



3A

SKALI

ÆFINGAHEFTI

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Grete Normann Tofteberg • Janneke Tangen
Ingvill Merete Stedøy-Johansen • Bjørnar Alseth

Skali 3A
Æfingahefti
ISBN 978-9979-0-2054-7

© Gyldendal Norsk Forlag AS 2015

Heiti á frummálinu: Maximum 10 Oppgavebok
Ritstjóri norsku útgáfunnar: Greta Sandrød Owesen
Kápuhönnun: 07 Media - 07.no/Kristine Steen
Mynd á kápu: Dita Nemcova/Shutterstock
Teikningar: Børre Holth
Leturgerð í meginmáli: Neo Sans Std, Regular, 10,5 pt.

© 2015 Grete Normann Tofteberg, Janneke Tangen, Ingvill Merete Stedøy-Johansen og Bjørnar Alseth
© 2017 íslensk þýðing og staðfærsla: Kristín Bjarnadóttir

© 2017 ljósmyndir:

Myndir frá shutterstock.com

bls. 6 Rodrigo Garrido; bls. 7 AlexMaster; bls. 7 Andrey_Popov; bls. 7 3DMI; bls. 7 MaraZe; bls. 7 Dmitry Melnikov;
bls. 8 t.v. Viorel Sima; bls. 8 t.h. Syda Productions; bls. 9 Elena Elisseeva; bls. 10 Elena Talberg; bls. 11 Dream79;
bls. 12 Banana Republic images; bls. 13 ESB Professional; bls. 14 Sergey Furtaev; bls. 15 viewfinder;
bls. 17_Miroslaw Dziadkowiec; bls. 18 a.o. Joop Hoek; bls. 18 a.n. Marbury; bls. 19. a.o. Rawpixel.com;
bls. 19. a.n. Rawpixel.com; bls. 20 a.n. Monticello; bls. 21 wavebreakmedia; bls. 22 Tdway; bls. 24 Dario Sabljak;
bls. 26 XiXinXing; bls. 27 a.o. Jojje; bls. 27 a.n. Wavebreakmedia; bls. 28 WAYHOME studio; bls. 29 Monkey Business Images;
bls. 30 eurobanks; bls. 31 PhotoMediaGroup; bls. 32 ramcreations; bls. 34 Hannamariah; bls. 35 Hintau Aliaksei;
bls. 36 Rodion Y; bls. 37 DreamBig; bls. 38 a.o. Nadezda Murmakova; bls. 38 a.n. Kreatorex; bls. 39 Kingcraft;
bls. 42 a.o. t.v. 19srb81; bls. 42 a.o.t.h Vik Y; bls. 42 a.n.t.v Login; bls. 42 a.n.t.h Olan; bls. 44 t.v. Holbox;
bls. 44 t.h. Ekaterina Bykova; bls. 50 a.o. Leva_jungle; bls. 50 a.n.Susan Montgomery; bls. 51 Alexey Broslavets;
bls. 57 f.m. Reece; bls. 57 a.n. Bringolo; bls. 58 a.o. Irina Zholudeva; bls. 57 f.m. Reece; bls. 57 a.n. Bringolo;
bls. 58 a.o. Irina Zholudeva; bls. 59 a.n. Julenochek; bls. 61 a.o.t.h. Steve Mann; bls. 61 a.n.t.v. Alexander Erdeer;
bls. 63 a.o. Evgeniy Zimin; bls. 63 a.n.t.v. Art Konovalov; bls. 67 a.o. Ivan_Sabo; bls. 67 a.o. Mana Photo;
bls. 68 Martin Christopher Parker; bls. 70 a.o. Sophie McAulay; bls. 74 Danshutter; bls. 75 halldore; bls. 76 Gemenacom;
bls. 76 Irina Rogova; bls. 76 Irina Rogova; bls. 76 Everything; bls. 76 Becky Starsmore; bls. 76 lucadp; bls. 76 Limpopo;
bls. 77 goatman; bls. 78 t.v. Eric Isselee; bls. 78 t.h. Rosa Jay; bls. 79 blurAZ; bls. 80 emka74; bls. 81 S_Photo;
bls. 82-83 Veronica Louro; bls. 84 Hans Geel; bls. 85 wavebreakmedia; bls. 86 Africa Studio; bls. 88 Evgeny Atamanenko;
bls. 89 kurhan; bls. 91 Olga Danylenko; bls. 93 Tunatura; bls. 94 paulista; bls. 95 mokokomo; bls. 96 Chendongshan;
bls. 97 Olha Afanasieva; bls. 98 wavebreakmedia; bls. 99 oksana2010; bls. 101 t.v. Arttonick; bls. 101 t.h. Irena Misevic;
bls. 103 pixelheadphoto digitalskillet; bls. 105 a.o. Rido; bls. 105 a.n. Syda Productions;

Aðrir

bls. 23 Eggert Jóhannesson/Mbl
bls. 33 Golli/Kjartan Þorbjörnsson/Mbl
bls. 46 Landmælingar Íslands
bls. 48 Frímerkjasalan/ Tryggvi T. Tryggvason
bls. 49 Landmælingar Íslands
bls. 53 Nut and bolt illusion/Sgerbic/Commons.Wikimedia.org
bls. 57 t.v. Frímerkjasalan/Borgar Hjörleifur Árnason; f.m.t.v. Frímerkjasalan/Elsa Nielsen;
f.m.t.h. Frímerkjasalan/Kristín Þóra Guðbjartsdóttir; t.h. Frímerkjasalan/Örn Smári Gíslason
bls. 58 a.n. Commons.Wikimedia.org
bls. 59 a.o. Wikipedia.org
bls. 59 f.m. Þjóðminjasafn Íslands
bls. 65 Trondheim - monument/ Paweł 'pbm' Szubert /Commons.Wikimedia.org
bls. 70 a.n. Wikipedia.org
bls. 71 marathon.is

Ritstjóri íslensku útgáfunnar: Auður Bára Ólafsdóttir

Öll réttindi áskilin
1. útgáfa 2017
Menntamálastofnun
Kópavogi

Umbrot: Menntamálastofnun
Prentvinnsla: Ísafoldarprentsmiðja ehf. - umhverfissvottuð prentsmiðja

Öllum þeim sem lásu verkið yfir og veittu góð ráð eru færðar bestu þakkir.



SKALI

ÆFINGAHEFTI

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Grete Normann Tofteberg • Janneke Tangen
Ingvill Merete Stedøy-Johansen • Bjørnar Alseth

Formáli

Velkomin í *Skala 3A!*

Nú fer stærðfræðin að verða verulega spennandi, krefjandi og gagnleg.

- Stærðfræði er nytsamleg í daglegu lífi, í námi og atvinnulífinu.
- Í stærðfræði eru einnig gagnleg mynstur og kerfi, í henni eru rökleg tengsl og hún hefur sitt eigið tákmal.
- Stærðfræðinám felur í sér gleði, undrun, sigra og mikla vinnu.
- Þú skalt vinna með öðrum í stærðfræðitímunum, leysa verkefni og þrautir, vinna að hagnýtum viðfangsefnum, spila spil, rökraða lausnir og hugsanaferli og nota tölvu.

Hér sérðu hvernig nemendabókin getur verið til hjálpar:

Markmið kaflans.

Lán og sparnaður

Markmið

- HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ**
- reikna út vexti af innlánum
 - reikna út fjölda vaxtadaga
 - reikna með vaxtvöxtum
 - gera útreikninga sem varða neyslu
 - gera útreikninga sem varða notkun greiðslukorts
 - skilja muninn á mismunandi tegundum lána
 - gera útreikninga varðandi lán með jöfnum atborgunum

Bankar eru stofnanir sem byggja starfsemi sína meðal annars á að fólk lagði sparipeningana sína í banka og að lána fólk peninga. Til þess að banka hagnist á þessari starfsemi tekur hann hæri vexti af peningunum sem hann lánaur út en hann greiðir í vexti af peningunum sem fólk leggur inn.

Innlánsvextir eru vextirnir sem við fáum af peningum sem við leggjum inn í banka.

Útlánsvextir eru vextirnir sem við greiðum af peningum sem við fáum að láni í banka.

Útlánsvextir eru hæri en innlánsvextir.

Seðlabanki Íslands tekur á móti innlánum og lánaur Íslenskum bönkum peninga. Seðlabankinn er þannig „banki bankanna“. Hann hefur einnig einkarétt á því að gefa út seðla og myntir.

Á Íslandi eru (árið 2016) einkum tvenns konar bankar:

- **Víðskiptabankar** – þeir eru í eigu hlutafelaga en ríkið á meirihluta í flestum þeim.
- **Sparisjóðir** eru fáir (árið 2016). Þeir eru flestir í eigu einkaabíla en ríkið á stóran hluta í einum þeim.

1.35 Ert þú sammála þessu unga fólk?

Til að geta sparað þarf ég að hafa yfir miðlum peningum að ráða.

Þú sem ég get aðeins lagt fyrir lítill upphæðir borgar það sig ekki.

Hvað finnst þér um unga fólk og sparnað?

Ég hagnast mest á því að leggja fyrir í sjóðum.

Öruggast er að spara með því að leggja inn á vaxningalán.



Rammar með skilgreiningum og reglum.

Verkefni til umræðu.

Skýringarmyndir sem hjálpa þér að skilja.

Talblöðurrur með útskýringum og ábendingum.

Texti til útskýringar.

Sýnidæmi sem útskýra fyrir þér hvernig þú getur reiknað og skrifað.



Regla Pýþagórasar

Í verkefninu á blaðsíðunni á undan komu í ljós tengsl sem sjáin eru til stærðfræðingsins og heimspekingis Pýþagórasar sem var lípni um það bil 550 f.Kr. Þessi tengsl kallast *Pýþagórasarregla* og hún er notuð þegar lengdir tveggja hliða í réttbyrðum þríhyrningi eru þekktar og reiknað eftir lengd þriðju hliðarinnar.

Regla Pýþagórasar

Í réttbyrðum þríhyrningi er summa flatarmála ferninganna út frá skammhliðunum tveimur jöfn flatarmáli ferningsins út frá langhliðunum.

$$\text{langhlið}^2 = \text{skammhlið}_1^2 + \text{skammhlið}_2^2$$

Reglan gildir einnig í hina áttina. Ef summa flatarmála ferninganna út frá skammhliðunum tveimur er jöfn flatarmáli ferningsins út frá langhliðunum er þríhyrningurinn réttbyrður.

Texti til útskýringar.

Sýnidæmi 1

Í réttbyrðum þríhyrningi eru skammhliðarnar 2 cm og 5 cm á lengd. Finndu lengd langhliðarinnar.

Tillaga að lausn 1

Við teiknum þríhyrninginn og notum ferningaáferðina.

Flatarmál ferningsins út frá langhliðinni: $(4 + 25) \text{ cm}^2 = 29 \text{ cm}^2$

Við teiknum hjálparmynd og skráum málín sem eru þekkt.

Ef við þekkjum flatarmál ferningsins getum við fundið hliðarlengdina með því að finna ferningsrót af flatarmálinu:

$$\sqrt{29} = 5,4$$

Langhliðin er um það bil 5,4 cm á lengd.

Tillaga að lausn 2

Við leysum dæmið langhlið² = skammhlið² + skammhlið²:

$$h^2 = 2^2 + 5^2$$

$$h^2 = 4 + 25$$

$$h^2 = 29$$

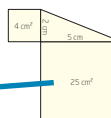
$$h = \sqrt{29}$$

$$h = 5,4$$

Langhliðin er um það bil 5,4 cm á lengd.

Venjulega eru ekki notabær mælieiningar inn í jöfnunum.

Pýþagórasarregla langhlið² = skammhlið² + skammhlið²



Samantekt á markmiðum sem vinnan fram undan byggist á.

Ýmis verkefni og spil.

Misþung verkefni.

Ýmis verkefni

Reiknivél til að reikna lánskostnað

Þetta verkefni er fyrir tvo nemendur að vinna saman.

Þið þurfið

- tölvu með töflureikni og aðgangi að netinu

Aðferð

- Finnið tvo eða þrjú banka sem hafa á heimasíðu sinni reiknivél til að reikna út lánskostnað. Best er að síá inn leitarorðið reiknivél á heimasíðu bankanna. Gerið yfirlit í töflureikni sem ber saman tilboðin frá hinum mismunandi bankum.
- Veljið lánsupphæðina 10 000 000 og lántímann 10 ár.
- Gerðið yfirlit í töflureikni sem ber saman skilyrði mismunandi banka fyrir lásinu.

| Heiti banka | Lánsupphæð (kr.) | Lántími (ár) | Vextir (%) | Mánaðarleg greiðsla (kr.) |
|-------------|------------------|--------------|------------|---------------------------|
| | 10 000 000 | 10 | | |
| | 10 000 000 | 10 | | |
| | 10 000 000 | 10 | | |

- Sumir bankar gefa upp nafnvexti en aðrir gefa einnig upp hlutfallstölu vaxta. Veljið þá tegund vaxta sem þið viljið bera saman.
- Veljið hvort þið viljið víkka töfluna út þannig að hún sjni einnig lántekjugalld og annan þjónustukostnað. Sumir bankar vilja fá vitneskju um efnahag lánsmaðsákjanda og greiðslugetu.

Veljið að þið ætlið að kaupa bíð fyrir 30 000 000 og að þið eigið 10 000 000 kr. í eigið fé. Veljið launin 7 000 000 kr. á ári. Skráðið þessar tölur í reiknivél sem reiknar lánskostnað og reiknið hvað þið eigið eftir þegar lánið hefur verið greitt upp.


Ýmis spennandi og krefjandi verkefni.

Til hamingju með námsgreinina stærðfræði!

Með kveðju frá höfundum.

Til að æfa þig enn betur!

Í stuttu máli

| Þú átt að geta | Dæmi | Tillögur að lausnum |
|--|--|---|
| reiknað út lengdir óþekktra hliða í rétthyrndum þríhyrningum | a Hvað segir Pyþagórasareglan okkur? b Finndu lengd langhliðar í rétthyrndum þríhyrningi þar sem skammhliðarnar eru 5 m og 8 m. | a Í rétthyrndum þríhyrningi er ferningsstala langhliðarinnar jöfn summu ferningsstala skammhliðanna.  b $a^2 = b^2 + c^2$ $a^2 = 5^2 + 8^2$ $a^2 = 25 + 64$ $a^2 = 89$ $a = \sqrt{89}$ Langhliðin er um það bil 9,4 m |
| reiknað út hliðarlengdir í nokkrum þríhyrningum | c Í rétthyrndum þríhyrningi er langhliðin 13 m og önnur skammhliðin 5 cm. Finndu lengd hinnar skammhliðarinnar. | c $a^2 = b^2 + c^2$ $13^2 = 5^2 + c^2$ $c^2 = 169 - 25$ $c^2 = 144$ $c = \sqrt{144}$ $c = 12$ Hin skammhliðin er um það bil 12 cm |
| | Í þríhyrningi þar sem hornin eru 30°, 60° og 90° er lengri | Í þríhyrningi þar sem hornin eru 30°, 60° og 90° er langhliðin tvöfalt lengri en |

Þjálfaðu hugann

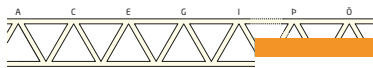
- Lirfa nokkur étur sig í gegnum fimm binda alfræðirit sem stendur í bókahliu. Lirfan étur sig frá bls. 1 í 1. bindi og allt til síðustu blaðsíðunnar í 5. bindi. Hvert bindi er 4 cm á þykkt. Í gegnum hve marga sentimetra étur lirfan sig?



- Hugaðu þér að þú sért með sex prikk sem hafa lengdirnar 1, 2, 3, 4, 5 og 6.
 - Hve marga mismunandi þríhyrninga getur þú búið til með því að nota þrjú prikana sem hliðar?
 - Hve margir þríhyrninganna í a-lið eru rétthyrndir?



- Maur byrjar í A og fetar sig milli tveggja bókstafa gegnum rórin sem sýnd eru á myndinni. Maurinn þarf alltaf að fara frá vinstri til hægri, hann má aldrei fara frá hægri til vinstri. Að öðru leyti getur hann valið leiðina að vild.



- Á hve marga mismunandi vegu kemst mauri
- Á hve marga mismunandi vegu kemst mauri
- Á hve marga mismunandi vegu kemst mauri
- Á hve marga mismunandi vegu kemst mauri
- Settu fram tilgátu um hvernig möguleikunni því sem fjárlægðin eykst. Prófaðu tilgátuna á hve marga mismunandi vegu maurinn kemur
- Finndu, án þess að telja, á hve marga mism. maurinn kemst frá A til O.

Bættu þig!

Þríhyrningsútreikningar

- Í þríhyrningi eru tvö hornanna 63° og 48°. Hvað er þriðja hornið stórt?

- Reiknaðu lengdir óþekktu hliðanna.
 - 
 - 

- Snúra sem er með tólf hnúta með jöfnu millibili er bundin saman þannig að hún myndar hring. Útskýrðu hvernig þú getur notað snúninginn til að búa til þríhyrning sem þú getur notað til ganga úr skugga um að eitt hornið sé rétt.

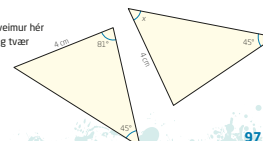
- Reiknaðu út lengdir strikanna AC, CD og AE.
 - Finndu flatarmál $\triangle ACE$.



- Í rétthyrnda þríhyrningnum ABC er $\angle A = 90^\circ$, AB = 5 cm og AC = 7 cm. Athugaðu hvort $\angle B$ er jafnt og, stærra en eða minna en 60°.

- Hornalinn fernings er 9,9 cm. Finndu hliðarlengdirnar.

- Í þríhyrningunum tveimur hér til hliðar eru tvær og tvær hliðar jafn langar. Hve stór er $\angle x$?



Efnisyfirlit

1 Persónuleg fjármál 6

Laun, fjárhagsáætlun og bókhald 6

Lán og sparnaður 12

Breytingar á verðgildi 18

Verkefni af ýmsu tagi 24

2 Rúmfræði og hönnun .. 36

Þríhyrningsútreikningar 36

Kort og mælikvarði 44

Fjarvíddarteikning 52

Tækni, list og arkitektúr 56

Verkefni af ýmsu tagi 62

3 Algebra og jöfnur 74

Línulegar jöfnur og jöfnuhneppi 74

Bókstafareikningur 82

Jöfnur leystar með þáttun.

Ferningssetningar og ójöfnur 88

Verkefni af ýmsu tagi 94

1



Persónuleg fjármál

Laun, fjárhagsáætlun og bókhald

Á vef
ríkisskattstjóra,
www.rsk.is, má nálgast
allar upplýsingar
um tekjuskatt
einstaklinga.

- 1.1** Á vinnustað nokkrum er tímakaupið 2016 kr.
- a** Aflaðu þér upplýsinga um skattþrep og skattleysismörk ársins í ár og skráðu hjá þér.
 - b** Hve margar vinnustundir á ári væri hægt að vinna fyrir þetta tímakaup án þess að fara upp fyrir skattleysismörkin?
 - c** Þú vinnur jafnt og þétt yfir árið. Um það bil hve marga daga á mánuði væri hægt að vinna án þess að fara upp fyrir skattleysismörkin ef vinnutíminn væri 4 tímar á dag?
- 1.2** Hvor greiðir meira í lífeyrissjóð á mánuði, Friðrik eða Davíð? Peir greiða báðir iðgjald í lífeyrissjóð sem nemur 4% af brúttólaunum. Friðrik greiðir þar að auki 2% í séreignarlífeyrissparnað en Davíð gerir það ekki.

| Nafn | Friðrik | Davíð |
|----------------------------------|-------------|-------------|
| Mánaðarlaun | 325 000 kr. | 560 000 kr. |
| Hlutfall launa í lífeyrissparnað | 6% | 4% |



- 1.3** Einn mánuðinn vinnur Hanna 34 vinnustundir. Tímakaupið hennar er 3100 kr. Hún greiðir 4% af brúttólaunum í lífeyrissjóð.
- Eru tekjur Hönnu undir skattleysismörkum hennar þennan mánuð?
 - Hve mikið fær Hanna útborgað þennan mánuð?
- 1.4** Andri fær 2700 kr. í laun á tímann. Hann vinnur 8 stundir á hverjum laugardegi. Notaðu töflureikni. Finndu hve miklar tekjur Andri hefur á mánuði og hve mikið hann fær útborgað ef hann greiðir 4% iðgjald í lífeyrissjóð.
- 1.5** Katrín fær 440 000 kr. í brúttólaun á mánuði. Hve mikið fær hún útborgað á mánuði ef hún greiðir 4% iðgjald í lífeyrissjóð og greiðir 36,94% (m.v. árið 2017) af skattstofni í staðgreiðslu opinberra gjalda af launum yfir skattleysismörkum?
- 1.6** Bekkurinn ætlar að halda foreldravöld. Áætlað er að keyptir verði drykkir fyrir 2000 kr., efni í vöflur fyrir 6000 kr., servíettur fyrir 1000 kr., kerti fyrir 500 kr., kaffi fyrir 1500 kr. og poppkorn og snakk fyrir 1500 kr. Aðgangseyrir er 300 kr. fyrir fullorðna og 100 kr. fyrir hvert barn.
- Gerðu fjárhagsáætlun sem sýnir tekjur og gjöld ef gert er ráð fyrir 40 fullorðnum og 20 börnum.
- 1.7** Á foreldravöldið komu 33 fullorðnir og 18 börn. Aðgangseyririnn var 300 kr. fyrir fullorðna og 100 kr. fyrir börn. Nemendur keyptu inn vörurnar. Kvittanir fyrir innkaupunum sýndu að útgjöldin voru 12 500 kr.
- Settu upp bókhald yfir tekjur og útgjöld. Hve mikinn hagnað eða tap höfðu nemendur af foreldravöldinu?
 - Hve margir fullorðnir hefðu þurft að koma á foreldravöldið til að ná inn fyrir útgjöldum ef það hefði bara verið fyrir fullorðna?

Aflaðu þér upplýsinga um upphæð skattleysismarka þessa árs, persónuafslátt, skattþrep og staðgreiðslu-prósentu.

Mundu eftir persónu-afslættinum.

- 1.8** Árið 2017 var virðisaukaskattur (vsk.) á flestum vörum og þjónustu 24% en virðisaukaskattur á matvörur og bækur 11%.
- Hve mikið kostar hver vara hér fyrir neðan með vsk.?



Kr. 50 000 án vsk.



Kr. 124 000 án vsk.



Kr. 45 900 án vsk.

Kr. 210 án vsk.




Kr. 506 án vsk.




- 1.9** Á vinnustað einum er tímakaupið 2560 kr. Á laugardögum er greitt 50% hærra kaup á tímann. Einn mánuðinn árið 2017 vinnur Júlía 18 tíma á laugardögum og 36 tíma á virkum dögum. Hún greiðir 4% launa sinna í iðgjald í lífeyrissjóð.

Er skattstofn Júlíu þennan mánuð innan skattleysismarka sem eru 148 192 kr. á mánuði (árið 2017)?

- 1.10** Notaðu töflureikni og finndu nettólaun Elíasar og Jóhanns.



Ég hef 430 000 kr. í laun á mánuði. Ég borga 4% iðgjald í lífeyrissjóð, 1,7% í stéttarfélagsgjald og 36,94% af tekjum yfir skattleysismörkum í staðgreiðslu skatta.



Ég hef 460 000 kr. í laun á mánuði. Ég borga 4% iðgjald í lífeyrissjóð, 2% í stéttarfélagsgjald og 36,94% af tekjum yfir skattleysismörkum í staðgreiðslu skatta.

- 1.11** Telma og Gunna hafa 300 000 kr. og 360 000 kr. í laun á mánuði í 11 mánuði. Þær fá orlofslaun sem nema 10,17% af launum þeirra greidd inn á orlofsreikning.

Hve háa upphæð eiga þær hvor um sig á orlofsreikningnum?

- 1.12** Ritstjórn skólablaðs hefur aflað tekna frá fyrirtækjum sem vilja greiða fyrir auglýsingar. Ritstjórnin býst við 4000 kr. fyrir hverja auglýsingu frá fjórum fyrirtækjum. Prentunarkostnaðurinn er 190 kr. á hvert eintak blaðsins. Ritstjórnin vill prenta 250 blaða upplag og selja hvert blað á 200 kr. Gerðu fjárhagsáætlun sem sýnir tekjur og útgjöld.

- 1.13** Í 10. bekk eru 26 nemendur. Þeir eru að skipuleggja bekkjarferð með gistingu og nemendurnir eiga að gera fjárhagsáætlun sem sýnir hvernig eigi að fjármagna ferðina. Þeir vita að skálarnir þrír sem á að gista í kosta 12 000 kr. hver og rútuferðin kostar 480 kr. á hvern nemanda hvora leið. Þau hafa fundið út að útgjöld vegna matar og drykkjar eru um það bil 2000 kr. á nemanda. Nemendur hafa fengið sér vinnu til að hafa ráð á ferðinni og unnið sér inn 2500 kr. hver. Þeir hafa fengið 20 000 kr. frá skólanum fyrir að mála bekkjarstofuna sína. Þeir hafa líka fengið 40 000 kr. í laun fyrir vörutalningu í hverfisversluninni. Gerðu fjárhagsáætlun og athugaðu hvort nemendurnir eigi næga peninga til að standa straum af bekkjarferðinni.

1.14 Nemendur í bekk skipuleggja foreldraskvöld. Aðgangseyririnn er 300 kr. fyrir fullorðna og 100 kr. fyrir börn. Alls komu 45 fullorðnir og 23 börn. Notið upplýsingarnar hér á undan og kvittunina fyrir innkaupunum til að setja upp bókhald sem sýnir tekjur og gjöld.

Hve mikinn afgang eða halla hafði bekkurinn af að sjá um þetta kvöld?

1.15 Veitingastaður nokkur veitir 10% afslátt af mat sem tekinn er út af staðnum. Hádegisverður sem tekinn er út kostar 720 kr.

Hvað mundi hann kosta ef hann væri borðaður á staðnum?

1.16 Sara fór og keypti sér föt: Tvennar buxur á 5990 kr. hvorar, peysu á 7490 kr., stuttermabol á 2990 kr. og jakka á 9990 kr. Innifalinn er 24% virðisaukaskattur.

Reiknaðu út hve mikið Sara hefur greitt í virðisaukaskatt af öllum nýju fötunum.

| Matkaup | |
|---------------------------|----------|
| gos | kr. 1340 |
| 2 pk. hveiti x kr. 500 | kr. 1000 |
| 1 pk. sykur | kr. 340 |
| 1 sultukrukka | kr. 580 |
| 2 pk. egg x kr. 560 | kr. 1120 |
| 4 mjólk x kr. 330 | kr. 1320 |
| 1 smjör | kr. 450 |
| 1 pk. pappadiskar | kr. 590 |
| 1 pk. servíettur | kr. 470 |
| 1 pk. kaffi | kr. 1360 |
| 1 pk. bollar | kr. 1900 |
| 1 pappafat | kr. 680 |
| Samtals | |



Ársumráð
bifreiðar skulu
metin til tekna sem nema
20% af viðmiðunarverði
bifreiðahlunninda, ef bíllinn
er árgamall eða nýrri, 15%
ef bíllinn er tveggja ára og
12% ef hann er þriggja
ára eða eldri.

1.17 Axel fær 449 560 kr. á mánuði í útborguð laun. Þá hefur hann fengið 149 192 kr. innan skattleysismarka en reiknuð var 36,94% staðgreiðsla opinberra gjalda á það sem eftir var.

- a Hve hár var skattstofn Axels þennan mánuð?
- b Axel greiddi 4% af brúttólaunum í lífeyrissparnað. Hver voru brúttólaun hans?

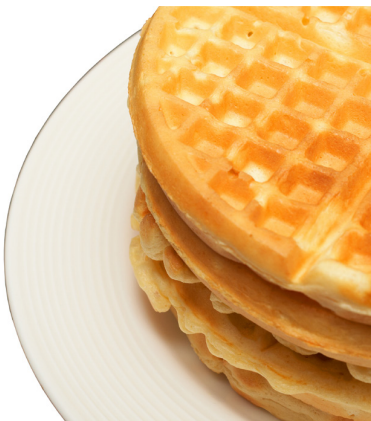
1.18 Sturla er sölumaður og atvinnuveitandi lætur hann hafa nýjan bíl til umráða. Skráð viðmiðunarverð bílsins sem hlunnindi er 10 400 000 kr.

