja hann skilningi sínum á táknmáli stærðfræðinnar.

### Skilningur nemenda á algebra

Christer hefur beint sjónum sínum að skilningi nemenda á algebra og þeim lögmálum sem um hana gilda. Það er oft fyrst þegar nemendur fara að fást við algebra að verulega fer að reyna á skilning þeirra á stærðfræði og því máli sem við notum til að túlka hana. Mörgum hefur reynt erfitt að að fóta sig í flóknum heimi reikniadgerða og eiginleika þeirra, þar sem niðurstöður útreikninga eiga að gefa svör sem eru algild, en eru ekki einungis sönn fyrir eitt einstakt tilvik. Á tímum upplýsingatækni er skilningur á algebra mjög mikilvægur og lykillinn að frekara námi á sviði stærðfræði og hvers kyns tækni. Sú hjálfun í rökhusun sem hún veitir er líka öllum nauðsynleg til að geta tekist á við flókið samfélag nútímans.

En er skynsamlegt og vænlegt til árangurs að beita sömu kennsluháttum við algebra-kennsluna



Christer Bergsten

á þeirri öld sem nú er að ganga í garð og almennt var beitt á þeirri síðustu? Hvaða áhrif hefur það á skilning nemenda á stærðfræðilegum lögmálum að geta í einu veffangi kallað fram, með aðstoð reiknitækja, útreikninga á flóknum fyrirbrigðum sem gefa skýra mynd af samhengi og hvers kyns tengslum, mynstrum og reguleika, sem áður tók langan tíma að finna út? Er okkur óhætt að að leggja minni áherslu á hjálfun í útreikningum og gefa í þess stað meiri gaum að því að skoða, greina, túlka og draga ályktanir?

Þessum spurningum hefur Christer velt fyrir sér og leitað svara við því hvernig rannsóknir á sviði stærðfræðimenntunar geta hjálpað kennurum til að takast á við þau vandamál sem fylgja kennslu á tímum örra breytinga.

Mikilvægt er að velta fyrir sér og móta sér skoðun um þau fyrirbæri sem verið er að fást við.

- ❖ *Hvað er stærðfræðileg hugsun?*
- ❖ *Hvað er skilningur á stærðfræði?*
- ❖ *Hvað er algebra?*
- ❖ *Hvernig öðlast nemendur skilning á táknmáli algebraunnar?*

Spurningar sem þessar þarf stærðfræðikennarinn að fgrunda og leita eftir þekkingu sem hjálpar honum til að varpa ljósi á þau vandamál sem hann er að fást við. Hann þarf að skoða kenningar fræðimanna um fyrirbærið, vinna úr þeirri þekkingu á grundvelli sinnar eigin reynslu og nýta sér svo niðurstöður sínar til að byggja kennslu sína á.

### Algebrunám

Ef skoðað er fyrirbærið algebrunám má hugsa sér leiðina frá kenningu að reynd á eftirfarandi máta:

Kennslufræðilega hugtakið byggir á :

- ❖ þekkingarfræðilegri greiningu á efninu (algebru)
- ❖ niðurstöðum rannsókna á kennslunámi/þekkingu, almenn og sértækt

Kennari þarf að vera vel heima á báðum sviðum. Það er ekki nóg að hann sé vel að sér í algebru ef hann er ekki fær um að skapa aðstæður til að nemendur hans geti lært. Ekki er heldur nóg að hann sé vel að sér um hvernig nám fer fram ef hann ekki hefur sjálfur góða þekkingu á námsefninu og getur brugðist við á skynsamlegan hátt þegar hann fylgist með námi nemenda sinna.

### Hugtakaskilningur

Christer kynnti eftirfarandi líkan af hvaða þætti hann telur hafa áhrif á hvernig nemendur þróa með sér skilning á hugtökum.



Til að öðlast skilning á stærðfræðilegu hugtaki þarf að kynna þvi frá mörgum sjónarhornum. Ekki er nóg að læra reiknireglur og geta framkvæmt ákveðnar aðgerðir eftir gefinni forskrift. Mikilvægt er að nemendur fái að fást við verk efni við aðstæður sem hafa merkingu fyrir þá. Þeir þurfa að geta gert sér einhvers konar mynd af fyrirbærinu sem verið er að fást við og eiga skoðanaskipti við aðra um skilning sinn á því. Þá er mikilvægt að geta skoðað tengsl nýs hugtaks við önnur sem nemandinn þekkir fyrir, til að fá sambengi og yfirsýn. Vinna við að leysa hvers kyns þrautir þar sem nemendur þurfa sjálfir að leita leiða til lausnar geta gefið tækifæri til slíkrar reynslu. Skráning á tákn máli stærðfræðinnar fylgir eðlilega í kjölfarið á slíkri skoðun og sambengi milli hugtaks og tákn máls verður nemendum ljósara ef þeir hafa sjálfir fengið tækifæri til að takast á við skilning sinn á fyrirbærinu.

### Frá kenningum til reyndar

Einkennandi fyrir kenningar er hugsun, en reyndin er framkvæmd. Ekki er hægt að nota kenningar sem beinan leiðarvísi að því hvernig á að framkvæma. Kenningar eru aðeins nothæfar ef þær hafa merkingu fyrir kennarann og verða hluti af daglegri reynslu hans. Kennarar nota hvers kyns kennslutækni, en ekki kenningar sjálfar við kennsluna. Þeir þurfa því að túlka kenningarnar (hugsunina að baki þeim) til að þær nýtist við framkvæmdina. Kennarar þurfa að tilcinka sér fræðin, gera þau að sinni umhugsun.

Þetta er í meginráttum áherslan sem Crister lagði í fyrirlestri sínum og byggir hann þar á ýtarlegri rannsókn sinni á algebrukennslu. Mér fannst fyrirlestur hans ákaflega athyglisverður og hlakka til að geta lesið niðurstöður rannsókna hans þegar þær verða birtar. Hann fjallaði mun ítarlegar um tengsl kenninga og reyndar og fór dýpra í þá þætti sem hér hefur verið getið um í stuttri samantekt.

En niðurstöður hans finnst mér styðja það að samstarf kennara og fræðimanna, sem eru að skoða hvernig nám á sér stað, er mjög nauðsynlegt og báðum gagnlegt. Við þurfum stöðugt að vera að leita nýrra leiða til að hjálpa nemendum okkar að öðlast þekkingu sem kemur þeim að gagni í samfélagi sem er í svo örrí þróun að við eigum erfitt með að sjá fyrir þær tækni framfarir sem munu verða jafnvel innan næsta áratugar.

Ég læt textann sem Christer orti í lokahófi ráðstefnunnar, fylgja með að gamni.

Jónína Vala er kennari og býr í Brussel.

### Hyllningssang til Island

Island är ett märkligt land med stolta menskoöden. Egil var en mäktig man tills han mötte svarta döden.	Tätt intill vid älvens strand turister står och fiskar. Refräng: Inget träd...
Refräng: Inget träd så långt man ser solen den går aldrig ner. Jökels och lavafält som Tor på marken hållt.	Island är ett ljuvligt land ett paradys för djuren. Men berget står ibland i brand. Det sjöder i naturen. Refräng: Inget träd...
Island är ett mystiskt land där troll i stenar viskar.	Christer Bergsten

## Stærðfræði

# Uppspretta fegurðar og gleði

Verkstæði Borge Rasmussen

Verkstæði  
Verkstæði

### Guðbjörg Pálsdóttir

Fjölmarginir sóttu verkstæðið enda Borge frægur fyrir lifandi og skemmtileg erindi sem ýttu við fólk. Þegar inn í stofuna kom mátti sjá vattkúlur, límmiða, stór rúðustrikuð blöð, spegilpappír, skæri, geisladisk með mynd af Borge framan á og margt fleira. Innan um allt dótið stóð svo Borge, 85 ára gamall með tindrandi augu strax byrjaður að ræða um stærðfræði.

Efni verkstæðisins mætti segja að hafi verið:

- Hvað felst í því að fást við stærðfræði?

Við þessari spurningu hafði Borge mörg svör. Hann sýndi okkur m.a. hugmyndina á bak við þá tölustafi sem við notum í dag, hvernig skoða má regluleikann í þeim mynstrum sem finna má í náttúrunni og hvernig skoða má og átta sig á ýmsum reglum stærðfræðinnar. Umfjöllun hans um skráningu á fjölda og þróun tölustafa gegnum tíðina var lifandi og full af

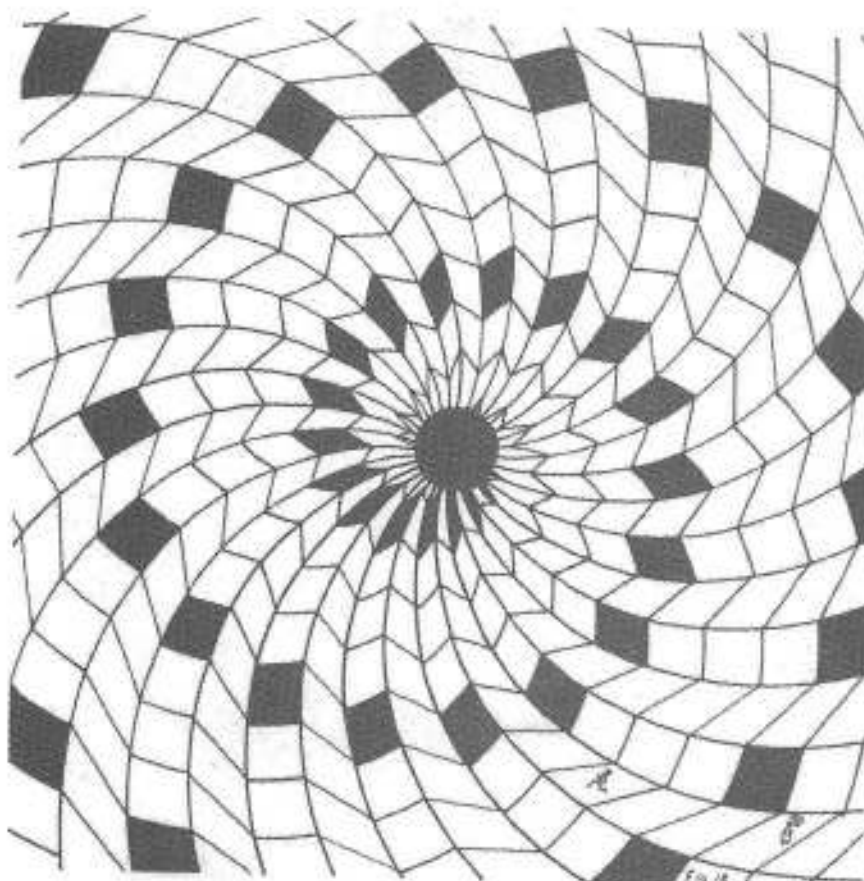


útúrdúrum. Hann kom inn á hve mikilvægt er að vekja forvitni og rannsóknargleði. Hvað er betra hreyfið fyrir mannlega hugsun en viljinn til að finna út og skilja hvernig allt er skrúfað saman?

Talnarunur voru síðan á dagskrá. Hann kenndi okkur að segja Fibonacci með réttum áherslum og tók svo nokkur dæmi um hvar finna má Fibonacci-talnarunur í náttúrunni. Við skoðuðum líkan af köngli sem gert hafði verið úr vattkúlum og Fibonacci-runan skráð á.

Pýþagóras fékk líka sitt rými. Með rúðustrikuðum pappír og skærum var regla Pýþagórasar um hliðarlengdir í rétthyrndum þríhyrningum sönnuð.

Hann fjallaði á hrifandi hátt um hugmyndir sínar um stærðfræðináms og barnaupplæði og hlífði okkur ekki við gagnrýni. Hvers vegna er verið að skoða símareikninga í kennslustundum? Hvað felst í allri þessari umræðu um tengsl



með öll hin leikföngin sem hann hafði svo samviskusamlega sent með pósti tímanlega fyrir ráðstefnuna. Glögglega mátti finna að Børge var sjálfur heillaður af stærðfræðinni og gleði hans og hrifning smitaði frá sér og fékk fólk til að gleðjast, velta vöngum og ihuga með öpunum huga. Børge tókst að fá okkur öll til að líta á það sem eðlilegan hlut að börn og fullorðnir fái stæðfræði saman og að það sé það sem stærðfræðinám og -kennsla snúist um.

Guðbjörg er aðjúntk við KHÍ og kennari við Háteigsskóla.

við daglegt líf? Er þar ekki á ferðinni tenging við líf og áhyggjuefni fullorðna fólksins? Leyfið börnunum að skoða heiminn og undrast. Ef þau fá það munu þau örugglega geta tekist á við að finna út úr heimilisbókhaldu.

Tíminn flaug hratt og ekki gafst tóm til að gera allt sem til stóð. Gaman hefði verið að fá að skoða geisladiskinn sem Børge hafði meðferðis. Hann hafði kennaranemi útbúið og innihélt hann afrakstur af vikuvinnu Børge með stærðfræðivalsnemum. Einnig hefði verið áhugavert að vita hvað hann hafði hugsað sér



### *Børge Rasmussen 1915 - 2000*

Børge Rasmussen lést skömmu eftir heimkomuna til Danmerkur. Hann hafði hlakkað mikið til að koma til Íslands og landið skartaði sínu fegursta meðan hann dvaldi hér. Hann gaf stærðfræðikennurum og öðrum þeim sem hann umgengst mikið. Hann fékkst mikið við stærðfræði seinni hluta lífs síns og á heimili hans í Ry var stærðfræðiverkstaði sem var öllum opið. Þar mátti sjá fallega óvóa, margvíslegar vefjur og hluti úr náttúrunni sem voru uppspretta stærðfræðilegra vangaveltna. Ofi fóru þar fram miklar og djúpar stærðfræðilegar umræður sem bæði börn og fullorðnir tóku þátt í. Hans Einkunnarorð voru:

Gennem legen kan du lære  
alt det skønne - alt det svære!

