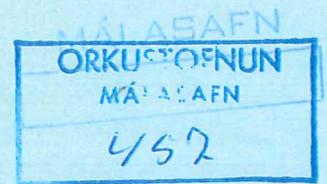


Þ. hillu

6

ORKUSTOFNUN
STRAUMFRÆÐISTÖÐ



HAFNARSTJÓRINN Í REYKJAVÍK

SUNDAHÖFN

Skýrsla nr. 3 um ölduhreyfingu
í Viðeyjarsundi. Mælingar.

Des. 1967.

S U N D A H Ö F N

Ölduhreyfing í Viðeyjarsundi

Skýrsla nr. 3, mælingar.

Efni:

| | | |
|---------------------|------|---|
| Inngangur | bls. | 1 |
| Framkvæmd mælinga | " | 1 |
| Úrvinnsluaðferð | " | 2 |
| Niðurstöður mælinga | " | 3 |

Myndir:

| | | |
|----------|----|-------------------------|
| Mynd nr. | 1 | Gammadreifing $b = 2.5$ |
| " " | 2 | Öldulínurit |
| " " | A1 | Rayleighdreifing |
| " " | A2 | Gammadreifing |

Gjört fyrir Hafnarstjóran í Reykjavík, des. 1967.

1. INNGANGUR

Í skýrslu nr. 1, febr. 1966, er athuguð refraction 11 sek. vestanöldu frá Faxaflóa og inn í Sundahöfn. Slíkir reikningar gefa engar niðurstöður varðandi sjálfar ölduhæðirnar, en líklegt er talið að ölduhæðir um 1 metir geti komið í Sundahöfn og er þá átt við ölduhæðina utan garðs.

Skýrsla 2 fjallar síðan um mælitæki og val á mælistað, var sú samin sem bráðabirgðaskýrsla, en þar sem engin viðunandi lausn hefur enn fengist á tækisvandamálinu hefur skýrsla 2 ekki verið lokið.

Þessi skýrsla, nr. 3, fjallar um mælingar er gerðar voru með lánuðu tæki. Mælingar skyldu upphaflega hafnar um miðjan júnímánuð, með tæki er leigt var frá Verkfræðiskólanum í Þrónheimi. Kom fljótlega í ljós, að tækið var í ólagi, og varð þá ekkert úr mælingum fyrr en tókst að fá lánað tæki frá Vitamálastjóra. Var það í gangi í Sundahöfn á tímabilinu 8.9.1966-26.11.1966, og er til samfelld mæling frá þessu tímabili. Mælistaðurinn var í mynni Viðeyjarsunds, á skeri er sjókort ABF sýnir 12,3 m dýpi á.

2. FRAMKVÆMD MÆLINGANNA

Tækið er notað var, er eign Laboratoriet for Havnebygning við Verkfræðiháskólann í Kaupmannahöfn. Er hér um að ræða Mark IX bylgjumæli af Berkley gerð, allmikið breyttur af Dönum. Þrjár næmnir eru á tækinu, og var stilling "HÖJ" notuð allann tímann. Skrifarinn er af Easterline-Angus gerð, og gekk hann allann tímann á 3,8 cm hraða

á klt. en sjálfvirkur útbúnaður breytti hraðanum í 3,8 sm á mín. í 15 mín. á 4 stunda fresti. Landtækið var sett upp í lagerhúsi BP á Laugarnesi, og starfsmenn lagersins skiptu um pappírsrúllur og litu eftir tækinu af stakri samvirkusemi.

Upphaflega hafði verið gert ráð fyrir að jafnframt mælingum yrðu skráðar athuganir á sjávarlagi framkvæmdar af vaktmanni BP, en er mælingar hófust var farið að dimma allmikið, svo hætt var við þá ráðagerð.

Allar pappírsrúllur með mæliniðurstöðum voru jafnharðan afhentar Straumfræðistöðinni, og verða þar geymdar unz annað verður ákveðið.

3. ÚRVINNSLUAFERÐ

Úrvinnslan er í aðalatriðum sú, að meðalölduhæðin er fundin út frá hraðagangskaflanum, sem venjulega inniheldur um 100 bylgjur. Öll maximum eru reiknuð sem bylgjutoppur og öll minimum sem bylgjudalur. Tímáfjarlægðin milli tveggja samliggjandi toppa er reiknuð sem sveiflutími.

Er meðalölduhæðin er fundin, er dreifingin á ölduhæðunum umhverfis meðalölduhæðina fundin útfrá 1000 bylgjum, sem skiptast í tvo hópa, með jafnmörgum bylgjum í hverjum, sinn hvoru megin við hraðagangskafann. Stærð hópanna er fundin útfrá meðalsveiflutímanum og hraða pappírsins, og innan þeirra eru taldir þeir toppar og dalir, sem eru stærri en 2, 2,5 og 3 sinnum hálf meðalölduhæðin, í stöku tilfellum var fleiri hlutföllum bætt við þar sem þess þótti þurfa til að skilgreina dreifinguna.

Úrvinnsluaðferð þessi er nokkuð seinvirk og kostnaðarsöm, en álitin nauðsynleg vegna þess, að vestanaldan berst til Sundahafnar eftir það flókinni leið, að hin upprunalega Rayleigh-dreifing hlýtur að raskast, og þar með raskast tíðni háu aldanna og hlutfallið milli meðalölduhæðar og signifikant ölduhæðar. Sjá Viðauka.

4. NIÐURSTÖÐUR MÆLINGA.

4.1 Ölduhæðir.

Niðurstöður mælinga urðu sem hér segir, tekið eftir áttum.