Hve mikið auka afnotin af bílnum reiknaðar árstekjur Sturlu?

1.19 Skattstofn Maríu er 9 900 000 kr. á ári. María er í föstu starfi. Reiknaðu út hversu mikið María greiðir í staðgreiðslu opinberra gjalda á ári, miðað við gildandi skattþrep og persónuafslátt ársins í ár.

1.20 Fjórir strákar stofna fyrirtækið Vöffluhraðlestina. Þeir kaupa sér tvö tvöföld vöflujárn á 7990 kr. hvort. Einnig kaupa þeir vörur til að geta lagað 180 vöflur annan hvern laugardag í eitt ár. Þeir þurfa að kaupa 2 kg af sultu sem kostar 800 kr./kg í hvert skipti. Vöfflurnar eru seldar fyrir 400 kr. stykkið.

- a Notaðu uppskriftina hér fyrir neðan til að gera fjárhagsáætlun fyrir eitt ár. Aflaðu þér upplýsinga um verð varanna eða notaðu verðið í töflunni til viðmiðunar.
- b Kynntu áætlunina fyrir öðrum nemanda í bekknum.



Vöflur (u.þ.b. 15 vöflur)

5 dl hveiti (1 dl vegur 60 g)
2 tsk. lyftiduft (1 tsk. vegur 4 g)
1 dl sykur (1 dl vegur 85 g)
7 dl mjólk
2 egg
1 tsk. kardimomma (1 tsk. vegur 2,5 g)
½ dl brætt smjör (1 dl smjör vegur 90 g)

VERÐLISTI

| | |
|----------------------------|---------|
| 2 kg hveiti | 250 kr. |
| 1 baukur lyftiduft (250 g) | 350 kr. |
| 1 kg sykur | 200 kr. |
| 1 l mjólk | 150 kr. |
| 12 egg | 600 kr. |
| 1 glas kardemommur (40 g) | 200 kr. |
| 0,5 kg smjör | 250 kr. |



1.21 Bekkur með 27 nemendum hefur lengi áformað að fara í bekkjarferð. Þau ætla að fara fram og til baka með strætisvagni. Þau leigja smáhýsi þar sem þau gista í tvær nætur. Áætlaðu fjölda máltíða frá föstudegi til sunnudags. Nemendurnir hafa unnið sér inn 46 000 kr. fyrir vörutalningu, 70 000 kr. fyrir að selja kökubox, 37 000 kr. með kökuhappdrætti, 37 000 kr. fyrir foreldravöld með hljóðfæraleik og 2600 kr. á hvern nemanda fyrir vöfflusölu. Leigan fyrir hvert smáhýsi sem rúmar allt að tíu manns er 14 600 kr. á sólarhring. Strætóferðin kostar 1320 kr. á hvern nemanda hvora leið. Þau reikna út að hver morgunverður og hádegisverður kosti 500 kr. á nemanda og að kvöldverðurinn kosti 900 kr. á nemanda.

Notaðu töflureikni og settu upp fjárhagsáætlun fyrir ferðina.

1.22 Margrét færir bókhald fyrir félag með 52 skráða félaga. Í upphafi ársins 2016 á félagið 274 000 kr. á bankareikningi. Félagsgjaldið er 6000 kr. á ári og félagið heldur tíu fundi á ári. Á hverjum fundi greiðir félagið 5000 kr. leigu fyrir sal. Keyptur er matur og kaffi fyrir hvern fund fyrir 16 000 kr. og allir sem taka þátt í fundinum borga 400 kr. fyrir veitingarnar. Árið 2016 sótti að meðaltali 41 félagi hvern fund. Á átta fundum var fenginn fyrirlesari sem fékk 36 000 kr. í þóknun. Einu sinni á ári er haldin veisla með kvöldverði. Þá er leigan fyrir sal 24 000 kr. og keyptur matur fyrir 7000 kr. á mann.

Margrét innheimti 4000 kr. gjald fyrir veisluna frá öllum 38 þátttakendum en önnur útgjöld voru greidd af félaginu. Til þess að auka tekjur félagsins tóku félagarnir að sér samfélagsverkefni sem þeir fengu 100 000 kr. fyrir og að auki fékk félagið 160 000 kr. í styrk frá sveitarfélaginu. Í lok ársins urðu vaxtatekjur félagsins 2400 kr. en á móti kom 2500 kr. bankakostnaður.

- a** Færðu greinargott bókhald og segðu til um hvort félagið var rekið með hagnaði eða tapi á árinu 2016.
- b** Aðalfundurinn samþykkti að halda sömu virkni á árinu 2017. Er það hægt? Ef það gerist nauðsynlegt skalt þú stinga upp á breytingum á fjárhagsáætluninni frá fyrra fyrirkomulagi sem gerir það mögulegt.

1.23 Kaffihús selur veitingar sínar með 20% álagi ef neyta á þeirra á staðnum. Fjölskylda fór á veitingahús og keypti 12 brauðbollur, fjóra gosdrykki og tvo kaffi. Verðskráin sýnir verð fyrir veitingar sem neytt er á staðnum. Hve mikið sparar fjölskyldan á að taka veitingarnar með sér?

| Sólarkaffið | |
|-----------------|----------------------|
| | Á staðnum* Tekið með |
| Brauðbolla | 580 kr. |
| Gosdrykkur | 300 kr. |
| Kaffi | 440 kr. |
| * Verð með vsk. | |



Lán og sparnaður

- 1.24** Daníel átti 250 000 kr. í banka í eitt ár á 3,5% ársvöxtum.
- a** Hve háa upphæð fær hann í vexti á einu ári?
 - b** Hve háa upphæð getur hann tekið út eftir eitt ár?
- 1.25** Hve margir vaxtadagar eru
- a** frá 13. júní til 28. desember?
 - b** frá 14. ágúst til 3. febrúar?
 - c** frá 5. maí til 23. ágúst?
 - d** frá 5. nóvember til 30. desember?
 - e** frá 18. mars til 18. september?
 - f** frá 31. janúar til 14. júní?
- 1.26** Oddný á afmæli 15. maí. Hún leggur 50 000 kr. inn í banka daginn eftir afmælið. Hún lætur peningana standa á vöxtum til 15. desember. Ársvextir eru 4,5%.
- a** Hve margir eru vaxtadagarnir?
 - b** Hve mikið fær hún í vexti?
 - c** Hve mikla peninga getur hún tekið út 15. desember?
- 1.27** Hve mikið fá Björg, Viggó og Theódóra í vexti og hve mikið getur hvert þeirra tekið út úr bankanum?
- a** Björg geymir 98 000 kr. í bankanum frá 1. júlí til 31. desember. Ársvextir eru 4%.
 - b** Viggó geymir 286 000 kr. í bankanum frá 21. apríl til 30. október. Ársvextir eru 3,5%.
 - c** Theódóra geymir 156 000 kr. í bankanum í níu mánuði frá janúar til október. Ársvextir eru 2,9%.
- 1.28** Matthildur ætlar að kaupa listaverk. Hún leggur 200 000 kr. inn í bankann með 2,9% ársvöxtum. Hún lætur upphæðina standa óhreyfða í 2 ár. Hve mikla peninga hefur hún þá til að kaupa listaverk?





1.29 Kjartan á 25 180 kr. á bankareikningi í upphafi sumarleyfisins. Hann notar debetkortíð sitt til að kaupa sér útbúnað til að fara í ferðalag á bátum sínum. Hann kaupir sér vindsæng fyrir 5980 kr., sólgleraugu fyrir 2980 kr., sólaráburð fyrir 1980 kr. og mat og drykki fyrir 6880 kr. Bensín á bátinn kostar 4700 kr. Áður en hann leggur af stað leggur amma hans 6000 kr. inn á reikninginn hans í sumargjöf.

Hvað er mikið á reikningnum hans þegar hann leggur af stað?

1.30 Soffía og Magnús taka 2 000 000 kr. bankalán sem á að greiða niður með jöfnum afborgunum á 8 árum. Þau greiða af láninu einu sinni á ári og ársvextir eru 7%.

- a Hve mikið greiða þau í afborgun árlega?
- b Hve mikið greiða þau í vexti fyrsta árið?
- c Hve há er fyrsta greiðsluupphæðin með vöxtum?

1.31 Emma og Finnur taka 800 000 kr. bankalán með jöfnum afborgunum sem greiða skal niður á fjórum árum. Þau greiða einu sinni á ári af láninu. Ársvextir eru 7%. Notaðu töflureikni og ljúktu við áætlun þeirra um að greiða niður lánið sem byrjað er á hér fyrir neðan. Finndu hve mikið þau eiga að greiða alls.



| | A | B | C | D | E |
|----|------------|--------------|--------|----------------|----------------|
| 1 | Lánsupphæð | kr. 800 000 | | | |
| 2 | Vextir | 7% | | | |
| 3 | Fjöldi ára | 4 | | | |
| 4 | Afborgun | | | | |
| 5 | | | | | |
| 6 | Ár | Eftirstöðvar | Vextir | Árleg afborgun | Greiðsluupphæð |
| 7 | 1 | kr. 800 000 | | | |
| 8 | 2 | | | | |
| 9 | 3 | | | | |
| 10 | 4 | | | | |
| 11 | Samtals | | | | |

1.32 Snúðu þér aftur að láninu sem Soffía og Magnús tóku í verkefni 1.30.

Notaðu töflureikni og gerðu fullkomna áætlun um að greiða lánið niður eins og í verkefni 1.31.

1.33 Fríða fékk 250 000 kr. fyrir sumarvinnu. Hún leggur peninga í banka. Hve mörg % ársvexti fær hún þegar hún getur tekið 257 840 kr. út eftir fimm mánuði?

1.34 Benjamín og Leó voru í sömu aukavinnu og fengu jafnhá laun. Benjamín lagði peningana sína inn í banka og fékk 4,5% ársvexti. Leó skipti við annan banka sem veitti bara 2% ársvexti. Eftir níu mánuði hafði upphæð Benjamíns vaxið um 10 260 kr. á meðan upphæð Leós hafði vaxið um 4560 kr.

Hve há laun höfðu strákarnir fengið fyrir aukavinnuna?

1.35 Ef þú hefðir lagt 80 000 kr. inn í banka daginn sem þú varðst 10 ára, hve mikið hefði upphæðin vaxið fram að deginum sem þú varðst 16 ára miðað við að ársvextirnir væru allan tímann 3%?

1.36 Hve háa upphæð hlýtur þú að hafa lagt inn í bankann með 5% ársávöxtun ef upphæðin ætti að hafa vaxið í

- a 100 000 á tíu árum?
- b 150 000 á tíu árum?
- c 1 000 000 á tíu árum?
- d Útskýrðu samhengið milli svaranna í a og c.

1.37 Jens er með kreditkort og skuldar þar 160 000 kr. Hann greiðir 1,8% vexti á mánuði.

- a Hve mikið þarf Jens að greiða ef hann greiðir ekki kreditkortaskuldina í fjóra mánuði?
- b Hve háir yrðu ársvextirnir?

1.38 Hinrik keypti notaðan bíl og notaði kreditkortið til að borga 240 000 kr. af verðinu. Kreditkortaskuldin kostar 1,6% á mánuði.

- a Hve mikið þarf hann að borga til baka ef hann frestar að greiða skuldina í sjö mánuði?
- b Hve háir yrðu ársvextirnir?



1.39 Tinna tekur lán fyrir bíl að upphæð 600 000 kr. Hún á að greiða lánið upp á tveimur árum með jöfnum mánaðarlegum afborgunum.

- a Notaðu töflureikni og gerðu greiðsluáætlanir fyrir Tinnu þegar útlánsvextirnir eru 7,1% á ári.
- b Hve mikið kostar bíllinn samanlagt með vöxtum?

1.40 Antonía keypti nýja skellinöðru fyrir 600 000 kr. Hún varð að taka lán með jöfnum afborgunum að upphæð 360 000 kr. með 7,9% ársvöxtum. Lánið á að endurgreiða á þremur árum með einni afborgun á ári.

- a Hve há er hver afborgun?
- b Hve háa vexti verður hún að greiða fyrsta árið?
- c Notaðu töflureikni og finndu hve mikið hún þarf að greiða samtals fyrir lánið.
- d Hve mikið greiddi Antonía samtals fyrir skellinöðruna?



1.41 Alexandra ætlar að taka lán að upphæð 2 000 000 kr. með 7,1% ársvöxtum. Hún er að meta hvort hún eigi að borga lánið upp á einu eða tveimur árum með jöfnum mánaðarlegum afborgunum.

Settu upp greiðsluáætlun fyrir þessa tvo kosti og finndu hvað hún sparar á að borga lánið hraðar niður.



Prófaðu þig áfram með töflureikni í næstu dæmum.

- 1.42** Þór fær 60 000 kr. í laun 15. dag hvers mánaðar í júní, júlí og ágúst. Peningarnir fara beint inn á bankareikning. Hann lætur peningana liggja á vöxtum fram til 15. desember. Ársvextir eru 4,5%.
- a** Hve mikið fær hann alls í vexti?
 - b** Hve mikið getur hann tekið út úr bankanum?
- 1.43** Tveir bankar bjóða mismunandi sparnaðarleiðir:
- Banki 1: 2,1% ársvextir frá fyrstu krónu.
Banki 2: 1,9% ársvextir upp að 500 000 kr. og 2,5% á það sem við bætist eftir það.
- Hve háa upphæð þarft þú að leggja inn á reikninginn til þess að það borgi sig á einu ári að leggja inn í banka 2?
- 1.44** Júlía leggur 2 400 000 kr. inn á hávaxtareikning með 2,3% fasta ársvexti.
- a** Hve mörg ár þarf hún að láta upphæðina standa á vöxtum áður en upphæðin er komin upp í 3 000 000 kr.?
 - b** Vöxtunum er breytt í 3,5%. Í hve mörg ár þarf upphæðin að standa óhreyfð þar til hún fer upp fyrir 3 000 000 kr.?
- 1.45** Ólafur fjárfesti 400 000 kr. í fjárfestingarsjóð. Eftir átta ár er upphæðin orðin rétt rúmlega 560 000 kr.
- a** Notaðu töflureikni og prófaðu þig áfram. Hver er árleg ávöxtun í prósentum? (Notaðu einn aukastaf).
 - b** Annar banki auglýsir að 400 000 kr. séu ávaxtaðar í 600 000 kr. á 8 árum. Hve mörg % er árleg ávöxtun í þessum banka?
- 1.46** Banki auglýsir lægri yfirdráttarvexti fyrir námsmenn, 18 ára og eldri. Krístrún er í menntaskóla og ætlar að kaupa sér tölvu. Hún fær 100 000 kr. yfirdráttarlán hjá viðskiptabanka sínum. Hún ætlar að greiða lánið niður á 5 mánuðum. Hún greiðir 9% ársvexti af láninu.
- a** Hversu mikið greiðir hún í vexti?
 - b** Krístrún ákveður á síðustu stundu að lengja lánstímann í 8 mánuði. Hversu mikið greiðir hún í vexti?
 - c** Ef Krístrún væri ekki námsmaður væru ársvextir á yfirdráttarláni 12,75%. Hverjar yrðu þá vaxtagreiðslurnar fyrir 5 mánaða lán og 8 mánaða lán?



1.47 Karitas, systir Krístrúnar í verkefni 1.46, ætlar að kaupa sér samskonar tölvu. Karitas á 50 000 kr. inn á sparnaðarreikningi sínum 1. janúar. Hún vinnur í bakaríi með skólanum og ákveður að leggja 20% af launum sínum inn á reikninginn um hver mánaðamót en hún fær 65 000 kr. útborgað. Ársvextir á sparnaðarreikningnum eru 3,5%. Vextirnir eru reiknaðir mánaðarlega.

| Dagsetning | Innborgun | Inneign | Vextir |
|------------|-----------|----------------|--------|
| 1. janúar | 0 | 50 000 | |
| 1. febrúar | 13 000 | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | Samtals vextir | |

- Eftir hvað marga mánuði hefur Karitas náð að safna sér fyrir tölvu?
- Notaðu töflureikni og reiknaðu út hve háa upphæð Karitas hefur þá fengið í vexti.
- Ræddu við námsfélaga þinn um kosti og galla þess að spara, og kosti og galla þess að taka lán.

1.48 Neytendalán sem nemur 100 000 kr. ber 1,9% mánaðarvexti, lántökugjald er 1950 kr. og þjónustugjald á mánuði er 400 kr. Lánið á að greiða niður á tólf mánuðum.

- Notaðu töflureikni og sýndu að hlutfallstala kostnaðar á einu ári er um það bil 30%.
- Hvað heldur þú að verði um hlutfallslegan kostnað að meðtöldum vöxtum í a lið ef lánsupphæðin hækkar í 500 000 kr. en gjöld eru óbreytt?
- Finndu hlutfallstölu kostnaðar (vextir og öll gjöld sem fylgja) á lánsupphæðinni í b lið.

1.49 Skoðuðu kjörin á lánum með jöfnum afborgunum í bönkunum tveimur:

| Norðurbankinn | Vesturbankinn |
|--|---|
| Lánsupphæð 1 000 000 kr. Greitt niður á 5 árum Ársvextir 6,8% Tólf afborganir á ári | Lánsupphæð 1 000 000 kr. Greitt niður á 7 árum Ársvextir 4,8% Ein afborgun á ári |

- Notaðu töflureikni og finndu hvað þessi ólíku lán kosta samanlagt hvort um sig.
- Breyttu vaxtaþrósentunni í Vesturbankanum þannig að lánið tvö verði nákvæmlega jafndýr.



Breytingar á verðgildi

1.50 Hermann á skellinöðru sem fellur u.þ.b. 10% á ári í verði. Hann keypti skellinöðruna fyrir tveimur árum á 500 000 kr. og nú hefur hann hugsað sér að selja hana.

Hvaða verð ætti hann að setja í auglýsinguna ef hann er raunsær?

1.51 Helena fékk 1900 kr. í laun á tímenn. Hún fékk 3% launahækkun tvö ár í röð.

a Hver er breytipátturinn?

b Hvert er tímakaup hennar núna?

1.52 Fyrirtæki nemenda framleiðir 150 rúnstykki fyrir mötuneytið í hverri viku. Rúnstykkinn eru svo vinsæl að framleiðsla á þeim er aukin um 10% á mánuði í fimm mánuði.

a Um það bil hve mörg rúnstykki framleiða þau á viku eftir fimm mánuði?

Þau hagnast um 65 kr. á hverju rúnstykki.

b Um það bil hve miklu meira hagnast þau á viku en þau gerðu fyrir fimm mánuðum?

1.53 Verðgildi forngríps hækkar um 5% á ári. Eitt árið er forngrípurinn 48 000 kr. virði.

Um það bil hve mikils virði verður forngrípurinn eftir tvö ár ef verðið heldur áfram að hækka?



1.54 Þórhildur ætlar að selja reiðhjólíð sitt tveimur árum eftir að hún keypti það. Hún fær að vita að verðgildi hjólsins lækkar um það bil um 20% á ári. Hún keypti það á 86 000 kr.

Fyrir hve mikið getur hún selt hjólíð?

1.55 Bátur er talinn 4 000 000 kr. virði. Báturinn fellur í verði um 8% á ári.

a Hver er breytipátturinn?

b Hve mikils virði verður báturinn eftir þrjú ár?

1.56 Nýr bíll kostar 5 200 000 kr. Fyrsta árið fellur hann um 15% í verði en tvö næstu ár fellur hann í verði um 10% á ári.

Hve mikils virði verður bíllinn eftir þrjú ár?

1.57 Tímakaup verkamanns hækkaði um 100 kr. í fyrra. Áður var tímakaupið 3300 kr. á tímann. Næstu þrjú ár á hann að fá sömu launahækkun í prósentum.

Hve há verða laun hans eftir þessi þrjú ár?

1.58 Hlutabréf hækkar jafnt og þétt í verði um 9% á ári.

a Hver er breytipátturinn?

b Hve mikils virði verður hlutabréfið eftir fjögur ár ef það er 2000 kr. virði nú?





- 1.59** Íbúafjöldi tveggja bæja þróast með ólíkum hætti. Í öðrum bænum búa 5900 íbúar og fjölgunin er 1,6% á ári. Í hinum bænum búa 7020 íbúar en bæjarbúum fækkar um 1,3% á ári.
- Eftir hve mörg ár verða um það bil jafnmargir íbúar í bæjunum tveimur ef þróunin heldur áfram með sama hætti?
- 1.60** Gamall gripur hefur stigið í verði um u.þ.b. 12% á ári. Fyrir fimm árum kostaði hann 60 000 kr.
- Hve mikils virði má búast við að hann verði eftir þrjú ár?
- 1.61** Forngripur hækkar í verði á einu ári, úr 27 000 kr. í 29 200 kr. Gripurinn heldur áfram að hækka í verði um jafn mörg % í sex ár í viðbót.
- Hve mikils virði verður forngripurinn þá?
- 1.62** Dagblað nokkurt lét gera könnun á hvað karfa með dæmigerðum dagvörum kostaði. Niðurstaðan var að dagvörunar höfðu hækkað á síðasta ári um 3,4%.
- a** Hve mikið kostaði vörukarfan fyrir einu ári ef hún kostar nú 11 580 kr.?
 - b** Hve mikið kostar dagvörukarfan eftir tvö ár ef verðhækkunirnar halda áfram með sama hætti?
- 1.63** Hlutabréf í félagi eru nú 3000 kr. virði. Undanfarin tvö ár hefur verð hlutabréfanna hækkað um u.þ.b. 12% á ári.
- a** Hvert var verð hlutabréfanna fyrir tveimur árum?
 - b** Hvað verður verð hlutabréfanna hátt ef verðið heldur áfram að hækka með sama hætti í þrjú ár í viðbót?
 - c** Teiknaðu línurit sem sýnir verð hlutabréfanna þessi sex ár.
- 1.64** Fyrirtæki hefur nú 2200 starfsmenn. Næstu tíu ár er búist við að fjölgun starfsmanna verði um 3% á ári.
- a** Um það bil hve marga starfsmenn er búist við að fyrirtækið hafi eftir tíu ár?
 - b** Sýndu með súluriti þá þróun fjölda starfsmanna sem búist er við.
 - c** Hver starfsmaður hefur nú að meðaltali 9 000 000 kr. í árslaun. Búist er við að öll laun hækki um 3,5% á hverju ári næstu tíu ár. Hve miklu hærri verður áætlunin um launakostnað fyrirtækisins eftir tíu ár en hún er nú?



1.65 Í borg nokkurri hefur íbúatalan aukist um 1,4% á hverju ári síðastliðin tíu ár. Nú er íbúafjöldinn 2 500 000.

a Hver var fólksfjöldinn í borginni fyrir tíu árum?

Næstu tíu ár er búist við frekari fjölgun íbúa um 1,2% á ári.

b Hver verður íbúatalan í borginni eftir tíu ár?

1.66 Síðastliðin fimm ár hefur fólki í sveitarfélagi nokkru fækkað um 1,1% á ári og er fólksfjöldinn nú kominn niður í 10 250 manns.

Hver var fólksfjöldinn fyrir fimm árum síðan?

1.67 Meðalævilengd íslenskra kvenna jókst um 0,242% á ári frá 1992 til ársins 2012. Árið 1992 var meðalævilengd íslenskra karlmannna 76 ár en kvenna 80 ár.

a Finndu meðalævilengd kvenna og karla árin 2012 og 2015 samkvæmt þessu líkani.

b Í raun var meðalævilengd íslenskra karla árið 2012 80,8 ár og árið 2015 81,0 ár. Meðalævilengd kvenna árið 2012 var 83,9 ár en árið 2015 83,6 ár. Ræddu hugsanlegar skýringar á því að meðalævilengd hefur aukist öðruvísi á árabílinu 2012-2015 en líkanið bendir til.

1.68 Gamalt gullúr er metið 50 000 kr. virði. Jafnframt fær eigandinn að vita að verðgildi þess muni líklega aukast um 3,5% á ári.

Hve mikils virði verður úrið eftir tíu ár ef matið á aukningu verðgildis er rétt?

1.69 Bíll kostar 7 600 000 kr. Búist er við að hann falli um 10% í verði fyrsta árið en síðan um 5,5% á ári næstu fimm árin eftir það.

Hvert verður verðgildi bílsins eftir sex ár?

1.70 Svigskíði lækka í verði um 30% á ári í þrjú ár. Nú er verðgildi þeirra 20 000 kr.

Hve mikils virði um það bil voru skíðin þegar þau voru ný?



1.71 Silja ætlar að skipta út bílnum sínum. Hún er svo ánægð með gamla bílinn að hún vill selja hann og kaupa annan nýjan af sömu tegund. Gamli bílinn er sex ára gamall og kostaði 5 200 000 kr. nýr. Hún reiknar með því að hann hafi fallið í verði um u.þ.b 12% á ári. Verð á nýjum bílum hækkar um það bil um 3% á ári.

Hve mikið þarf hún að borga á milli til að fá nýjan bíl ef hún selur gamla bílinn?

1.72 Eignarlóð var keypt árið 1987. Gera má ráð fyrir að verðgildi lóðarinnar hafi aukist um 13% á ári fram til ársins 2000 og eftir það hafi verðgildi hennar aukist um 7% á ári næstu 17 árin.

Hvað kostaði lóðin árið 1987 ef verðgildi hennar árið 2017 var um það bil 42 000 000 kr.?

1.73 Nokkur hlutabréf hafa fallið í verði um 6% á ári síðustu þrjú árin. Áður hækkaði verðgildi þeirra að meðaltali um 9% á ári í fimm ár. Verð eins hlutbréfs er nú 4400 kr.

Hve mikið kostaði þetta hlutabréf fyrir átta árum?

1.74 Íbúatala bæjar er 2500. Sveitarstjórinn staðhæfir að fjölgunin sé 2% á ári.

a Hver var íbúafjöldinn fyrir fimm árum?

b Hve mörg ár líða þar til íbúafjöldinn nær 3000 ef hann eykst í sama hlutfalli og áður?

1.75 Einn lítri af nýmjólk kostaði 145 kr. árið 2012. Árið 2017 kostaði hann 190 kr. Gerum ráð fyrir að verðið hafi hækkað nokkurn veginn jafn mikið hlutfallslega á hverju ári.

Prófaðu þig áfram með tölfureikni og finndu hver meðalhækkun á mjólkurlítranum á ári hefur verið í prósentum.





1.76 Eina vikuna hækkaði bensínverð um 3,5% á dag í fjóra daga, síðan féll verðið um 6,7% á dag í þrjá daga. Eftir þetta var bensínverðið 202 kr. á lítra.

Hvaða verð var á bensínlítranum viku áður?



1.77 Rúnar á nýja skellinöðru. Hún féll í verði frá 440 000 kr. niður í 360 000 kr. fyrsta árið. Næstu fjögur ár er búist við að verðfallið í % verði helmingur af verðfallinu fyrsta árið.

Hvers virði verður skellinaðran eftir fimm ár þegar Rúnar ætlar að selja hana?

1.78 Sveitarstjórinn í sveitarfélagi greindi frá því að á síðasta ári hefðu skatttekjur lækkað um 1,2%. Árið áður voru skatttekjur 16,6 milljarðar.

a Hve há var lækkunin á skatttekjum í krónum?

Sveitarstjórinn óttast að skatttekjurnar lækki jafnmikið næstu árin.

b Hvað getur sveitarsjóður reiknað með að fá í skatttekjur eftir fimm ár?

1.79 Sumar nokkurt jókst hitastig í sjónum jafnt og þétt um 1,2% á dag í 30 daga. 1. júlí var hitastig í sjónum 8 °C.

a Hvert var hitastigið 31. júlí?

Seinna um haustið lækkaði hitinn á tíu dögum um 4,5% á dag niður í 7 °C.

b Hve hátt var hitastigið áður en það tók að falla?

c Notaðu töflureikni og teiknaðu línurit sem sýnir hitastig frá 1. til 31. júlí.