# Fjárjóðsleit

Verktæði Heiði Strömsskag Mároval og Geir Botten

Verkstæði  
Verkstæði

## Tómas Rasmus

Heidi og Geir kynntu fjársjóðsleit (ratleik) sem aðferð til þess að krydda stærðfræðina með þverfaglegum tengingum við sögu, náttúru og samfélag í umhverfi viðkomandi skóla. Klassískir ratleikir byggja flestir á landa- eða svæðukorti og síðan vel skilgreindu hnitakerfi. Meginatriðið er að hafa fyrirmælin einföld og skýr svipað og þegar unnið er með forritun í Logo. Við tölum um skref eða öllu heldur vel skilgreindar stærðir eins og metrakerfið býður upp á.

**Dæmi 1:** Hægur vandi er að taka t.d. götukort og setja inn á það hnitakerfi með X og Y hnitum. Þá er 0 punktur staðsettur á einhverjum góðum stað, t.d. í nágrenni skólans og síðan eru lagðar fyrir 3 mismunandi jöfnur sem eiga kannski einn sameiginlegan skurðpunkt. Reikn-

ingsdæmið þarf þá að leysa og færa nákvæmlega inn á kortið. Síðan þarf að koma sér á staðinn sem hinn útreiknaði skurðpunktur segir til um og taka við næstu fyrirmælum eða kíkja eftir fjársjóðnum.

**Dæmi 2:** Önnur góð leið er að vinna með ýmis flatarform, hornafræði og algebru og varða síðan ákveðna leið sem nemendur eiga að fara. Á flestum skólalóðum er að finna ferninga, réthyrninga, jafnarma þríhyrninga, réthyrnda þríhyrninga, hringa og fleiri þekkt grunnform. Með lengdarmælingum bæði, beinum og óbeinum, er hægt að setja upp skemmtileg reikningsdæmi sem nemendur verða að leysa úti í náttúrunni eða á malbikinu. Hér er náttúrlega nauðsynlegt að kynna reglu Pýþagórasar.

*Einn ratleikhópur að leysa þraut. Heidi er önnur frá vinstri. Hópurinn er staddur fyrir utan Grannskólann í Borgarnesi og á að finna tvo strendingslaga stólpa draga línuatrik milli þeirra og finna á það miðnormal.*



*Hvar eru þessir strendingslaga stólpar?  
Er det virkileg så svært?*

*Samí hópur aftur. Því miður voru engar myndir teknar af þeim fjallmyndarlegu mönnum sem voru í mánum hópi.*



*Hvor er lívet? Hvor er Egilsgata nummer ???*





*Der skal vi hen!*

Löng hefð er fyrir slíkum ratleikjum í Noregi og telja Heidi og Geir að með slíkri vinnu sé hægt að virkja nemendur á mjög farsælan hátt til þess að fást við þá stærðfræði sem er á dagskrá á hverjum tíma. Þau sögðu einnig að nemendur þyrftu ekki að fá nema stutta kynningu á slíkum verkefnum til þess að verða áljáðir í að byggja sjálfir nýjar hugmyndir og leggja þrautir fyrir bekkjarfélagana.

Einnig er þetta sniðug leið til þess að kynna umhverfi og menningu fyrir gestum sem koma í skólaheimsókn, t.d. frá öðrum svæðum eða öðru landi.

Ég minnst þess að hafa kynnst slíku í skólaheimsókn til Danmerkur árið 1996 þar sem ísl-

enskir og danskir krakkar voru leiddir fram og til baka um Kaupmannahöfn heilan dag með verulega flóknum ratleik. Leikurinn náði til helstu staða í Kaupmannahöfn og þar blönduðust saman minni úr nútíma, sögufrægum bygg-ingum og stærðfræði.

Þetta verkstaði var stórskemmtilegt og gaman að dunda sér við stærðfræði og mælingar í stuttbuxum með tebolla í 22 stiga hita við Grunnskólann í Borgarnesi.

Tómas Rasmus er kennari við Ljósafossskóla.

# Í hver tala er einstök!

Verkstæði Kurt Klungland

Verkstæði  
Verkstæði

## Birna Hugrún Bjarnardóttir

Ég ætla að segja frá skemmtilegu verkstæði sem ég tók þátt í á norrænu ráðstefnunni um stærðfræðimenntun í Borgarnesi s.l. sumar. Sá sem var með verkstæðið heitir Kurt Klungland og kemur frá *Samfundets skole* í Egersund í Noregi. Kurt er ákaflega lifandi og skemmtilegur náungi. Hann var alltaf á ferðinni með myndavélina sína á ráðstefnunni og var mjög áhugasamur að mynda allt sem boðið var upp á.

Við komum á fimmtudegi upp í Borgarnes og strax sama kvöld var Kurt búinn að hengja upp 100 blöð í samfelldri röð á ganga og upp stigann í Grunnskóla Borgarness. Á hverju blaði var einn tölustafur á bilinu 1 – 100. Þessa talnaröð kallaði Kurt „göngugötuna“. Ráðstefnugestir áttu að velja sér tölu, skrá nafn sitt á blaðið og ástæðu þess að talan var valin. Síðan átti að skrá þessa sömu tölu á blöð allra talna sem hún

gekk upp í. Margir ráðstefnugestir tóku þátt í þessum leik og var gaman að sjá hvaða ástæður voru gefnar upp fyrir valinu á tölunum. Sem dæmi má nefna húsnúmer, afmælisdaga, aldur þeirra eða annarra og fjölda í fjölskyldum.

Á verkstæðinu var skoðað hvernig hægt væri að vinna með sérstöðu talnanna á yngsta stigi skólans. Í kynningu á verkstæðinu segir að talnamynstur og tölur settar fram myndrænt geti hjálpað til við að sjá tölurnar á ólíkan hátt þ.e. átta sig á sérstöðu hvorrar fyrir sig og í framhaldi af því verði auðveldara að vinna með reikniaðgerðirnar fjórar. Þar segir líka að með því að ganga út frá „göngugötunni“, tölunum og ekki síst út frá þekkingu okkar ættum við koma fróðleik okkar til skila í ritun, söng eða leik í lok verkstæðisvinnunnar.

Í byrjun verkstæðisvinnunnar sagði Kurt lítil-



lega frá hvað hann hefði hugsað sér að láta okkur gera. Síðan hófst vinnan með því að hann notaði okkur til að persónugera tölustafina, kenna okkur söng um þá og um leið áttum við að raða okkur upp eftir ákveðnu kerfi. Þetta var skemmtileg kynning og framsetning á tölustöfunum.

Næsta verkefni var þannig að við áttum að raða okkur upp í röð og síðan fékk hver tölu eftir því hvar hann stóð í röðinni. Því næst áttum við að leika töluna ganga upp göngugötuna og skella okkur inn í röðina þar sem við átti. Þetta krafðist einbeitingar en var skemmtileg athöfn sem eflði félagsleg samskipti.

Að því loknu hófst þriðja og víðamesta verkefnið. Við áttum að velja okkur tölu sem okkur þótti merkileg og við gátum hugsað okkur að vinna með. Við áttum að segja af hverju við völdum töluna. Síðan var okkur skipt í hópa þar sem þeir unnu saman sem völdu sömu tölu. Hver hópur átti að skrifa niður allt sem hópméðlimum kom í hug varðandi töluna. Að því loknu átti hópurinn að útfæra á hvern þann hátt sem hann vildi kynningu á tölunni. Minn hópur vann með töluna 9 og í honum voru Íslendingar, Svíar, Danir og Norðmenn. Við skráðum allt niður sem okkur kom í hug varðandi töluna 9; að hún væri stærsti tölustafurinn, að hún væri ævintýra-

tala, að hún væri oddatala og ferningstala, að þversumman af svörunum í níu sinnum tölflunni væri 9, að reitirnir í myllu væru níu, að kötturinn hefði níu líf og að konan gengi með barn í níu mánuði. Við ákváðum að kynna töluna



þannig að þýða kvæðið um *Jólasveina einn og átta* yfir á skandinavísku og syngja saman þegar talan yrði kynnt.

Kynningar hópanna á tölunum voru skemmtilega ólíkar og allir hóparnir lögðu sig fram.

Hópurinn sem kynnti 3 var með sögu um þrjú þurva og ferðalag þeirra til Íslands.

Hópurinn sem kynnti 7 var með frumsamda vísu og raðaði sér upp á marga ólíka vegu samkvæmt vísunni.

Hópurinn sem kynnti 8 var með söng- og dansatriði og voru átta dansarar í hópinum.

Hópurinn sem kynnti 12 var með ýmsan fróðleik um töluna tólf á glæru með

myndum og teikningum.

Vinnan á verkstæðinu var skemmtileg og vakti mig til umhugsunar um mismunandi tengsl talnanna innbyrðis og hvernig er hægt að fá nemendur til að velja samsetningu, hlutverki og sögu talnanna fyrir sér.

Birna Hugrún er kennari við Laugarnesskóla.

# Námsmat í stærðfræðikennslu

Verktæði Michael Wahl Andersen

Verkstæði  
Verkstæði

Michael Wahl Andersen  
Danmarks Pædagogiske Universitet

*Evaluering kan signalere, at der udøves ansvarlig ledelse i overensstemmelse med tidstypiske kulturelle figurer. Derfor er iværksættelsen af evalueringer blevet et kendetegn for vor tid, og derfor er det somme tider vilkårligt, hvordan evalueringer egentlig tilrettelægges og hvad evalueringskriterierne er.*

Peter Dahler-Larsen

Skólaþróun og námsmat eru í brennidepli. Það á jafnt við um stærðfræði sem allar aðrar greinar í skólanum og jafnvel samfélaginu öllu. Mat og matsaðferðir hafa á síðustu árum fengið aukið vægi í allri skólamálaumræðu. Í námskrám sjáum við í auknum mæli kröfur um símat sem lið í því að koma sem best til móts við þarfir einstakra nemenda og hvernig árangursríkast sé að skipuleggja framhald kennslunnar.

Þegar meta á stærðfræðikennslu er því mikilvægt að fá umræðu um hvað á að meta, hvernig og hvers vegna, og um leið að gera sér grein fyrir þeim áhrifum sem sú matsleið sem valin er hefur á kennsluna. Það eru jú þeir sem frá upphafi taka þátt í þeirri umræðu sem mest áhrif munu hafa á hvaða leið verður valin.

## TVÆR NÁMSMATSADFERÐIR

Þegar meta á kennsluna í skólum getum við talað um tvær megin matsaðferðir. Michael Scriven skilgreinir þessar tvær aðferðir, í tengslum við þær kröfur um námsmat sem birtast í námskrám, sem árangurstengt námsmat („*summativt*“ námsmat) og aðferðatengt námsmat („*formativt*“ námsmat).

Með *árangurstengdu námsmati (summativt)* er verið að meta tengslin á milli **árangurs**, aðferða og markmiða með áherslu á árangur. Matsaðferðinni er ætlað að meta einstaklingsárangur út frá ákveðnum markmiðum. Markmiðið með henni er að kanna árangur ákveðins kennslutímabils. Einkunnagjöf er nátengd þessu formi. *Stýring og eftirlit* eru grundvallarhugmyndirnar að baki þessu matsformi. Vandamálið við

árangurstengt námsmat er að þegar því er beitt í tengslum við innra símat veitir það engar upplýsingar um hvað kennarar og nemendur geta gert til að bæta árangur kennslunnar eða námsins.

Með *aðferðatengdu námsmati (formativt)* er verið að meta tengslin á milli árangurs, **aðferða** og markmiða – með áherslu á aðferðir. Það á sér stað í tengslum við námsferlið og hefur sem markmið að skýra og benda á mögulegar breytingar varðandi það. Aðalmarkmiðið með þessu matsformi er að veita upplýsingar sem leitt gætu til skilnings á því hvernig stærðfræðihugsun einstakra nemenda er og í framhaldi af því að verða undirstaða þess hvernig breyta og bæta megi stærðfræðikennsluna þannig að hún henti hverjum og einum nemanda betur. Það skal tekið fram að hér er átt við hvernig nemendum gengur að tileinka sér stærðfræðileg hugtök. *Framfarir* eru grundvallarhugmyndin að baki þessu matsformi.

Sé markmiðið með námsmati fyrst og fremst að stýra og hafa eftirlit með (stærðfræði)kennslunni getur árangurstengt námsmat (summativt) verið vænlegur kostur. Ekki er nauðsynlegt að hafna þeirri matsaðferð alveg en það er mikilvægt að gera sér grein fyrir því hvert markmiðið með námsmatinu er. Samræmd próf menntamálaráðuneytisins geta eðli sínu samkvæmt aldrei orðið annað en árangurstengt.

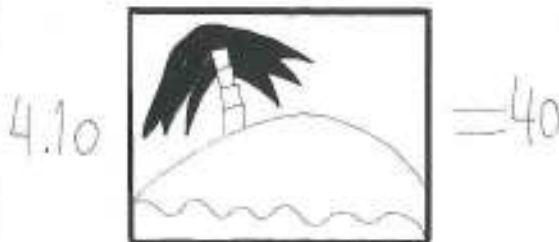
Sé ætlunin að nýta námsmat sem tæki til að breyta og bæta stærðfræðikennsluna, bæði hvað varðar form og inntak, verður aðferðatengt námsmat (formativt) vænlegur kostur.