V-átt 250°-290°

| Nr. | \bar{H} m | T sek | Hs m | Dags. | kl. | Vindur m/s | Stig B |
|-----|----------------|----------|---------|--------|-----|---------------|-----------|
| 8 | 0.19 | 8.0 | 0.39 | 24.10. | 20 | Breytil. | |
| 9 | 0.25 | 8.2 | 0.52 | 25.10. | 1 | " | |
| 10 | 0.26 | 8.1 | 0.54 | 25.10. | 5 | 8 | 4 |
| 11 | 0.22 | 7.9 | 0.46 | 30.10. | 12 | 19 | 8 |
| 12 | 0.33 | 8.2 | 0.68 | 30.10. | 16 | 17 | 7 |
| 13 | 0.31 | 8.7 | 0.64 | 30.10. | 21 | 13 | 6 |
| 14 | 0.23 | 7.0 | 0.48 | 31.10. | 1 | 13 | 6 |
| 22 | 0.34 | 8.2 | 0.71 | 19.11. | 23 | 15 | 7 |
| 23 | 0.32 | 8.4 | 0.66 | 20.11. | 3 | 13 | 6 |
| 24 | 0.33 | 8.5 | 0.68 | 20.11. | 6 | 12 | 6 |
| 25 | 0.31 | 9.4 | 0.64 | 20.11. | 11 | 12 | 6 |
| 26 | 0.33 | 8.1 | 0.68 | 26.11. | 0 | 21 | 8 |
| 21 | 0.49 | 9.3 | 1.00 | 26.11. | 3 | 13 | 6 |

SV-átt 200°-250°

| | | | | | | | |
|----|------|------|------|------|----|----|---|
| 1 | 0.27 | 9.8 | 0.56 | 18.9 | 20 | 10 | 5 |
| 2 | 0.27 | 8.6 | 0.56 | 19.9 | 20 | 11 | 5 |
| 3 | 0.28 | 9.6 | 0.58 | 19.9 | 8 | 7 | 4 |
| 18 | 0.25 | 10.9 | 0.52 | 3.11 | 8 | 5 | 3 |

S-átt 160°-200°

| | | | | | | | |
|----|------|-----|------|-------|----|----|---|
| 17 | 0.22 | 9.8 | 0.46 | 3.11. | 5 | 5 | 3 |
| 19 | 0.23 | 9.1 | 0.48 | 6.11 | 10 | 10 | 5 |

NV-átt

Engin NV-alda mældist á tímabilinu.

N-átt 340°-20°

| Nr. | \bar{H} m | T sek | Hs m | Dags. | kl. | Vindur m/s | Stig B |
|-----|----------------|----------|---------|--------|-----|---------------|-----------|
| 5 | 0.78 | 5.5 | (1.25) | 22.10. | 5 | 18 | 8 |
| 7 | 0.62 | 5.8 | (1.00) | 22.10. | 13 | 14 | 6 |
| 6 | 0.57 | 5.7 | (0.9) | 22.10. | 9 | 13 | 6 |
| 16 | 0.25 | 10.4 | (0.40) | 31.10. | 10 | 5 | 3 |
| 15 | 0.30 | 8.9 | (0.48) | 31.10. | 6 | 10 | 5 |
| 20 | 0.53 | 7.4 | (0.85) | 13.11. | 15 | 20 | 8 |

Svo sem sést hefur mælt $\bar{H} = 0,3$ m eða stærri 19 sinnum eða 23,8% af tímabilinu, og skiptist þannig:

| | | | |
|--------|---|-------|-------|
| V-átt | 9 | sinum | 11,3% |
| SV-átt | 4 | " | 5,0% |
| N-átt | 6 | " | 7,5% |
| | | | <hr/> |
| | | | 23.8% |

Öldutíðnir eru mjög svipaðar innan áttanna, svo fyrir hvenja átt er unnt að tala um meðalöldutíðni, sem víkur ekki langt frá þeim mældu. Undantekning frá þessu er þó N-átt, þar sem tvær öldutíðnir eru áberandi hærri en hinar, nr. 15 og 16. Ef litið er á mælingar 11, 12, 13 og 14 sést að hér er um að ræða undiröldu frá V-hvassviðri þann 30.11., sem gætir enn þ. 31.11. eftir að vindur hefur snúist í N-kalda.

Séu þessar tíðnir ekki reiknaðar með má mynda meðalöldu mælinganna:

| | \bar{H} | \bar{T} | \bar{H}_s | Meðal vindhr. |
|--------|-----------|-----------|-------------|---------------|
| V-átt | 0.28 | 8.3 | 0.58 | 13 |
| SV-átt | 0.26 | 9.6 | 0.54 | 8 |
| S-átt | 0.22 | 9.4 | 0.46 | 8 |
| N-átt | 0.62 | 6.1 | (1.00) | 16 |

Ekkert sýnilegt samband er milli vindhraðans og öldunnar. Öldur frá S-lægari áttum eru lægri með lengri sveiflu-tíma en öldur frá N-lægari áttum, og vegna refractionarinnar, sem hefur þau áhrif að öldurnar lækka og stuttu öldurnar beygja síður en þær löngu.

4.2 Dreifing

Æskilegasta aðferð til að ákveða dreifingu er að finna dreifinguna umhverfis hvert mælt \bar{H} og þera síðan saman hinar fundnu dreifingar. Slíkt er þó ekki mögulegt með því tæki, sem notað var, nema láta skrifarann ganga stöðugt á hraðagangi. Aðferðin hefur einnig fyrst og fremst vísindalegann tilgang, en til tæknilegra nota er ekki nauðsynlegt að þekkja dreifinguna með ýtrustu nákvæmni, heldur er nóg að þekkja þann hluta dreififunktionarinnar sem gefur líkurnar fyrir stórum ölduhæðum. Til slíks er sú aðferð fallin sem valin er, að telja öldur stærri en 2, 2.5 og 3 sinnum \bar{H} .