Verkefni af ýmsu tagi

1.80 Notaðu kvittunina og finndu hve stór hluti af heildarsummunni er virðisaukaskattur.

1.81 Hans fékk 225 000 kr. í fermingargjafir. Hann lagði peningana í banka í eitt ár með 4% ársvöxtum.

a Hve mikið getur Hans þá tekið út úr bankanum?

Hans langar í skellinöðru sem kostar 269 000 kr.

b Hve háa upphæð vantar hann í viðbót til að geta keypt skellinöðruna?

1.82 Nýtt reiðhjól kostar 110 000 kr. Það fellur í verði um u.þ.b. 20% á ári.

Hvers virði verður reiðhjólið eftir tvö ár?

1.83 Petra keypti nýtt trommusettt fyrir 199 800 kr. Eftir tvö ár vildi hún selja það. Henni var þá sagt að trommusettið hefði fallið í verði um það bil 20% á ári.

Hvaða verð getur hún búist við að fá fyrir trommusettið? Námundaðu það að heilu þúsundi.

| Kjörval | | |
|--------------------------|------|----------|
| Vara | Vsk. | Verð |
| Taco kryddblanda | 11% | 298 kr. |
| Salat | 11% | 390 kr. |
| Lifandi vísiði – tímarit | 11% | 800 kr. |
| Salernispappír | 24% | 720 kr. |
| Nautahakk | 11% | 1087 kr. |
| Samtals | | 3295 kr. |

Þökkum viðskiptin!





1.84 Bekkur með 26 nemendum ætlar í skólaferð. Nemendurnir hafa unnið sér inn peninga til að geta farið í ferðina. Hver nemandi hefur unnið sér inn 2400 kr. og að auki hefur bekkurinn fengið 12 000 kr. fyrir að gera við bekkina á skólalóðinni. Einu útgjöldin eru fargjöld í rútu fyrir 680 kr. fyrir hvern nemanda hvora leið.

a Notaðu töflureikni og gerðu fjárhagsáætlun sem sýnir væntanlegar tekjur og útgjöld í skólaferðinni.

Hópurinn fær tilboð um bátsferð fyrir allan bekkinn fyrir 36 000 kr.

b Hafa nemendurnir ráð á að bæta bátsferðinni inn í áætlunina?

1.85 Hans og Gréta taka 1 800 000 kr. lán. Þau eiga að endurgreiða lánið á þremur árum með jöfnum afborgunum einu sinni á ári. Notaðu töflureikni og finndu hve mikið þau þurfa að greiða alls.

| | A | B | C | D | E |
|----|------------|---------------|--------|----------------|----------------|
| 1 | Lánsupphæð | kr. 1 800 000 | | | |
| 2 | Ársvextir | 6,5% | | | |
| 3 | Fjöldi ára | 3 | | | |
| 4 | Afborgun | kr. 600 000 | | | |
| 5 | | | | | |
| 6 | Ár | Eftirstöðvar | Vextir | Árleg afborgun | Árleg greiðsla |
| 7 | 1 | | | | |
| 8 | 2 | | | | |
| 9 | 3 | | | | |
| 10 | Samtals | | | | |

1.86 Eitt árið vann Árný sér inn 4 920 000 kr. Hún tók fimm vikna orlof árið eftir. Hvað fékk hún þá greitt mikið í orlofslaun? Orlofslaunin nema 10,17% af greiddum launum.

1.87 Lilja átti 51 560 kr. inni á bankareikningi í byrjun desember. Hún notaði debetkortið og keypti þrjár jólagjafir fyrir 9960 kr., 3018 kr. og 7010 kr., ný föt fyrir 11 960 kr. og nýja skó fyrir 7980 kr. Í miðjum desember fékk hún 6000 kr. launagreiðslu inn á bankareikninginn.

a Áætlaðu hvað Lilja á um það bil mikið á bankareikningnum um miðjan desember.

b Hve mikið nákvæmlega á Lilja á bankareikningnum?

- 1.88** Finndu breytipáttinn þegar verðgildið
- a hækkar um 12% á ári
 - b hækkar um 2% á ári
 - c hækkar um 1,7% á ári
 - d lækkar um 13% á ári
 - e lækkar um 5% á ári
 - f lækkar um 6,8% á ári

- 1.89** Árið 2017 vinnur Katla sér inn 390 000 kr. á mánuði. Hún greiðir 4% í iðgjald í lífeyrissjóð, 1,5% í stéttarfélagsgjald og 36,94% af tekjum í staðgreiðslu skatta. Persónuafslátturinn er 52 907 kr.
- a Hver er skattstofn Kötlu?
 - b Hve mikið fær hún útborgað á mánuði?

- 1.90** Georg vinnur í stórmarkaði. Hann fær 2180 kr. á tímann. Á laugardögum fær hann 50% álag á launin og á sunnudögum 100% álag. Í hverjum mánuði vinnur hann 16 tíma á virkum dögum, 14 tíma á laugardögum og 8 tíma á sunnudögum.

- a Hvað fær hann í laun ef hann vinnur jafnmikið í hverjum mánuði í eitt ár?
- b Georg fær fimm vikna sumarfrí. Hve mikið fær hann í orlofslaun næsta ár ef hann hefur unnið svona allt árið og orlofslaunin er 10,17% af launum hans?



- 1.91** 12. janúar leggur Anna 110 000 kr. inn á bankareikning sem ber 3,5% ársvexti. Hve mikið getur hún tekið út 19. nóvember?

- 1.92** Árið 2017 fær Herborg 400 000 kr. í brúttólaun á mánuði. Hún greiðir 4% í iðgjald í lífeyrissjóð, 1,4% í stéttarfélagsgjald og 36,94% af tekjum í staðgreiðslu skatta. Persónuafslátturinn er 52 907 kr.
- a Hver er skattstofn Herborgar?
 - b Hve mikið fær Herborg útborgað á mánuði?



1.93 Jónas fær 440 000 kr. í brúttólaun á mánuði. Hann greiðir 4% í lífeyrissjóð, 1% í stéttarfélagsgjald og skatt samkvæmt skattþrepum ársins í ár.

Hve há eru nettólaun Jónasar á mánuði?

1.94 Notaðu töflureikni.

a Finndu í hve háa upphæð 400 000 kr. vaxa á fimm árum við að liggja á bankareikningi með 4% ársvöxtum.

b Sýndu fram á að það muni taka á milli 10 og 11 ár að upphæðin verði orðin meiri en 600 000 kr.

1.95 Árið 2017 fær Kristján 460 000 kr. í brúttólaun á mánuði. Hann borgar 4% iðgjald í lífeyrissjóð og 36,94% af skattstofni í staðgreiðslu skatta. Persónuafslátturinn er 52 907 kr.

Hve há eru nettólaunin sem Kristján fær inn á reikninginn sinn í hverjum mánuði?

1.96 Ný tölva kostar 129 000 kr. Hún fellur í verði um 30% á hverju ári.

Hve mikils virði verður tölvan eftir þrjú ár?



1.97 Á *Kaffi Kötl*u er hægt að velja um nokkur mismunandi hádegisverðartilboð. Silja á að gera verðskrá þar sem hún sýnir verð án 11% virðisaukaskatts (vsk.), verð með vsk. ef borðað er á staðnum og tilboð: verð með 5% afslætti ef maturinn er tekinn með. Hvert er verðið á hverju af þessum þrem tilboðum?

| Matseðill | Verð án vsk. | Borða hér | Taka með |
|-----------------------|--------------|-----------|----------|
| Heilsubiti | 1400 kr. | | |
| Saðsamt og freistandi | 1800 kr. | | |
| Staðgott og hollt | 2500 kr. | | |



- 1.98** Lea og Kristófer taka lán með jöfnum afborgunum upp á 3 000 000 kr. sem á að greiða niður á þremur árum. Ársvextir eru 7% á ári og það eru tvær afborganir á ári. Notaðu töflureikni og reiknaðu út hve mikið þau þurfa að borga alls.



Séreignarsparnaður

Launþegi hefur val um að greiða 2% eða 4% af brúttólaunum í séreignarsparnað. Þegar launþegi ákveður að greiða í sparnað greiðir launagreiðandi 2% á móti inn á sparnaðinn.

- 1.99** Hinrik fór að vinna við póstinum fyrir fimm árum. Byrjunarlaun hans voru þá í launaflokki 15, þrep 1. Hann greiddi 4% iðgjald í lífeyrissjóð en ákvað strax að bæta við 2% í séreignarlífeyrissparnað þar sem hann var að safna fyrir húsnæði.

| Launaf. | Prep 1 (0) | Prep 2 (1 ár) | Prep 3 (3 ár) | Prep 4 (5 ár) |
|---------|------------|---------------|---------------|---------------|
| 12 | 288.413 | 293.547 | 298.967 | 304.670 |
| 13 | 292.259 | 297.601 | 303.241 | 309.110 |
| 14 | 296.239 | 301.834 | 307.647 | 313.690 |
| 15 | 300.434 | 306.186 | 312.177 | 318.406 |
| 16 | 304.751 | 310.682 | 316.849 | 323.259 |
| 17 | 309.198 | 315.309 | 321.656 | 328.264 |
| 18 | 313.776 | 320.068 | 326.611 | 333.414 |
| 19 | 318.497 | 324.974 | 331.711 | 338.722 |
| 20 | 323.357 | 330.031 | 336.970 | 344.191 |
| 21 | 328.359 | 335.238 | 342.382 | 349.812 |
| 22 | 333.516 | 340.598 | 347.966 | 355.618 |
| 23 | 338.827 | 346.115 | 353.703 | 361.589 |
| 24 | 343.856 | 351.324 | 359.102 | 367.266 |
| 25 | 349.010 | 356.666 | 364.647 | 373.164 |
| 26 | 354.292 | 362.140 | 370.479 | 379.210 |
| 27 | 359.706 | 367.848 | 376.455 | 385.404 |

- a** Hver var skattstofn Hinriks fyrsta árið?

Eftir fimm ára starf hjá póstinum höfðu laun Hinriks verið hækkuð upp í 20. flokk þar sem hann hafði tekið námskeið og verið falin aukin ábyrgð.

- b** Um hve mörg % höfðu laun hans hækkað frá byrjunarlauninum?

- c** Hve mikið hefur Hinrik greitt í séreignarsparnað ef hann var 1 ár í launaflokki 15, 2 ár í launaflokki 18, og 2 ár í launaflokki 20 og hafði flust um þrep í samræmi við starfsaldur?

- 1.100** Erna vinnur með skólanum og fær 120 000 kr. í brúttólaun á mánuði. Hún velur að greiða 2% í séreignarlífeyrissparnað og veit þá að atvinnurekandi hennar greiðir 2% á móti. Hversu miklu safnar hún í hverjum mánuði inn á séreignarlífeyrisreikning sinn?



1.101 Þegar Jakob var tíu ára gáfu afi hans og amma honum 60 000 kr. sem þau lögðu inn á hávaxtareikning með 5,5% ársvöxtum. Upphæðin stóð óhreyfð þar til Jakob varð 15 ára.

Hve mikið hafði upphæðin vaxið á tímabilinu?

1.102 Verð ákveðinna hlutabréfa stóð í 3000 kr. Verðið féll síðan um 3% á ári í tvö ár. Því næst jókst verðið um 5% á ári í fjögur ár.

Hvert var verð bréfanna eftir aukninguna?



1.103 Skólahljómsveit ætlar að skipuleggja æfingaferð. Þau gista ókeypis í skóla en verða að kaupa mat og borga leiðbeinendum. Í hljómsveitinni eru 34 manns. Þau þurfa að fá fjóra leiðbeinendur annan daginn og einn leiðbeinanda hinn daginn. Leiðbeinendurnir fá 40 000 kr. fyrir daginn. Maturinn kostar 7000 kr. á þátttakanda. Auk hljóðfærалеikara og kennara eru fimm fullorðnir sjálfboðaliðar með í ferðinni. Tekjurnar eru þær að hljóðfærалеikararnir greiða 10% af heildarkostnaðinum sjálfir, námundað upp að næsta þúsundi, plús tekjur af vöflusölu áætlaðar 60 000 kr. og að öðru leyti er kostnaðurinn greiddur úr hljómsveitarsjóðnum.

a Hve mikið þurfti hver hljóðfærалеikari að greiða?

b Settu upp fjárhagsáætlun fyrir æfingarferðina.



1.104 Á jólasýninguna komu 55 fullorðnir og 20 börn. Aðgangseyrir fyrir fullorðna var 400 kr. en 200 kr. fyrir börn. Allir keyptu tvo happdrættismiða á 100 kr. miðann. Nemendurnir keyptu vörurnar og kvittanirnar þrjár fyrir innkaupunum sýndu útgjöld að upphæð 3100 kr., 5580 kr. og 10 400 kr.

Notaðu töflureikni og settu upp bókhald sem sýnir tekjur og gjöld. Hve mikill var hagnaður eða tap nemenda af að sjá um jólasýninguna?

1.105 Úlfar skuldar 15 400 kr. á kreditkortinu sínu. Hann greiðir 1,8% vexti á mánuði.

a Hve mikið skuldar Úlfar eftir sjö mánuði?

b Hve háir verða ársvextirnir?



1.106 María keypti fjóra kökubita í bakaríinu. Án virðisaukaskatts kosta bitarnir 1800 kr. en hún borgar 1998 kr.

Hve mörg % virðisaukaskatt greiddi María?

1.107 Brúttólaun Emilíu á mánuði eru 650 000 kr. Hún borgar 1,6% í stéttarfélagsgjald og 4% iðgjald í lífeyrissjóð. Hún greiðir 36,94% af skattstofni í staðgreiðslu skatta. Persónuafslátturinn er 52 907 kr.

a Hve há eru nettólaun hennar á mánuði?

b Emilía fær orlofslaun greidd inn á orlofsreikning. Þau nema 10,17% af mánaðarlaunum hennar. Hversu há er orlofsgreiðsla Emilíu á mánuði fyrir skatt?

1.108 Bekkurinn ætlaði að vinna sér inn peninga með því að byggja verkfæraskýli fyrir umsjónarmann skólans. Þau urðu að gera áætlun og kaupa inn allt sem þau vantaði en verkfæri fengu þau að láni hjá umsjónarmanninum. Skýlið átti að vera 2 m hátt, 1,5 m langt og 1,2 m breitt með flatt þak. Dyrnar voru 1,8 m háar og 1 m breiðar.

Innkaupalisti

25 m efni í stoðir
70 m plankar í klæðningu
2 viðarplötur í hurð og þak
4 bjálkahólkur
Þakpappi
400 tréskrúfur
Hjarir
Lás

VERÐLISTI

| | |
|----------------------------|-------------------------|
| Stoðir | 300 kr./m |
| Plankar í klæðningu | 360 kr./m |
| Viðarplata í hurð | 3400 kr./stk. |
| Viðarplata í þak | 3400 kr./stk. |
| Bjálkahólkur | 400 kr./stk. |
| Þakpappi | 1000 kr./m ² |
| Skrúfur (200 stk. í pakka) | 2000 kr./pk. |
| Hjarir og lás | 4000 kr. |

Notaðu töflureikni og settu upp útgjaldahlið fjárhagsáætlunarinnar fyrir verkfæraskýlið.

1.109 Alexander lagði 40 000 kr. inn í bankann 18. mars. 1. júlí leggur hann aftur 40 000 kr. inn í bankann og 15. desember tekur hann allt út.

Hve mikla peninga gat hann tekið út þegar ársvextir voru 3,2%?

1.110 Metta leggur 64 000 kr. inn á bankareikning með 2,9% ársvöxtum 1. mars 2017.

Hvaða dag getur hún tekið út 65 300 kr.?



1.111 Þú kaupir nokkrar vörur í búðinni. Kvittunin sýnir hvað þú hefur keypt.

Hve mikið þarft þú að borga í virðisaukaskatt í þessari verslunarferð?

1.112 Árið 2009 borgaði maður sem býr og starfar í tveimur löndum 17 200 kr. á mánuði í ferðakostnað. Árið 2017 var ferðakostnaðurinn 62 400 kr. Gerum ráð fyrir að verðið hafi hækkað jafnt á milli ára. Prófaðu þig áfram með töflureikni til að finna hve um mörg prósent verðið hefur hækkað á ári.

1.113 Tíundi bekkur ber ábyrgð á rekstri matsölu skólans einn dag í viku. Settu upp bókhald yfir tekjur og útgjöld í matsölunni í síðustu viku.

| | |
|------------------|---------|
| Rífsberjasulta | kr. 570 |
| Egg 12 stk. | kr. 796 |
| Laukur | kr. 298 |
| Matreiðslurjóni | kr. 376 |
| Tannbursti | kr. 578 |
| Svitalyktareyðir | kr. 652 |
| Poki | kr. 20 |

Útgjöld

150 rúnstykki á 100 kr./stk.
 Ostur 2000 kr.
 Skinka 1500 kr.
 Smjör 640 kr.
 30 fernur af safu 180 kr./stk.
 25 fernur af mjólk á 120 kr./stk.
 40 fernur af kókómjólk á 160 kr./stk.
 15 epli á 80 kr./stk.

Tekjur

280 hálf rúnstykki á 160 kr./stk.
 25 fernur af safu á 300 kr./stk.
 20 fernur af mjólk á 200 kr./stk.
 33 fernur af kókómjólk á 300 kr./stk.
 15 epli á 160 kr./stk.

1.114 Settu upp tvær mismunandi sparnaðaráætlanir fyrir Guðrúnu sem ætlar að kaupa sér trampólín fyrir 154 000 kr. Hún getur sparað á bilinu 10 000 kr. til 16 000 kr. á mánuði og hún leggur peningana inn í banka með 4,5% ársvöxtum. Sparnaðurinn hefst 1. janúar 2018.

1.115 Alexandra vinnur sér inn 2300 kr. á tímann. Eftir kl. 17:00 á virkum dögum fær hún 60% álag á tímakaupið. Á laugardögum fær hún 60% álag og á sunnudögum 100% álag. Í dæmigerðum mánuði vinnur hún 130 tíma á virkum dögum, 20 tíma eftir kl. 17, 15 tíma á laugardögum og 7 tíma á sunnudögum.

- Notaðu töflureikni og reiknaðu út árslaun Alexöndru ef hún vinnur með þessum hætti 11 mánuði á ári.
- Hve mikið fær hún í orlofslaun árið eftir ef orlofsgreiðslur til hennar eru 10,17% af launum hennar?



1.116 Mannfjöldi á Íslandi náði 300 000 á fyrsta ársfjórðungi 2006. Á fyrsta ársfjórðungi ársins 2016 bjuggu 334 300 manns á Íslandi.

Notaðu töflureikni og prófaðu þig áfram til að finna hve mörg % meðalfólksfjölgun á Íslandi var á þessu tíu ára tímabili.

1.117 Gerið áætlun um að reka matsölu í skólanum. Þið hafið hugsað ykkur að selja rúnstykki, heilkornabraut, hrökkbrauð, epli, banana, salat, ávaxtajógúrt, jógúrt með músli, mjólk, kókómjólk, jarðaberjaskyrdrykk, appelsínusafa og eplasafa.

Finnið innkaupsverð og ákveðið útsöluverð. Setjið fram fjárhagsáætlun sem ber sig og sýnir tekjur (vörusölu) og útgjöld (vörukaup, hugsanleg laun og önnur útgjöld).

1.118 Sjóður nokkur stendur í 1 000 000 kr. og verðgildi hans eykst um 3,3% á ári. Annar sjóður fellur í verði um 4,7% á ári úr 1 600 000 kr.

Hve langur tími líður þar til sjóðirnir verða nokkurn veginn jafnstórir?

1.119 Kristófer er með 9000 kr. kreditkortaskuld. Skuldin er vaxtalaus í einn mánuð og eftir það greiðir hann 1,8% árs vexti á mánuði.

a Hve mikið þarf hann að greiða ef hann bíður með það í fimm mánuði?

b Finndu hverjir ársvextirnir eru.

1.120 Verð á hlutabréfum er nú 3400 kr. Síðustu þrjú ár hafa hlutabréfin hækkað í verði um 1,5% á ári. Áður féllu bréfin í verði um 0,9% í tvö ár.

Hvers virði voru hlutabréfin fyrir fimm árum?

1.121 Lovísa sparar til að geta keypt sér bíl. Hún hefur samið við bankann um sparnaðaráætlun á bankareikningi með 3,2% ársvöxtum. Hún lagði 204 000 kr. inn 1. júlí 2015 og síðan 4000 kr. fyrsta dag hvers mánaðar og gerir þangað til hún verður 18 ára.

Hve háa upphæð á hún á bankareikningnum þegar hún verður 18 ára 1. júlí 2020?

1.122 Porkell átti 490 000 kr. á bankareikningi 1. janúar 2017. Hann þurfti að safna sér 520 000 kr.

Hve langur tími leið þar til upphæðin hafði vaxið upp í 520 000 kr. þegar ársvextirnir voru 3,4%?



1.123 Hinn 25. maí eitt árið lagði Matthías 46 000 kr. inn í banka með 3,2% ársvexti. 13. nóvember sama ár lagði hann inn 108 000 kr. 15. desember tók hann út 20 000 kr. og 28. desember lagði hann inn 54 000 kr.

Hve háa upphæð getur Matthías tekið út af bankareikningnum 15. maí árið eftir?

1.124 Bekkur með 24 nemendum ætlar að hjóla hring, Laugarvatn - Reykholt - Laugarvatn. Þau taka strætó á föstudegi frá Reykjavík að Laugarvatni þar sem þau gista eina nótt. Á laugardagsmorgni hjóla þau í Reykholt og gista þar. Daginn eftir halda þau ferðinni áfram og ljúka hringnum.

Strætóferðin kostar 1760 kr. hvora leið. Hjólaleiga kostar 9600 kr. og gisting kostar 4000 kr. á mann á nóttina. Þau taka með sér mat og reikna með tveimur morgunverðum, tveimur hádegisverðum og tveimur kvöldverðum. Morgunverðir og hádegisverðir kosta um 800 kr. hver, kvöldverður um 2000 kr. hver. Bekkurinn hef unnið fyrir ferðinni með því að taka að sér verkefni. Þau hafa aflað hvert um sig 12 000 kr. með sölu á kökuboxum og 10 000 kr. fyrir aðstoð í hverfisversluninni, samtals 240 000 kr. fyrir að pakka jólagjöfum fyrir fyrirtæki og 2000 kr. á mann á foreldrasýningu.

Settu upp greinagóða fjárhagsáætlun fyrir ferðina, bæði fyrir einstaka nemendur og fyrir bekkinn í heild.



- 1.125** Pétur lagði 400 000 kr. í hlutabréfasjóð. Tvö fyrstu árin óx verðgildi sjóðsins um 3,2% á ári og næstu þrjú ár um 10,5% á ári. Sjötta, sjöunda og áttunda árið óx hann um 6,7% á ári en sjóðurinn tapaði 1,3% á ári síðustu tvö árin.

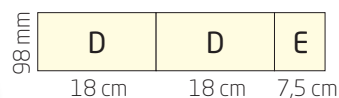
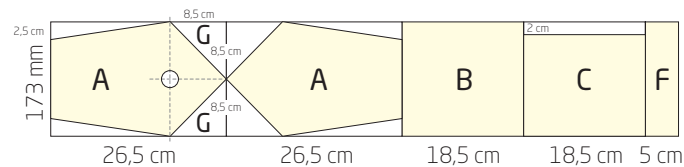
Hve mikils virði voru bréfin í hlutabréfasjóðnum eftir tíu ár?

- 1.126** Nemendafyrirtæki ætlar að framleiða og selja fuglahús. Þau nota planku sem eru 19 mm á þykkt og 175 mm breiðir sem þau kaupa á 400 kr. lengdarmetrann. Að auki þurfa þau verkfæri, nagla og málningu.

Notið upplýsingarnar hér fyrir neðan til að setja upp raunhæfa fjárhagsáætlun sem sýnir að þau geta komið út með hagnaði eftir að hafa selt 15-20 fuglahús. Ákveðið sjálf hve hátt verð ykkur finnst þau geta sett upp fyrir fuglahúsið.

VERÐLISTI

| | |
|------------------------|------------|
| Stingsög | 17 980 kr. |
| Handsög | 1580 kr. |
| Hamar | 2380 kr. |
| Pakki af nöglum (3 kg) | 6380 kr. |
| Olíumálning (3 l) | 5960 kr. |



- A = Framhlið og bakhlið
- B = Pak
- C = Hlið
- D = Hlið
- E = Botn
- F = Kubbur til að hengja á
- G = Afskurður, tveir hlutar, notaðir í pak





1.127 Jónas hefur lagt 300 000 kr. inn í bankann. Peningarnir standa óhreyfðir í 15 ár á óbreyttum vöxtum. Upphæðin hefur vaxið upp í um það bil 495 400 kr. á 15 árum.

Hve mörg % ársvexti fékk Jónas á inneignina sína?

1.128 Knútur frændi lét gera upp baðherbergið sitt fyrir 1 560 000 kr. Þar af voru 840 000 kr. efniskostnaður en afgangurinn laun iðnaðarmannsins.

- a Greiddur er 24% virðisaukaskattur bæði af efni og vinnu. Hve stór hluti af heildarupphæðinni er virðisaukaskattur til ríkisins?
- b Iðnaðarmaðurinn greiðir 36,94% í staðgreiðslu af launum sínum. Hve há upphæð fer inn á launareikning iðnaðarmannsins?



1.129 Gunnar tekur lán með jöfnum afborgunum upp á 10 000 000 kr. Hann getur valið um nokkur mismunandi tilboð frá bönkunum. Einn bankinn býður lán til fimm ára með 6,6% ársvöxtum og mánaðarlegum afborgunum. Annar banki býður lán til þriggja ára með 6,4% vöxtum og árlegum afborgunum.

Notaðu töflureikni og rökstyddu hvort bankalánið Gunnar á að velja ef hann vill:

- a greiða sem lægstan samanlagðan kostnað við lánið.
- b að afborganir hans á ári með vöxtum verði innan við helmingur af brúttó árstekjum hans sem eru 7 000 000 kr. á ári.

1.130 Árstekjur Hildar eitt árið eru 6 300 000 kr. brúttó. Hún greiðir 4% brúttó launa sinna í iðgjald í lífeyrissjóð. Hún greiðir 36,94% af skattstofninum að frádregnum persónuafslætti í staðgreiðslu opinberra gjalda. Að auki hefur hún 800 000 kr. í tekjur af hlutabréfum og 28 500 kr. í vaxtatekjur. Hún greiðir 20% í skatt af hvoru tveggja.

Hildur er einstæð móðir tveggja barna, 9 ára og 5 ára. Hún fær 450 000 kr. greiddar árlega í barnabætur.

Reiknaðu hve mikið fé Hildur hefur handa á milli á mánuði fyrir sig og börn sín þegar hún hefur greitt iðgjald í lífeyrissjóð og opinber gjöld.

1.131 Neytendalán upp á 200 000 kr. ber 1,9% mánaðarlega vexti, 2000 kr. lántökugjald og 400 kr. mánaðarlegan lánskostnað. Lánið ber að greiða niður á einu ári.

Hve mörg prósent af láninu er kostnaður?