### ADFERDATENGT NÁMSMAT SEM MÖGULEIKI

Eftirfarandi dæmi sýna hvernig teikningar nemenda 3. bekkjar eru notaðar til að meta skilning þeirra á margföldun. Nemendur eiga með teikningu að útskýra hvernig þeir hugsa á

meðan þeir reikna. Síðan eiga þeir hver fyrir sig að segja frá sinni teikningu og hvernig hún tengist því margföldunardæmi sem þeir unnu með. Til nánari útskýringar fylgja teikningar og útskýringar þriggja nemenda:

#### Teikning Sörens



Sören útskýrir verkefni sitt á eftirfarandi hátt: „Það eru 6 öldur og það er 1 eyja. Pálmatréð er 4 á hæð og á því eru 6 blöð. Það gerir 40.....það verður bara 40 af því að  $4 \times 10$  eru 40!!!!”

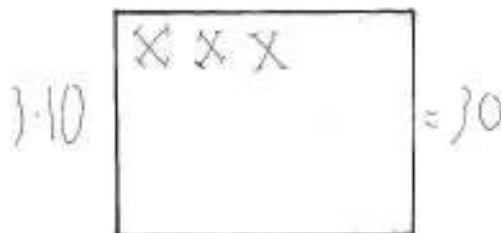
Af samtalinu við Sören sést glögglega að þrátt fyrir rétt svar, hefur hann ekki skilning á margföldun. Hjá honum er um utanbókarlærdóm að ræða.

#### Teikning Kristians



Útskýringar Kristians eru: „Ég margfalda  $3 \times 8$  og teikna því 3 hringi og hef 8 stjörnur í hverjum. Svo tel ég bara stjörnumar og svo er ég búinn.” Kristian leysir verkefnið á úthugsaðan hátt. Hann fær reyndar ekki rétt svar út en skilningur hans á margföldun er greinilega mun betri en hjá Sören.

#### Teikning Idu



Ida leggur sína teikningu brosandí á borðið. Í staðinn fyrir að útskýra hana segir hún: „Reynið að finna út hvað ég teiknaði.” Hópurinn ræðir fram og aftur um teikninguna hennar en verður að lokum að gefast upp. Þá útskýrir hún hvernig hún hugsaði: „Sjáið þið, þetta hérna er rómversk tala og svo bý ég til þrjár tíur með rómverskum tölum – einn kross þýðir ein tíu, og þá hef ég  $3 \times 10$ , og það eru 30”. Ida hefur fram að þessu unnið á hefðbundinn hátt með margföldun. Hún hefur sýnt fram á að hún veit hvað felst í margföldun og velur nú að útvíkka verkefnið. Það sýnir að Ida hefur náð það góðum skilningi á margföldunarhugtakinu að hún er fær um að yfirfæra vinnuna yfir í annað talnaform.

Þær upplýsingar sem draga má af verkefnum byggja á því sem ætlunin er að meta. Í mínum augum er það þó ljóst að hugsanaferlið að baki svaranna í þessum þremur dæmum gefur mun gleggri mynd af stöðu nemendans heldur en svarið eitt gerir og út frá því ætti að vera hægt að skipuleggja kennsluna þannig að hún kæmi sérhverjum nemenda að sem bestum notum. Á þennan hátt verður námsmat mikilvægt verkfæri til að gera sér grein fyrir þeirri þekkingu sem nemendur búa yfir, skilningi þeirra á stærðfræðilegum hugtökum og hvernig þeim gengur að tileinka sér þau.

### Lokaorð

Með ofanritað í huga er að mínu mati ljóst að aðferðatengt námsmat (formatívt) er mikilvægur þáttur þar sem ætlunin er að beita símati.

Markmiðið með símati hlýtur að vera:

- Að styðja við nám nemendanna og gera þá færari til að meta eigin getu.
- Að gera það nám sem á sér stað bæði heima og í skólum árangursríkara.

- Að kennariinn geri sér betri grein fyrir þekkingu og færni sérhvers nemanda og verði þar af leiðandi betur í stakk búinn til að haga kennslunni þannig að sem bestur árangur náist.

Við mat á stærðfræðilegri færni nemenda ætti að leggja aðaláherslu á þær framfarir sem átt hafa sér stað hjá sérhverjum nemanda. Mikilvægt er að byggja kennsluna á þeirra sterku hliðum. Það eru fram-

Einkunnagjöf og stýring – hvort sem um er að ræða innri eða ytri stýringu – í tengslum við þessi þrjú mismunandi margföldunarverkefni eru greinilega tilgangslaus sé um símat að ræða. Hér segir svarið hvorki til um skilning og færni nemenda í margföldun né hvernig best væri að haga áframhaldandi vinnu.

Skilningur á vinnu- og hugsanaferli sérhvers nemanda skiptir miklu máli við skipulagningu kennslunnar og hlýtur því að verða að vera mikilvægur þáttur í því sem meta á.

farimar sem skipta máli, ekki það sem mistekst. Geri nemendur sér grein fyrir markmiðum námsmats aukast líkurnar á því að þeir líti ekki bara á námsmat sem leit af villum eða aðferð til einkunnagjafar og stýringar.

Þýðing: Ragnheiður Ásgeirsdóttir kennari og mastersnemi við DLH.

<sup>i</sup> Dahler-Larsen, P.: Den rituelle refleksion. Odense Universitetsforlag 1998.

<sup>ii</sup> Folkaskólin; Lærere skal temme øhyret, Folkaskólin, nr.34, 20. august 1998.

<sup>iii</sup> Clausen, E.: Fri os for evalueringer. Krønik i Politiken, onsdag 24. Juni 1998.

<sup>iv</sup> Jess, K.: Evaluering i matematikundervisningen. Matematik nr. 7 1998.

<sup>v</sup> Andersen, M. W.: Appelsiner i en turban. Dansk pædagogisk tidsskrift, nr. 5, 1998.

<sup>vi</sup> Andersen, M.W.; Jess, K.: Matematikevaluering, Alinea, 2000.

<sup>vii</sup> Scriven, M.: The Methodology of Evaluation, i AERA Monograph Series on Curriculum Evaluation .1, Rand Mc Nally & Company, Chicago, 1967

<sup>viii</sup> Høines, M., J. Hvad sker med matematikpædagogiske samfundinger når tester tas i brug? I Nordisk Matematikk Didaktikk, Vol. 3 nr.3, s.27-45,1995.

**Hver er lágmarksfjöldi kasta í þessa skotskífu til þess að fá nákvæmlega 150?**



# **D**rautgóðar

**að vestan!**

**Jóna Benediktsdóttir  
og Kristín Ósk  
Jónasdóttir**



## *Aldurinn á afa gamla.*

Fjölskyldan hans afa var saman komin til að halda upp á afmæli afa en það var í raun tvöfalt afmæli því að barnabarn hans átti líka afmæli.

Gummi litli afmælisbarn spurði afa sinn hvað hann væri gamall. Afi gamli sagði að sinn aldur væri 750 % hans aldur. Þar sem Gummi vissi sinn aldur gat hann reiknað út aldurinn á afa. Stuttu seinna kom Siggí og sagði: Ég vil gjarnan fá að vita þinn aldur en ég þarf meiri upplýsingar.

Gummi svaraði að bragði: Eftir fimm ár mun prósentuhlutfallið milli aldurs míns og afa lækka um 250%.



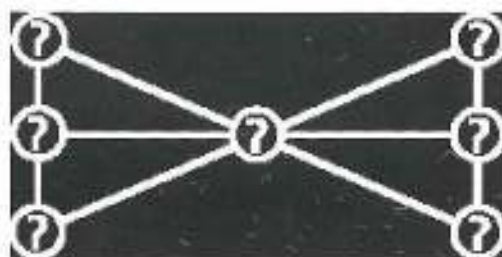
## Hollur matur

Gummi vill borða hollan mat. Hann borðar alltaf eitt af uppáhaldsgrænmetinu sínu: bróccoli, baunir eða gulrætur. Einnig borðar hann alltaf hrísgrjón eða kartöflustöppu og hann fær sér alltaf annaðhvort kjúkling, nautakjöt eða lambakjöt.

Á hve marga vegu getur hann raðað saman í máltíð?

**Hversu gamall var afi þegar Gummi fæddist?**

Komdu tölunum  
30, 31, 32, 33, 34, 35 og 36  
fyrir þannig að summa allra  
beinna lína verði 99



## Sumarnámskeið í Danmörku

Klara Sigurmundadóttir og María Ásmundsdóttir

Á hverju sumri gefst dönskum stærðfræðikennurum kostur á að sækja 4 daga námskeið að Brandbjerg Højskole nærri Vejle. Námskeiðið hefur verið haldið árlega síðustu 25 ár og eru þátttakendur u.þ.b. 100 hverju sinni.

Margir Danir mæta á námskeiðið á hverju ári og Íslendingar hafa alltaf verið velkomnir. Til dæmis fóru þrír kennarar frá Íslandi árið 1998, þrír 1999 og svo fjórir árið 2000.



Birna, Klara og María

Við undirritaðar erum að kenna á byrjendastigi í grunnskóla en hvorug okkar hafði stærðfræði sem valgrein í KHÍ. Við enum hins vegar miklar áhugamannskjur um stærðfræðikennslu, þökk sé fyrrum samstarfskennara okkar. Við höfum verið duglegar að sækja þau stærðfræðinámskeið sem hafa verið í boði og því gátum við ekki slegið hendi á móti því er okkur bauðst að sjá og heyra hvað Danir væru að gera.

Það var 26. júlí í sumar sem við flugum til Kaupmannahafnar með Birnu H. Bjarnadóttur og Sigrúnu Ingimarsdóttur okkur til halds og trausts. Þegar til Brandbjerg kom beið okkar afmæliskvöldverður með öllu tilheyrandi en höfðinglegri móttökur var ekki hægt að hugsa sér. Allt skipulag á námskeiðinu var til fyrirmyndar og Danirnir ljúfir á alla lund en heldur þótti Íslendingunum dagskráin þéttskipuð því lítill tími gafst til að skoða fallegt umhverfi skólans.

Námskeiðinu var skipt upp í sautján minni vinnuhópa þar sem hver þátttakandi gat valið sér tvo. Jafnframt var boðið upp á fyrirlestra sem allur hópurinn sótti. Þar sem við höfðum skráð okkur með mjög stuttum fyrirvara á námskeiðið voru

nokkrir vinnuhópar fullskipaðir svo við gátum ekki valið það sem við höfðum helst hug á en við gátum samt valið milli nokkurra vinnuhópa. Vinnuhóparnir sem þrjár okkar völdu voru *Geometri i plan og rum* og *Problemløsning på mellemtrinnet*. Ein okkar valdi *Matematik til Tiden* og *Matematikfaget her og nu – set fra fagkonsulentens arbejdsmark*. Margt annað áhugavert var á dagskrá s. s.:



Viggo Hartz og Lene Christensen

- \* *Rumgeometri i skolen (hvordan en mælkekarton blev til geometri).*
- \* *Aktiv matematik – med udgangspunkt i den enkelte elev.*
- \* *Using computers in mathematics teaching (esp. INTERNET).*
- \* *Matematik for lærere ved andetsprogsundervisningen.*
- \* *Landmåling.*
- \* *Workshop for undervisere på lærernes efter- og videreuddannelse.*
- \* *Matematikens dag for mellemtrin og afsluttende trin.*
- \* *Aktiveteter med prikpapir.*
- \* *Den sproglige dimension.*
- \* *Mundtlig prøve.*
- \* *Skab, se og mærk matematikken.*
- \* *Let us look into the future by glancing backward.*
- \* *Matematik og projektarbejdsformen.*





Ratleikur



Að loknum ratleik. Besti hópurinn?

Þrátt fyrir „örlítla“ tungumálaerfiðleika í upphafi gekk okkur mjög vel að skilja það sem fram fór enda gerðu allir, kennarar sem aðrir, sér far um að hjálpa okkur og styðja á allan hátt.

Tímanum var vel varið þá fjóra daga sem við vorum á námskeiðinu. Dagurinn hófst með sam-eiginlegum morgunmat klukkan átta. Þá tók við fyrirlestur og að honum loknum var unnið í hópum til hádegis. Eftir hádegi hélt hópavinnan áfram en kvöldmat var borinn fram klukkan 17.30. Að kvöldverði loknum var dagskráin á léttari nótum, s.s. kynningar, ratleikur og stærðfræðispil. Áður en gengið var til náða var sungið og spjallað að hætti Dana og auðvitað var „natmaden“ á sínum stað.

Síðasta kvöldið var boðið upp á hátíðarkvöldverð. Að venju svígnuðu borðin undan kræsingum og veigum en við íslenskir kennarar skulfum á beinum því við áttum að „troða upp“ og syngja fyrir söngelska Dani. Vegna anna gátum við ekki æft neitt að ráði og til að bæta gráu ofan á svart var okkur dreift á milli Dana við borðhaldið. Sigrún og Birna höfðu undirbúið atriðið með leynd og létu okkur tvær ekki vita fyrr en of seint var að snúa við (yfir miðju Atlantshafi). Þær höfðu fengið Önnu Kristjánsdóttur til að semja texta á dönsku við lagið hans bangsapabba í Hálsaskógi og það áttum við að syngja fyrir gesti. Það er skemmst frá því að segja að atriðið okkar gerði mikla lukku, heimboðin sem við vorum búnað að fá voru allavega ekki dregin til baka. Við þökkum Önnu Kristjánsdóttur hjartanlega fyrir frábæran texta.