Ljóst er að þar sem aldan fer ólíkar leiðir til Viðeyjar-sunds eftir því hver áttin er, þá má búast við breytilegri dreifingu eftir áttum. Flestar eru mælingar af vestanátt og hér að neðan er tafla yfir tíðni aldna stærri en 2-3 sinnum \bar{H} , unnið úr áður nefndri talningu. $X = H/\bar{H}$. Sem áður er sagt er heildarfjöldinn, sem hvert númer inniheldur $N = 1000$, tölurnar má því taka sem o/oo. Síðasti dálkur er meðaltal af öllum mælingunum.

| X | Nr. | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | Meðal |
|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-------|
| 2,0 | | 48 | 11 | 42 | 41 | 65 | 38 | 80 | 93 | 94 | 98 | 94 | 59 | 63.0 |
| 2,1 | | 44 | 11 | 39 | 37 | 61 | 34 | 63 | 82 | 81 | 88 | 79 | 48 | 55.0 |
| 2,2 | | 41 | 10 | 37 | 33 | 56 | 30 | 52 | 72 | 69 | 76 | 65 | 37 | 47.6 |
| 2,3 | | 37 | 8 | 35 | 28 | 51 | 27 | 44 | 63 | 60 | 68 | 56 | 29 | 41.6 |
| 2,4 | | 32 | 6 | 30 | 24 | 45 | 23 | 38 | 54 | 52 | 59 | 46 | 23 | 36.7 |
| 2,5 | | 27 | 4 | 24 | 20 | 39 | 19 | 34 | 43 | 45 | 50 | 35 | 17 | 29,6 |
| 2,6 | | 22 | 3 | 19 | 16 | 32 | 16 | 31 | 33 | 30 | 42 | 26 | 12 | 24.1 |
| 2,7 | | 18 | 3 | 14 | 13 | 26 | 13 | 28 | 26 | 32 | 36 | 20 | 9 | 19.7 |
| 2,6 | | 13 | 2 | 11 | 10 | 20 | 11 | 25 | 20 | 25 | 32 | 16 | 7 | 15.9 |
| 2,9 | | 10 | 2 | 8 | 8 | 16 | 9 | 23 | 16 | 19 | 29 | 13 | 6 | 13.1 |
| 3,0 | | 7 | 1 | 5 | 6 | 12 | 8 | 21 | 12 | 15 | 27 | 10 | 4 | 10.6 |

Þessi hópur inniheldur eina afbrigðilega dreifingu, annars eru þær allar líkar. Til frekari athugunar voru því valdar dreifingar:

DI Meðaltal af 8,9,10,11,12,13,14,21,22,23,24,25

DII Meðaltal af 8,10,11,12,13,13,21,22,23,24,25

Sá hluti dreifinganna, sem liggur undir $\bar{X} = 2.0$ fékkst með því að á hinum upphaflegu úrvinnslublöðum er skráð hve margar öldur af hraðagangskaflanum eru stærri en meðalölduhæðin. Þannig fást dreifingarpunktur $F(X)$ fyrir $X = 1.0, 2.0$ og 3.0 ásamt 3 punktum í viðbót milli 2 og 3, sést af þessu að dreifingin er langbezt ákveðin fyrir stór X svo sem til var ætlast. Þeir aðrir punktar, sem nauðsynlegt er að þekkja, eru fengnir með að hinir þekktu eru tengdir með beinum strikum, í útsetningu $\log F - X$. Eftirfarandi niðurstöður fengust:

| | $\Sigma \ln X$ | $\Sigma (X-1)^2$ | $\Sigma (X-1)^3$ | γ | β_1 |
|-------|----------------|------------------|------------------|----------|-----------|
| DI ÷ | 184.4 | 368.7 | 271.3 | 0.607 | 1.465 |
| DII ÷ | 188.1 | 386.8 | 294.9 | 0.622 | 1.502 |

Rayleighdreifingin hefur $\beta_1 = 0.4$ og $\gamma = 0.522$. Því verður ljóst að hér er ekki um Rayleigh dreifingu að ræða. Sé reiknað með Gammadreifingu og b reiknað út fæst:

| | \hat{b} | $b(\beta_1)$ | $b(\gamma)$ |
|-----|-----------|--------------|-------------|
| DI | 2.87 | 2.73 | 2.71 |
| DII | 2.79 | 2.80 | 2.57 |

Þar sem \hat{b} er "Maximum Likelihood Estimate" á b . Sést að b ákveðið eftir 3 mismunandi aðferðum er mjög svipað fyrir báðar dreifingarnar, og verður því að álykta, að í fyrsta lagi hefur það lítil áhrif á niðurstöðuna hvort hin afbrigðilega dreifing nr. 9 sé tekin með eða ekki, og í öðru lagi að dreifingin sé í báðum tilfellum Gamma-dreifing með b milli 2.5 og 3.0

Af mynd A2 sést að munur dreifinganna fyrir $b=2.5$ og $b=3.0$ er lítill.

Svo sem sýnt er í viðauka er Gammadreifingin með 2 parametra a og b . Þar sem $X = H/\bar{H}$ og þar af leiðandi $\bar{X} = 1.0$ verður $a=b$ ef breytistærð X er notuð en ef H er notað $a = b/\bar{H}$.