2

Rúmfræði og hönnun

Þríhyrningsútreikningar

2.1 Finndu þriðja hornið í þríhyrningunum þegar tvö horn eru gefin. Notaðu gráðuboga og teiknaðu þríhyrninga með þessum gefnu hornum. Veldu hliðarlengdirnar.

a 30° og 75°

c 105° og 25°

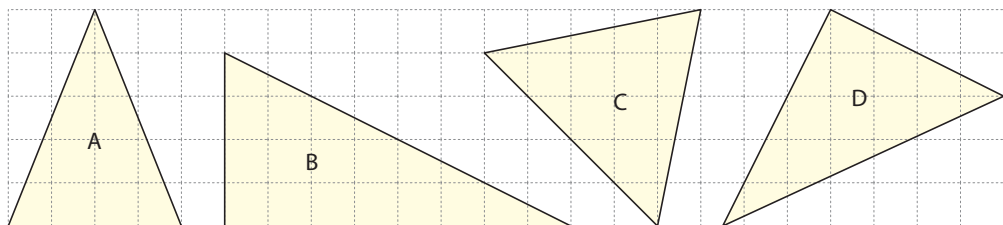
e 43° og 87°

b 65° og 45°

d 50° og 50°

f 112° og 15°

2.2 Hvaða þríhyrningar eru rétthyrndir? Hvers konar þríhyrningar eru hinir þríhyrningarnir?



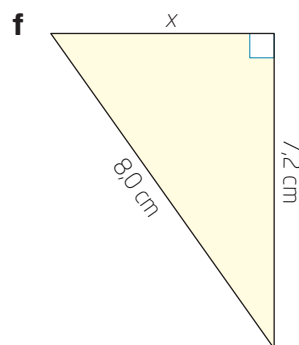
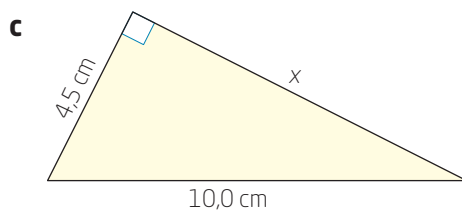
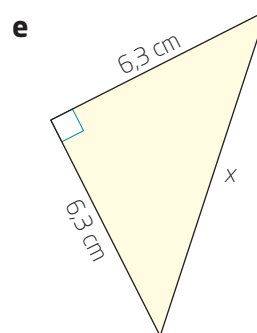
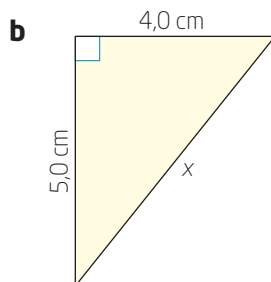
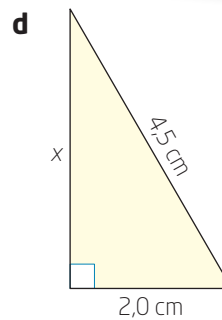
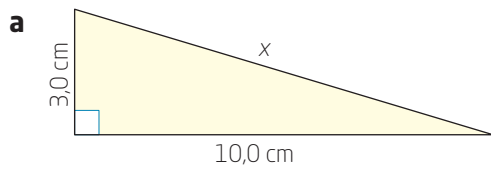


2.3 Ferningslaga sandkassi á barnaleikvelli á að vera 5 m^2 stór. Hvert verður ummál hans?

2.4 Finndu hvort þríhyrningur er rétthyrndur þegar tvö horna hans eru

- a 35° og 55°
- b 47° og 45°
- c 23° og 67°

2.5 Reiknaðu lengdir hliðanna sem merktar eru x .



2.6 Mældu lengd og breidd hurðar. Reiknaðu út lengd hornalínunnar og kannaðu með mælingu hvort niðurstaðan passar.





2.7 Frá steyptum kapalakkerum að turnstöplum eru 37,2 metrar. Turnstöplarnir eru 13,8 metra háir, mældir lóðrétt frá vegi. Hvað eru kaplarnir milli steyptu kapalakkeranna og turntoppsins langir?



Brú yfir Jökulsá á Breiðamerkursandi við Jökulsárlón.

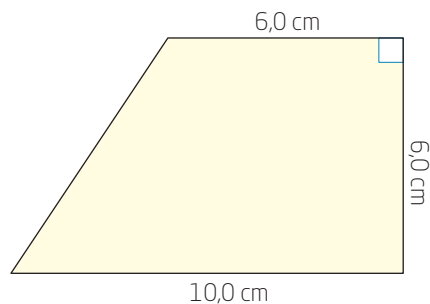
2.8 Teiknaðu hjálparmynd, skráðu á hana málín og reiknaðu lengdir óþekktu hliðanna.

- a** Þríhyrningurinn ABC : $\angle A = 90^\circ$, $AB = 4,0$ cm og $AC = 7,0$ cm
- b** Þríhyrningurinn DEF : $\angle E = 90^\circ$, $DE = 5,0$ cm og $DF = 8,0$ cm
- c** Þríhyrningurinn GHI : $\angle I = 90^\circ$, $GH = 5,0$ cm og $HI = 2,0$ cm

2.9 Nína ætlar að mála vegg. Hún á 15,0 m háan stiga sem hún setur niður 1,6 m frá veggnum við jörðu. Hve langt upp eftir veggnum nær stiginn? Teiknaðu mynd með málum.

2.10 Julla er lítill bátur með þríhyrnt, rétthyrnt segl. Breiddin á seglinu er 1,1 m og hæðin er 2,0 m. Finndu flatarmál og ummál seglsins.

2.11 Finndu ummál trapisunnar.



2.12 Athugaðu hvort þríhyrningarnir séu rétthyrndir þegar hliðarnar eru eftirfarandi:

- a** 12 cm, 16 cm og 20 cm
- b** 5 cm, 12 cm og 13 cm
- c** 7 cm, 10 cm og 15 cm
- d** 20 cm, 21 cm og 29 cm

2.13 Finndu lengdir skammhliðanna í þríhyrningi með hornunum 30° , 60° og 90° þegar langhliðin er

- a** 10,0 cm
- b** 15,0 m
- c** 26,0 cm
- d** 8,0 mm



2.14 Finndu lengdir langhliðarinnar og lengri skammhliðarinnar í þríhyrningi með hornin 30° , 60° og 90° þegar styttri skammhliðin er

- a** 8 m **b** 2,5 cm **c** 25 m

2.15 Jóhann smíðar kanínubúr sem er í laginu eins og liggjandi, réttur þrístrendingur. Endaflötirnir eru jafnhliða þríhyrningar með hliðarlengdina 60 cm.

a Hve hátt er búið?

Hliðarflötir (botninn þar á meðal) og annar endaflöturinn eru klæddir með neti.

b Hve mikið net þarf ef netklæddi hluti búrsins er 1,8 m langur?

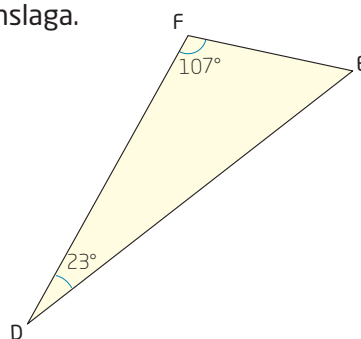
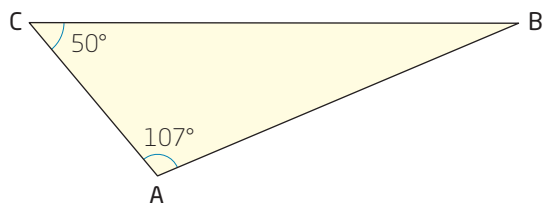


2.16 Teiknaðu rétthyrndan jafnarma þríhyrning.

a Hve löng er langhliðin þegar báðar skammhliðarnar eru 5 cm?

b Hve langar eru skammhliðarnar þegar langhliðin er 8 cm?

2.17 Útskýrðu hvers vegna þríhyrningarnir tveir eru einslaga.



2.18 $\triangle ABC \sim \triangle DBE$, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 13$ cm, $AC = 6$ cm, $DB = 9$ cm.

a Reiknaðu lengd BC .

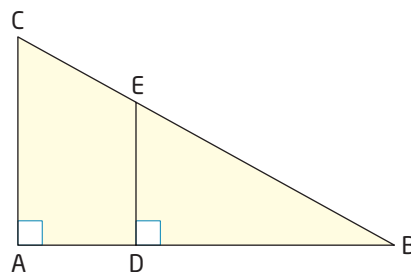
b Reiknaðu lengd AD .

c Reiknaðu lengd DE .

d Reiknaðu flatarmál $\triangle ABC$.

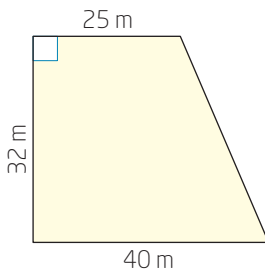
e Reiknaðu flatarmál $\triangle DBE$.

f Hve mörg % af $\triangle ABC$ er þakið af $\triangle DBE$?



- 2.19** Teiknaðu upp töfluna og skráðu inn uppgefnar upplýsingar. Reiknaðu út og fylltu inn í tómu reitina.

| | Skammhlið 1 | Skammhlið 2 | Langhlið | Flatarmál |
|-----------------------|-------------|-------------|----------|----------------------|
| Þríhyrningur A | 12 cm | 18 cm | | |
| Þríhyrningur B | 4 cm | | 14 cm | |
| Þríhyrningur C | | 16 cm | | 72 cm ² |
| Þríhyrningur D | | 12 cm | 13 cm | |
| Þríhyrningur E | 5,2 cm | | | 19,5 cm ² |



- 2.20** Fjölskylda Jóns og Birnu á hornlóð sem er í laginu eins og trapisa.

a Reiknaðu flatarmál lóðarinnar.

Jón og Birna ætla að girða utan um alla lóðina að frátalinni 5 m breiðri innkeyrslu.

b Hve löng verður girðingin?

- 2.21** Friðrik setur upp áhaldaskúr með rétthyrndum grunnfleti. Breiddin er 3,0 m og lengdin er 5,0 m. Friðrik mælir hornalínuna 5,9 m. Er skúrin rétthyrndur?

- 2.22** Í $\triangle ABC$ er $AB = 8$ cm, $\angle A = 90^\circ$ og $BC = 10$ cm.

a Teiknaðu hjálparmynd og dragðu nákvæma mynd af þríhyrningnum.

b Reiknaðu lengd AC .

c Reiknaðu flatarmál $\triangle ABC$.

d Dragðu hæðina frá A á BC með teikniáhöldum og kallaðu fótþpunktinn D .

e Reiknaðu lengd AD .

- 2.23** Finndu lengdir styttri skammhliðarinnar og langhliðarinnar í þríhyrningi með hornin 30° , 60° og 90° þar sem lengri skammhliðin er

a 18 cm

b 14 m

c 6,8 cm

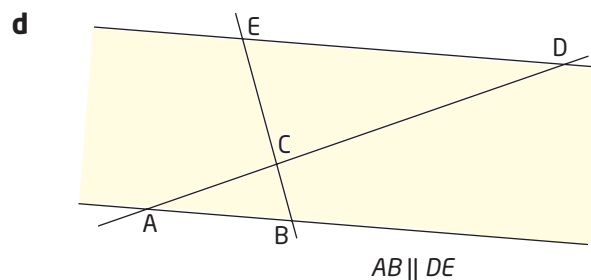
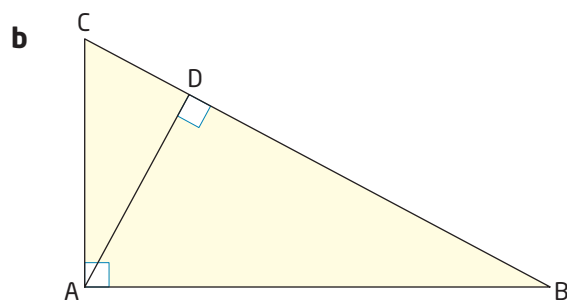
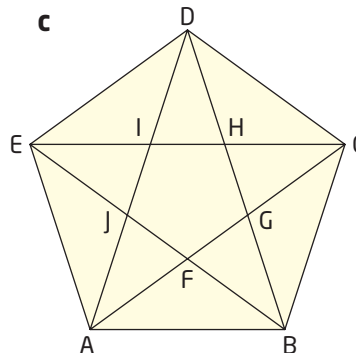
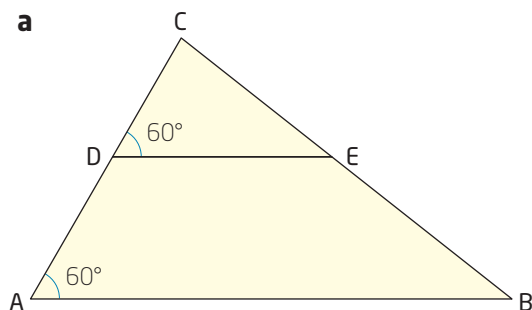
- 2.24** Finndu flatarmál og ummál þríhyrninganna í verkefni 2.23.



2.25 Reiknaðu flatarmál og ummál fernings þegar hornalínan er

- a** 20 cm **b** 14 m **c** 128 cm

2.26 Finndu tvo einslaga þríhyrninga á myndunum og rökstyddu einslögunina.

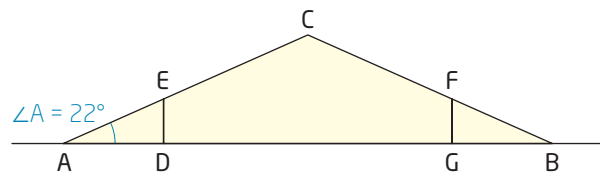


2.27 Notaðu myndina í verkefni 2.26 b hér fyrir ofan.

$AB = 10$ cm og $AD = 4,0$ cm.

- a** Reiknaðu BD , CD og AC .
b Finndu flatarmál allra þriggja þríhyrninganna.

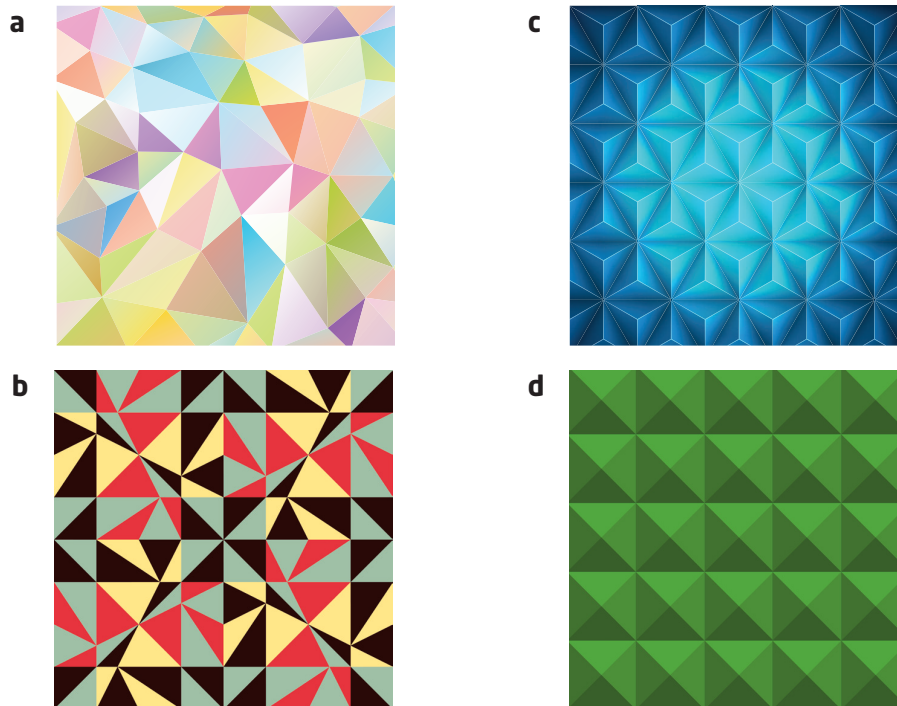
2.28



Myndin sýnir hönnun á þaki. $AB = 9,0$ m og hæðin frá C á AB er 1,82 m.

- a** Hve há er stoðin DE þegar D er staðsett 1,20 m frá A ?
b Hve langt frá A þarf stoðin DE að vera þegar hún á að vera 75 cm há?

2.29 Skoðaðu þessi ólíku þríhyrningamynstur. Hvaða mismunandi gerðir þríhyrninga finnur þú í hverju mynstri?



2.30 Réttthyrnt garðborð er 80 cm breitt og 192 cm langt.

- Hve löng er hornalínan?
- Hve margir gestir komast fyrir í kringum borðið ef enginn á að hafa minna en 60 cm borðpláss?

Tinna saumar dúk á borðið. Dúkurinn á að ná 20 cm niður fyrir borðbrúnina á alla vegu og hann á að brydda með borða.

- Hve langan borða verður Tinna að kaupa? Námuntaðu lengdina upp að næsta hálfu metra.

2.31 Í ferhyrningnum $ABCD$ er $\angle CAB = 90^\circ$, $AB = 12$ cm og $\angle B = 30^\circ$. D er jafn langt frá A og C og $\angle D = 90^\circ$.

- Teiknaðu hjálparmynd og dragðu upp mynd af ferhyrningnum með hringfara og reglustiku.
- Skrifaðu teiknilýsingu.
- Reiknaðu flatarmál og ummál ferhyrningsins.



2.32 Reiknaðu flatarmál og ummál þríhyrnings með hornin 30° , 60° og 90° þar sem lengri skammhliðin mælist

a 20 cm

b 8 m

c 1 km

2.33 Útskýrðu að lengd hornalínu í ferningi með flatarmálið 6 m^2 er $2\sqrt{3}$ m.

2.34 Í rétthyrningi er lengdin fimmföld breiddin.

Hvert er flatarmál rétthyrningsins ef hornalínan er 10 m?

2.35 Teiknaðu rétthyrndan þríhyrning ABC þannig að $\angle B = 90^\circ$.

Teiknaðu þverilinn frá B á AC og kallaðu fótþunktinn E .

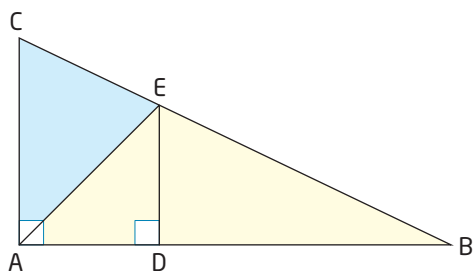
Sýndu að $\triangle ABC \sim \triangle AEB \sim \triangle BEC$.

2.36 Teiknaðu hnitakerfi og kallaðu þpunktinn $(0, 0)$ O . Teiknaðu beina línu í gegnum þunktana $A = (4, 0)$ og $B = (0, 5)$ þannig að ásarnir tveir og beina línan afmarki $\triangle OAB$. Önnur bein lína gengur í gegnum þunktinn $C = (6, 0)$ og þpunkt D á y -ásnum þannig að $\triangle OCD \sim \triangle OAB$.

Hver eru hnit þpunktsins D ?

2.37 $\triangle ABC \sim \triangle DBE$, $\angle CAB = 90^\circ$, $AB = 13$ cm, $AC = 6$ cm, $DB = 9$ cm.

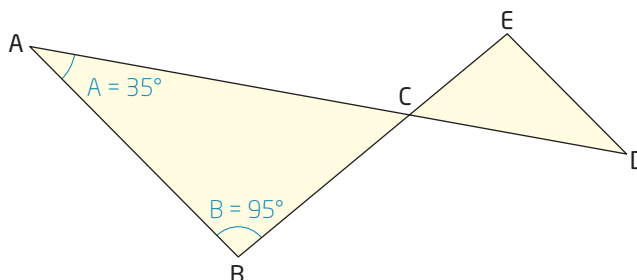
Reiknaðu nauðsynlegar stærðir til að finna flatarmál og ummál $\triangle AEC$.



2.38 $AB \parallel DE$, $AB = 8$ m, $BE = 10$ m, $DE = 5\frac{1}{3}$ m.

a Hve stórt er $\angle DCE$?

b Finndu lengd BC .



Kort og mælikvarði

- 2.39** Hæð skrautmyndar í raunveruleikanum er tvöföld hæð myndar af henni í auglýsingu. Hver er mælikvarðinn á auglýsingamyndinni?
- 2.40** Lengd maurs á mynd í fjölfræðibók er fjórföld lengd hans í raunveruleikanum. Hvaða mælikvarði er á myndinni?
- 2.41** Steypireyður getur orðið allt að 35 m löng. Mynd af steypireyði verður að fá pláss í bók um náttúrufræði. Hvern þessara mælikvarða væri hentugt að nota? Rökstyddu svarið.
- a** 1 : 100 **b** 1 : 250 **c** 1 : 1000
- 2.42** Jens á mynd af 45 m hárrí byggingu. Á myndinni er byggingin 9 cm há. Hver er mælikvarðinn?
- 2.43** Í myndabók fyrir börn er mynd af bananaflugum, sólblómafræi, sólblómi og furutré. Hvaða mælikvarði hentar fyrir hvaða mynd?
- A** 1 : 25 **B** 20 : 1 **C** 4 : 1 **D** 1 : 80
- 2.44** Fjarlægðin milli Lundúna og Moskvu er 2 800 km. Hve langt er þetta á korti í mælikvarðanum
- a** 1 : 500 000? **b** 1 : 10 000 000? **c** 1 : 75 000 000?





2.45 Ferðakort er í mælikvarðanum 1 : 50 000. Fjölskylda Helgu og Hilmars fór í sunnudagsgönguferð sem mælist 19 cm á kortinu. Fjölskylda Katrínar og Karls fór í hjólaferð og mælist vegalengdin sem þau hjóluðu 57 cm á kortinu.

Hve langar voru ferðirnar?

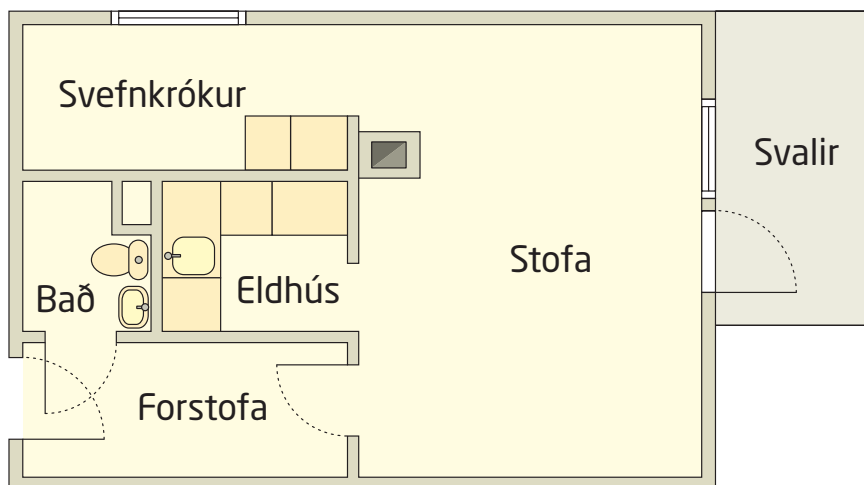
2.46 Kort yfir víðavangshlaup er í mælikvarðanum 1 : 7500. Fjarlægðin milli tveggja pósta er 6,2 cm á kortinu.

Hver er fjarlægðin í raunveruleikanum?

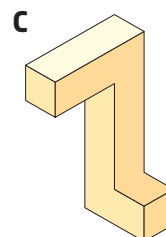
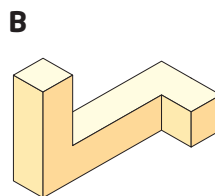
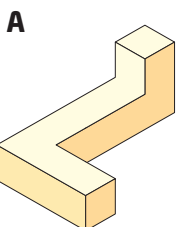
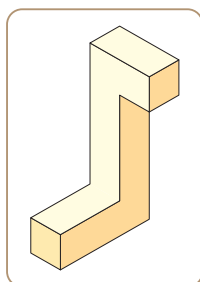
2.47 Vinnuteikning er í mælikvarðanum 5 : 1. Skrúfa á teikningunni er 15 mm í þvermál og lengdin er 45 mm.

Hver eru raunveruleg þvermál og lengd skrúfunnar?

2.48 Teikningin sýnir einstaklingsíbúð í mælikvarðanum 1 : 80. Takið nauðsynleg mál og finnið lengd og breidd herbergjanna í íbúðinni. Takið innanmál.



2.49 Hvaða gripur hér fyrir neðan er sami og gripurinn í afmarkaða reitnum?



2.50 Sívalur geymir er 16 m hár. Á mynd er sami turn 8 cm hár.

Hvaða mælikvarði er á myndinni?

2.51 Á mynd í mælikvarðanum 1 : 500 er Hallgrímskirkja í Reykjavík 14,9 cm há.

Hve há er Hallgrímskirkja í raunveruleikanum?

2.52 Axlarhæð fíls er 11,8 cm í myndabók. Við hlið fílsins er mynd af manni sem mælist 6,2 cm. Í raunveruleikanum er maðurinn 1,75 m á hæð.

Hver er raunveruleg axlarhæð fílsins?

2.53 Hús Maríu er 8 m á hæð. Hún ætlar að gera piparkökuhús með húsið sitt sem fyrirmynd. Piparkökuhúsið á að verða 20 cm hátt.

a Hver er mælikvarðinn?

b Hve hátt verður piparkökuhúsið ef María velur mælikvarðann 1 : 50 í staðinn?

2.54 Smásjármynd af hári er í mælikvarðanum 500 : 1. Á myndinni er þvermál hársins 3,7 cm.

Hvert er þvermál hársins í raunveruleikanum? Skilaðu svarinu í millimetrum.

2.55 Notaðu mælistikuna á kortinu til þess að leysa verkefnin.

a Um það bil hve langt er frá Stykkishólmi til Grundarfjarðar í loftlínu?

b Finndu akstursvegalegdina

1 frá Ólafsvík til Grundarfjarðar

2 frá Grundarfirði til Stykkishólms

c Jónas ætlar frá Hellisandi til Hellna. Hvort er styttra fyrir hann að aka út fyrir nesið eða um Fróðárheiði?

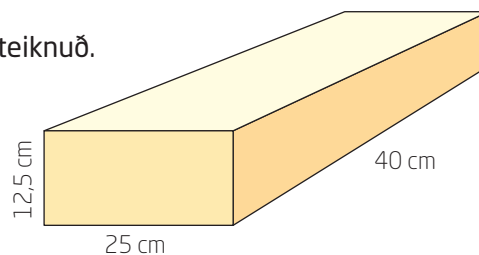




- 2.56** Á vegakorti er fjarlægðin milli tveggja bæja 23 cm. Í raunveruleikanum er fjarlægðin 57,5 km. Hver er mælikvarðinn?
- 2.57** Fjarlægðin milli bæjanna A og B er 33 cm á korti í mælikvarðanum 1 : 500 000. Hver er fjarlægðin milli bæjanna á korti í mælikvarðanum 1 : 1 200 000?

2.58 Teikningin sýnir lokaða öskju með sex hliðarflötum.

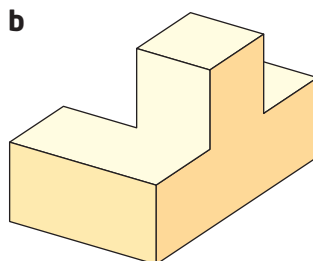
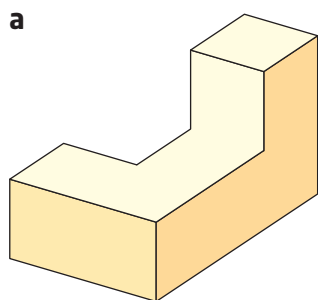
- a** Mældu öskjuna og finndu í hvaða mælikvarða hún er teiknuð.
- b** Teiknaðu vinnuteikningu af öskjunni útbreiddri í mælikvarðanum 1 : 5.
- c** Hve stórt er yfirborð öskjunnar?
- d** Hve stórt er rúmmál öskjunnar, mælt í lítrum (l)?



- 2.59** Stærð ljósmyndar er 10 cm · 15 cm. Ljósmyndin er stækkuð upp í veggspjald, 85 cm breitt.
- a** Hver er lengd veggspjaldsins?
- b** Hvaða mælikvarði er á veggspjaldinu miðað við upprunalegu ljósmyndina?
- c** Önnur ljósmynd í sömu stærð er stækkuð upp í veggspjald í mælikvarðanum 20 : 1. Finndu flatarmál veggspjaldsins.

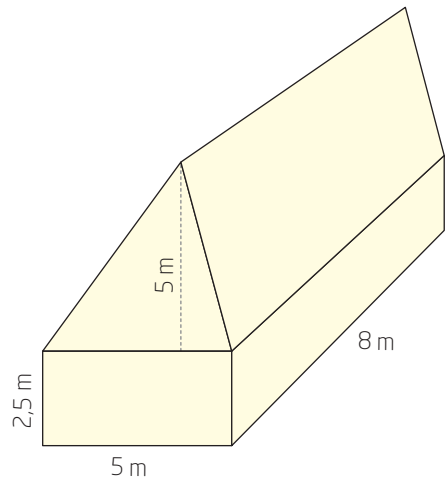
- 2.60** Vinnuteikning er í mælikvarðanum 8 : 1. Á teikningunni er ró með þvermálið 24 mm.
- a** Hvaða þvermál hefur róin í raunveruleikanum?
- b** Snúra er 12 mm í raunveruleikanum. Hve löng er snúran á teikningunni?