Eins og flestir þekkja eru Danir einstakir heim að sækja. Við vorum góðu vanar frá fyrri námskeiðum hér heima en gestrisnin og vel-

viljinn kom okkur sannarlega á óvart. Okkur var tekið opnum örmum og aldrei fundum við annað en að nærvera okkar væri þeim til ánægju. Frændur okkar gerðu sér far um að tala við okkur og alltaf var einhver kominn til okkar að spyrja okkur um skólana á Íslandi, veðrið, jarðskjálftana eða bara að reyna að fá okkur til að segja eitthvað á dönsku. Það verður að segjast eins og er að þó námskeiðin hafi verið bæði fróðleg og skemmtileg að þá situr minningin (í kílóum vegið) um móttökurnar og matinn, ofarlega í hugum okkar.

Einn af góðkunningjum okkar af námskeiðinu, Ian Lyndon (frá Englandi), lét okkur fá nokkrar þrautir til að vinna heima fram að næsta námskeiði og látum við eina þeirra fylgja með fyrir ykkur til að glíma við.

Kennarinn lagði spurningu fyrir þekkingu.

Helena svaraði	31000
Claudia svaraði	5555
Jói sagði	2202002
Sheila sagði	13132
Margrét svaraði	3720
Anna sagði	133100
og Stefán sagði	2662

„Gott hjá ykkur, þið svöruðu öll rétt“ sagði kennarinn. Ef Bergþóra hefði verið spurð og svarað rétt, hverju hefði hún þá svarað? Hvaða spurningu lagði kennarinn fyrir nemendur?

Klara er kennari við Smáraskóla og María er kennari við Lindaskóla.

## Fréttir frá Vietnam



Þessa dagana er mikið um að vera hér í Hanoi. Framundan eru annars vegar hátíðahöld vegna 55 ára sjálfstæðis þann 2. september og hins vegar 990 ára afmælis borgarinnar í byrjun október, en Ly Thai To keisari gerði borgina að höfuðborg árið 1010. Um alla borg er verið að leggja nýjar stéttar og fegra hana. Flísamynstrin í stéttunum eru fjölbreytt en svipuð því sem maður sér víða annars staðar, leikur með áthyrninga og ferninga, sexhyringa eða ferningar með alls kyns línnum á sem mynda skemmtileg mynstur þegar þeim er raðað saman.

Hér er rík hefð fyrir því að nota alls kyns tákn í skreytingar. Það er sama hvort skoðaður er útsaumur H'mong kvennanna uppi í fjöllum eða skreytingarnar á keramikinu í þorpunum við Rauðána. Það er allt fullt af táknum og öll hafa þau sérstaka merkingu. Mörg þessara tákna eiga rætur sínar að rekja til kínverskrar táknfræði eða tengjast trúarbrögðunum, Búddisma, Konfúsíanismi eða Taoisma á einhvern hátt.

Það tákn sem er einna mest áberandi er langlífismerkið. Það er oftast nær hringlaga þó það eigi sér mörg mismunandi birtingarform. Það má finna alls staðar, í útsaumi, silkivefnaði, keramíki, málverki, í járngrindum fyrir glugga, í svalahandriðum og í skreytingum í búddamusturum og meira að segja í kaþólskum kirkjum. Ég heimsótti eina slíka um daginn og þar var allt kirkjuloftið skreytt með langlífismerkjum.



Þrjú mismunandi langlífismerki

Annað skemmtilegt tákn er merkið fyrir tvöfalda hamingju en það er mjög áberandi um allt á þeim tíma sem mest er um brúðkaup. Það er aðallega á haustin og vorin eftir að uppskeru-



Tákn fyrir tvöfalda hamingju

tímanum lýkur og meðan enn er ekki of heitt eða kalt í veðri. Út úr því má lesa hvað er nauðsynlegt fyrir hjón að hafa til að öðlast hamingju, hús yfir höfuðið, hvort annað og einhverjar skepnur undir húsinu, grísi eða það sem er albest vatnabuffalóa.

Það tákn sem mér hefur þó fundist einna skemmtilegast að skoða er á spegli sem hangir víða yfir dyrum hjá fólki. Þessum spegli er ætlað það hlutverk að halda frá illum öndum. Það er talið að þeir verði svo skelkaðir þegar þeir líta í spegilinn og sjái sjálfan sig og þau tákn sem er að finna á speglinum að þeir forði sér í burtu.

Spegillinn er yfirleitt áthyrndur eins og myndin á næstu blaðsíðu. Í miðjunni er

hringlaga *yin* og *yang* tákn en umhverfis það eru átta mismunandi samsetningar af þremur línum þar sem hver lína er annað hvort heil eða tvískipt. Sagan segir að Fu Hsi keisari sem fæddist 2852 f.kr. hafi komið auga á þessi tákn á bakinu á skjaldböku en skjaldbakani er heilagt dýr í þessum heimshluta. Þessi tákn eru einnig talin endurspeglar mismunandi samsetningarmöguleika á beinni línu \_\_\_ *yang* sem er tákn fyrir hið karlmannlega og brotinni línu \_\_\_ *yin* sem er tákn fyrir hið kvenlega.



Séu settar saman þrjár línur, heilar og/eða brotnar má fá út 8 mismunandi tákn. Öll hafa þessi tákn ákveðna merkingu og endurspeglar hringrásina í náttúrunni. Ýmsir spekingar hafa reynt að þróa þetta táknkerfi áfram. Búa má til 64 hexagróm með því að nota fyrirliggjandi tákn. Sérhvert þessara tákna er þá tvöfaldað eða því bætt neðan við hin sjö. Þannig fást 64 hexagróm og sé sá fjöldi margfaldaður með 6 fást þau 384 mismunandi tákn úr 6 línum sem talið er mögulegt að búa til. Sumir halda því hins vegar fram að með áframhaldandi margföldun megi búa til 16.777.216 mismunandi form. Reynið þið nú.

*Með kveðju frá Hanoi Guðný Helga*

*A töflunni hér fyrir neðan má sjá útskýringar á táknum á áttlymningnum.*

乾	兌	離	震	巽	坎	艮	坤
Ch'ien	Tui	Li	Chên	Sun	Kan	Kên	K'un
Heaven; the sky.	Water collected as in a marsh or lake.	Fire, as in lightning; the sun.	Thunder.	The wind; wood.	Water, as in rain, clouds, springs, streams, and delfes; the moon.	Hills, or mountains.	The earth.
Unfiring strength; power.	Pleasure; complacent satisfaction.	Brightness; elegance.	Moving; exciting power.	Flexibility; penetration.	Peril; difficulty.	Resting; the act of arresting.	Capacitance; exhaustion.
Horse	Goat	Pheasant	Dragon	Fowl	Swine	Dog	Ox
S.	S.E.	E.	N.E.	S.W.	W.	N.W.	N.

## Flötur er ekki einn í heiminum Það má margt af öðrum læra

Anna Kristjánsdóttir



Í Flatarmálum 6(1) árið 1998 birtist greinin: *Flötur - fyrstu árin fimm að baki*. Sagt var frá tildrögum þess að Flötur var stofnaður, ýmsum viðfangsefnum og miklum fjölda stærðfræðikennara sem lögðu Fleti lið strax fyrstu árin.

Um leið og reynslan af starfinu vex og Flötur er orðinn fastur í sessi innan íslenska skólakerfisins er tímabært að þróa starfið enn frekar. Haustið 1999 voru stigin tvö góð skref. Fyrsta Hauststefna Flatar var haldin að Varmalandi til að móta stefnu á grundvelli þeirra markmiða og leiða sem samþykkt voru á stofnfundinum 1993. Og í nóvember var aðalfundur Flatar haldinn samtímis á fimm stöðum á landinu með fjárfundabúnaði sem gerði kleift að ræða saman og taka ákvarðanir lítt háð búsetu. Á Alþjóðlega stærðfræðiárinu 2000 var svo meginframlag Flatar undirbúningur stærðfræðidagsins 27. september.

Þegar næstu skref verða stigin getur verið gagnlegt að skoða hvernig samtök stærðfræðikennara í nágrannalöndum haga starfi sínu og hvað þau leggja áherslu á. Það er ástæðulaust að reyna að finna upp hjólið vegna þess að menn þekki of lítið til í kringum sig eða hvernig hlutir hafa þróast í eigin umhverfi. Í þessu skyni hef ég tekið að mér að kynna lesendum Flatarmála nokkur erlend stærðfræðikennarasamtök. Flest þekki ég allvel og hef átt aðild að ýmsum þeirra. Nokkur hópur íslenskra stærðfræðikennara hefur sótt ráðstefnur eða námskeið hjá sumum þeirra eða verið áskrifendur að tímaritum sem þessi félag gefa út.

Samtökin sem ég ætla að kynna lesendum Flatarmála í þessu hefti og þeim næstu eru: *Association of Teachers of Mathematics (ATM)* í Englandi, *Danmarks matematiklærerforening* í Danmörku, *Landslaget for matematikk i skolen (LAMIS)* í Noregi, *National Council of Teachers*

*of Mathematics (NCTM)* í Norður-Ameríku, *Sveriges Matematiklærerforening (SMaL)* í Svíþjóð, *Matematiklærerforeningen* í Danmörku, *Riksförbundet för lärare i matematiska ämnen (MAOL)* í Finnlandi og *The Mathematical Association* í Englandi. Flest gefa þau út tímarit og kaupir Bókasafn Kennaraháskóla Íslands þau nær öll. Öll eru samtökin ætluð kennurum á öllum aldurstigum skólanna nema dönsku samtökin sem starfa annars vegar fyrir grunnskólakennara og hins vegar fyrir framhaldsskólakennara. Háskólakennarar eru í nokkrum eða talsverðum mæli í þessum samtökum. Með kynningunum læt ég fylgja verkefni sem ættuð eru frá viðkomandi samtökum. Dregið verður úr innsendum lausnum frá vinnu kennara og nemenda með verkefni og frásögnum af vinnunni og birt í Flatarmálum. Viðurkenningin verður áskrift í eitt ár að viðkomandi tímariti.

Nokkurn tíma tekur að kynna sér hvað aðrir gera og aðlaga þá þekkingu að eigin aðstæðum. En það er tímans virði ef vel er gert. Fyrir rúmum 20 árum sótti ég fyrst um styrk til þess að fara ferð með íslenska stærðfræðikennara á erlenda grund og kynna þeim vandað starf í Englandi. Tillagan hlaut ekki samþykki vegna þess að ráðamenn sáu aðeins gildi ferða fyrir málakennara. Þetta hefur sem betur fer breyst og hefur Flötur t.d. farið tvær fjölmennar ferðir á erlenda grund, annars vegar ferð til Svíþjóðar 1994 og svo til Noregs 1997.

Nýlega sá ég skýrslu sem nefnist: *Heimskt er heimaalið barn*. Það máltæki mátti til sanns vegar færa á árum áður, en ekki lengur. Sá sem

les jafnt og þétt, skoðar myndbönd eða efni á vef og hugsar um, vinnur úr og á samskipti við aðra, er hvorki heimskur í nútímamerkingu né hinni upprunalegu. Allar aðstæður til að fylgjast með hafa gjörbreyst á undanförunum rúmum áratug eftir að netsamskipti urðu daglegur veruleiki. Vonandi reynast greinarnar bæði stuðningur og hvatning við að nýta slík tækifæri.

## Association of Teachers of Mathematics - ATM

ATM eru ensk samtök stærðfræðikennara og stofnuð árið 1950. Einn aðalfrumkvöðull að stofnun þeirra var Galeb Gattegno en hann, og þeir sem hann starfaði með, bentu kennurum þá þegar á mikilvægi þess að nota margvísleg gögn við hugtakamyndun og nám í stærðfræði. Félagsmenn ATM eru nú um 4000, einkum kennarar í grunnskólum og framhaldsskólum, en háskólakennara og fleiri er þar einnig að finna.

Með starfinu er lögð áhersla á að skapa tækifæri og grundvöll fyrir alla sem tengjast á einhvern hátt umræðu um stærðfræðináms- og -kennslu. Því eru til staðbundnar deildir (eða klasar eins og slíkir hópar heita innan Flatara), vinnuhópar um einstök málefni og óformleg stuðningsnet við kennara sem eru að feta nýjar slóðir í kennslu. Lögð er áhersla á að dreifa vinnunni og fá marga virka við uppbyggingu.

ATM stendur árlega fyrir nokkurra daga ráðstefnu í páskaleyfinu sem dregur að mörg hundruð þátttakendur, bæði Breta og frá öðrum löndum. Þessar ráðstefnur eru vandaðar, dagskrá fjölbreytt og gisting ódýr þar sem þær eru haldnar í háskólum. Auk fyrirlestra eru margvísleg verkstæði en segja má að verkstæðahugmyndin sem orðin er vinsæl víða á ráðstefnum stærðfræðikennara, sé upprunnin frá ráðstefnum og námskeiðum ATM. Óhætt er að mæla með þessum ráðstefnum og þær eru kynntar tímanlega í tímariti samtakanna og á heimasíðunni með slóðina: <http://www.atm.org.uk>

# CHALLENGE!

The following puzzle comes from a 1927 puzzle book, and it was sent to us by David Singmaster, who suggested that the computer might have an important role in checking the solutions.