Af ofanskráðu er ljóst að reikna má með $b=2.5$ til að fá ákvörðun á stórum öldum með nokkru öryggi. Dreifingin verður þá.

$$f(H) = 7.429/\bar{H}^{2.5} \cdot \exp(-2.5H/\bar{H}) \cdot H^{1.5}$$

$$X=H/\bar{H} \quad f(X) = 7.429 \cdot \exp(-2.5X) \cdot X^{1.5}$$

$$F(X) = \text{er } f(2.5X) - \exp(-2.5X) \cdot \sqrt{(2.5X) \cdot (2.5X/1.33 + 1.13)}$$

Dreififunktionin hefur eftirfarandi eiginleika:

| | | | |
|-----------------|-----------------------------------|----------|----------|
| (Líklegasta H) | $H_p/\bar{H} = 0.6$ | F= 0.400 | S= 60.0% |
| (Median) | $H_{50}/\bar{H} = 0.88$ | F= 0.500 | S= 50.0% |
| (Meðal H) | $\bar{H}/\bar{H} = 1.00$ | F= 0.584 | S= 41.6% |
| (Kvaðratsumma) | $\sqrt{\bar{H}^2}/\bar{H} = 1.40$ | F= 0.780 | S= 22.0% |
| (Signifikant H) | $H_s/\bar{H} = 2.07$ | F= 0.934 | S= 6.6% |
| (2% H) | $H/\bar{H} = 2.70$ | F= 0.980 | S= 2.0% |
| (1 o/ooH) | $H/\bar{H} = 4.15$ | F= 0.999 | S= 0.1% |

Og gildir dreifing þessi fyrir vestanöldu. Nægar mælingar eru ekki fyrir hendi til að ákveða dreifingu fyrir aðrar áttir, en það sem fyrir liggur bendir til að Rayleigh dreifingin gildi betur fyrir N-átt. Því er reiknað með henni við útreikning á H_s í N-átt, en dreifingunni hér að ofan fyrir aðrar áttir.

4.3 Samband vinds og öldu

Vitað er að sú meðalölduhæð sem búast má við eftir ákveðinn storm er ekki ætíð sú sama, heldur hafa aðrir þættir veðurfarsins en vindhraði og stormtími (sá tími sem stormurinn hefur staðið) einnig sitt að segja. Einkum hefur hitagradient loftsins áhrif í þá átt að breyta vindspennunni á hafflötinn til hækkunar eða lækkunar eftir því hvort hann er negatívvur eða pósitívvur, sem aftur veldur hærri eða lægri öldum. Eru nokkur árstíðaskipti á fyrirbrigði þessu, sjávarhiti er gjarnan lægri en lofthiti á sumrum, en hærri á vetrum, og veldur þetta því að vetraröldur eru gjarnan stærri en sumaröldur að öðru jöfnu.

Mælingar þar er liggja fyrir eru samkvæmt eðli málsins of fáar til að gefa nokkurt samband milli vinds og öldu. Reynt var þó að finna stormtíma fyrir helztu mældu ölduhæðir, eina úr hverjum stormi. Niðurstöður er að finna sem punkta í línuriti á mynd 2, en þar er:

| | |
|----------|---|
| c/U | Ölduhraði/Vindhraði |
| gH/U^2 | g þyngdarhraðaaukningin, H ölduhæðin |
| gF/U^2 | F sjávarleið, vegalengd sú sem öldurnar ferðast |
| gtw/U | tw stormtíminn |

Á línuritinu eru línur dregnar er sýna samband milli þessara stærða svo sem athuganir og rannsóknir hafa leitt í ljós að það sennilega sé. Línan S á myndinni er dregin gegnum þá punkta er fást þegar gH/U^2 er sett út á móti gF/U^2 , reiknað eftir mæliniðurstöðum.

Fjarlægð S frá næstu línu fyrir ofan er því það hlutfall, sem ölduhæðin hefur lækkað um, við ferðalag öldunnar frá hafi til mælistaðarins, og þannig mælikvarði á skjól það sem á mælistaðnum er. Umrædd tala er ca. 5, og öldur þar af leiðandi 5 sinnum minni á mælistaðnum en á úthafi í vestanátt. Vert er að vekja athygli á að 2 punktar er sýndir eru með X á línuritinu eru norðanalda, og liggja þeir allmiklu herra en lína S .

Þess ber að geta, að þar sem hér er um að ræða fáar mæliniðurstöður frá ákveðnu stuttu tímabili, ber að líta á ofanskráðar niðurstöður sem óöruggar unz þær hafa hlotið staðfestingu með frekari athugunum.

V i ð a u k i.ÖLDURÓFSFRÆÐI (Spektrumsteori)

Staðtöluleg dreifing á ölduhæðum hefur lengi verið þekkt fyrirbrigði og gefið tilefni til margháttaðra rannsókna. Almennt er nú viðurkennt, að hin fræðilega dreifing á ölduhæðum umhverfis meðalölduhæðina er í eðli sínu blönduð dreifing, sem á djúpu vatni nálgast mjög Rayleighdreifinguna. Þar sem öldurnar ná að renna ófrúflaðar til strandar gildir Rayleighdreifingin með nægilegri nákvæmni til tæknilegra nota. En þar sem öldur beygja og brotna á leið sinni til strandar vegna óreglulegs botns, aflagast hin upprunalega dreifing allmikið.

Rayleighdreifing.

$$S(H_0 > H) = \exp(-H^2/k) \quad (1)$$

gefur líkurnar fyrir að H_0 sé stærra en eitthvað fyrirframvalið H . Dreififunktionin verður

$$F(H) = 1 - \exp(-H^2/k)$$

og tíðnikúrfan

$$f(H) = 2H/k \cdot \exp(-H^2/k)$$

Nú fæst:

$$\begin{aligned} \bar{H} &= \int_0^{\infty} H \cdot 2H/k \cdot \exp(-H^2/k) dH \\ &= \sqrt{k} \left(-\exp(-H^2/k) + \sqrt{\pi}/2 \cdot \operatorname{erf}(H/\sqrt{k}) \right)_0^{\infty} \\ &= \sqrt{\pi}/2 \cdot \sqrt{k} \end{aligned} \quad (2)$$