2.61 Notaðu þrívíddarpunktablað eða teikniforrit með þrívíddarrúðuneti. Teiknaðu hvora myndina um sig séða frá þremur ólíkum sjónarhornum.



2.62 Hér er teikning af húsi:

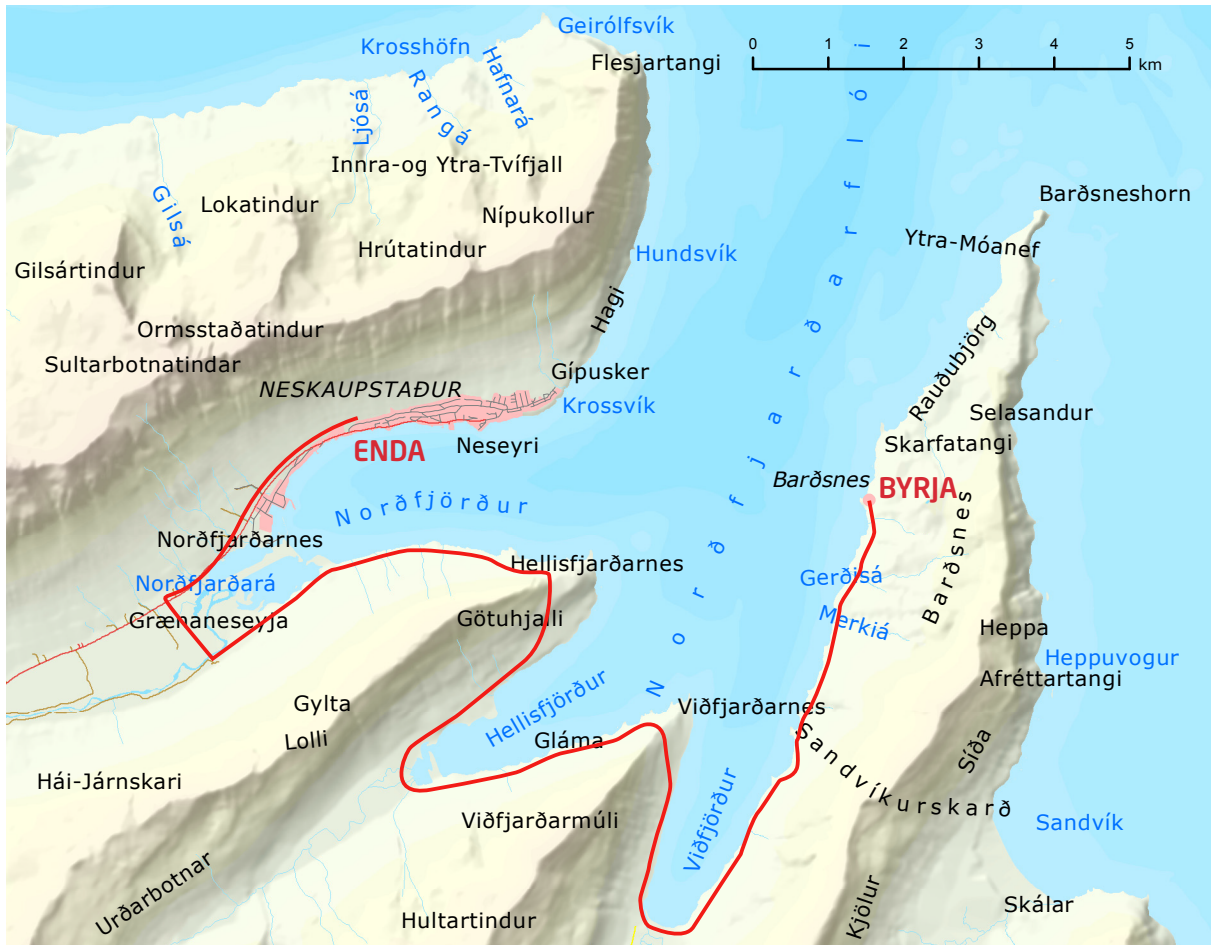
- a** Notaðu gaflinn á húsinu til að finna mælikvarðann.
- b** Líkan af húsinu var byggt í þessum mælikvarða. Hvert er rúmmál þessa húslíkans?
- c** Finndu rúmmál raunverulega hússins.
- d** Finndu hlutfallið milli rúmmáls raunverulega hússins og rúmmáls húslíkansins. Hver er mælikvarðinn á húslíkaninu?
- e** Berðu saman mælikvarðann á lengdum í a-lið við mælikvarða rúmmála í d-lið.



2.63 Stækkuð mynd af frímerki.

- a** Upprunalega stærð frímerkisins er $5\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}$. Mældu og finndu mælikvarða stækkunarinnar.
- b** Frímerkið í eðlilegri stærð hefur flatarmálið 15 cm^2 . Finndu flatarmál stækkuðu myndarinnar.
- c** Skoðaðu mælikvarðann í a-lið og útskýrðu hvernig hann tengist flatarmálinu í b-lið.

- 2.64** Barðsneshlaup er víðavangshlaup um firðina inn úr Norðfjarðarflóa. Hlaupið er um mjög fjölbreytt landslag. Fyrstu kílómetrarnir eru gamall traktorsruðningur, þá kinda- og hestagötur en síðast þjóðvegur. Notaðu mæliskvarðann á kortinu til að leysa verkefni.



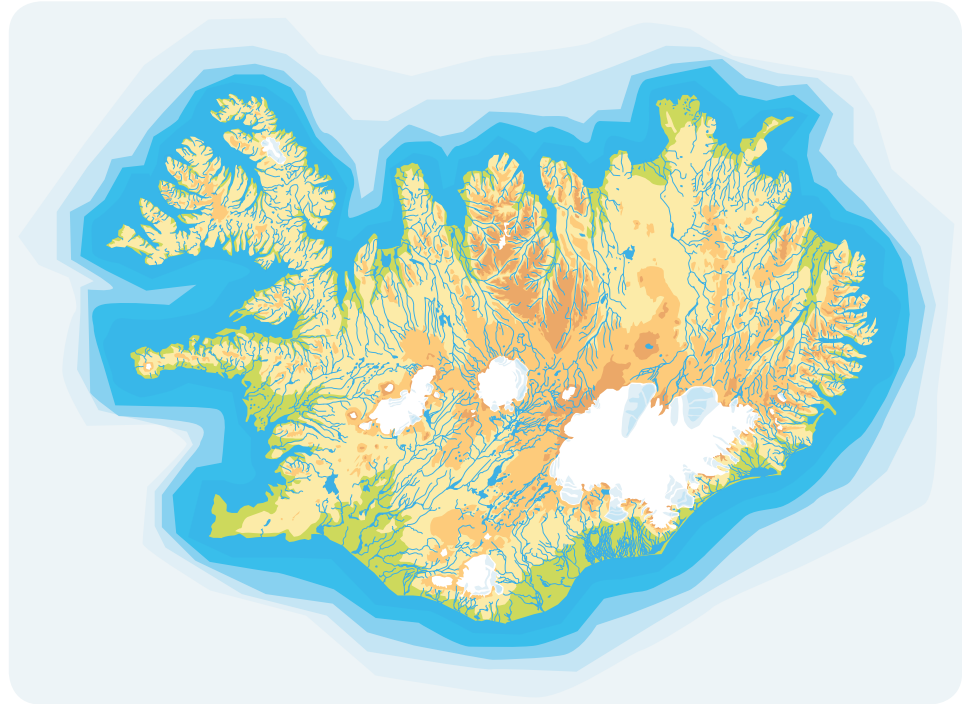
- Mældu lengd hlaupsins eins nákvæmlega og þú getur á kortinu og gefðu svarið í km.
- Settar eru upp drykkjarstöðvar í botni Viðfjarðar og Hellisfjarðar. Hvar myndist þér rétt að setja upp næstu drykkjarstöð svo að um það bil jafn langt væri að henni frá Hellisfirði eins og frá Viðfirði að Hellisfirði?
- Við stækkum kortið svo að betra verði að átta sig á því. Þá verða um það bil 14 cm á kortinu frá Barðsneshorn að botni Viðfjarðar. Hve löng vegalengd á landi verður þá 1 cm á kortinu?

- 2.65** Mæliskvarðinn á korti sýnir að 1 cm á kortinu samsvarar 4 km í raunveruleikanum.

- Finndu mæliskvarðann.
- Hve margir ferkílómetrar eru það í raunveruleikanum þegar við afmörkum 200 cm² á kortinu?

2.66 Skoðaðu kort af skólasvæðinu þínu sem þú getur sótt á kortavef.

- Finndu mælikvarða kortsins.
- Reiknaðu nálgunargildi flatarmáls allra bygginga sem tengjast skólanum þínum.



2.67 Þegar smíða á fuglahús þarf að taka tillit til fyrir hvaða fugl húsið er ætlað. Taflan sýnir samhengið. Miðju gatsins ætti að staðsetja við um það bil $\frac{3}{4}$ af hæðinni, mælt neðan frá.

Notaðu upplýsingarnar hér fyrir neðan til að útbúa vinnuteikningu af fuglahúsi í mælikvarðanum 1 : 3.

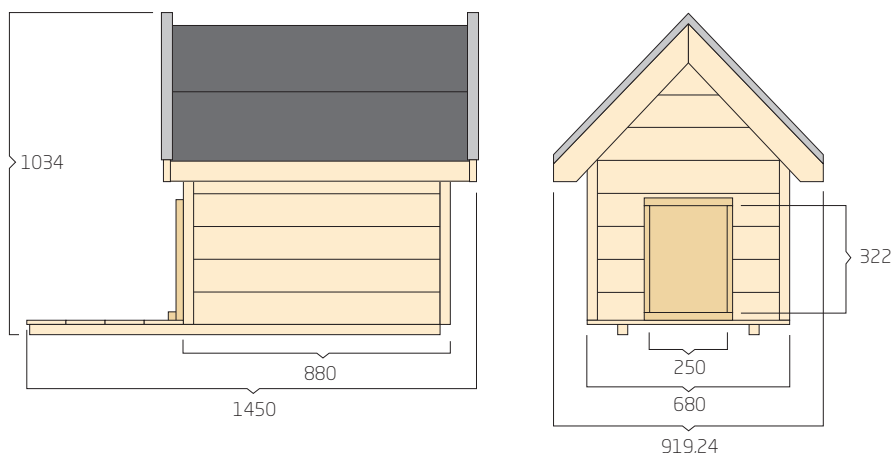
| Gerð fuglahúss | Hentar líka fyrir | Hæð (cm) | Breidd (cm) | Breidd gats (cm) | Sett upp í metrum yfir vellinum |
|--------------------------------|--|----------|-------------|------------------|---------------------------------|
| Músarrindill (10 cm) | Glókoll (9 cm) | 22 | 12 | 2,8 | 1,5–2 |
| Auðnutittlingur (13 cm) | Hettusöngvara (14 cm) | 28 | 14 | 3,2 | 1,5–2 |
| Snjótittlingur (16 cm) | Púfutittling (15 cm) | 37 | 15 | 5 | 2–5 |
| Skógarpröstur (21 cm) | Svartpröst (25 cm) Grápröst (26 cm) | 50 | 22 | 6 | 3–5 |





- 2.68** Á korti í mælikvarða 1 : 400 000 000 er fjarlægðin milli tveggja bæja 5,2 cm. Hve mikil yrði sama fjarlægð á korti í mælikvarðanum 1 : 50 000 000?

2.69

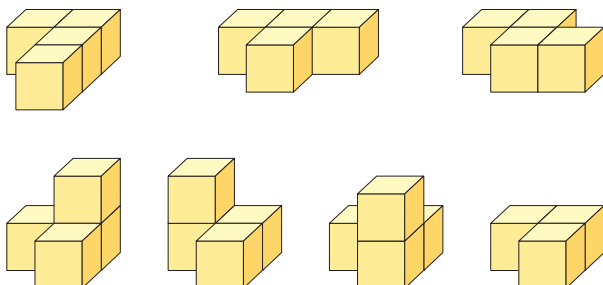
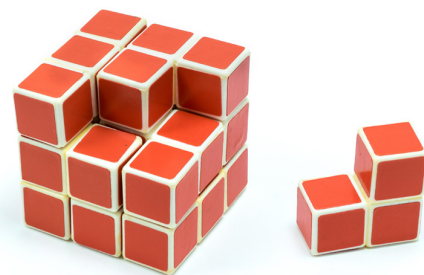


Teikningin sýnir hundakofa séðan frá hlið og að framan.

- Í hvaða mælieiningum eru málin gefin upp?
- Taktu nauðsynleg mál og finndu mælikvarðann á teikningunni.
- Klæða á þakið með þakpappa. Um það bil hve stórt er flatarmál þaksins?

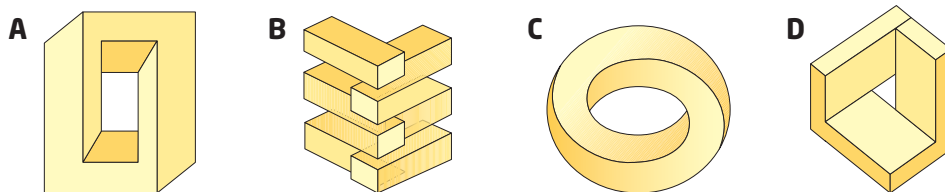
- 2.70** Soma-teningur er þrívítt púsluspil þar sem sjö mismunandi bútum er raðað saman í tening (eða aðra mynd). Hver bútur er samsettur úr þremur eða fjórum minni teningum.

Notaðu þrívíddarpunktanet og teiknaðu hvern og einn somateningsbútt frá minnst tveimur ólíkum sjónarhornum.



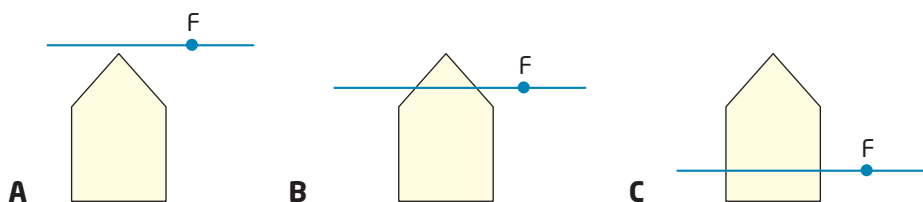
Fjarvídarteikning

2.71 Notaðu myndirnar A–D.



- Útskýrðu með eigin orðum hvort myndirnar séu ólíkinda myndir og ef svo er, hvað það er sem gerir þær að ólíkinda myndum.
- Gerðu teikningu sem líkist þeim myndum sem eru ólíkinda myndir en er hægt að laga.

2.72 Myndin sýnir þrjár mismunandi stöður á sjónhæðarlínu og hvarfpunkti (F) þegar teikna á hús með eins punkts fjarvíd.



- Teiknaðu upp og ljúktu við teikningarnar þrjár.
- Hvaða teikning er raunhæfust þegar teiknarinn stendur á götunni?

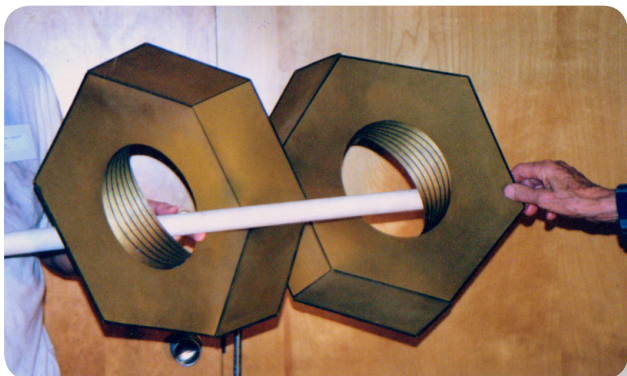
2.73 Líttu á sýniteikninguna. Gerðu svipaða teikningu með nafninu þínu í eins punkts fjarvíd. Veldu hvort þú vilt horfa undir eða yfir nafnið.



2.74 Notaðu tveggja punkta fjarvíd til að teikna

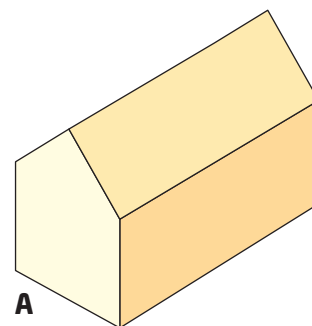
- öskju sem stendur á borði þannig að þú sérð hana ofan frá
- öskju sem er staðsett á hillu í augnhæð
- öskju sem hangir í snúru þannig að þú sérð hana á ská neðan frá

2.75 Útskýrðu með eigin orðum hvað það er sem gerir myndina að ólíkinda mynd.

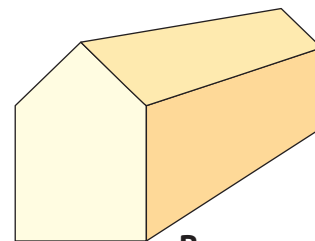


2.76 Skoðu teikningarnar tvær.

- a** Segðu til um hvor teikningin er gerð sem fjarvídarteikningu og hvor er gerð á þrívíddarpunktablaði.
- b** Notaðu rúmfræðiforrit og teiknaðu samsvarandi fjarvídarteikningu af einu húsi.
- c** Notaðu rúmfræðiforrit með þrívíddarpunktaneti eða gerðu teikningu af húsi á þess konar blað.

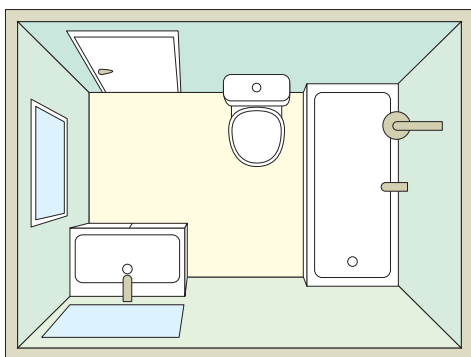


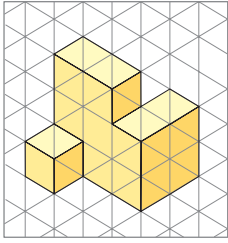
A



B

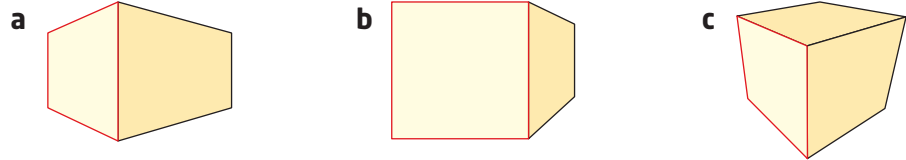
2.77 Myndin sýnir baðherbergi séð ofan frá í eins punkts fjarvíd. Notaðu sams konar tækni til að teikna herbergi heima hjá þér.





- 2.78** a Útskýrðu með eigin orðum megin mismuninn á teikningu í þrívíddarpunktaneti og teikningu í tveggja punkta fjarvídd.
 b Gerðu líkan af myndinni á spássíunni og teiknaðu samsvarandi mynd í tveggja punkta fjarvídd.

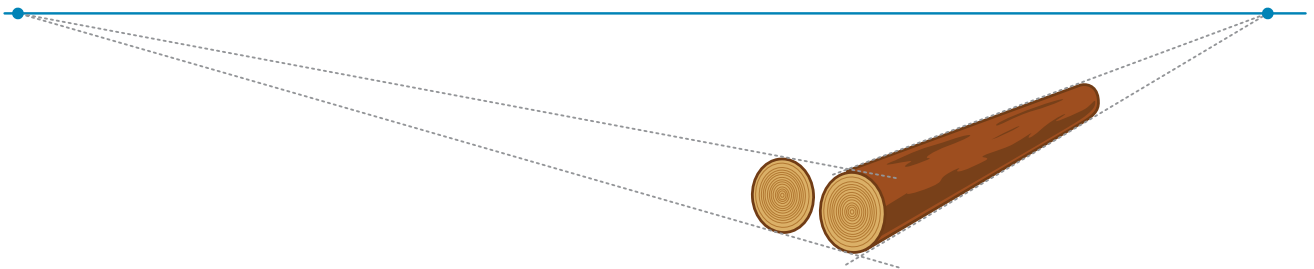
2.79 Hve margir hvarfpunktar eru á myndunum?



2.80 Hugsaðu þér að þú ætlir að taka ljósmyndir. Hvers konar fjarvídd verður líklegast í myndinni ef

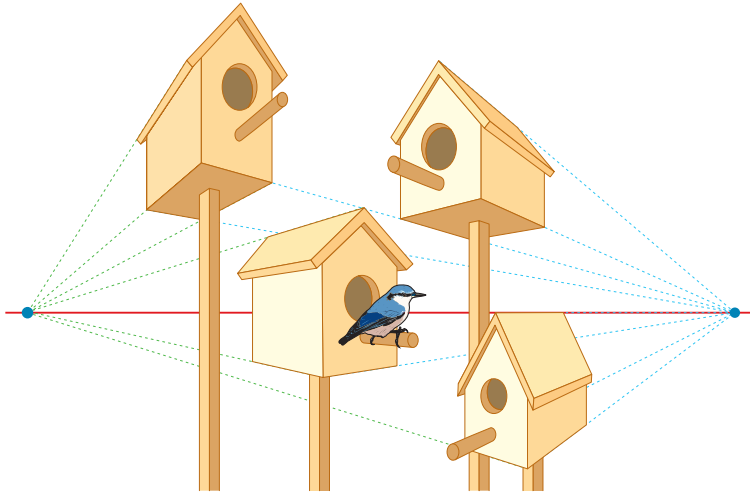
- a þú stendur í enda gangs og tekur mynd af því sem þú sérð beint fyrir framan þig?
 b þú horfir á móti horninu á hefðbundinni íslenskri sveitakirkju, sest á hækjur þér og tekur mynd af allri kirkjunni þannig að þú fái kirkjuturninn með?
 c þú stendur í garði og horfir á hornið á stórbyggingu? Þú tekur mynd úr um það bil 50 m fjarlægð af horni byggingarinnar sem þú sérð beint fyrir framan þig.
 d þú ert í þyrlu, horfir niður á skýjaklúfa frá sjónarhorni þannig að þú getur bæði séð þakið og tvo hliðarveggi byggingarinnar?
 e þú stendur beint fyrir framan hundakofa og tekur mynd þannig að þú sérð framan á húsið og svolítið af þakinu?

2.81 Teikningin sýnir byrjun á teikningu af tveimur trjábólum í tveggja punkta fjarvídd. Gerðu sams konar teikningu af að minnsta kosti þremur trjábólum sem liggja hlið við hlið. Ljúktu við alla trjábólina.

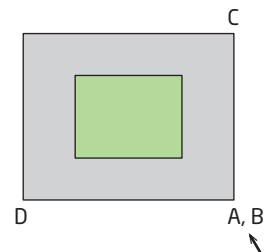




2.82 Fáðu hugmyndir af teikningunni hér fyrir neðan og gerðu þína teikningu af fuglahúsaborpi. Gættu þess að sýna fuglahúsin frá mismunandi hornum og í mismunandi hæð.

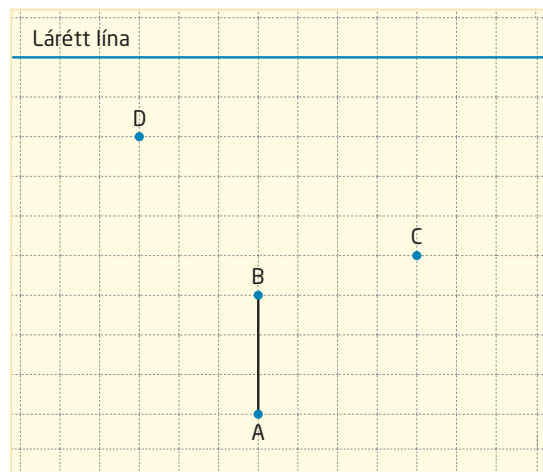


2.83 Teikningin til hægri sýnir húsagarð innan við byggingu með flötu þaki, séð ofan frá. Byggingin er grá á myndinni. Græna svæðið í miðjunni er húsagarðurinn. Lengd hans og breidd er helmingur af lengd og breidd byggingarinnar og liggur í miðju hennar.

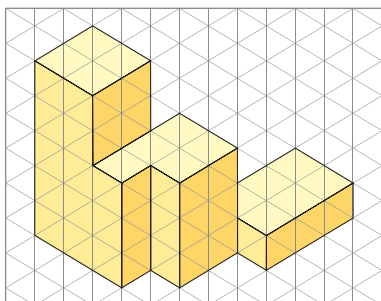


Hér sérðu byrjunina á fjarviddarteikningu af byggingunni með tvo hvarfpunkta. Hugsaðu þér að þú sjáir bygginguna frá áttinni sem örin sýnir. Strikið AB er þá hornið sem snýr á móti þér. C og D eru efri endapunktur hvors sýnilega veggjarins.

Notaðu rúmfræðiforrit. Byrjaðu eins og hér er sýnt og ljúktu við fjarviddarteikninguna.



2.84 Myndin sýnir megindrætti nýrrar sjúkrahúsbyggingar, teiknaða á þríhyrningapunktablað. Gerðu samsvarandi teikningu í þriggja punkta fjarvidd, séð ofan frá.



Tækni, list og arkitektúr

2.85 Notaðu stigaformúluna $f + 2u = (620 \pm 20)$ mm. Athugaðu hvort stigar með þessum málum rúmast innan stigaformúllunnar:

a framstig: 280 mm, uppstig: 165 mm

b framstig: 305 mm, uppstig: 175 mm

c framstig: 265 mm, uppstig: 170 mm

2.86 Notaðu hringfara og reglustiku til að teikna þríhyrningana. Segðu til um hvort þríhyrningarnir eru rétthyrndir, hvasshyrndir eða gleiðhyrndir.

a $\triangle ABC$: $AB = 12$ cm, $AC = 7$ cm, $BC = 8$ cm

b $\triangle DEF$: $DE = 8$ cm, $EF = 10$ cm, $DF = 6$ cm

c $\triangle GHI$: $GI = 7$ cm, $GH = 8$ cm, $HI = 9$ cm

2.87 Finndu þriðja hornið í þríhyrningi þar sem tvö hornin eru

a 65° og 80° **c** 70° og 40° **e** 75° og 15°

b 30° og 105° **d** 55° og 110° **f** 25° og 10°

2.88 Notaðu hornamálin úr verkefni 2.87. Segðu til um hvort þríhyrningarnir eru rétthyrndir, hvasshyrndir eða gleiðhyrndir.

2.89 Lestu setningarnar og botnaðu þær, með því að nota orð úr rammanum, þannig að þær verði sannar.

a Þegar allar þrjár hliðarnar í þríhyrningi eru þekktar, eru ... líka þekkt.

b Í ... þríhyrningi getur ekkert horn verið ... en 90° .

c Ferhyrningi er hægt að skipta í tvo þríhyrninga með

d Þríhyrningur er þekktur ef við þekkjum tvær/tvö ... og eina/eitt

e Í ... þríhyrningi er bara eitt horn ... en 90° .

f Summa ... í ferhyrningi er 360° .

hornalínu
hornin
hlið
stærra
rétthyrndum
gleiðhyrndum
stærra
horn
hornanna



2.90 Mældu nauðsynlegar stærðir og finndu hver frímerkjanna eru næst A-sniði.



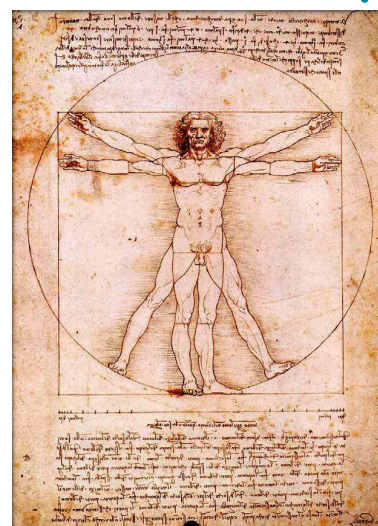
2.91 Notaðu rúmfræðiforrit. Byrjaðu með reglulegan ferhyrning (ferning). Notaðu hann sem byrjun á að teikna rétthyrning í A-sniði.