The puzzle involves a kind of magic figure using playing cards. After a little examination one sees that it is asking for a magic frame in the shape of a rectangle.

A	B	C	D
			E
I	II	G	F

Writing it as shown above, we want

$$A + B + C + D = D + E + F + F + G + H + I + I + J + A$$

where the values are the integers 1, 2, ..., 10.

The 1927 author of the puzzle book gives one solution and appears to suggest that it is unique. Is he correct? How do you know?

Verkefni frá ATM. Flatarmál hvetja kennara til að reyna þetta verkefni með nemendum sínum, gjarnan með því að nota töflureikni. Lausnir og frásögn af vinnunni þarfa að berast ritstjórn Flatarmála fyrir 10. júní og verður það birt í Flatarmálum. Viðurkenningin verður útskrift í eitt ár að tímaritinu Mathematics Teaching eða Micromath (frjálst val).

Útgáfustarf ATM er fjölbreytt. Þeir gefa út skemmtileg veggspjöld og póstkort með stærðfræðilegu myndefni og einnig ýmis námsgögn til að efla skapandi starf í stærðfræðikennslunni. Þá hafa þeir gefið út einfalda og mjög ódýra bæklinga fyrir kennara og þemahefti. Tímarit þeirra, *Mathematics Teaching*, hefur komið út frá því fyrir 1960 og eru margir árgangar til á bókasafni KHÍ. Það kemur út fjórum sinnum á ári og þar er ýmislegt sem ekki er að finna í eins ríkkum mæli í öðrum tímaritum eins og efni um tengsl stærðfræði við listir og náttúru ásamt góðum myndum og einnig vek ég athygli á góðu rúmfræðiefni og skrifum kennara á öllum aldurstigum um áhugaverðar nýjungar í starfi. Bretar hafa langa reynslu af því að láta nemendur rannsaka sjálfa í stærðfræðináminu og ATM hefur gegnt verulegu hlutverki við að dreifa upplýsinum um vinnubrögð og hugmyndir og liðsinna kennurum þannig í þróunarstarfi sínu.

Stuttu eftir 1980 fór ATM að gefa gaum þeim möguleikum sem einfaldur hugbúnaður

gaf í stærðfræðinámi. Enn í dag eru vandfundin betri dæmi um stærðfræðihugbúnað en bestu smáforritin þeirra gáfu. Þetta starf hefur haldið áfram og eftir því sem tæknibúnaður hefur þróast hefur hugbúnaðurinn tekið mið af því. Á heimasíðu þeirra er bæði hægt að ná í ókeypis hugbúnað og fá ábendingar um hugbúnað. Lengi vel var hann fyrir tölvur sem við notum almennt ekki en það hefur verið að breytast undanfarin ár.

Um miðjan níunda áratuginn var ákveðið að gefa út sérstakt tímarit um tengsl upplýsingatækni og stærðfræðináms og *Micromath* hóf göngu sína. Það á sér reyndar engan líka í heiminum og er hiklaust hægt að mæla með þessu tímariti. Bókasafn KHÍ hefur keypt það frá upphafi. Það kemur út þrisvar á ári og birtir allt frá rannsóknaniðurstöðum yfir í smásögur úr kennslu. Áhersla er lögð á að sýna hvernig vanda má stærðfræðináms barna og unglinga, gera það aðlaðandi og aðgengilegt með notkun tölvubúnaðar og vasareikna.

Það er ástæða til að benda á frumkvæði ATM í mikilvægum málaflokkum varðandi stærðfræði. Bæði er um að ræða stefnumörkun og umfjöllun um yfirlýsingar eða fyrirhæli stjórnvalda. Stjórn ATM á iðulega frumkvæði að því að álykta um mál þar sem mikilvægt er að láta raddir kennara heyrast vel. Eftirfarandi hafa þeir t.d. ályktað um:

- Kröfur sem gera ætti til lagstjóra í stærðfræði.
- Kennaramenntun og viðmið fyrir nýja kennara.
- Próf í hugareikningi.
- Málafni sem varða talnaskyn og talnaskilning.
- Ágæti í skólastarfi.

ATM hefur það að markmiði að styðja nám og kennslu í stærðfræði með því að:

- hvetja til aukins skilnings og ánægju af stærðfræði

- hvetja til aukins skilnings á því hvernig fólk lærir stærðfræði
- hvetja til þess að kennarar hafi samstarf um að þróa og meta leiðir í stærðfræðikennslu
- vekja athygli á og tala fyrir nýjum hugmyndum og möguleikum
- eiga frumkvæði að og taka virkan þátt í umræðu um þróun í stærðfræðikennslu á öllum skólustigum

Árgjald ATM er 47 sterlingspund fyrir einstaklinga en 65 sterlingspund fyrir stofnanir. Kennaranemar greiða líðlega þriðjung gjalds og nýir kennarar og eftirlaunabegjar fá einnig verulegan afslátt.

Auk klasa ATM á ýmsum stöðum í Bretlandi starfa vinnuhópar að sérverkefnum.

Nefna má

- Undirbúningur að endurskoðun námskrár árið 2000. Vinnan hófst þegar er næsta námskrá á undan kom út.
- Stærðfræði í barnæsku - vinna til undirbúnings stefnumótun um stærðfræði fyrir börn undir skólaaldri (sem í Englandi hefst við 5 ár). Hópurinn hefur sent frá sér skrif í tímarit sem fjalla um börn undir grunnskólaaldri.
- Gerð einfalds hugbúnaðar fyrir byrjendakennslu í talnavinnu og tölvuskrár til að nota í rúmfræðikennslu.
- Umfjöllun um stærðfræðikennslu á fyrstu árum háskólanáms.

Anna er prófessor við KHÍ.

# Ég og stærðfræðin

Sólveig Ebba Ólafsdóttir

Á skólaárinu 1996-1997 fór ég að sýna tilbúningi til að breyta stærðfræðikennslu minni vegna þess að mér fannst hún á einhvern hátt ekki skila þeim árangri sem ég hafði vænst. Á undan höfðu reyndar farið ár heilabrota um ástæður þess:

- að stelpur væru svo oft vissar um að þær gætu ekki lært stærðfræði
- að svo margir nemendur sætu yfir stærðfræðibókunum sínum og skildu bara ekkert í því hvers vegna þau „**uppgötvuðu**“ ekki dæmin fyrir framan sig. Mér virtist sem þeim fyndist að þau ættu að geta horft á dæmin og þá **búmm** bara gerðist eitthvað og þau sæju lausnina án umhugsunar eða alla vega sæju hvaða aðferð þau ættu að nota. Allt virtist ganga út á það að finna **töfraorðið/aðferðarlausnarorðið** minna skipti að skilja um hvað dæmið var enda var það ekki lesið heldur horft á tölurnar sem fram komu í því og beðið eftir **búmmínu**. Gott dæmi um þetta voru lausnarmengin sem meirihluti stelpnanna reyndi ekki einu sinni við enda álitu þær þau of erfið eða flókin fyrir sig, alveg sama hvort þau voru einföld eða flókin.

Ég venti smám saman mínu kvæði í kross og fækkaði reikningstímum niður í einn til tvo á viku, sendi nemendur heim með bækurnar og er þar með blessunarlega laus við gerð heima-dæma. Hina fjóra til fimm tíma vikunnar nýti ég í það sem við köllum „**Ég og stærðfræðin**“, til þjálfunar annars konar stærðfræði/rökhugsunar svo sem:

- **umræðna** t.d. um myndrænar upplýsingar (myndrit) og/eda greinar, úr blöðum, tímaritum, og af vísindavef H.Í., og um nýja hluti sem koma fyrir í stærðfræðibókunum
- glímu við **þrautir úr daglega lífinu** sem oftast en ekki tengjast þeim sjálfum eða



þeirra umhverfi og gjarnan er að einhverjum hluta eða alveg verkleg stærðfræði

- **ritunar** – þar sem nemendur velta fyrir sér í riti hvað þeir kunna og hvað þeir vita um ákveðnar aðferðir eða hugtök stærðfræðinnar, meta getu sína í könnunum og velta fyrir sér hvers vegna þeir gerðu villur
- **lesturs** í stærðfræði þar sem nemendur þjálfa sig í að lesa upp tölur, dæmi, lausnarmengi, myndrænar upplýsingar og yfirleitt allt það sem við flokkum undir stærðfræði dags daglega.

Þessi kúvending kom mörgum nemenda minna í opna skjöldu því allt í einu skipti magn ekki máli heldur það að **skilja hvað maður var að gera** og geta líka sagt frá því í máli og riti. Við veltum fyrir okkur muninum á stærðfræði

og reikningi, hvað við vissum um samlagningu, frádrátt o.s.frv. En alveg tók nú tappann úr þegar kennarinn fór að vilja lesa stærðfræðibókina upphátt frá vinstri til hægri, dæmin, lausnarmengin og allt saman – var hann ekki með öllu mjalla? Margir fluglæsir 9 ára nemendur komust að því að þeir voru nær ólæsir á þær bókmenntir og lengi vel var þetta hálfgeri basl. Oft spurði kennarinn sig að því hvort hann væri á réttri braut en sannfærðist svo um það þegar ein stelpnanna stóð allt í einu upp við kennaraborðið og tjáði sig lágt en af einlægni: að hún væri farin að fatta lausnarmengið, maður bara læsi það og þá skildi maður hvað maður ætti að gera. Og skyndilega voru flestir farnir að geta leyst lausnarmengin án erfiðleika það átti bara að lesa þau en ekki horfa og bíða eftir að lausnin kæmi - **búmm**.

Þetta var afskaplega einmanalegur og efa-blandinn tími en svo kynntist ég mínu töfraorði **SKSB** (*Stærðfræðikennsla byggð á skilningi barna*) og síðan hefur lífið verið miklu auðveldara eins og segir í góðum ævintýrum.

Ég hélt áfram mína braut en nú voru skrefin mun ákveðnari og öruggari. Öll kennslan upp

frá þessu byggist á að reyna að festa hvern þann nýjan hlekk sem bætist við á þessu þekkingarsviði fastan við keðjuna sem fyrir er í kalli hvers og eins.

Enn þann dag í dag er ég við sama heygards-hornið að einn til tvo tíma í viku eru nemendur mínir að fást við stærðfræðibókina -innlögn og vinna-, en fjórir til fimm tímar fara í „**Ég og stærðfræðin**“: umræður, lestur, ritun og þrautir á stærðfræðilegum nótum - rökhugsun.

Ég reyni meðvitað að tengja allt það sem nýtt kemur í bókunum við eitthvað sem þau þekkjá og nota dags daglega svo sem:

- almenn brot – pizzu
- námundun – búðarferð
- skipting milli mælieininga – talnahúsinu
- flatarmál og ummál – herbergisgólfinu þeirra (sjá fylgiskjal)
- Þessa dagana erum við að velta fyrir okkur prósentum og áhrifum þeirra á peningaeign okkar í bankanum. Er ég spurði nemendur mína hvaða hlekk eða hlekkjum í þekkingarkeðjunni prósentuhlekkurinn tengdist stóð ekki á svari: „**almennum brotum og tugabrotum**“.





Hvort ég er á réttri braut veit ég ekki en hitt veit ég að kennaranum líður betur og finnst hann vera að kenna eitthvað gagnlegt sem situr fast og e.t.v. er þetta það sem skiptir máli. Nemendur eru líka löngu hættir að hafa áhyggjur af því að vera ekki að vinna í bókinni og hella sér yfirleitt út í þrautimar af áhuga og sam hjálp og svo skemmtilega vill til að það er oft sá sem ekki er of sterkur í aðferðunum sem fljótari er að eygja lausn meðan hinir eru fastir í að reyna að sjá út aðferð til lausnar. Annað er það sem hefur komið mér á óvart að nemendur mínir sem voru allt upp í 5 tíma að leysa vikuskammtinn í stærðfræðibókinni (5-6 bls.) láta sig ekki muna um að ljúka honum mest öllum á 1-2 tímum nú.

Þá hef ég einnig verið svo heppin síðasta ár að fá að prófa þessa kennsluáferð á 6 og 9 ára nemendum í litlum hópum (10-12 nemendur). Hver hópur er hjá mér 3,5 tíma á viku í 7 vikur. Mjög skemmtilegt viðfangsefni.

Á vormisseri 1999 var ég beðin að taka að mér að koma upp safni stærðfræðigagna fyrir Ölduselsskóla. Ég byrjaði þá vinnu á því að gera könnun meðal kennara 1.-7. bekkjar um hvað þeir teldu að þyrfti að vera til af stærðfræðigögnum í stofunum annars vegar og í skólanum hins vegar. Niðurstaðan var sú að ég útbjó stærðfræðikassa fyrir hvern bekk með mismun-



Verkefni nemenda í Ölduselsskóla

andi gögnum eftir aldri. Einnig útbjó ég safn stærðfræðigagna fyrir skólann þar sem hægt er að fá að láni, til skamms tíma, bekkjarsett af öllum mögulegum stærðfræðigögnum, allt frá pappaformum upp í talnagrindur, vasareikna o. fl. - alls 18 flokka mismunandi hjálpargagna.

Mig langar til að skora á Jónínu Eiríksdóttur að skrifa í næsta blað og segja okkur frá því hvernig var í Danaveldi? Fann hún þar eitthvað stærðfræði-gómsætt?

Sólveig Ebba er kennari við Ölduselsskóla.

#### Fylgiskjal

### Herbergið mitt

Ég mæli gólfíð í herberginu mínu:

Lengd þess er \_\_\_\_\_ cm.

og breidd þess er \_\_\_\_\_ cm.