Signifikant ölduhæð, H_s , er skilgreind sem meðaltal af 1/3 hæsta hluta aldnanna, vegna:

$$1/3 = \exp(-H^2/k) \Rightarrow H/\sqrt{k} = 1.05$$

fæst:

$$1/3 \cdot H_s = \sqrt{k}(-H/\sqrt{k} \cdot \exp(-H^2/k) + \sqrt{\pi}/2 \cdot \operatorname{erf}(H/\sqrt{k})) \Big|_{1.05}^{\infty}$$

$$\Rightarrow H_s / \sqrt{k} = 1.418 \quad (3)$$

(2) og (3) gefa

$$H_s / \bar{H} = 1.6 \quad (4)$$

"Maximum Likelihood estimate" á k er

$$\hat{k} = \bar{H}^2 \quad (= 4/\pi \cdot \bar{H}^2 \rightarrow (2))$$

og með þessu gildi á k er dreifingin jafnan notuð, sjá mynd A1. Þætti móment dreifingarinnar

$$M(H^2) = \int_0^{\infty} H^2 f(H) dH = k \quad (5)$$

$$M(H^3) = \int_0^{\infty} H^3 f(H) dH = 3k \cdot \sqrt{k} \cdot \sqrt{\pi}/4 \quad (6)$$

gefa:

$$M((H-\bar{H})^2) = \sigma^2 = k - (\sqrt{\pi}/2 \cdot \sqrt{k})^2 = (4-\pi)/4 \cdot k = 0.24k$$

$$M((H-\bar{H})^3) = 3 \cdot k \cdot \sqrt{k} \cdot \sqrt{\pi}/4 - 3 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{k} \cdot k/2 + 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\pi} \cdot k \cdot \sqrt{k}/8 = 0.63 \cdot k \cdot \sqrt{k}$$

sem gefa:

$$\beta_1 = M((H-\bar{H}^3))^2 / (\sigma^3)^3 = 0.40 \quad (7)$$

$$\gamma = \sigma / \bar{H} = 0.522 \quad (8)$$

Gammadreifing.

Gammadreifing er víða notuð þar sem einfaldari dreifingum verður ekki við komið. Kostur gammadreifingarinnar er að hún hefur tvo parametra. Tíðnifunktionin er

$$f(H) = a^b / \Gamma(b) \cdot \exp(-aH) \cdot H^{b-1} \quad (9)$$

a og b eru parametrarnir. Svo sem sjá má hefur a víddina m^{-1} ef H hefur víddina m .

$F(H)$ verður ófullkomin Gammafunktion með aH sem breytistærð og parameter b . $F(x,b)$ ($x = aH$) er ekki til töflulögð, en auðvelt er að finna óendanlega röð fyrir $F(x,b)$, sem verður endanleg þegar b stendur á heilum eða hálfum.

$$F(x,b) = 1 - \exp(-x) \cdot \sum_{n=0}^{n=b-1} \frac{x^n}{n!} \quad (10)$$

b heil tala

$$F(x,b) = \text{erf } x - \exp(-x) \sum_{n=1}^{n=b-1/2} \frac{x^{n-1/2}}{\Gamma(n+1/2)} \quad (11)$$

$b - 1/2$ heil tala

Á mynd A2 eru sýndar ýmsar dreifingar.

$F(ax,a)$ fyrir a 1, 1.5, 2, 2.5 og 3, einnig er Rayleighdreifingin þar til samanburðar. Sést að þær fjarlægjast mest þegar a er lítil tala. $a=1$ gefur exponentialdreifinguna sem er því sértilfelli af gammadreifingunni. Það er Rayleighdreifingin hins vegar ekki þó slíkt mátti halda af mynd A2. Gammadreifingin stefnir á normaldreifinguna fyrir hækkandi a .

Meðalstærð \bar{H} finnst:

$$\bar{H} = \int_0^{\infty} H \cdot f(H) dH = a^b / \Gamma(b) \cdot \Gamma(b+1) a^{b+1} = b/a$$

Með $F(H_0) = 2/3$ fæst:

$H_s = \int_{H_0}^{\infty} H f(H) dH$ sem með (9) gefur:

$$H_s = \bar{H} + 3 \cdot f(H_0) \cdot H_0/a \quad (12)$$

"Maximum likelihood estimate" gefur:

$$\hat{b}/\hat{a} = \bar{H} \quad (13)$$

$$1/N \cdot \sum_{i=1}^N \ln(\hat{a} H_i) = \Gamma(\hat{b})/\Gamma(\hat{b}) \quad (14)$$

(13) og (14) gefa:

$$M(\ln(H/\bar{H})) = \Gamma(\hat{b})/\Gamma(\hat{b}) \ln \hat{b} \quad (15)$$

(15) er ekki leysanleg með tilliti til \hat{b} en

$$\Gamma(b)/\Gamma(b) - \ln b = 1/2b - (\gamma - 1/2)/b^2 \quad (16)$$

er mjög góð nálgun. Með $M(\ln(H/\bar{H})) = M$ fæst

$$\hat{b} = (1/2 + \sqrt{(1/4 + 4 \cdot 0.077M)}) / (-2M) \approx 1/2 + M + 0.154$$

Ef ákvörðun á M er ónákvæm verður ákvörðun á b afar slæm.

Finna má með því að reikna út varians á M , $\sigma^2(M)$ að miðað við að breyting á M sé $\sigma(M)$ verður þar af leiðandi breyting á b :

$$db = 2b \cdot \sqrt{b}/N \cdot C(b) \quad (17)$$

þar sem $C(b)$ er stuðull er tekur gildið mjög nærri 1.0 fyrir öll b stærri en 1. Ef 10% nákvæmni á ákvörðun á b á að nást, gefur (17) að fjöldi athugana verður að vera:

$$N = 400 b \quad (18)$$

sem með b milli 2 og 3 gefur $N = 800 - 1200$ athuganir.