2.92 Notaðu reglustiku, mældu nauðsynlegar stærðir og reiknaðu það sem þarf. Hverju(m) línustrikanna er skipt í gullinsniði?



2.93 Leonardo da Vinci skipti efri og neðri hluta líkamans með láréttri línu gegnum nafnann. Hann taldi að naflinn skipti lengd líkamans í gullinsnið.

Kannaðu staðhæfingu Leonardos da Vinci á þér. Mældu hæð þína og lengd frá nafla að gólfi. Reiknaðu hlutfallið milli heildarhæðar og lengdar neðri hluta líkama þíns. Ert þú „gullin(n)“?

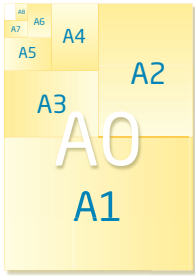


2.94 Líttu á myndina af furukönglinum.

Teldu fjölda vinstri snúinna og fjölda hægru snúinna vefja. Finndu aðra köngla. Notaðu stóra og litla greni- og furuköngla og teldu vefjur á sama hátt.

Hvað getur þú sagt um fjölda vefja í könglunum?





2.95 A0-blað er tvöfalt A1-blað að stærð, A1-blað er tvöfalt A2-blað að stærð, A2-blað er tvöfalt A3-blað að stærð og A3-blað er tvöfalt A4-blað að stærð. Byrjaðu á A4-blaði. Mældu það og finndu flatarmál A0-blaðs.

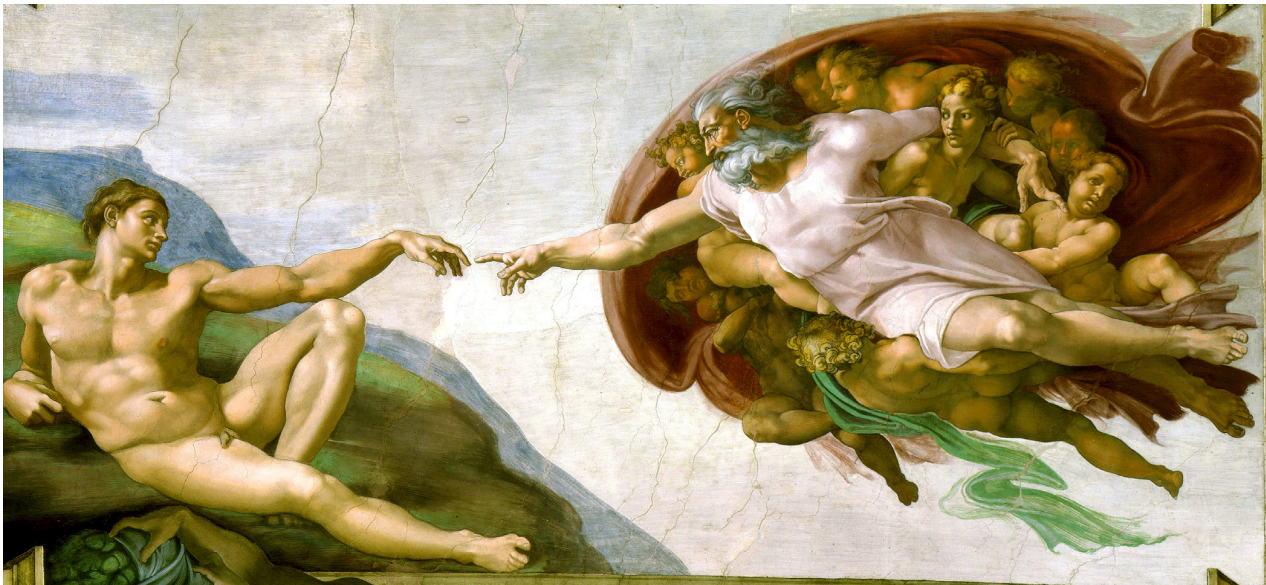
2.96 Skoðaðu mismunandi hlutföll í arkitektúr Dendera Hathor-hofsins.



2.97 Gullinn þríhyrningur er jafnarma þríhyrningur þar sem hornin milli arms og grunnlínu eru 72° og topphornið er 36° .

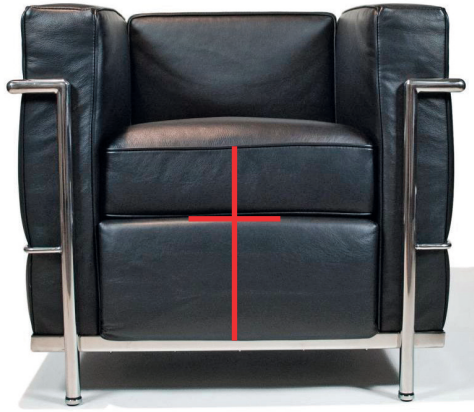
- Notaðu rúmfræðiforrit og teiknaðu gullinn þríhyrning.
- Finndu hlutfallið milli lengda armanna og stuttu hliðarinnar.

2.98 Mældu myndina af málverkinu „Sköpun Adams“ eftir Michelangelo. Finndu gullinsniðið.





- 2.99** Skoðu stólinn eftir hinn þekhta hönnuð Le Corbusier. Mældu hæð rammans og hæð sessunnar. Finndu hlutfallið milli þessara tveggja stærða.



- 2.100** Skoðu framhlið Safnahússins við Hverfisgötu í Reykjavík.



Athugaðu hvort þú finnur einhver eða öll eftirfarandi form á myndinni: Ferningur, gullinn rétthyrningur, jafnhliða þríhyrningur, jafnarma þríhyrningur, rétthyrndur þríhyrningur, hringur, hálfhringur.

- 2.101 a** Mældu fjarlægðina milli allra liðanna á einum fingri. Finndu hlutfallið milli lengda fremsta hluta fingursins og mið hluta hans. Finndu einnig hlutfallið milli mið hluta og innsta hluta fingursins. Mældu gjarnan á fleiri fingrum og fleira fólki.

- b** Hvaða hlutfallstölu nálgast þú?



2.102 Til eru staðlaðar stærðir á umslögum utan um A-stærðir, sem kallaðar eru B- og C-stærðir. C-stærðirnar eru algengastar. A4-blað passar óbrotið í C4-umslag, brotið einu sinni í C5-umslag og tvíbrotið í C6-umslag.

A0-blað er $841 \text{ mm} \times 1189 \text{ mm}$ og öll A-snið í röðinni koma fram við að helminga það sem á undan er. A1 mælist þess vegna $594 \text{ mm} \times 841 \text{ mm}$. C3-umslag mælist $324 \text{ mm} \times 458 \text{ mm}$ og öll C-snið í röðinni verða til við að helminga það sem á undan er.

- Notaðu þessar upplýsingar til að finna málin á C4-, C5- og C6-umslagi.
- Skoðaðu hlutfallið milli lengdar og breiddar á C-sniðunum. Hvað einkennir hlutfallið?
- Finndu upphafsstærðina (C0-sniðið).
- Hve mörgum % stærra er umslagið í C-sniði en blaðið í A-sniði sem passar inn í það?

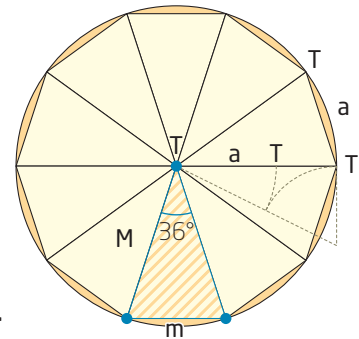


2.103 Mældu eldspýtustokk.

- Finndu hlutfallið milli lengdar og breiddar.
- Settu breiddina jafna 1. Hver verður lengdin þá?

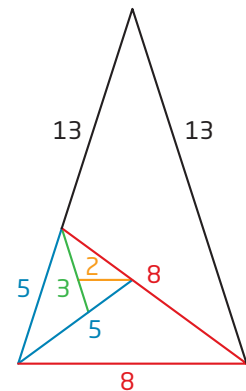
2.104 Notaðu rúmfræðiforrit.

- Teiknaðu reglulegan tíhyrning. Skiptu tíhyrningnum í tíu jafnstóra þríhyrninga.
- Finndu hlutfallið milli hliðanna í einum þríhyrningnum. Lýstu því sem þú finnur.



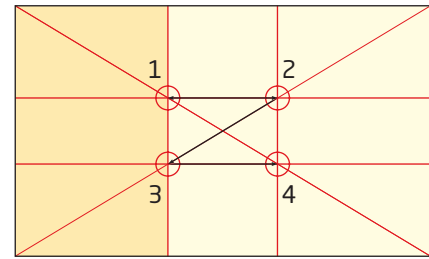
2.105 Skoðaðu þríhyrningana. Gullinn þríhyrningur er jafnarma þríhyrningur þar sem horn armanna við grunnlínuna er 72° og topphornið er 36° .

- Finndu hlutfallið milli lengstu og stystu hliðarinnar í öllum þríhyrningunum. Hvaða tölu nálgast hlutfallið þegar þríhyrningarnir verða stærri?
- Skoðaðu tölurnar. Getur þú hugsað þér hvað hliðarnar í næsta þríhyrningi utan við ysta þríhyrninginn eru langar?





2.106 Gullinsnið snýst um hvernig fólk meðtekur sjónræn skilaboð. Augað hefur nefnilega hæfileika til að leita fyrst uppí gefna punkta í myndfletinum. Það er sérstaklega mikilvægt þegar við viljum miðla sjónrænum skilaboðum og höfum mjög stuttan tíma til að fanga athygli áhorfandans. Það eru fjórir meginpunktar í gullinsniðinu eins og myndin sýnir.



- a** Skoðaðu myndirnar hér fyrir neðan og athugaðu hvort gullinsnið er notað.



- b** Skoðaðu vörumerki í umhverfinu og athugaðu hvort gullinsnið hafi verið notað við gerð þeirra.

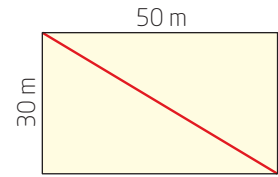
2.107 Ungverska tónskáldið Bela Bartók samdi tónverkið „Tónlist fyrir strok-hljóðfæri, slagverk og selestu.“ Í fyrsta þætti tónverksins hefur Bartók eftirfarandi skiptingu á fyrstu 89 tóktunum: Fyrst 55 taktar, þar sem 34 taktar eru leiknir með dempara á hljóðfærinu, því næst fjarlægja strengjaleikararnir demparana af hljóðfærinu og spila 21 takt með vaxandi styrk. Í næstu 34 tóktum setja strengjaleikararnir demparana aftur á eftir 13 takta. Síðasta 21 taktinum er skipt upp í 13 takta og 8 takta.

- a** Skoðaðu taktafjöldann og finndu hlutfallið á milli þeirra.
b Finndu mynstrið.

Verkefni af ýmsu tagi

2.108 Réttthyrndur garður er með gangstíga allt í kring en margir ganga beint yfir flötina.

Hve miklu styttra er að ganga hornanna á milli yfir flötina en að fylgja gangstígnum?



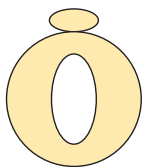
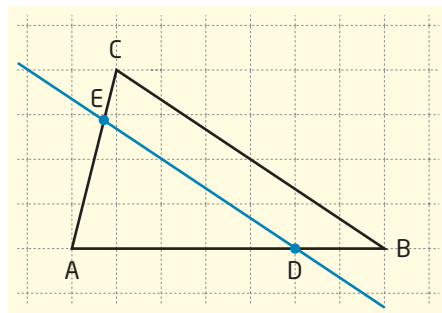
2.109 Mælikvarðinn á korti er 1 : 50 000.

- Hve langur er 1 cm á korti í raunveruleikanum?
- Fjarlægðin milli tveggja staða á kortinu er 5 cm. Hve langt er það á landinu?
- Hve margir sentimetrar á kortinu samsvara 1000 m á landinu?

2.110 Notaðu hringfara og reglustiku.

- Teiknaðu jafnhliða þríhyrning ABC með hliðarlengd 4 cm.
- Teiknaðu réttthyrndan þríhyrning DEF þar sem $\angle D = 60^\circ$, $DE = 4$ cm og $\angle E = 90^\circ$.
- Útskýrðu hvers vegna flatarmál $\triangle DEF$ er tvöfalt flatarmál $\triangle ABC$. Teiknaðu lauslega mynd sem sýnir hlutfallið.

2.111 $BC \parallel DE$. Sýndu að $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.



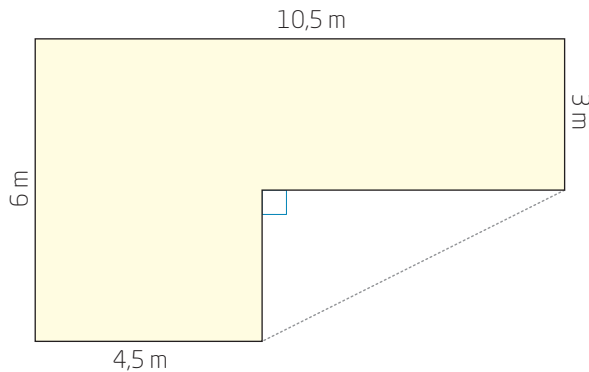
2.112 Vinnuteikning af skartgrip úr gulli lítur út eins og sýnt er til vinstri.

Hve breiður er skartgripurinn í raun þegar vinnuteikningin er teiknuð í kvarðanum 3 : 1?



- 2.113** Setja á stóra ferningslaga tertu með hliðarlengd 40 cm á stórt kringlótt tertufat.
- a** Er pláss fyrir kökuna á tertufatinu þegar þvermál fatsins er 60 cm?
 - b** Hve stórt kringlótt tertufat þarf til að til að hafa pláss fyrir ferningslaga köku með hliðarlengd 30 cm?

- 2.114** Ólöf og Oddur ætla að byggja grindverk framan við þríhyrnda pallinn við húsið sitt.



- a** Hve langt verður grindverkið?
- b** Finndu mælikvarða teikningarinnar.

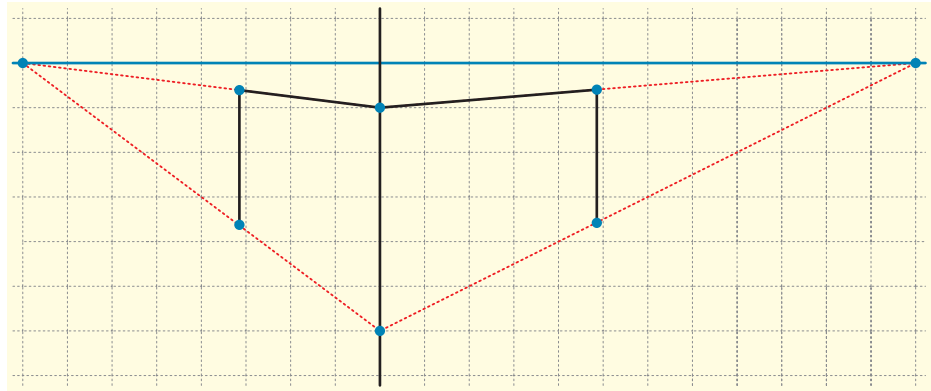
- 2.115** Matthildur og Ketill smíða ferningslaga borð í smíðatímum. Hver hlið er 85 cm.
- Hve löng er hornalínan ef þau hafa náð öllum hornum réttum?



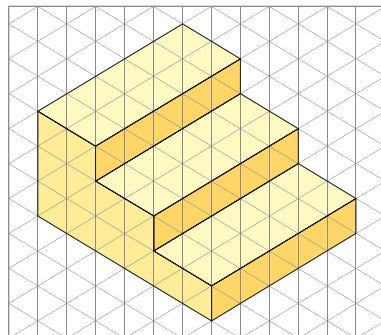
- 2.116** Mældu og teiknaðu skólastofuna þína í mælikvarðanum 1 : 100. Hve löng mundi teikningin vera af stofunni ef kvarðanum væri breytt í 1 : 200?
- 2.117** Gamall Volvo PV544 er 440 cm langur og 158 cm breiður. Gerð eru líkön af þessum bílum í mælikvarða 1 : 18. Finndu lengd og breidd líkansins.



- 2.118** Myndin sýnir byrjun á teikningu af hornhúsi með flötu þaki. Notaðu rúmfræðiforrit og ljúktu við húsið. Bættu glugga og einum dyrum inn á myndina.



- 2.119** Notaðu þrívíddarpunktablað (eða ísómetrískan pappír) og teiknaðu stiga með fimm þrepum. Láttu hvert þrep hafa eitt punktabíl fyrir uppstig og tvö bíl fyrir framstig. Breidd stigans á að vera fjögur bíl.



- 2.120** Nemendafyrirtæki ætlar að framleiða trébecki. Bekkirnir eiga að vera 1,5 m langir en fyrst þurfa nemendurnir að útbúa líkan af bekknum. Hve langt verður líkanið ef mælikvarði er
- a** 1 : 10?
 - b** 1 : 5?
 - c** 1 : 20?
- 2.121** Athugaðu hvort þríhyrningar með þessum hliðum eru rétthyrndir.
- a** 10 cm, 24 cm, 26 cm
 - b** 9 dm, 14 dm, 16 dm
 - c** 12 m, 35 m, 37 m



2.122 Við erum með tvo þríhyrninga. Þríhyrningurinn ABC hefur hliðarlengdirnar 7 cm, 12 cm og 15 cm. Þríhyrningur DEF hefur hliðarlengdirnar 21 cm, 36 cm og 45 cm.

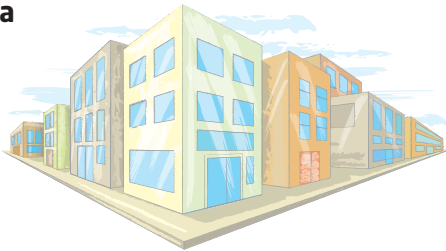
- a Útskýrðu af hverju $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.
- b $\triangle ABC$ er vinnuteikning af $\triangle DEF$. Hver er mælikvarðinn?

2.123 Í miðbæ Þrándheims í Noregi er stytta á háum stöpli, af Ólafi Tryggvasyni Noregskonungi. Á sólríkum sumardeggi varpar stytta ásamt stöplinum 24 m löngum skugga. Á sama tíma er 2 m langur skuggi af 1,5 m löngu lóðréttu priki.

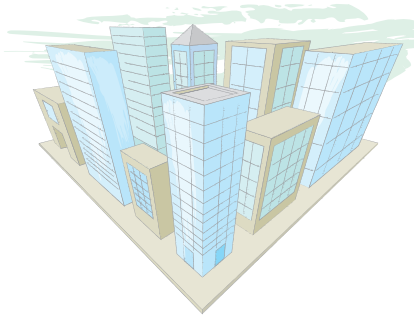
Hve há er stytta á stöpli sínum?

2.124 Útskýrðu hvers konar fjarviddartækni er notuð í hverri af borgarmyndunum hér fyrir neðan.

a



c



b

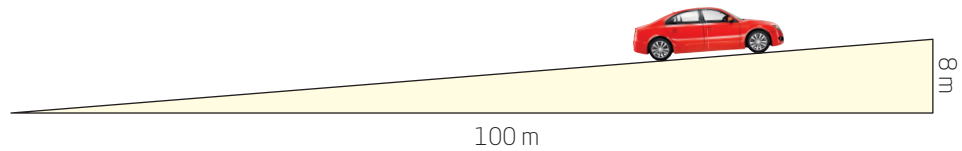


2.125 Finndu hina hliðina í gullnum rétthyrningi.

- a Hver er lengdin þegar breiddin er 5,00 cm?
- b Hver er breiddin þegar lengdin er 8,50 cm?



- 2.126** Vegur hækkar jafnt um 8 m fyrir hverja 100 m. Hve marga metra hefur þú ekið eftir þessum vegi þegar þú hefur náð 112 m hæð?



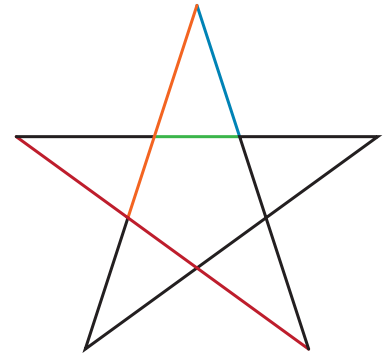
- 2.127** Notaðu hringfara og reglustiku.

- Teiknaðu þríhyrning ABC þar sem $\angle A = 60^\circ$, $AB = 6$ cm og $\angle B = 30^\circ$.
- Teiknaðu þríhyrning DEF þar sem $\angle F = 90^\circ$, $DF = 5$ cm og $DE = 10$ cm.
- Útskýrðu hvers vegna $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.
- Finndu lengdir hliðanna AC , BC og EF .

- 2.128** Flatarmál fernings er 10 cm^2 .

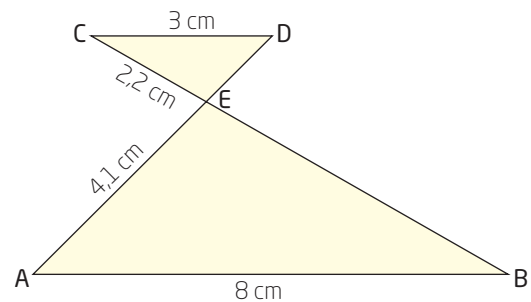
Hve löng er hornalínan?

- 2.129** Mældu og finndu hlutföllin milli ólíkra strika í fimmhyrnu stjörnunni.



- 2.130** $AB \parallel CD$.

- Sýndu að $\triangle ABE \sim \triangle DCE$.
- Reiknaðu lengdir BE og DE .



- 2.131** Pýþagórasar þrennd er þrjár heilar jákvæðar tölur, a , b og c , þannig að $a^2 + b^2 = c^2$. a , b og c eru lengdir hliða í rétthyrndum þríhyrningi. Athugaðu hvort þessar þrenndir séu Pýþagórasar þrenndir.

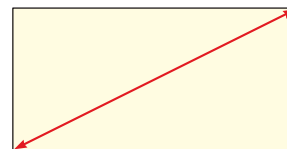
- | | | |
|------------------|--------------------|---------------------|
| a 3, 4, 5 | c 5, 12, 13 | e 10, 15, 19 |
| b 4, 5, 6 | d 8, 15, 17 | f 20, 21, 29 |



1" = 1 tomma

2.132 Við mælum sjónvarps- og tölvuskjái með því að mæla hornalínuna. Ein tomma er 2,54 cm.

- a Sjónvarpsskjár er 106 cm breiður í hlutfallinu 16 : 9. Hve stór er sjónvarpsskjárinn mældur í tommum?
- b Annar sjónvarpsskjár er 55". Sjónvarpsskjárinn er líka í hlutfallinu 16 : 9. Hve breiður og hve hár er skjárinn?



2.133 Mælikvarði á korti er 1 : 50 000.

- a Við mælum á kortinu að við ætlum að ganga 2,5 cm. Hve langt er það í raunveruleikanum?
- b Hve margir cm á korti eru 3 km í raunveruleikanum?

2.134 Lars ætlar að byggja bílskúr og þarf að steypa ramma utan um hann. Til að vera viss um að öll hornin séu rétt mælir hann lengri hliðarnar 8 m og hornalínuna 10,12 m. Hve löng er styttri hliðin á bílskúrnum ef hornin eru rétt?



2.135 Skipslíkan af „Svörtu perlunni“ úr kvikmyndinni um sjóræningja í Karíbahafinu. „Pirates of the Caribbean“, er 920 mm langt.

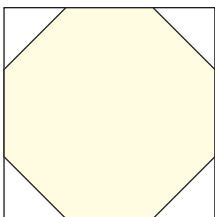
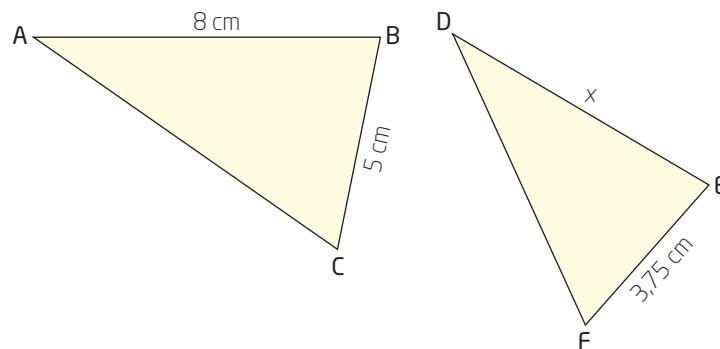
- a Hver er mælikvarðinn þegar skipið var 46 m langt í raunveruleikanum?
- b Notaðu mælikvarðann í a-lið og finndu hve hátt líkan af sjóræningjaskipstjóranum Jack Sparrow mundi vera ef hann var í raunveruleikanum 1,78 m hár.



- 2.136** Nemendafyrirtæki ætlar að framleiða ramma utan um safnhauga. Nemendurnir nota planka sem eru 12 cm breiðir og 1 m langir. Bilið milli plankanna er 2,5 cm breitt. Skoðu myndina og teiknaðu safnhaugsrammann séðan frá einni hlið, í mælikvarðanum 1 : 10.



- 2.137** Þríhyrningarnir tveir eru einslaga. Reiknaðu lengd óþekktu hliðarinnar x .

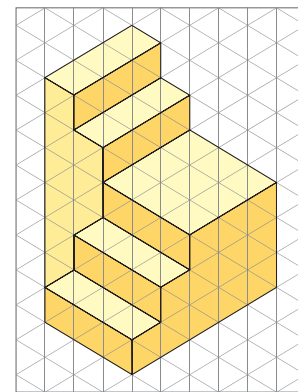


- 2.138** Reglulegur átthyrningur er innritaður í ferning sem sýndur er á myndinni.

- Ummál átthyrningsins er 16 m. Hve langt er ummál ferningsins?
- Hve mörg % af ferningnum eru þakin af átthyrningnum?



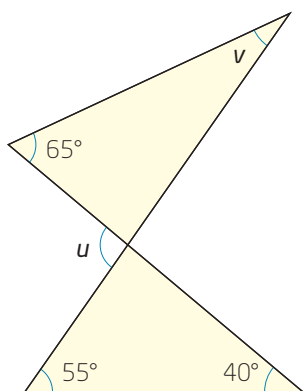
2.139 Notaðu þrívíddarpunkturpappír og teiknaðu stiga með fjórum þrepum sem stefna upp til hægri, því næst er sléttur flötur þaðan sem næsta þrep snýr 90° til vinstri. Teiknaðu fjögur þrep áfram til vinstri. Láttu hvert þrep taka eitt bil fyrir uppstig og eitt bil fyrir innstig. Stiginn á að vera þriggja bila breiður.



Stigi með þremur þrepum.

2.140 Í gullnum rétthyrningi er lengri hliðin 8,345 m.
Hve löng er hornalínan?

2.141 Finndu hornin u og v á myndinni.



2.142 Ummál rétthyrnings er 48 m.

- Finndu lengdina og breiddina þegar lengdin er tvöföld breiddin.
- Finndu lengdina og breiddina þegar lengdin er þreföld breiddin.
- Finndu lengd hornalínunnar í a-lið og b-lið.

2.143 Við berum saman tvö kort yfir sama heimshluta. Kort A hefur mælikvarðann $1 : 20\,000\,000$, kort B hefur mælikvarðann $1 : 2\,500\,000$.

- Fjarlægð á korti A er 9 cm. Hver er samsvarandi fjarlægð á korti B?
- Fjarlægð á korti B er 56 cm. Hver er samsvandi fjarlægð á korti A?