Ég hef ákveðið að skipta um gólfefni og fá mér nýjan dúk eða parket, ef það er ekki of dýrt.



1. Ég byrja á að finna hve mikið magn ég þarft að kaupa af efninu bæði dúk/parketi og gólflistum.
2. Reikna síðan út hvað muni kosta að kaupa nýjan dúk og gólflista.
3. Hvað mun kosta að kaupa parket og gólflista?
4. Mig langar meira í parket og er því ákveðin/nn í að kaupa parketið ef það er ekki meira en 1/3 dýrara.

**Hvort er keypt og hvers vegna?**

## ICME

Ráðstefna um stærðfræðimenntun  
í Makuhari í Japan 31. júlí - 6. ágúst 2000

### Kristín Bjarnadóttir

**S**íðast liðið sumar var haldin ráðstefna um stærðfræðimenntun á vegum ICMI, International Commission on Mathematical Instruction. Ráðstefnan var hin nýnda í röðinni en fyrsta ráðstefnan var haldin árið 1969 í Lyon í Frakklandi eins og greint var frá í 2. tölublaði Flatar- mála, 8. árgangs. Þar var sagt frá upphafi og tilurð ICMI - samtakanna og ráðstefnum sem þau halda fjórða hvert ár - ICME, International Congress on Mathematics Education. Hér verður því vísað til þessarar greinar varðandi annað en ráðstefnu síðast liðins sumars sem haldin var í Makuhari í Japan dagana 31. júlí - 6. ágúst árið 2000.

Ráðstefnan var hin fyrsta sinnar tegundar sem haldin er í Austur-Asíu og var sýnt af undibúningsgögnum að heimamenn myndu leggja metnað sinn í að gera veg hennar mikinn. Nafnið Makuhari gefur strax til kynna að ekki var um minni háttar fund að ræða. Makuhari ráðstefnumiðstöðin er í raun allstórt borgarhverfi með fjölmörgum byggingum, ráðstefnusölum, fundarsölum, matsölustöðum, gistihúsum og öðrum stofnunum sem tilheyra. Samt sem áður fór hluti funda ráðstefnunnar fram í háskólanum í Chiba sem er nærliggjandi en þó svo fjarri að ráðstefnugestir voru fluttir milli svæðanna með strætisvögnum.

Þátttakendur á ráðstefnunni voru alls 1840 manns frá 75 þjóðlöndum. Hana sóttu fjórir Íslendingar auk eins maka, þau Anna Kristjánsdóttir prófessor við Kennaraháskóla Íslands, Arnlaugur Guðmundsson eiginmaður hennar, Friðrik Diego lektor við Kennaraháskóla Íslands, Kristín Halla Jónsdóttir, dósent við Kennaraháskóla Íslands og Kristín Bjarnadóttir áfangastjóri við Fjölbrautaskólann í Garðabæ. Þótt töluevnt væri af hótelum í sjálfri ráðstefnumiðstöðinni, Makuhari, gisti allur íslenski hópurinn utan hennar. Þau Anna og Arnlaugur gistu í Chiba, höfuðborg Chiba-héraðsins, en Friðrik, Kristín Halla og Kristín Bj. í bænum Soga þar skammt frá. Héraðið liggur á milli Narita flugvallar og Tokyoborgar niðri við strandlengiuna meðfram Tokyo-flóa. Daglegar ferðir, stundum oft á dag, í lestakerfinu milli þessara staða gáfu ferðalöngunum gott tækifæri til að kynnast háttum hins almenna borgara.

Japanskar lestasamgöngur eru mjög fullkomnar og fátítt er að menn ferðist í einkabílum enda er það trygging fyrir setu í umferðarteppu verulegan hluta dagsins.

Strax við setningu athafnarinnar var ljóst að ráðstefnan var talin til heimsviðburða þar sem bæði Yoshiro Mori, forsætisráðherra Japans og Bill Clinton, forseti Bandaríkjanna sáu ástæðu til að senda kveðjur til þátttakenda. Í ávarpi Clintons sagði m.a. að breytingar á störfum, lífnaðarháttum og hugsanahætti gerðu þær kröfur til menntakerfa þjóðanna að tryggja yrði að öll börn næðu háu stigi talnæsis. Hann liti á stærðfræði sem þungamiðju menningarinnar vegna hagnýtingar hennar í vísindum og samfélagi, vegna krafts og fegurðar í hugmyndum hennar og röksemdafærslu, og fyrir þá auðgi sem hún færir mannsandanum.

Mori forsætisráðherra bauð gestina hjartanlega velkomna og fagnaði því að ráðstefnan væri haldin í Japan, fyrstu Asíuríkja. Menntun væri mikilvægasta undirstaða friðar og velmeunar í framtíðinni. Ráðherrann minnti á að nú í upphafi 21. aldar væru upplýsingatækni og framfarir í lífvísindum að móta samfélagið að nýju. Menntun í stærðfræði og raunvísindum þjónaði ekki eingöngu því hlutverki að framleiða vísindamenn framtíðarinnar heldur legði hún stóran skerf til daglegra lífshátta, fjármála- starfs og ákvarðanatöku. Hann greindi frá áhyggjum manna af því að áhugi japanskra barna færi minnkandi á þessum greinum og sagði það vera í skoðun hjá vísindaráði Japans.

Að venju hófst ráðstefnan með setningu þar

sem fjöldi aðila ávarpaði fundargesti. Að loknu kaffihléi hófust alþjóðlegar hringborðsumræður um hlut stærðfræði í almennri menntun á 21. öldinni. Fóru þær þannig fram að nokkrir þátttakendur voru utan salarkynnanna og töluðu gegnum netsendingu frá Singapore og Bandaríkjunum en aðrir sátu við pallborð í fundarsalnum. Sjónvarpsvélum var síðan beint að þátttakendum þegar þeir tóku til máls og öllu varpað á stóran skjá á miðju sviðinu. Á þessu urðu nokkrir tæknilegir hnókrar en þó ekki svo að mál þátttakenda kæmist ekki til skila. Mönnum varð tíðrætt um menntastefnu sem tryggir að hver einstaklingur njóti hæfileika sinna til fulls, kennarann, menntun hans og virðingu kennarastarfsins, jafnrétti til og jafnræði í stærðfræðinámi. Tæknina væri nauðsynlegt að tileinka sér en einnig að greina þar milli góðs og ills og læra að sía frá það sem máli skipti.



*Dagur í Tokyo. Friðrik Diego og Kristín Halla Jónsdóttir við Shinto-hof.*

Síðdegis tóku við tveir inngangsfyrirlestrar haldnir af virtum fyrirlesurum. Hinn fyrri hélt Mogens Niss, prófessor á sviði stærðfræði og stærðfræðimenntunar í Hróarskeldu í Danmörku en hinn síðari prófessor Hiroshi Fujita í Tokai-háskóla í Japan.

Yfirskrift fyrirlesturs Mogens Niss var *Meginviðfangsefni og stefnur í stærðfræðimenntun*. Hann ræddi um hver væru algengustu málefni og fyrirbrigði sem fjallað er um í rannsóknnum, hvaða rannsóknaraðferðum væri beitt og hver væru rök þeirra, styrkleikar og veik-

leikar. Hvers konar niðurstöður fást úr rannsóknum og hvert er yfirgrip þeirra? Hver eru megin vandamál og krefjandi viðfangsefni varðandi stærðfræðimenntun sem þarf að horfast í augu við á næstunni?

Rannsóknarsviðið hefur víkkað síðasta aldarþriðjunginn frá því að fjalla aðallega um unglíngastig og fyrri hluta framhaldsskóla til þess sem mætti kalla „stærðfræði fyrir alla“. Í upphafi höfðu menn mestan áhuga á að fjalla um hvað ætti að kenna og hvernig það yrði best kennt. Síðan kom að markmiðum sem leiddi til umræðu um hlutverk stærðfræðimenntunar fyrir hina ólíku markhópa. Hjálpargögn og fleira urðu síðan hluti af umræðunni. Þrátt fyrir ýmsar endurbætur á námsefni og kennslu fóru margir varhluta af stærðfræðimenntuninni svo að umræðan tók að snúast um hvað gerist í huga nemandans í stærðfræðinámi, hver séu viðhorf hans og skoðanir og hver séu viðhorf og skoðanir kennarans. Hvað gerist í kennslustofunni? Hver eru áhrif ytri aðstæðna, félagslegra og menningarlegra, eða tungumálsins? Upp úr þessu hefur sprottið þjóðháttastærðfræði og stærðfræðinámi tengt daglegu lífi sem minnr á að nám á engan veginn eingöngu upptök sín í skólum. Ennfremur hefur áhugi beinst mjög að námsmati og áhrifum þess á nám og kennslu.

Rannsóknaraðferðir eru fjölbreyttar en litlar rannsóknir á fáum einstaklingum studdar eigindlegum aðferðum hafa færst í aukana og eru nú nánast ráðandi viðmið í rannsóknum á stærðfræðimenntun.

Í lok máls síns ræddi Mogens Niss um skoðanir sínar á framtíðarhorfum greinarinnar. Framan af hafi þess verið gætt að fordást órókstudda einföldun á málavöxtum. Hann minnti á að lokamarkmið vísindalegrar viðleitni væri þó einmitt rökstudd einföldun. Fram að þessu hefur verið leitast við að skoða einstaklinga en nú væri e.t.v. kominn tími til að alhæfa og yfirfæra niðurstöður byggðar á einstaklingsathugunum. Annað, sem vert væri athugunar, væri vaxandi bil milli rannsóknarfólks og kennara. Þótt það megi skýra gætu mistök við að minnka þetta bil orðið til einangrunar rannsóknarfólks og kennsla orðið bernskari, þröngsýnni og árangursminni en ella.

Seinni aðalfyrirlesarinn, Hiroshi Fujita, ræddi markmið stærðfræðimenntunar og aðferðafræði hagnýttar stærðfræði. Hann sagði það hafa

verið yfirlýsta skoðun sína að mörkmíð stærðfræðimenntunar væri að rækta stærðfræðigreind námsmanna. Því þyrfti að örva stærðfræðilæsi og efla stærðfræðilegan hugsunarmátt. Á efri stigum þýddi þetta getu til stærðfræðilegra



*Um ræður um sögu stærðfræðinnar.  
Karen Michalowitch leiddi umræðurnar.*

verka og möguleika til framtíðarþróunar. Hins vegar hafi stærðfræðingar mjög hneigst til að iðka hreina stærðfræði sjálfrar sín vegna. Það sé því rétt við dögun nýrrar aldar á upplýsinga-skeiði að skoða eðli og aðferðir hagnýttar stærðfræði til að tengja stærðfræðimenntun betur upphaflegu hlutverki sínu. Á síðustu árum hafi mönnum tekist að leysa flókin stórbrotin ólínuleg vandamál á sviði náttúruvísinda. Stærðfræðin er þannig að þökast inn í nýjar greinar annarra vísinda.

Nú telur prófessor Fujita að tími sé kominn til að átta sig á fjórða tindinum í sögu stærðfræðinnar á eftir evklíðskri rúmfræði, uppgötvun örsmæðarreikningsins og upphafi nútíma frumsendustærðfræði, sem sé þróun stærðfræðilegra vísinda með aðstoð tölvutækni. Henni sé raunar fremur hægt að líkja við fjallgarð, svo mikilfenglegar séu framfarir á því sviði. Máli sínu til sönnunar sýndi fyrirlesarinn síðan myndband með eftirlíkingu, gerða af flóknum hlutafleiðujöfnum, af því hvernig olía mengar sjó og fjörur og af áhrifum efna sem leysa upp olíuna.

Inngangsfyrirlesturunum eru hér gerð nokkuð góð skil þar sem þeir voru að nokkru stefnumarkandi fyrir ráðstefnuna. Prófessor Fujita var

formaður dagskrárnefndar ráðstefnunnar þar sem prófessor Mogens Niss átti einnig sæti. Mogens Niss er síðan í forystu undirbúningsnefndar næstu ráðstefnu sem haldin verður í Kaupmannahöfn að fjórum árum liðnum.

Þessum fyrsta degi lauk með söng og trumbuslætti ungra námsmanna og síðan glæsilegri móttöku. Daginn eftir hófust ráðstefnustörfin. Næstu þrjú vinnudaga voru reglulegir fyrirlestrar tvisvar á dag þar sem velja mátti milli tíu fyrirlestra hverju sinni. Síðar um daginn voru vinnuhópar og leshópar. Sýningar á bókum, kennslutækjum, tölvubúnaði og hugmyndum, sem ekki náðu að verða að fyrirlestri, héngu uppi í stórum sal þangað sem íslensku þátttakendumir leituðu oft. Annars skiptu þeir sér gjarnan milli fyrirlestra og starfshópa.

Til að gefa hugmynd um hvað á boðstólum var má nefna að Kristínarnar tvær sóttu í fyrstu umferð fyrirlestrana *Ný tækni sem brúar hina ólíku þætti stærðfræði fyrir kennara og kennaranema* sem fluttur var af Colette Laborde frá Grenoble í Frakklandi, og *Hvarf til félagslegra og menningarlegra rannsókna í athugunum á kennslu í stærðfræði* sem fluttur var af Stephen Lerman frá London. Síðar um daginn varð fyrir valinu fyrirlestur Barbro Grevholm um hugmyndir kennaranema um jöfnur, fallhugtakið og slík grundvallarhugtök. Hún fylgdi eftir nokkrum nemendum um nokkurra ára bil og fylgdist með því hvernig hugtökin þróuðust á námstímanum og eftir hann. Fyrirlesturinn var gagnlegur vegna þess úr hve líku menningarumhverfi hann var. Fyrirlestrar frá fjarlægum löndum tóku oft mið af aðstæðum þar eins og gefur að skilja en veittu öðrum ef til vill aðeins innsýn í framánda heim.