Hærrí mómént dreifingarinnar:

$$M(H^2) = \int_0^{\infty} H f(H) dH^2 = b(b+1)/a^2$$

$$M(H^3) = \int_0^{\infty} H^3 f(H) dH = b(b+1)(b+2)/a^3$$

$$M((H-\bar{H})^2) = \sigma^2 = b(b+1)/a^2 + b^2/a^2 = b/a^2 \quad (19)$$

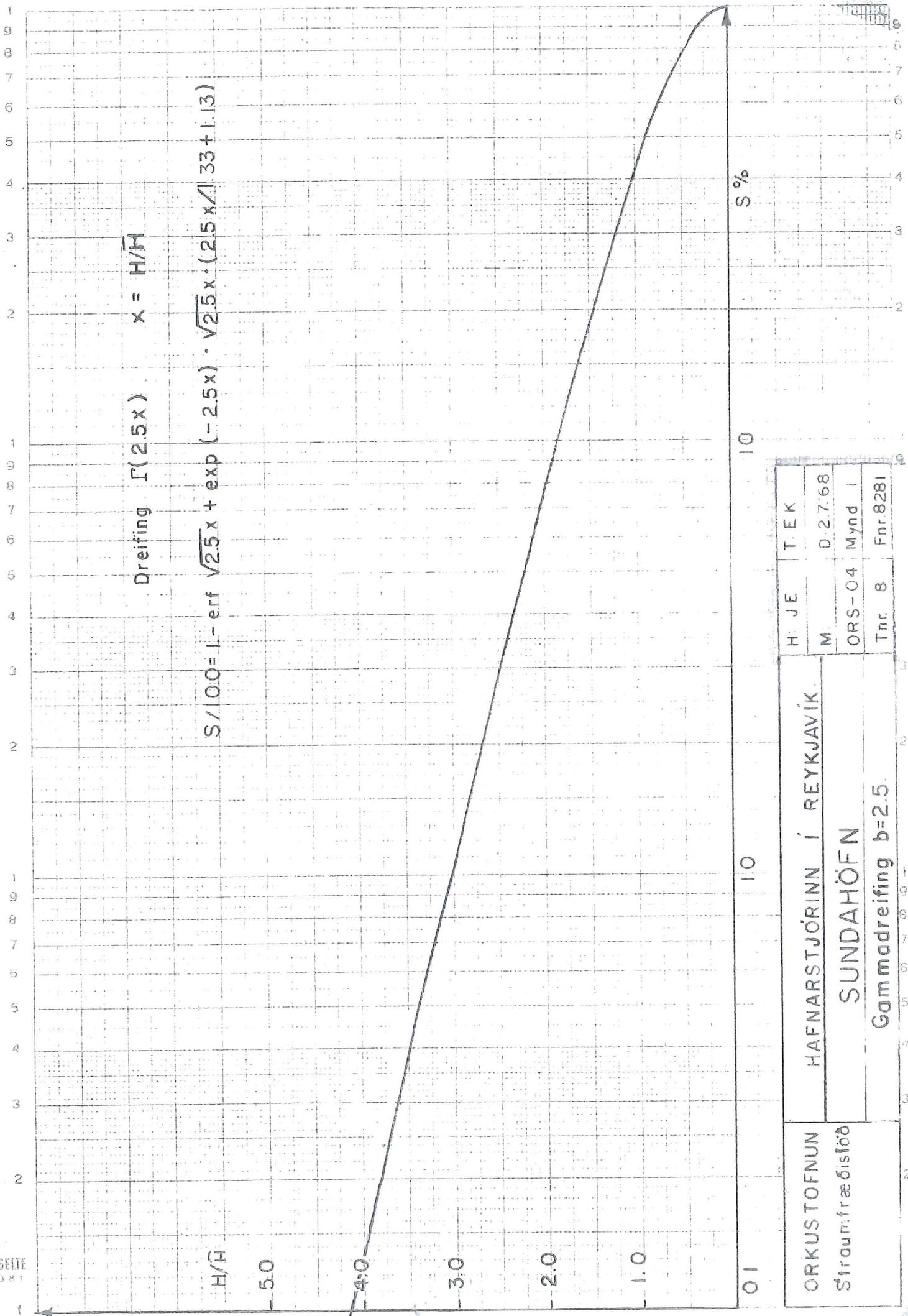
$$M((H-\bar{H})^3) = b(b+1)(b+2)/a^3 - 3b^2 \cdot (b+1)/a^3 + b^3/a^3 = 2b/a^3 \quad (20)$$

gefa:

$$\beta_1 = M((H-\bar{H})^2)^3 / (\sigma^2)^3 = 4/b \quad (21)$$

$$\gamma = \sigma / \bar{H} = 1/\sqrt{b} \quad (22)$$

(21) og (22) má einnig nota til ákvörðunar á b jafnframt því sem \hat{b} er reiknað.



| | | | | |
|-------------------------------|------------------------------------|--|------------------|-----------|
| ORKUSTOFNUN Strömfræðisföð | HAFNARSTJÖRINN Í REYKJAVÍK | | H: JE | T: EK |
| | SUNDAHÖFN Gammadreifing $b=2.5$ | | M: ORS-04 Mynd 1 | D: 27.68 |
| | | | Tnr: 8 | Fnr: 8281 |

ORKUSTOFNUN
Straumfræðistöð

HAFNARSTJÓRINN Í REYKJAVÍK.

SUNDAHÖFN
Öldulínurif.

H: JE

T: EK

M:

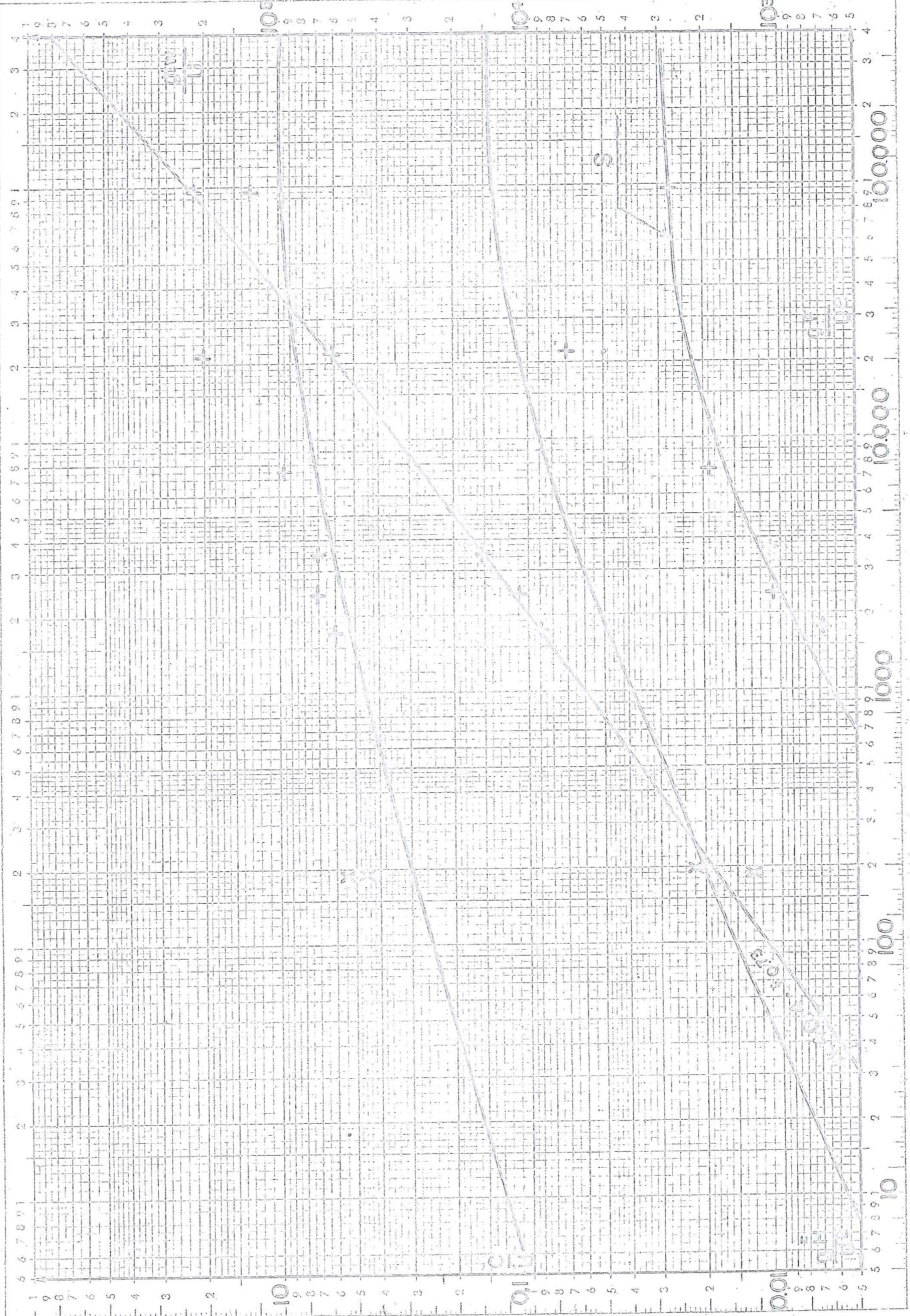
D: 7.2.68

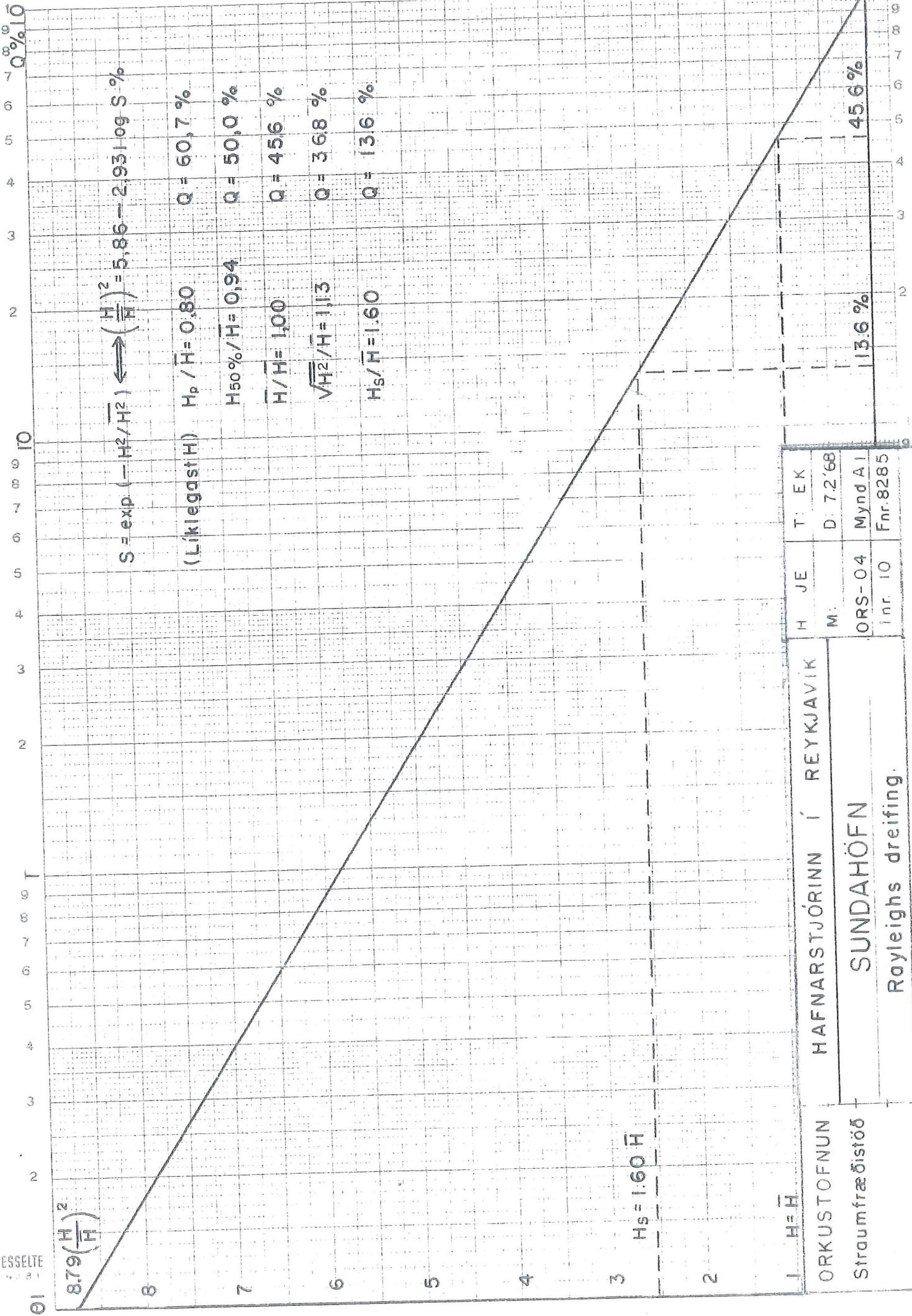
ORS-04

Mynd 2

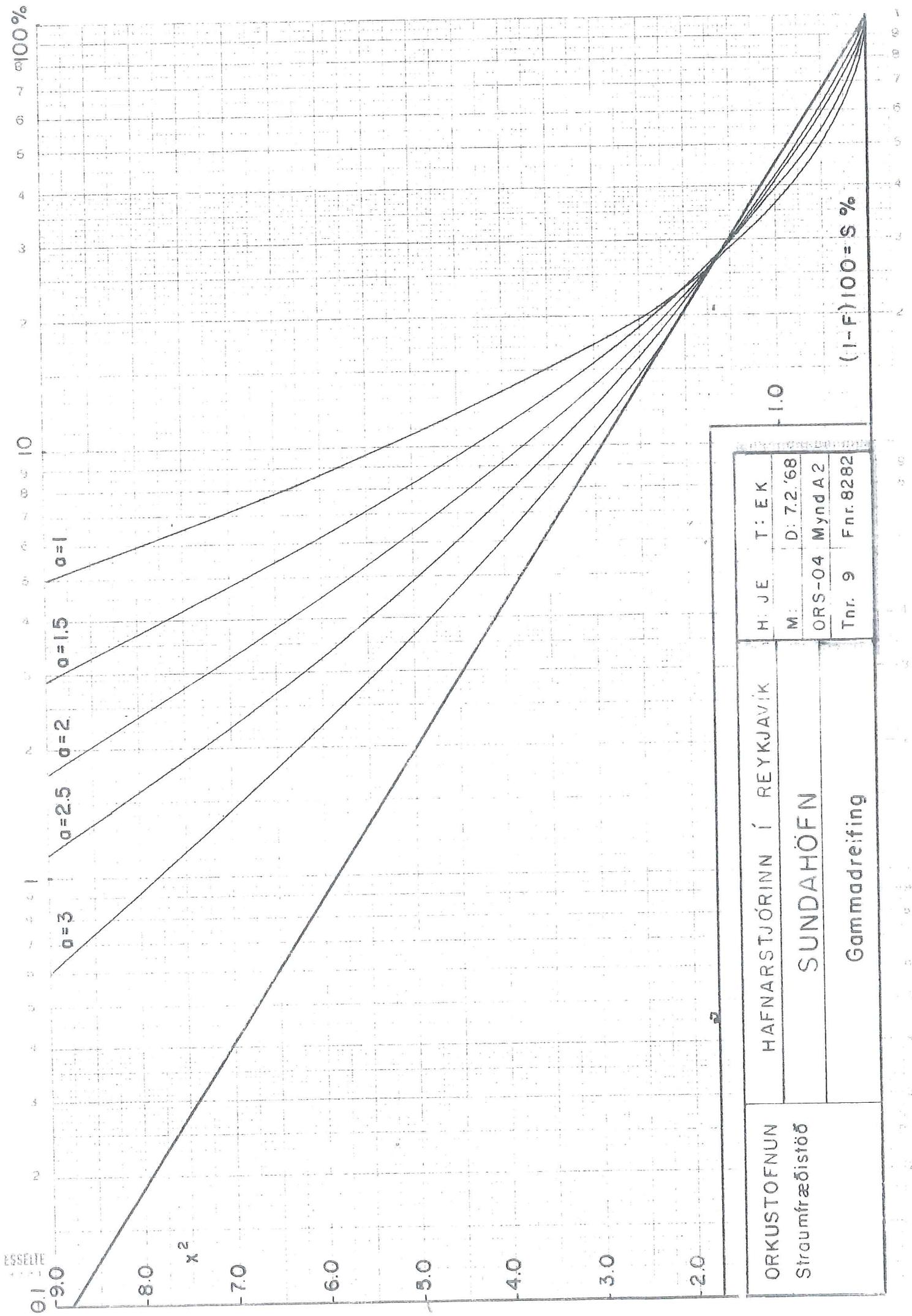
Tnr. 7

Fnr. 8280





| | | | | | |
|-----------------|----------------------------|--------|---------|---------|-----------|
| ORKUSTOFNUN | HAFNARSTJÓRINN Í REYKJAVÍK | H | JE | T: | EK |
| Ströumfræðistöð | SUNDAHÖFN | M: | | D: | 7.2.68 |
| | Rayleighs dreifing. | ORS-04 | Mynd A1 | Inr. 10 | Fnr. 8285 |
| | | | | | 13.6 % |
| | | | | | 45.6 % |



ORKUSTOFNUN
Straumfræðistöð

HAFNARSTJÓRINN Í REYKJAVÍK
SUNDAHÖFN
Gammadreifing

H: JE T: EK
M: D: 7.2.68
ORS-04 Mynd A 2
Tnr. 9 Fnr. 8282

1.0

$(1-F)100 = S \%$