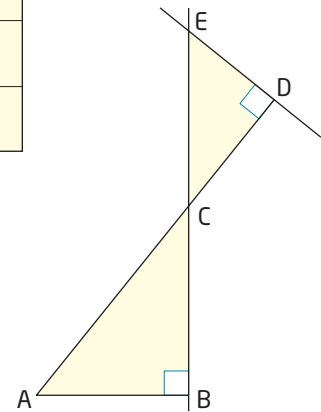
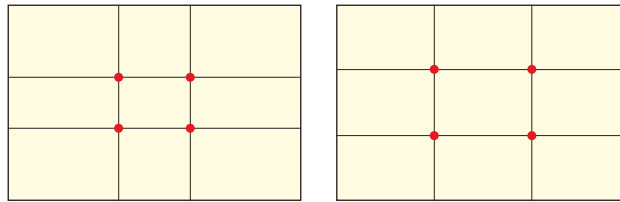
2.144 Stína og Einar ætla í skíðagöngu á upplýstri braut sem er 8,5 km löng. Mælikvarðinn á korti af brautinni er 1 : 50 000.

a Hve margir cm verður brautin á kortinu?

Á öðru korti er sama vegalengd 11,3 cm.

b Í hvaða mælikvarða er það kort teiknað?

2.145 Mældu og skoðaðu skiptingarnar tvær á rétthyrningunum. Finndu hvernig hvorum rétthyrningi er skipt upp.



2.146 $AB = 4,00$ cm, $AC = 6,38$ cm og $CE = 4,64$ cm.

a Útskýrðu að $\triangle ABC \sim \triangle CDE$.

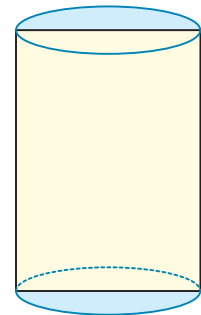
b Finndu lengdir strikana AD og DE .

2.147 Gólfið í garðstofu er í laginu eins og reglulegur sexhyrningur með hliðarlengd 2,6 m. Finndu flatarmál gólfsins.

2.148 Niðursuðudós er í laginu eins og sívalningur. Dósina á að búa til þannig að stærsta lóðrétta þversnið hennar hafi A-snið.

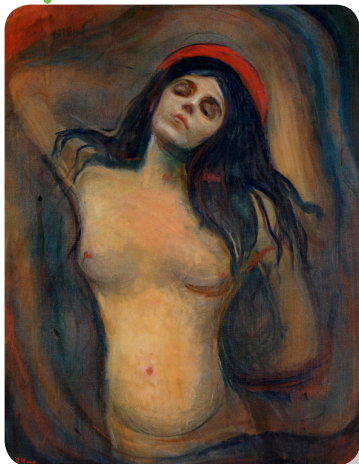
a Finndu rúmmál dósarinnar þegar þvermál hennar er 12 cm.

b Notaðu töflureikni og finndu þvermál og hæð dósar sem rúmar um það bil einn lítra. Haltu nákvæmni innan ± 5 ml óvissu.

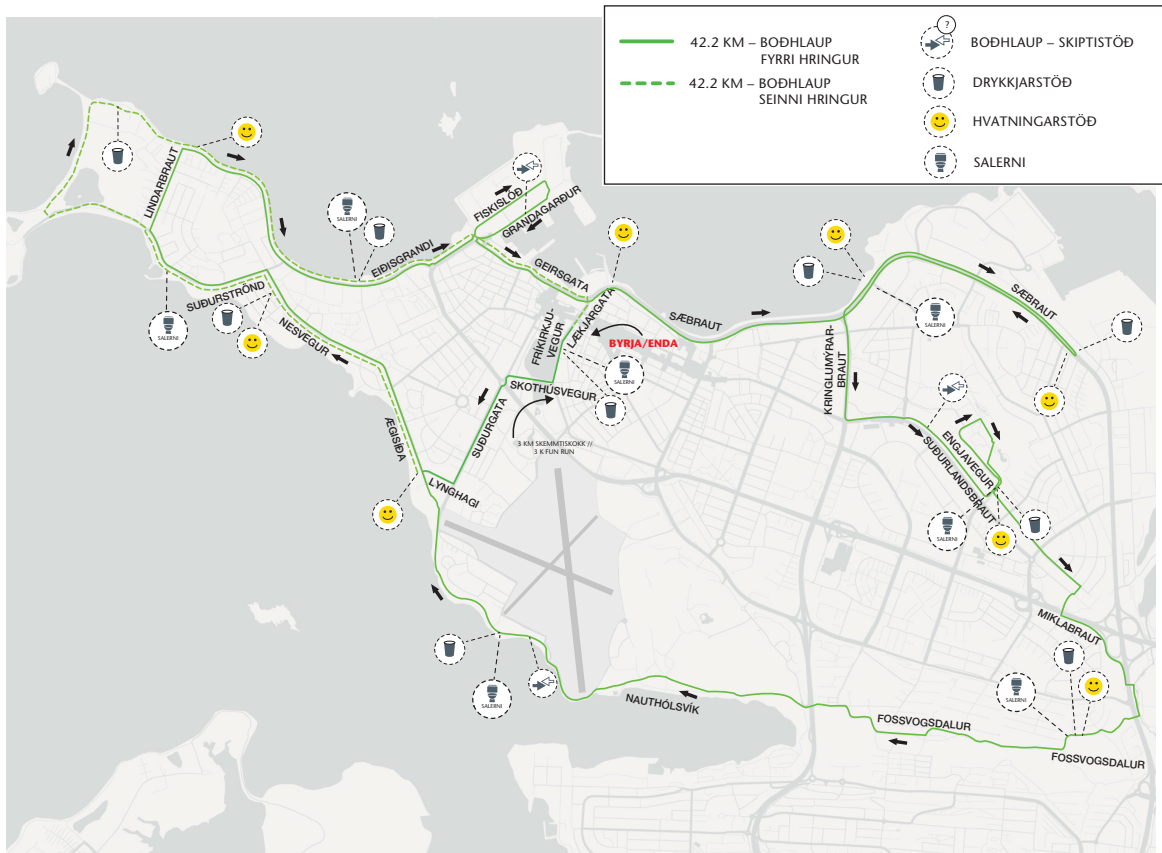


2.149 Málverk norska malarans Edvard Munch, „Madonna“ (1894) mælist 90 cm · 68 cm. Myndin var prentuð á frímerki sem er 4 cm hátt og á veggspjald sem er 120 cm hátt.

Finndu mælikvarðann og breidd myndarinnar í báðum tilvikum.

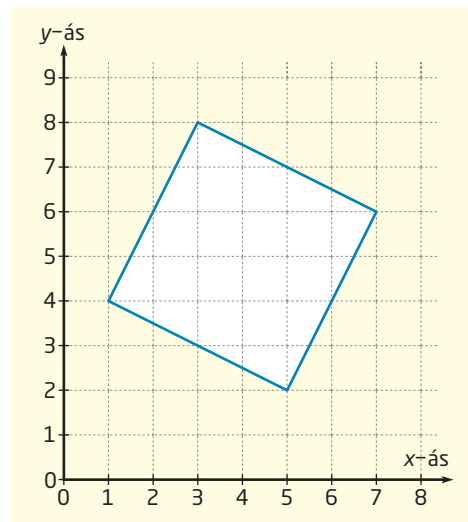


2.150 Mælikvarði á korti yfir Reykjavíkumaraþon er 1 : 70 000. Hlaupið er teiknað inn á kortið.



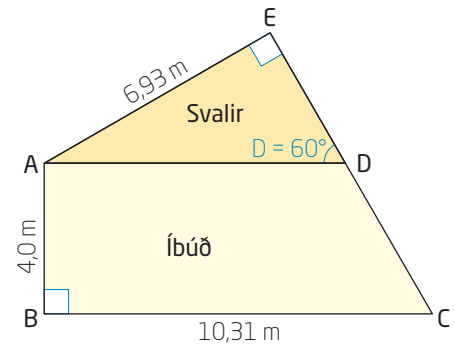
- Mældu og reiknaðu út hve langt er hlaupið eftir Sæbraut í maraþoninu.
- Hve langt er á milli hvatningarstöðvanna við Fossvogsdal og Aegisíðu?
- Á öðru korti yfir sama hlaup er vegalengdin tvöföld milli hvatningarstöðvanna við Fossvog og Aegisíðu. Hvaða mælikvarði er á því korti?
- Búðu til dæmi út frá kortinu og legðu fyrir námsfélaga þinn.

2.151 Hve löng er hornalínan í ferningnum?



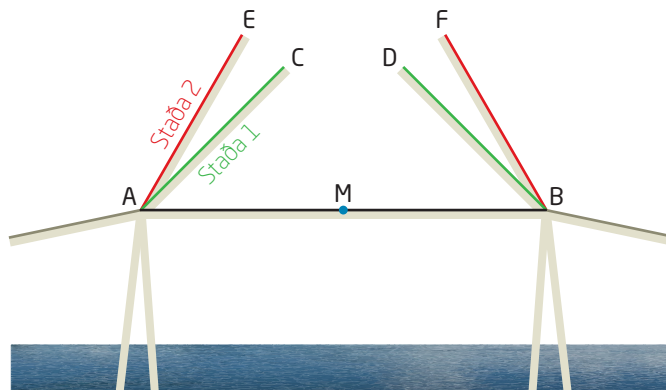
2.152 Teikningin sýnir íbúð með svölum. Íbúðin er í laginu eins og trapisa og svalirnar eru í laginu eins og þríhyrningur. Notaðu málin á teikningunni.

- Finndu flatarmál svalanna.
- Finndu flatarmál íbúðarinnar.



2.153 Lengd rétthyrnings er tvöföld breidd hans. Hornalínan á að vera 5,0 m. Finndu ummál og flatarmál rétthyrningsins.

2.154 Myndin sýnir vindubrú sem liggur yfir á. Fjarlægðin AB er 12 m og við venjulega vatnsstöðu er fjarlægðin milli brúarinnar og vatnsyfirborðsins 4 m. Brúin getur opnast um miðpunktinn M og það er hægt að setja hana í tvær mismunandi stöður til að hleypa bátum í gegn.

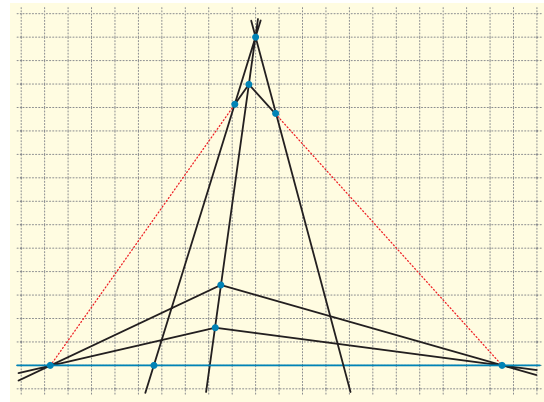


Í stöðu 1 er $\angle CAM = \angle DBM = 45^\circ$.
 Í stöðu 2 er $\angle EAM = \angle FBM = 60^\circ$.

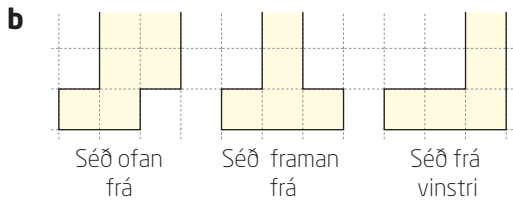
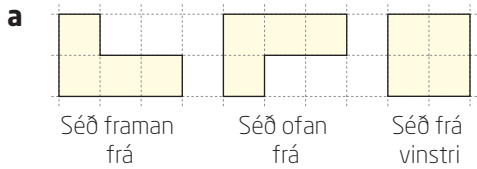
- Finndu breidd opsins CD í stöðu 1 og opsins EF í stöðu 2.
- Finndu fjarlægðina milli hæsta punkts brúarinnar og vatnsyfirborðsins í hvorri stöðu opnu brúarinnar fyrir sig.

2.155 **a** Breidd gullins rétthyrnings er 50 cm. Hve löng er hornalínan?
b Gullinn rétthyrningur hefur 12 cm hornalínu. Finndu lengd og breidd.

2.156 Myndin sýnir byrjun á teikningu af skýjakljúfi í þriggja punkta fjarvídd. Notaðu rúmfræðiforrit og teiknaðu skýjakljúfinn með glergluggum.



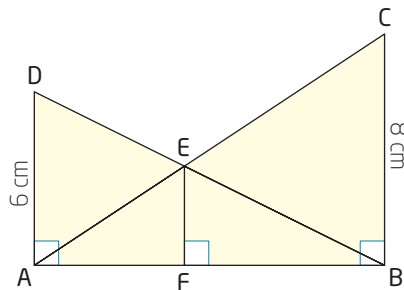
2.157 Teikningarnar sýna tvær mismunandi kubbabyggingar, séðar frá þremur hliðum. Notaðu þrívíddarpunktablað og teiknaðu kubbabyggingarnar þannig að þær stemmi við vinnuteikninguna.



Það getur verið hjálplegt að byggja með raunverulegum kubbum áður en þú teiknar.

c Vinnið saman tvö og tvö og gerið samsvarandi verkefni hvort handa öðru.

2.158 Finndu lengd EF þegar $AB = 12,0$ cm.



2.159 Stoppskilti er 240 cm að ummáli. Við reiknum með að skiltið sé reglulegur átthyrningur.

Finndu flatarmál skiltisins.



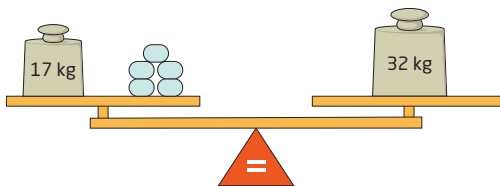
3

Algebra og jöfnur

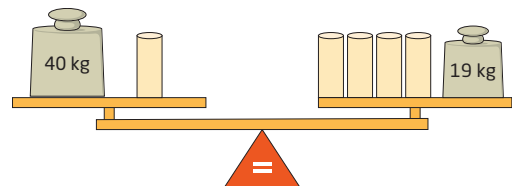
Línulegar jöfnur og jöfnuheppni

3.1 Settu upp jöfnu sem svarar til myndarinnar og finndu óþekktu vigtina í hverju tilviki.

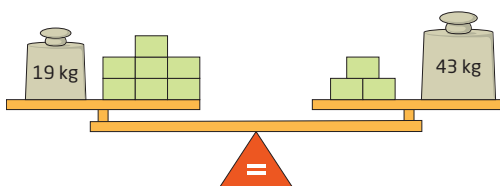
a Hve mikið vegur hver kúla?



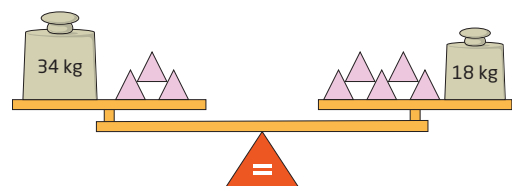
c Hve mikið vegur einn sívalningur?



b Hve mikið vegur einn kubbur?



d Hve mikið vegur ein keila?





3.2 Leystu jöfnurnar og prófaðu hvort svörin séu rétt.

a $2x + 5 = 13$

c $5x - 12 = 2x$

e $6x - 5 = 2x + 11$

b $2 + 3x = 11$

d $9 - 2x = 5$

f $4(x - 3) = 3x - 3$

3.3 Mæja á tvo hunda sem vega samtals 79 kg. Stærri hundurinn vegur 15 kg meira en sá minni.

a Hvaða jafna hér fyrir neðan á við þessar aðstæður og er hægt að nota til að finna hvað hundarnir vega mikið?

I $x + 15 = 79$ **II** $2x - 15 = 79$ **III** $2x + 15 = 79$

b Hvað vegur hvor hundur?

3.4 Nína er fjórum árum eldri en Stjáni. Samanlagt eru þau 30 ára.

Hve gömul eru Nína og Stjáni?

3.5 Níels frændi er þremur árum eldri en pabbi. Aldur pabba er tvöfaldur aldur Fannars. Samanlagt eru þeir 88 ára. Hve gamlir eru þessir þrír ættingjar?

3.6 Stór askja rúmar 5 lítrum meira er tvær litlar öskjur. Samanlagt rúma stór og lítil askja 35 lítra. Hve mikið rúmar hvor stærð af öskjum fyrir sig?

3.7 Kýr vegur tífalda þyngd kálfsins síns. Samanlagt vega þau 682 kg. Hve mikið vegur kýrin og hve mikið vegur kálfurinn?



3.8 Leystu þessi jöfnuhneppi með innsetningaraðferðinni.

a I $y = 2x - 1$
II $x + y = 8$

c I $x + y = 3$
II $y - 2x = 12$

e I $3y = x - 4$
II $x - y = 10$

b I $x = 5 - y$
II $2x + 7y = 15$

d I $y - x = 5$
II $x = 2y - 3$

f I $x = 5y$
II $x + y = 12$

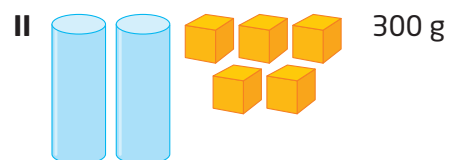
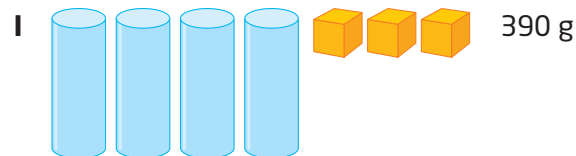
3.9 Verðmiðarnir sýna hvað allt kostar samanlagt.



a Finndu verð stuttermabols.

b Hve mikið kosta fjórir stuttermabolir og fimm drykkjarflöskur samanlagt?

3.10 Hve mikið vega samanlagt þrjár bláir sívalningar og tveir gulir kubbar?



3.11 Tannkremstegund fæst í stórum og litlum túpum. Tvær stórar og þrjár litlar túpur kosta 1220 kr. Þrjár stórar og tvær litlar túpur kosta 1280 kr.

Hve miklu munar á verðinu á stórri og lítilli túpu?





3.12 Leystu jöfnuhneppin með reikningi.

a I $x + y = 12$
II $2x - y = 6$

c I $3x + y = 6$
II $x - y = 2$

e I $2x + 3y = 16$
II $x - y = 3$

b I $-x + 2y = 10$
II $x + 3y = 30$

d I $3x - 2y = 7$
II $-x + 2y = 3$

f I $x - 2y = 1$
II $3x + y = 10$

3.13 Leystu jöfnuhneppin með teikningu án hjálpartækja. Prófaðu svarið með því að leysa jöfnuhneppin í rúmfræðiforriti.

a I $y = x + 1$
II $y = -2x + 10$

c I $y = x - 3$
II $y = -3x + 1$

e I $y = x - 1$
II $y = -x + 5$

b I $y = 2x + 6$
II $y = -x$

d I $y = \frac{1}{2}x - 1$
II $y = -x - 4$

f I $y = 2x + 3$
II $y = x + 3$

3.14 Notaðu jöfnuhneppin í verkefni 3.12.

- a** Umritaðu jöfnurnar yfir á formið $y = ax + b$.
- b** Leystu jöfnuhneppin með teikningu.

3.15 Formúluna fyrir ummáli hringar er hægt að rita $U = 2\pi r$.

- a** Finndu formúluna fyrir geislann r .
- b** Finndu geisla r í hring sem hefur ummálið 37,68 m.

3.16 Vildís reiknar út hvað hún hefur í laun fyrir laugardagsvinnuna sína með þessari formúlu:

$$L = 1400t + 2000,$$

þar sem L eru laun og t er fjöldi vinnustunda.

- a** Laugardag nokkurn vinnur Vildís 5 vinnustundir. Hvað fær hún mikið í laun?
- b** Umritaðu jöfnuna fyrir t , fjölda vinnustunda.
- c** Hve margar vinnustundir þarf Vildís að vinna til að fá 13 200 kr. í laun?



3.17 Leystu jöfnurnar og prófaðu hvort svörin séu rétt.

a $\frac{3}{4}x = 9$

c $\frac{2x-1}{3} = 5$

b $\frac{1}{6}x + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$

d $2(3x-2) + 5(x-1) = 2$

3.18 Tveir fullorðnir, tvö börn og ein manneskja til viðbótar ætla á tónleika. Miðaverð er 1000 kr. fyrir fullorðna og 500 kr. fyrir börn. Meðalverðið fyrir öll fimm var 800 kr.

Settu upp jöfnu sem sýnir meðalverðið. Láttu x vera verðið sem fimmta manneskjan borgar. Leystu jöfnuna og skerðu úr um hvort sá aðili er fullorðinn eða barn.

3.19 Mismunur tveggja talna er 18. Önnur talan er þreföld hin talan. Láttu aðra töluna vera x og hina y .

Settu upp tvær jöfnur og leystu jöfnuhneppið. Hvaða tvær tölur eru þetta?

3.20 Nína kaupir tvö súkkulaðikex og fjögur epli fyrir 640 kr. Pétur kaupir þrjú súkkulaðikex og sjö epli fyrir 1030 kr. Eplin eru seld í stykkjum. Láttu x vera verðið á súkkulaðikexi og y vera verðið á einu epli.

Settu upp tvær jöfnur og leystu jöfnuhneppið. Hve mikið kostar eitt súkkulaðikex og hve mikið kostar eitt epli?

3.21 Máni kaupir lax og rækjur sem vega samanlagt 2,7 kg. Laxinn kostar 1500 kr./kg og rækjurnar kosta 1800 kr./kg. Samtals borgar Máni 4500 kr. Láttu rækjurnar vega x kg og laxinn vega y kg.

Settu upp tvær jöfnur og leystu jöfnuhneppið. Hve mikið vegur laxinn og hve mikið vega rækjurnar?

3.22 Í dýragarði eru slöngur og eðlur. Samanlagt hafa dýrin 68 augu og 84 fætur.

Hve margar eðlur og hve margar slöngur eru í dýragarðinum?





3.23 Leystu jöfnuhneppin með reikningi.

a I $3x - 2y = 0$

II $6x + 4y = 4$

b I $x - y = 8$

II $4x + 2y = 44$

c I $x = y + 3$

II $2x - y = 7$

d I $\frac{1}{6}x + \frac{1}{3}y = 3$

II $\frac{1}{4}x - \frac{1}{6}y = -\frac{1}{2}$

3.24 Leystu jöfnuhneppin með teikningu og með reikningi. Prófaðu svörin með því að leysa jöfnuhneppin með rúmfræðiforriti.

a I $y = -\frac{1}{2}x + 3$

II $y = 2x - 2$

c I $\frac{2}{3}x + 2y = 0$

II $2x = 2 - 4y$

b I $2x + y = 5$

II $2x - 3y = 1$

d I $3x + 4y = 17$

II $2x + 5y = 16$

3.25 Formúlu fyrir hraða má skrifa svona:

$$v = v_0 + at$$

1 m/s samsvarar
3,6 km/klst.

þar sem v er hraðinn, v_0 er hraðinn þegar $t = 0$, a er hröðunin og t er tíminn.

- a** Hjólreiðamaður hjólar með hraðanum 4,2 m/s. Svo fær hann hraðaaukninguna 1,2 m/s² í fimm sekúndur. Hver verður hraði hjólreiðamannsins nú?
- b** Notaðu formúlureikning til að finna formúlu fyrir tímann út frá byrjunarhraða, lokahraða og hröðun.
- c** Hve langan tíma þarf bíll til að auka hraðann frá 60 km/klst. í 80 km/klst. þegar hröðunin er 2 m/s²?





3.26 Leystu jöfnurnar.

a $x + \frac{1}{8} = 2x - \frac{15}{8}$

b $\frac{4x+3}{2} = \frac{x-1}{4}$

c $4(x+3) - (5-1)2x = x+2$

d $\frac{2x+1}{2} - (3-x) = 3x - \frac{2-x}{3}$

3.27 Pappamál er 12 cm hátt. Þegar þú hleður fimm málum hverju ofan í annað verður stafllinn 15 cm hár.

a Hve hátt skarar hvert mál upp yfir brúnina á því sem var á undan?

b Hve hár verður stafli með tuttugu málum?

c Hve mörgum málum þarftu að hlaða hverju ofan í annað til þess að stafllinn verði að minnsta kosti 1 m hár?

3.28 Í æskulýðsklúbbi eru 150 félagar og 60 þeirra eru stelpur.

Hve margar stelpur verða að byrja í klúbbum ef 60% félaganna eiga að vera stelpur?

3.29 Leystu jöfnuhneppin með reikningi.

a I $\frac{x+y}{3} = 2$

II $\frac{y-x}{2} = 1$

b I $\frac{x}{3} = y + \frac{1}{6}$

II $2x + 3y = 4$

c I $\frac{x+3}{y} = 1$

II $\frac{y}{4} = x$

d I $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y = 4$

II $x - 2y = 1$

3.30 Foreldrar selja kaffi og kökur á fótboltaleik. Einn bolli af kaffi og tvær kökusneiðar kosta samanlagt 560 kr. Tveirollar af kaffi og þrjár kökusneiðar kosta samanlagt 920 kr.

Hvað kostar kaffibollinn og hvað kostar kökusneiðin?

3.31 Ákvarðaðu k þannig að $x = 3$ verði lausn á jöfnuhneppinu.

I $2x - ky = 5$

II $3x + 2y = 15$



- 3.32** Kaffitegundin Arabica kostar 1600 kr./kg en Brasil kostar 1800 kr./kg. Kaffisérfræðingurinn selur blöndu af Arabica og Brasil sem kostar 1680 kr. Hve mörg % Arabica og hve mörg % Brasil eru í blöndunni?



- 3.33** Pakki með 20 pillum vegur 180 g. Sami pakkinn með 10 pillum vegur 150 g. Hve mikið vegur pakkinn með 30 pillum?
- 3.34** Í Suðurvíkurskóla geta nemendur keypt léttmjólk og nýmjólk. Léttmjólkin kostar 70 kr. og nýmjólkin kostar 60 kr. $\frac{1}{4}$ l fernan. Einn mánuðinn hafa nemendur keypt 5087 fernur og borgað 341 630 kr. Hve margar fernur af léttmjólk og hve margar fernur af nýmjólk keyptu nemendurnir?
- 3.35** Við vitum að í hring er ummálið ákveðið með formúlunni $U = 2\pi r$, en flatarmálið er ákveðið með formúlunni $F = \pi r^2$. Settu fram formúlu fyrir F táknað með U .