Af fyrirlesturum í svonefndum leshópum (Topic Study Groups) má nefna áhugaverða athugun Jo Boaler frá Stanford háskóla. Hún bar saman árangur og viðhorf nemenda sem unnu á mjög mismunandi hátt að stærðfræði í þrjú ár. Annar hópurinn fékk hefðbundna kennslu og fylgdi kennslubók á meðan hinn vann aðallega að opnum verkefnum í hópum. Rannsóknin sýndi að ekki var nóg fyrir nemendur að læra aðferðir og skapa sér skilning á þeim. Nemendurnir þurfa einnig að fá tækifæri til að nota stærðfræði, velja aðferðir, breyta aðferðum, ræða við aðra nemendur og komast að samkomulagi um leiðir og almennt að verða

fyrir þeim takmörkunum og kröfum sem þeir mæta annars staðar í lífinu.

Af vinnuhópum (Work Groups for Action) varð hópurinn um sögu stærðfræðinnar fyrir valinu. Margra grasa kenndi meðal þess efnis sem undirbúið hafði verið til flutnings. Frum-mælandi var Karen Michalowitch. Hún ræddi hvernig nota mætti sögu, og þá sér í lagi stærðfræðinnar, og aðrar námsgreinar til kennslu í stærðfræði. Kennarinn yrði að hafa dulda áætlun um til hvers sagnfræðilegu athuganirnar ættu að leiða. Dæmi voru tekin af hlutföllum í tónlist, leikjum sem fela í sér

líkindareikning og að ekki mætti gleyma þætti stærðfræði í sögu eðlisfræði og kennslu hennar. Varúðar þyrfti að gæta er alnetið er notað til heimilda-leitar. Ekki er allt áreiðanlegt sem þar stendur. Norðmaður greindi frá athugun á áhrifum þess á námsefni að í nýrri aðal-námsskrá í landi hans var lögð áhersla á að kynna sögu stærðfræðinnar. Því miður var niðurstaðan heldur rýr. Sumt var misvísandi, annað beinlínis rangt og enn annað virtist helst til uppfyllingar. Sem betur fer var einnig um að ræða gagnlegt efni í sambengi við námsefnið. Niðurstaðan var að töluvert átak væri að flétta sagnfræðilega þætti inn í námsefni stærðfræðinnar svo að gagn yrði að.

Eins og áður er getið vörðu Íslendingarnir töluverðum tíma í sýningarsölunum. Nokkur stór útgáfufyrirtæki voru með sýningarbása þar sem bækur og upplýsingapésar lágu frammi. Einnig voru þar með bása samtök stærðfræðikennara, til dæmis í Bretlandi og Bandaríkjunum og Freudenthalstofnunin í Hollandi. Bæði Casio og Texas Instrument voru með áberandi kynningar og kennslu í básum sínum. Líklega hefur nýja veskistölvun Cassiopeia frá Casio vakið mesta athygli af öllu því sem sýnt var. Getur þess varla orðið langt að biða að hún eða systur hennar finnist í veskjum Íslendinga. Tölvun er á við vasabók að stærð og geymir Microsoft forritin Word og Excel í vasautgáfu og auk þess ýmis stærðfræðiforrit svo sem

Maple V og The Geometer's Sketchpad. Þá voru ýmsir aðilar með kynningu á verkum sínum og smáverkstæði. Til dæmis varð varla sloppið fram hjá borði einu japönsku án þess að taka þátt í hinni fornu japönsku list að brjóta pappír, origami.

Of langt mál yrði að greina frá öllu sem kynnst mátti á ICME-ráðstefnunni 2000. Eins og skilja má af þessu yfirliti var mest fjallað um hvernig kennsla og nám færi fram eða gæti farið fram en minna um innihald, námsefni eða námskrár.



Umraður um sögu stærðfræðinnar. Jan von Maanen stjórnandi hópsins

Hvað varðar félagslegan þátt ráðstefnunnar tókst hann vel. Á hverju kvöldi var haldin sælustund þar sem veitingar voru í boði stórfyrirtækja, Casio, Texas Instrument og annarra sem studdu ráðstefnuna og sýndu framleiðsluvörur sínar. Kvöldmaturinn var í nestisboxi með vali um vestrenan og japanskan mat. Þar gafst gott tækifæri á að kynnst nútímaskrínukosti heimamanna auk þess sem þetta var sparnaður fyrir ráðstefnugesti. Tónlist var og einhver skemmtiatriði flest kvöld og síðasta kvöldið fjörugur dans, Bon Odori, leiddur af heimamönnum. Og eins og tíðkast á öllum góðum ráðstefnum var farið í heilsdagsráðstefnuferð.

Allir Íslendingarnir kusu ferð upp að Fuji-fjalli og á Hakonesvæðið. Dagurinn var yndislegur og stórkostlegt útsýni náðist af Fuji á heimleiðinni um kvöldið áður en lagt var í umferðarteppurnar á leiðinni til baka þvert yfir Tokyo.

Óhætt er að hvetja alla íslenska stærðfræðikennara til að sækja ICME-ráðstefnuna sem fyrirhuguð er í Kaupmannahöfn sumarið 2004. Ráðstefnan verður samvinnuverkefni allra Norðurlandahjóðanna og Íslendingar verða því aðilar að henni. Á ráðstefnu sem þessari er að finna eitthvað við allra hæfi og vonandi eiga Íslendingar eftir að leggja góðan skerf til skipulags hennar og efnis.

Kristín er kennari við Fjölbrautaskólann í Garðabæ.



## Dagur stærðfræðinnar í Lindaskóla

Guðrún Angantýsdóttir

Umræður um *Dag stærðfræðinnar* fóru hægt af stað í Lindaskóla. Haldinn var kynningarfundur í skólanum á ritinu *Dagur stærðfræðinnar* en fáir sáu sér fært að mæta. Kennarar höfðu áhuga á að vinna verkefni úr ritinu og smáan saman komu árgangar sér saman um hvaða verkefni þeir vildu vinna. Allir árgangar unnu verkefni úr ritinu, enda voru kennarar mjög ánægðir með það.

Á unglingastigi, en það eru aðeins þrjár bekkir, þ.e. tveir áttundu bekkir og einn níundi bekkur, var ákveðið að vinna saman Sierpinskiþýramíðann. Áhugi nemenda var mismikill, áttundu bekkingar unnu verkefnið mjög vel en því miður var áhugi minni í níunda bekknum. Áttundu bekkingar unnu fleiri rúmfræðiverkefni í vikunni t.d. teiknuðu þeir herbergi í ákveðnum stærðarhlutföllum og röðuðu í það húsgögnum, þeir unnu með línur á hringferli (sex á hring) og Tangram.

Á miðstigi voru unnin ýmis verkefni. Í sjöunda bekk voru unnin þrjú verkefni úr ritinu í síðustu viku septembermánaðar. Fyrst unnu nemendur verkefnið *Þekja ferhyrningar flöt*, þar á eftir *Flottar myndir* og á Degi stærðfræðinnar unnu þeir verkefnið *Þríhyrningatilraunir*. Voru flestir nemendur mjög áhugasamir og var vinna þeirra vönduð. Fimmtu og sjöttu bekkingar unnu verkefnið *Flottar myndir* á Degi stærðfræðinnar og voru myndir þeirra einstaklega vel unnar.

Yngsta stigið vann einnig verkefni úr ritinu *Dagur stærðfræðinnar*. Sjö ára nemendur unnu speglunarverkefnið *Laufblöð* og *speglunarásar* og *Komum okkur í form* á Degi stærðfræðinnar.

Einnig unnu fyrstu og þriðju bekkingar *Komum okkur í form*. Í fjórða bekk voru verkefnið *Þekja ferhyrningar flöt* og *Speglunarmyndir* unnin þennan dag.

Flestir nemendur skólans fóru heim með eldspýtnaþrautir eða ferla til að vinna heima með fjölskyldu sinni á Degi stærðfræðinnar.

Kennarar voru mjög ánægðir með daginn og höfðu mikinn áhuga á að endurtaka svipaða vinnu að ári. Í tilefni dagsins fengu kennarar afhent verkefni til að vinna í stærðfræðistofu

skólans. Stofan er í sama húsnæði og Dægradvöl vegna plássleysis, en þar vinna nemendur stöðvavinnu tengda stærðfræði. Allir bekkir á yngsta stigi og miðstigi fara einu sinni í viku í stærðfræðistofuna. Þar eru þrjú mismunandi verkefni í stöðvarvinnu. Auk þess geta tveir nemendur verið í tölvuvinnu. Verkefni eru skipulögð af Guðrúnu Angantýsdóttur og Þuríði Ástvaldsdóttur. Ávallt eru ein þrautavinnustöð, ein rannsóknastöð og ein leikja- eða fönðurvinnustöð í stofunni. Nemendur fara á allar stöðvar á þrem vikum og fá síðan ný verkefni til að vinna.

Nemendur fara á allar stöðvar á þrem vikum og fá síðan ný verkefni til að vinna.

Kennarar hafa mikinn áhuga á vinnu í stærðfræðistofu og eru nemendur almennt ánægðir með vinnuna þar. Við í Lindaskóla teljum nauðsynlegt að nemendur fái að kynnast stærðfræðinni gegnum leik og rannsóknir. Þeir þurfa einnig að fá þjálfun í rökhugsun. Þessi markmið eru höfð að leiðarljósi í stærðfræðistofu auk annarra markmiða aðalnámskrár grunnskóla.

Guðrún er kennari við Lindaskóla.





# Dagur stærðfræðinnar í Melaskóla

Kristjana Skúladóttir og María Sophusdóttir

Á degi stærðfræðinnar, 27. september 2000, tóku allir nemendur Melaskóla þátt í ýmsum stærðfræðiverkefnum. Hér verður sagt frá verkefni 6. bekkjar í Melaskóla.

Á stærðfræðideginum unnu nemendur í fjórum 6. bekkjum í Melaskóla verkefni um þvermál reikistjarnanna í sólkerfinu okkar og fjarlægðir á milli þeirra.

Samkvæmt aðalnámskrá grunnskóla í náttúrufræði, þrepamarkmiðum 6, eiga nemendur að kynnast sólkerfinu og er markmiðið að þeir geri sér grein fyrir fjarlægð á milli reikistjarnanna og stærðarhlutföllum þeirra. Okkur fannst upplagt að nýta okkur þetta í stærðfræði og tengja þannig það sem við erum að gera í náttúrufræði við stærðfræði.

Í upphafi verkefnisins byrjuðu nemendur á hugstormun um þekkingu sína á sólkerfinu. Síðan skoðuðu þeir bækur, fóru inn á netið, horfðu á myndband um sólkerfið og skoðuðu líkan af því. Þeir sáu strax að líkanið var ekki í réttum hlutföllum. Þá var rætt við nemendur um hvernig við gætum gert okkur grein fyrir stærðarhlutföllum og fjarlægðum reikistjarnanna og stungu þeir upp á að búa til líkan af sólkerfinu í smækkaðri mynd. Einhverjum datt í hug að við gætum sett upp líkan af sólkerfinu á Ægisíðunni.

Nemendur fengu upplýsingatöflu þar sem fram kemur þvermál reikistjarnanna og fjarlægð þeirra frá sólu. Einnig fengu þeir að vita að lengd svæðisins sem þeir hefðu til umráða á Ægisíðunni væri 1 km. Nemendur sáu að þeir

Sólkerfið

Fjarlægð frá sólu til Merkúra

58.000.000.000.000.000

1) Við gætum hafa 1.000.000 sem 1m og þá hafa 60.000.000.000.000.000

2) Við gætum tekið alla tugi af þá væri 60.000.000.000.000.000 eða 60.000.000.000.000

3) Við gætum minnkað 60.000.000 í 60m og minnkað 60m í 1m. Þá minnkar stærðin 10 sinnum.

4) Minnka 60m í 1cm. Allt minnkaði við um 40.000.000.000.000.000 (fjórðungstíu) minnkaði 60.000.000.000.000.000 km í 60m í 1m í 1m.

Því miður á Venus

100.000.000.000.000.000

Sól	Þvermál
1400.000 km	2.500 km
140 cm	23 cm

Venus	Merkúr
12.104 km	4878 km ≈ 5000 km

Þvermál jönd

12 mm

13 mm

Mars

7000 km

7.000.000 m

7.000.000.000 mm

Juppiter

≈ 143.000 km

143.000.000 m

143.000.000.000 cm

143 mm

Saturnus

121 mm

yrðu að minnka allar tölurnar og minnka þannig að hlutföllin héldust. Þeir unnu í þriggja manna hópum og byrjuðu á því að námunda.

Dæmi: fjarlægð Merkúrs frá sólu er 58.000.000 km og námunduðu þeir að 60.000.000 km. Síðan breyttu þeir úr km í metra og voru þá með 60.000.000.000 m. Nemendum gekk vel að minnka fjarlægðina 10 milljarða falt, minnkuðu í skrefum, 1000 falt í einu.

Einn nemandi sagði: „Ég sé að 1 m samsvarar 10 milljörðum km“. Hann var enga stund að minnka allar fjarlægðirnar.

Flóknara reyndist að minnka þvermál reikistjarnanna og er það trúlega af því að nemendur hafa lítið unnið í metrakerfinu við breytingar úr km í mm. Þeim er miklu eðlilegra að breyta úr kílómetrum í metra eða öfugt. Flestir minnkuðu stíg af stigi, þúsundfalt í hvert sinn. Þarna reyndist snúið að ganga út frá þeirri staðreynd að 1 mm samsvari 1 milljarði km. Sennilega gerir hinn gífurlegi stærðarmunur sem er á sólinni og hinum reikistjörnum nemendum þetta erfðara. Nemendur útskýrðu síðan mismunandi lausnaleyðir sínar fyrir hinum í bekknum.

Þeir neitðu alfarið að minnka þvermálið jafn mikið og fjarlægðina þar sem reikistjörnumar yrðu allt of litlar fyrir vikið og myndu varla sjást á spjaldi.

Útbúið voru metrabönd upp á 10 metra og 20 metra. Einnig spjöld þar sem nemendur teiknuðu reikistjörnumar inn á. Hver bekkur sá um að útbúa 2 – 3 spjöld og mæla fjarlægðina að sinni reikistjörnu.

Sólkerfið var sett upp á Ægisíðunni á stærðfræðideginum og í lokin mynduðu nemendur sporbaug frá tákmynd sinni af jörðinni, í kringum tákmynd sólar, með því að takast í hendur og ganga í hring.

	Fjarlægð frá sólu	Þvermál
Sól	0	1400.000 km
Merkúr	58.000.000 km ≈ 6m	4.878 km ≈ 5000 km 5mm
Venus	108.000.000 km ≈ 11m	12.104 km ≈ 12000 km 1,2cm
Jörð	149.000.000 km ≈ 15m	12.755 km ≈ 13.000 km 1,3cm
Mars	228.000.000 km ≈ 23m	4.790 km ≈ 5000 km 7mm
Júpíter	777.000.000 km ≈ 78	142.796 km ≈ 143000 km 14cm
Satúrnur	1425.000.000 km ≈ 143	120.560 km ≈ 121000 km 121mm
Úranus	2869.000.000 km ≈ 297	51.118 km ≈ 51000 km 51mm
Neptúnus	4497.000.000 km ≈ 450	49.528 km ≈ 50.000 km 5cm
Plútó	5980.000.000 km ≈ 590	2.300 km ≈ 2000 km 2mm

1m = 10000000000

Við minnkuðum fjarlægðina 100000000 = 1000 = 10 þúsundfalt

Við minnkuðum þvermálið 1000000000 milljónfalt

Öll vinnan við stærðfræðina og að setja upp sólkerfið tók u.þ.b. 10 kennslustundir á tveimur dögum. Okkur kom á óvart hvað mörgum nemendum reyndist auðvelt að vinna með svona háar tölur. Einnig hvað þetta varð áþreifanlegt þegar búið var að setja upp líkanið og nemendur fóru að gera sér betur grein fyrir mismun á fjarlægðum í innra og ytra sólkerfinu. Nemendur voru mjög stoltir af verki sínu í lokin.

Líkanið var síðan til sýnis í nokkra daga á Ægisíðunni og voru foreldrar hvattir til að skoða það og nýttu sér það margir og voru mjög hrifnir af framtakinu.

Kristjana og María eru kennarar við Melaskóla.





## Dagur stærðfræðinnar í MK

Jóhann Ísák

**S**tærðfræðikennarar Menntaskólans í Kópavogi og áhugasömstu nemendur þeirra voru staðráðnir í að halda með glæsibrag upp á *Dag stærðfræðinnar* 27. september á ári stærðfræðinnar. Hugmyndir beindust fyrst að stærðfræðikeppni eins og orðinn er fastur liður á myrkradögum og tyllidögum en svo nefnast þeir dagar í skólastarfinu þegar hefðbundin kennsla er brotin upp. En af þessu tilefni varð að gera eitthvað meira og óvenjulegra. Hugmyndin sem varð fyrir valinu reyndist nærtæk. Hún fannst í kennslubókinni *Stærðfræði 3000* og fólst í því að reikna út hve mörgum boltum má koma í fólksbíl. Ákveðið var að leita á náðir Toyotaumboðsins í Kópavogi og fá lánaðan Yaris fólksbíl sem er af nákvæmlega réttri stærð fyrir aðalstyr skólans (-1 cm). Auk þess sem einkabíll deildarstjórans í stærðfræði er af þeirri gerð og því hæg heimatökkin við nauðsynlegar mælingar. Toyotaumboðið brást vel við og bauðst til þess að veita þrenn verðlaun fyrir bestu lausnirnar, 10.000, 7.500 og 5.000 kr. Bolta lánaði Magnús Pétursson, þekktur knattspyrnuþjálfari sem rekur íþróttavörubúðina Jóa útherja. Magnús bauðst einnig til að veita fótbolta í verðlaun fyrir fimm bestu úrlausnirnar. Einn stærðfræðikennarinn, sem jafnframt er menntaður húsgagnasmíður,

sagaði til spónaplötu sem komið var fyrir aftan við framsætin í Yarisnum. Bílnum var svo komið fyrir í anddyri skólans og hann fylltur af fót-boltum aftan við spónaplötuna. Þar blasti hann við nemendum á *Degi stærðfræðinnar*.

Nú upphófust miklir útreikningar. Allir gátu verið með, jafnt nemendur á almennri braut á fyrsta ári sem og nemendur á lokaári eðlisfræðibrautar. Kunningjahópar jafnt sem einstaklingar lögðust í vangaveltur um það hvernig best væri að reikna fjölda boltanna. Gild svör reyndust 35, en auk þess komu fram nokkrar ágiskanir og sköndnar athugasemdir sem ekki töldust gildar samkvæmt reglum keppinnar. Svörin voru flest ótrúlega nálægt rétta fjöldanum þannig að verðlaunahafana varð að meta út frá gæðum lausnanna. Margir létu sér nægja að reikna út þvermál bolta út frá ummálinu sem var gefið og finna svo hve margir boltar röðuðust á lengd, breidd og hæð bílsins. Aðrir teiknuðu þverskurðarmyndir af boltastaflanum og reiknuðu út hve mikil samþjöppun næðist við það að boltarnir gengu inn á milli hvers annars og miðuðu þá við tvívídd. Þeir færustu og með mestu stærðfræðikunnáttuna lögðu það á sig að reikna þetta út í þrívídd. Þannig fékk hver og einn verðugt verkefni við sitt hæfi og miðað við sína kunnáttu.

Sigurvegari keppinnar var Guðmundur Karl Einarsson nemandi á þriðja ári eðlisfræðibrautar. Hjá honum skeikaði aðeins um einn bolta. Hann fékk út 145 bolta en réttur fjöldi var 144. Þessum eina bolta sem skeikaði hefði sjálf-sagt verið hægt að koma fyrir samkvæmt útreikningum Guðmundar ef þess hefði verið gætt að hrista



upp í boltastaflanum á meðan verið var að lesta bílinn. Í öðru sæti var lausn sem aðeins skeikaði um fjóra bolta og þar á eftir komu nokkuð mörg svör sem voru aðeins fimm boltum frá réttu svari. Það þurfti því að skera úr um verðlaunaseti út frá smáatriðum í lausnunum.

Þegar horft er til baka yfir þennan ánægjulega dag stærðfræðinnar kemur margt jákvætt upp í hugann. Einna helst má nefna að hér tókst að virkja nemendur sem almennt hafa ekki mikla trú á sér í stærðfræði og hafa ekki tekið þátt í hefðbundnum stærðfræðikeppnum. Hér töldu þeir sig hafa möguleika. Einnig kom í ljós, eins og svo oft hefur sýnt sig í stærðfræðikennslunni, að þeir ráða við verkefni sem hafa

trú á því að þeir ráði við þau. Þeir bestu vöktu einnig athygli fyrir það á hvern hátt þeir gátu notað kunnáttu sína við að leysa nákvæmlega verkefni sem allir skildu. Ég tel því að uppátæki af þessum toga efli áhuga nemenda á stærðfræði og ég vil taka undir orð eins samkennara míns sem hann lét falla í umræðu um stærðfræðidaginn. „Ef okkur tekst að vekja áhuga þá erum við í góðum málum“.

Jóhann Ísak er kennari við Menntaskólann í Kópavogi.



## Dagur stærðfræðinnar í Fjölbrautaskóla Suðurnesja

Ragnheiður Gunnarsdóttir

**F**jölbrautaskóli Suðurnesja tók virkan þátt í stærðfræðideginum. Á göngum skólans voru þrautir sem nemendur gátu spreytt sig á og var góð þátttaka í þeim. Dregið var úr réttum lausnum og verðlaun voru veitt. Við nýttum okkur hugmyndaheftið frá Fletti og í stærðfræðitímum þennan dag fengu nemendur að kynna brotum (brotölum) (fractals). Við sýndum þeim ýmis brotamynstur á glærum.

Ógrynni er af skemmtilegum síðum á Netinu um brota og m.a. fengum við efni og hugmyndir þar.

Við tengdum brotalana við þríhyrning Pascals og þau mynstur sem hægt er að gera út frá honum. Síðan bjuggu nemend-

ur í sameiningu til Sierpinskiþýramíðann. Hver nemandi bjó til 4 litla þýramíða sem hann setti síðan saman í einn stærri. 4 nemendur sameinuðu síðan sína þýramíða í einn enn stærri og svona gekk þetta áfram þar til kominn var einn þýramíði sem búinn var til úr  $4^5 = 1024$  litlum þýramíðum, annar úr  $4^4 = 256$  þýramíðum og nokkrir minni. Nemendur höfðu yfirleitt mjög gaman af þessri vinnu ekki síst elstu nemendurnir sem töluðu um að þetta minnti þá á jólafondur og sumir rauluðu jólafög á meðan þeir klipptu og límdu.

Ragnheiður er formaður Flatar og kennari við Fjölbrautaskóla Suðurnesja.





Reykjavík 16. janúar 2001

Ágætu Flatarfélagar!

Á hverju sumri halda dönsku stærðfræðikennarasamtökin sumarnámskeið í Brandbjerg háskole nálægt Vejle á Jótlandi. Nokkrir Íslendingar hafa sótt þessi námskeið. Dagskráin er fjölbreytt og samanstendur af fyrirlestrum, verkstæðisvinnu og léttri skemmtidagskrá. Í Flatarmálum (1. tbl. 2001) er að finna grein eftir Klöru Sigurmundadóttur og Mariu Ásmundsdóttur þar sem þær segja frá reynslu sinni af námskeiðinu síðastliðið sumar.

Félögum í Fletti stendur til boða að sækja námskeiðið sem haldið verður 2. - 6. ágúst næstkomandi. Gert er ráð fyrir að dagskráin verði tilbúin í lok janúar og verður þá hægt að kynna sér hana á heimasíðu Flatar <http://www.ismennt.is/vefir/flotur> undir Brandbjerg 2001.

Þeir sem hafa áhuga á að fara á námskeiðið geta haft samband við Birnu eða Sigrúnu fyrir 6. apríl n.k.

Fyrir hönd FLATAR samtaka stærðfræðikennara

Birna Hugrún Bjarnardóttir  
netfang: [bhugrun@ismennt.is](mailto:bhugrun@ismennt.is)  
sími: 5538299 (á kvöldin)

Sigrún Ingimarsdóttir  
netfang: [siging@ismennt.is](mailto:siging@ismennt.is)  
sími: 5633827 (á daginn)

# FLATAR mál

Puríður Ástvaldsdóttir Stærðfræðimenntun í alþjóðlegu samhengi <i>Víðtal við Önnu Kristjánsdóttur</i>	1
<b>Matematik 2000 í Borgarnesi</b>	
Ragnheiður Gunnarsdóttir Ráðstefna um stærðfræðináám	9
Jóna Guðmundsdóttir Menntun í áhættuþjóðfélagi	12
Matthildur Guðmundsdóttir Kennarar í þróunarstarfi	14
Margrét Tryggvadóttir Hlutfbundnar mælingar og samþætting námsgreina	16
Hugó Rasmus Geta kenningar hindrað starf kennarans?	17
Jónína Vala Kristinsdóttir Að skipuleggja kennslu á grundvallarhugmyndum úr kennslufræði algebra tekin sem dæmi	18
Guðbjörg Pálsdóttir Stærðfræði uppspretta fegurðar og gleði	20
Tómas Rasmus Fjárjósleit	22
Birna Huguð Bjarnardóttir Hver tala er einstök	24
Michael Wahl Andersen Námsmat í stærðfræðikennslu	26
Jóna Benedíktsdóttir og Kristín Ósk Jónasdóttir Þrautgóðar að vestan	29
Klara Sigurmundadóttir og María Ásmundsdóttir Sumarnámskeið í Danmörku	30
Guðný Helga Gunnarsdóttir Fréttir frá Vietnam	32
Anna Kristjánsdóttir Flötur er ekki einn í heiminum Það má margt af öðrum læra	34
Sólveig Ebba Ólafsdóttir Ég og stærðfræðin	37
Kristín Bjarnadóttir ICME - Ráðstefna um stærðfræðimenntun	40
Guðrún Angantýsdóttir Dagur stærðfræðinnar í Lindaskóla	44
Kristjana Skúladóttir og María Sophusdóttir Dagur stærðfræðinnar í Melaskóla	45
Jóhann Ísak Pétursson Dagur stærðfræðinnar í MK	47
Ragnheiður Gunnarsdóttir Dagur stærðfræðinnar í Fjölbrautaskóla Suðurnesja	48