Bókstafareikningur

3.36 Reiknaðu og einfaldaðu eins og hægt er.

a $\frac{4}{11} + \frac{7}{11} - \frac{5}{11}$

c $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} - 1$

e $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{1}{12}$

b $\frac{3}{8} + \frac{1}{4}$

d $2 - \frac{4}{7} - \frac{5}{7}$

f $\frac{8}{15} + \frac{11}{15} - \frac{19}{30}$

3.37 Þáttaðu tölurnar í frumþætti.

a 12

c 32

e 64

b 28

d 50

f 72

3.38 Styttu og reiknaðu:

a $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{25}$

c $\frac{21}{30} \cdot \frac{10}{14}$

e $\frac{5}{12} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{8}{9}$

b $\frac{14}{25} \cdot \frac{15}{28}$

d $\frac{3}{8} \cdot \frac{10}{21} \cdot \frac{7}{15}$

f $\frac{6}{35} \cdot \frac{21}{24} \cdot \frac{5}{12}$

3.39 Reiknaðu og einfaldaðu eins og hægt er.

a $\frac{3}{8} : 6$

c $\frac{3}{4} : \frac{7}{12}$

e $\frac{4}{9} : \frac{2}{3}$

b $2 : \frac{1}{6}$

d $\frac{12}{21} : \frac{16}{35}$

f $\frac{14}{15} : \frac{7}{9}$

3.40 Dragðu saman og einfaldaðu eins og hægt er.

a $\frac{3}{2x} + \frac{5}{2x} - \frac{7}{2x}$

d $\frac{2}{3a} + \frac{5-a}{3a} - \frac{4}{3a}$

b $\frac{8}{x-1} - \frac{3}{x-1} + \frac{1}{x-1}$

e $\frac{3x}{2-x} - \frac{5x}{2-x} + \frac{x+2}{2-x}$

c $\frac{3a}{a+2} + \frac{4a}{a+2} - \frac{5a}{a+2}$

f $\frac{9}{4a} + \frac{3}{4a} - \frac{10}{4a}$

3.41 Finndu samnefnarana, dragðu saman og einfaldaðu eins og hægt er.

a $\frac{1}{2a} + \frac{2}{a}$

c $\frac{3+a}{2a} - \frac{1}{2} + \frac{2}{a}$

e $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$

b $\frac{1}{x} - \frac{2}{3x}$

d $\frac{3}{y} + \frac{2}{y^2} - \frac{2}{y}$

f $\frac{1}{x} - 1$





3.42 Finndu minnsta sameiginlega margfeldi stæðanna tveggja.

a $\frac{12}{6a}$

b $\frac{2a-4}{a-2}$

c $\frac{2x^2+4x}{3x+6}$

3.43 Settu rétta tölu eða stæðu inn í reitinn þannig að jafnan verði sönn.

a $\frac{3}{5a} = \frac{\quad}{15a}$

c $\frac{2x+4}{\quad} = \frac{4x+8}{2x}$

e $\frac{\quad}{y^2+y} = \frac{2}{y+1}$

b $\frac{2a}{a^2} = \frac{10}{\quad}$

d $\frac{\quad}{x-4} = \frac{9}{3x-12}$

f $\frac{6x}{2x+2} = \frac{\quad}{x+1}$

3.44 Þáttaðu teljara og nefnara og stytstu eins og hægt er.

a $\frac{3a+9}{a+3}$

c $\frac{9}{3x-6}$

e $\frac{a-3}{3a-9}$

b $\frac{12x-18}{6x}$

d $\frac{x^2}{x^2+2x}$

f $\frac{2y^2-6y}{8y}$

3.45 Þáttaðu, stytstu og reiknaðu.

a $\frac{x}{7} \cdot \frac{14}{3x}$

c $\frac{2x+4}{x} \cdot \frac{1}{x+2}$

e $\frac{3a}{2} \cdot \frac{9a^3}{4a}$

b $\frac{2a}{15} \cdot \frac{5}{a^2}$

d $\frac{6y^2}{2x+4} \cdot \frac{x+2}{9y}$

f $\frac{x^2-x}{5x} \cdot \frac{2x-2}{4}$

3.46 Einfaldaðu eins og hægt er.

a $\frac{\frac{15}{18}}{\frac{5}{6}}$

b $\frac{\frac{3}{28}}{\frac{6}{3}}$

c $\frac{\frac{x+1}{2x}}{\frac{x+1}{4}}$

3.47 Eyddu svigunum, dragðu saman og einfaldaðu eins og hægt er.

a $(3a+1)(a+2b)$

b $(2x-1)(4-x)$

c $(a+1)(a+2) + (a+3)(a+4)$





3.48 Eyddu svigunum, dragðu saman og einfaldaðu eins og hægt er.

a $\left(\frac{6}{7} - \frac{3}{5}\right) : \frac{18}{35}$

b $\frac{(3+7) \cdot 5}{14 - 4 \cdot 3}$

c $\frac{15 - 5 \cdot 2}{5 \cdot 2} \cdot 4$

3.49 Hannes borðar helminginn af pítsu. Daníel borðar einn þriðja hluta og Óðinn borðar afganginn. Óðinn telur að hann hafi fengið einn fimmta hluta.

a Útskýrðu hvers vegna Óðinn hefur rangt fyrir sér.

b Hve stóran hluta af pítsunni borðaði Óðinn?

3.50 Dragðu saman brotin.

a $\frac{x-4}{x+3} + \frac{2}{x+3} - \frac{x}{x+3}$

b $\frac{x+1}{2x} - \frac{5}{2x} + \frac{x+4}{2x}$

c $\frac{2a}{a-1} + \frac{1-a}{a-1} - \frac{a}{a-1}$

3.51 Dragðu saman brotin.

a $\frac{2}{a} + \frac{3}{2a}$

b $\frac{1}{3a} - \frac{5}{6a} + \frac{1}{a}$

c $\frac{x}{4} - 2 + \frac{3x}{2} - \frac{1}{x}$

3.52 Dragðu saman brotin.

a $\frac{a}{4} + \frac{a}{2} - 6\left(\frac{a}{8} - 1\right)$

c $\frac{a-2}{2} - \frac{2}{a-2}$

b $\frac{x+3}{6} - \frac{5x-7}{10}$

d $\frac{2}{x+1} + \frac{1}{2x+2}$

3.53 Þáttaðu stæðurnar.

a $25x + 5x^2$

c $a^4 + a^3$

b $a^2b + 2ab$

d $4xy - 8x^2y^2$



3.54 Páttaðu og stytstu eins og hægt er.

a $\frac{27x + 3x^2}{3x^2}$

c $\frac{x^2 + x}{5x}$

e $\frac{4ab - 2a^2}{2ab^2}$

b $\frac{3x^2 - 3x}{2x - 2}$

d $\frac{3x - 9x^2}{1 - 3x}$

f $\frac{4abc^2}{16b^2c}$

3.55 Páttaðu, stytstu og reiknaðu.

a $\frac{4x^2}{12} \cdot \frac{64}{16x}$

b $\frac{3y}{x} \cdot \frac{x^3}{6xy}$

c $\frac{4a^2}{3} \cdot \frac{8a}{15}$

3.56 Páttaðu, stytstu og reiknaðu.

a $\frac{5 + x}{5} \cdot \frac{25x + 5x^2}{3}$

c $\frac{x^2}{x + 2} \cdot \frac{3x^2 + 6x}{x^4}$

b $\frac{a^2b + 2ab}{a^3} \cdot \frac{a^2}{ab + 2b}$

d $\frac{4xy - 8x^2y^2}{1 - 2xy} \cdot \frac{1}{4x}$

3.57 Einfaldaðu eins og hægt er.

a $\frac{\frac{3a^2}{2b}}{\frac{9a}{4b^3}}$

b $\frac{\frac{2x + 2}{5x^2}}{\frac{4x + 4}{10x}}$

c $\frac{\frac{3x^2}{x^2 + 2x}}{\frac{9x}{x + 2}}$

3.58 Páttaðu $x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{8}x$

a með því að taka x út fyrir sviga

b með því að taka $\frac{1}{4}$ út fyrir sviga

c með því að taka $\frac{1}{8}$ út fyrir sviga

d með því að taka $\frac{1}{8}x$ út fyrir sviga

3.59 Eyddu svigunum, dragðu saman og einfaldaðu eins og hægt er.

a $(x + 1)(3 - 2x) - x(4 - 3x)$

b $(5a + 2)(a - 1) + (a - 2)a$

c $(a + 1)(a + 2)(a - 2)$



3.60 Hvað þarf að standa í eyðunum til þess að brotin verði jöfn 1?

a $\frac{3a - 4a^2}{\text{■} \cdot a^2 + \text{■} \cdot a}$

b $\frac{4a - 3b - 12a^2 + 4b - 2a + 5a^2}{\text{■} \cdot a^2 - \text{■} \cdot b + \text{■} \cdot a}$

3.61 Mánuð nokkurn vinnur Hanna sér inn 120 000 kr. Hún kaupir skó fyrir 10 000 kr. og notar $\frac{3}{5}$ af því sem eftir er til að fara upp í fjallaskála.

- a** Hve mikla peninga notar Hanna til að fara í fjallaskála?
- b** Hve stóran hluta launanna á Hanna eftir þegar hún hefur borgað fyrir fjallaskálaferðina?

3.62 Í poka með rauðum og grænum eplum eru 36 rauð epli. Það eru fjórir sjöundu hlutar af öllum eplunum.

- a** Hve stórt brot af eplunum er grænt?
- b** Hve mörg prósent af eplunum eru rauð?
- c** Hve mörg eru eplin alls?



3.63 Dragðu saman brotin.

a $\frac{3+x}{x} - \frac{2-x}{2x}$

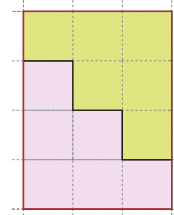
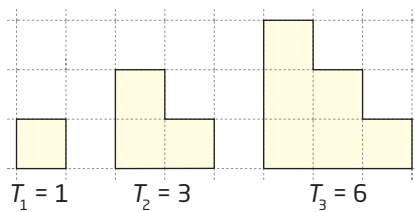
b $\frac{2}{x+3} - \frac{1}{x-3}$

c $\frac{2}{a-1} - \frac{1}{1-a}$



3.64 Myndin sýnir fyrstu þríhyrningatölurnar.

- a Finndu fimm næstu tölurnar í talnaruninni.
- b Myndin á spássíunni gefur vísbendingu. Notaðu hana til að finna beina formúlu fyrir þríhyrningstöluna T_n .
- c Notaðu formúluna í b til að sýna að summa tveggja þríhyrningstalna í röð er ferningstala.



- 3.65**
- a Páttaðu $-28x^2 + 7x$ með því að taka $7x$ út fyrir sviga.
 - b Páttaðu $-28x^2 + 7x$ með því að taka $-7x$ út fyrir sviga.
 - c Páttaðu $-28x^2 + 7x$ með því að taka $7x^2$ út fyrir sviga.

- 3.66**
- a Páttaðu $-6x + \frac{1}{2}$ með því að taka -6 út fyrir sviga.
 - b Páttaðu $-6x + \frac{1}{2}$ með því að taka $\frac{1}{2}$ út fyrir sviga.
 - c Páttaðu $\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{2}$ með því að taka $\frac{1}{4}$ út fyrir sviga.
 - d Páttaðu $\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{2}$ með því að taka $-\frac{1}{2}$ út fyrir sviga.

- 3.67**
- a Páttaðu $1 - x$ með því að taka -1 út fyrir sviga
 - b Páttaðu og stytstu brotið $\frac{x-1}{1-x}$.

3.68 Páttaðu og stytstu.

a $\frac{a^2 + 1}{3a - 1} : \frac{3a^3 + 3a}{6a - 2}$

b $\frac{3x^4 - 3x^3}{x - 2} : \frac{2x - 4}{x^3 - x^2}$

3.69 Páttaðu og stytstu.

a $\frac{8a - 2a^2}{ab} : \frac{3b^2}{a - 4}$

b $\frac{3x^2 + x}{3} : \left(x + \frac{1}{3}\right)$

3.70 Eyddu svigunum, dragðu saman og einfaldaðu eins og hægt er.

a $2(x^2 + 2x)(1 - x) - (4x + 1)(x + 4)$

b $(x + 1)(x + 2)(x + 3) - (x - 1)(x - 2)(x - 3)$

c $(a + 1)(a - 1)(a + 2)(a - 2)$

Jöfnur leystar með þáttun. Ferningssetningar og ójöfnur

3.71 Leystu jöfnurnar.

a $(4 - x)x = 0$

c $x(x - 5) = 0$

e $(5 - x)x = 0$

b $x^2 = 0$

d $(x - 2)(x - 7) = 0$

f $(x - 3)(x + 4) = 0$

3.72 a Hver þessara margfelda eru jöfn 0? Útskýrðu hvers vegna.

1 $3 \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-4)$

2 $5 \cdot 6 \cdot 0 \cdot (-5)$

3 $(-7) \cdot 7 \cdot 0 \cdot 5 \cdot (-5)$

4 $102 \cdot 3 \cdot 89 \cdot 0 \cdot (-17)$

b Útskýrðu með eigin orðum hvað þarf til þess að margfeldi sé jafnt 0.

c Þú færð að vita að $a \cdot b = 0$. Hvað getur þú sagt um a og/eða b ?

d Hverjar þessara lausna leiða til þess að $a \cdot b = 0$?

1 $a = 0$ og $b = 17$

2 $a = (-5)$ og $b = 5$

3 $a = (-8)$ og $b = 0$

4 $a = 0$ og $b = 0$



3.73 Þáttaðu vinstri hlið og leystu jöfnurnar.

a $x^2 - 5x = 0$

c $5x^2 - 15x = 0$

e $x^2 + 7x = 0$

b $2x^2 - 6x = 0$

d $4x^2 - 2x = 0$

f $3x^2 + 9x = 0$

3.74 Raðaðu liðum jafnanna og leystu þær með því að þátta.

a $x^2 = 6x$

b $2x^2 = x$

c $3x^2 = 21x$



3.75 Reiknaðu og dragðu saman.

a $3(x - 4) + 2(5 - x)$

b $2x^2 - x(3 + x)$

c $(x - 4)(x + 2)$

d $3x(4 - x) - 5x$

e $(4 + x)(2x - 1) - x^2$

f $5x + (x + 2)(x - 1)$



3.76 Notaðu fyrstu ferningsregluna til að skrá svörin án millireiknings.

a $(x + 3)^2$

c $(2x + 1)^2$

e $(a + 5b)^2$

b $(a + 8)^2$

d $(5 + 2y)^2$

f $(3x + 2y)^2$

3.77 Notaðu fyrstu eða aðra ferningsregluna til að skrá svörin án millireiknings.

a $(x - 9)^2$

c $(4 - a)^2$

e $(5a - b)^2$

b $(3x - 1)^2$

d $(2a + 9)^2$

f $(x - 2y)^2$

3.78 Leystu jöfnurnar með því að þátta.

a $x^2 + 2x + 1 = 0$

c $x^2 - 16x + 64 = 0$

b $x^2 - 2x + 1 = 0$

d $x^2 + 16x + 64 = 0$

3.79 Notaðu samokaregluna til að skrá svar án millireiknings.

a $(a + 4)(a - 4)$

c $(2a + 1)(2a - 1)$

e $(2x + 6)(2x - 6)$

b $(x + y)(x - y)$

d $(a + 2b)(a - 2b)$

f $(3a + 2)(3a - 2)$

3.80 Þáttaðu stæðurnar með hjálp ferningsreglanna eða samokareglunnar.

a $a^2 - 8a + 16$

b $4x^2 - 25$

c $x^2 + 18x + 81$

3.81 Leystu ójöfnurnar.

a $2x - 7 > 9$

c $x - 7 > 3x + 5$

e $9 - x < 5x + 27$

b $3x + 2 < x + 10$

d $7x < 5 + 2x$

f $2x + 8 > 23 + 5x$

3.82 Leystu jöfnurnar.

a $9x^2 = 6x$

b $4x = x^2$

c $(x + 2)(2x - 1) = 0$

d $(3x + 9)\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$

3.83 Leystu jöfnurnar.

a $5x^2 - 125 = 0$

b $16 - x^2 = 0$

c $\left(\frac{1}{2}x + 4\right)(2x - 5) = 0$

d $147 - 3x^2 = 0$

3.84 Reiknaðu.

a $(2x + 1)^2$

b $(1 - 3a)^2$

c $(2b + 3a)^2$

d $(2 + a)(2 - a)$

3.85 Reiknaðu.

a $\left(\frac{a}{3} - \frac{2}{3}\right)^2$

b $\left(\frac{3}{4} - 2x\right)^2$

c $(3a + 2b)(3a - 2b)$

d $\left(\frac{1}{2} - 2x\right)\left(\frac{1}{2} + 2x\right)$

e $\left(\frac{1}{3}x - 3\right)^2$

f $\left(\frac{2}{3}a + \frac{3}{2}b\right)^2$

3.86 Leystu jöfnurnar.

a $x^2 + 16 = 8x$

b $9x^2 + 24x = -16$

c $x^2 - 36 = 0$

d $2x^2 = 242$

e $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$

f $\frac{4}{3}x^2 = 12$

3.87 **a** Sýndu að $x^2 - 5x - 24 = (x + 3)(x - 8)$.

b Leystu jöfnuna $x^2 - 5x - 24 = 0$.

3.88 Páttaðu og stytstu.

a $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$

b $\frac{b + 3}{b^2 - 9}$

c $\frac{2x - 8}{x^2 - 16}$

d $\frac{9b^2 - 1}{3b - 1}$



3.89 Leystu jöfnurnar með því að eyða svigunum, draga saman og þátta.

a $(3x + 2)^2 - 4 = 0$

b $4x^2 - (2x - 1)^2 = 0$

c $\left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2 - (x + 5) = 0$

3.90 Leystu ójöfnurnar.

a $3(2 + 3x) < 5(4 - x)$

c $\frac{1}{3}x + 4 < \frac{x}{2}$

b $\frac{5x + 2}{3} > \frac{3x + 10}{4}$

d $\frac{x + 1}{3} > \frac{3 - 2x}{4}$

3.91 Leystu ójöfnuna með teikningu og með reikningi.

$$\frac{18 - x}{5} \geq \frac{15 - 3x}{2}$$

3.92 Leystu ójöfnurnar og sýndu lausnirnar á talnalínu.

a $5(x - 5) > 15$

b $2(x - 2) < 3(x - 3)$

c $7 - 4x < 11$



3.93 Reiknaðu.

a $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

b $\left(\frac{x}{2} - \frac{2}{5}\right)^2$

c $\left(\frac{1}{2}x + 2y\right)^2$

d $\left(\frac{2}{3} + a\right)\left(\frac{2}{3} - a\right)$

3.94 Reiknaðu.

a $(x + 1)(2x - 2)$

b $(3 - 2a)(2a + 3)$

3.95 **a** Útskýrðu að $\left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y\right)^2 = \frac{1}{16}(x + y)^2$.

b Notaðu a til að reikna $\left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y\right)^2$.

3.96 Páttaðu og stytstu.

a $\frac{x^2 - 1}{3x + 3}$

b $\frac{2b + 6}{2b^2 - 18}$

c $\frac{2x}{x^2 - 16} \cdot \frac{x - 4}{4}$

d $\frac{2a + 1}{3b - 1} \cdot \frac{9b^2 - 1}{4a^2 - 1}$

3.97 Páttaðu og stytstu.

a $\frac{3}{x - 5} \cdot \frac{x^2 - 25}{3x + 15}$

b $\frac{x^2 + 18x + 81}{x + 9} \cdot \frac{9}{9x + 81}$

c $\frac{2x^2 - 8xy + 8y^2}{8x - 16y} \cdot \frac{x^2y - 2xy^2}{4x}$

d $\frac{7 + 14x}{28x} \cdot \frac{x^2}{4x^2 - 1}$

3.98 Leystu jöfnurnar.

a $2x^2 - 16x + 32 = 0$

b $\frac{1}{4}x^2 + 2x + 4 = 0$

c $\frac{x^2}{6x - 9} = 1$

d $(x - 1)(x^2 - 9) = 0$

3.99 Reiknaðu.

a $\frac{2}{x - 1} + \frac{3}{x + 1} - \frac{5x + 1}{x^2 - 1}$

b $\frac{x}{x + 3} - \frac{x^2}{x^2 + 6x + 9}$



3.100 Leystu ójöfnurnar.

a $\frac{2x-1}{3} \leq x$

b $\frac{2}{3}x - 4 > \frac{1}{2} + \frac{x}{3}$

c $\frac{x+5}{5} + 12 \geq \frac{3x}{2}$

3.101 Pétur er að spara fyrir köfunarbúnaði. Hann sparar 1000 kr. á viku og að auki fær hann 36 000 kr. frá afa sínum.

a Hve margar vikur líða þangað til hann á meira en 100 000 kr.?

Eva er líka að spara fyrir köfunarbúnaði. Hún sparar 1500 kr. á viku.

b Hve margar vikur líða þangað til hún á meiri peninga en Pétur?

Bæði ætla þau að nýta sér pakkatilboð á köfunarbúnaði upp á 219 960 kr.

c Er það Pétur eða Eva sem verður fyrst til að kaupa köfunarbúnaðinn?



3.102 Tíundi bekkur B ætlar í bekkjarferð. Rútan kostar 97 200 kr. Auk þess býður rútuþyrirtækið matarpakka fyrir 1600 kr. á mann.

a Settu fram stæðu fyrir verðið á nemanda fyrir rútna þegar x nemendur taka þátt í ferðinni.

b Settu fram ójöfnu sem segir hve margir nemendur þurfa að fara með ef það á að kosta minna en 6000 kr. á mann með matarpakka. Leystu ójöfnuna.

Verkefni af ýmsu tagi

3.103 Reiknaðu.

a $\frac{2}{3} + \frac{1}{5}$

c $\frac{8}{9} + \frac{1}{3} - \frac{7}{18}$

e $\frac{23}{2x} - \frac{6}{x}$

b $\frac{6}{7} - \frac{4}{7} + 1$

d $\frac{5}{a} + \frac{3}{2a}$

f $\frac{1}{y} + \frac{1}{2y} - \frac{1}{3y}$

3.104 Leystu jöfnurnar.

a $3x + 7 = x - 15$

d $x^2 - 1 = 3$

b $x + 6 = 4x - 3$

e $x(4 - x) = 0$

c $6x - 2(x - 1) = 16 - 3x$

f $2x^2 - 18x = 0$

3.105 Reiknaðu og einfaldaðu eins og hægt er.

a $4(a - 5) + 12 - 2a$

d $(2y - 1)(2y + 1) - 2y^2$

b $(x + 7)(x - 2) - x^2$

e $(a + 1)^2 - (a - 1)^2$

c $a(a - 5) + a(6 - a)$

f $(2x - 7)(2x + 7) - (x + 3)(x - 3)$

3.106 Frumþáttaðu tölurnar.

a 108

c 145

e 225

b 112

d 168

f 294

3.107 Þáttaðu stæðurnar.

a $3a^2 - 9a$

c $2x^2 - 6x$

e $21x^2 + 7x$

b $a^2 + ab$

d $a^3b + a^2b^2$

f $x^2 - 49$

3.108 Styttu eins og hægt er.

a $\frac{36}{42}$

c $\frac{3a^2b}{12ab}$

e $\frac{2x + 4}{6x + 12}$

b $\frac{2a}{6a^2}$

d $\frac{3x}{6x + 15}$

f $\frac{x + 1}{(x^2 - 1)}$

3.109 Finndu minnsta sameiginlega margfeldi.

a 16 og 24

b $3a^2$ og $6a$

c a^2b og $2ab$

d $3xy^3$ og $2x^2y$

e $(2x - 4)$ og $(3x - 6)$

f $(x^2 + 3x)$ og $(2x + 6)$

3.110 Reiknaðu og einfaldaðu eins og hægt er.

a $\frac{5}{7} \cdot \frac{14}{25}$

c $\frac{2a}{7} \cdot \frac{14}{4a^2}$

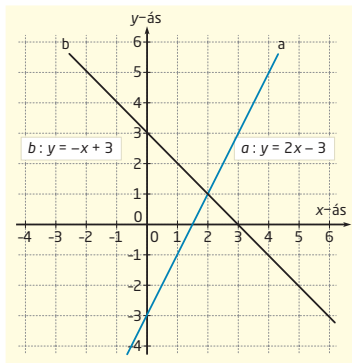
e $\frac{x}{x-3} \cdot \frac{3x-9}{x^2}$

b $\frac{6}{15} : \frac{3}{5}$

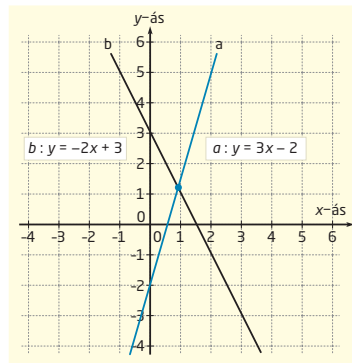
d $\frac{5}{2x} : \frac{15}{4xy}$

f $\frac{3}{5x+15} : \frac{5}{(x^2-9)}$

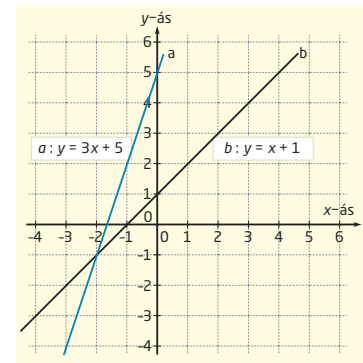
3.111 Notaðu myndirnar til að leysa ójöfnurnar.



a $2x - 3 > -x + 3$



b $3x - 2 < -2x + 3$



c $3x + 5 > x + 1$

3.112 Leystu ójöfnurnar með teikningu og með reikningi.

a $3x - 1 > -x + 3$

b $-2x + 1 < x - 2$

c $\frac{1}{2}x > -x - 3$

3.113 Leystu upp svigana, dragðu saman og gerðu eins einfalt og hægt er.

a $x(x + 1) + 2x(1 + 2x)$

b $x^2(3 - x) + (4 - 3x)2x$

c $2(a + 1)(2a + 1) - a^2$



3.114 Leystu jöfnuhneppin.

a I $y = 2x + 5$
II $3x - y = 1$

b I $5x - y = 10$
II $y + 2x = 11$

c I $3x + y = 8$
II $7x - 2y = 10$

d I $2x - y = 8$
II $x + y = 1$

e I $y = 5x - 1$
II $2x = 4 + y$

f I $y = x - 2$
II $3x + y = 6$

3.115 Í pakka eru 20 pillur. Það eru fjórum fleiri gular pillur en rauðar. Hve margar pillur eru í hvorum lit?

3.116 Hundurinn Finni vegur 4 kg meira en kötturinn Mío. Samanlagt vega bæði dýrin 28 kg.

Hve mikið vegur Finni og hve mikið vegur Mío?

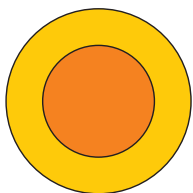


3.117 Sara, Óli og Jóhann æfa skíðagöngu. Eina vikuna æfir Sara fjórum klst. lengur en Óli og Jóhann æfir helmingi færri klst. en Sara. Samanlagt æfa þau í 31 klst.

Hve margar klst. æfir hvert þeirra?

3.118 Myndin sýnir einfaldaða skífu fyrir pílukast. Rauðgula svæðið gefur 5 stigum meira en gula svæðið. Alda hittir þrisvar á rauðgula svæðið og tvisvar á gula svæðið. Hún fær 90 stig.

Hve mörg stig eru gefin fyrir hvort svæði?





3.119 Á skíðasvæði eru þrjár brautir. Græna brautin er tvöföld svarta brautin að lengd. Bláa brautin er 0,3 km lengri en svarta brautin. Samanlagt eru brautirnar þrjár 3,9 km.

Hve löng er hver braut?

3.120 Verðmiðarnir sýna hvað allir ávextirnir kosta samtals.



Hve mikið kostar eitt epli og hve mikið kostar ein appelsína?

3.121 Fjölskyldan í Garðshorni er fjögurra manna en fjölskyldan á Hlíðarenda er fimm manna. Fjölskyldan í Garðshorni kaupir eina vöfflu og eitt glas af safa á hvern fjölskyldumeðlim. Þau borga 1400 kr. Fjölskyldan á Hlíðarenda kaupir tvær vöfflur og eitt glas af safa á mann í sinni fjölskyldu. Þau borga 2750 kr.

Hvað kostar ein vaffla og hvað kostar eitt glas af safa?



3.122 Poki með fimm gulum og sex grænum kúlum vegur 180 g. Annar poki með fjórum gulum og níu grænum kúlum vegur 228 g.

Hve mikið vegur ein gul kúla og hve mikið vegur ein græn kúla?

3.123 Nemendafyrirtæki selur handunnin jólakort og grenikransa. Dag nokkurn seldu nemendurnir 20 jólakort og 8 grenikransa og unnu sér inn 18 000 kr. Daginn eftir seldu nemendurnir 15 jólakort og 10 grenikransa. Þá fengu þeir 19 100 kr.

Hve mikið kostar eitt jólakort og hve mikið kostar einn grenikrans?

3.124 Dragðu saman brotin.

a $\frac{x}{2x+1} + \frac{5x+3}{2x+1}$

b $\frac{3x}{3x-1} + \frac{3x}{3x+1}$

c $\frac{2x}{x+5} + \frac{x-15}{2x+10}$

d $\frac{x}{x+1} - \frac{1}{x-1}$

e $\frac{4x+14}{x^2+2x} + \frac{3}{x+2}$

f $\frac{x}{x+2} - \frac{1}{x+1}$

3.125 Leystu jöfnurnar.

a $\frac{2}{5}(3x-7) = 8$

b $\frac{x}{2} + 5 = 7$

c $\frac{5x+2}{3} = \frac{3x+10}{4}$

d $\frac{2x-1}{4} = \frac{x}{3}$

e $2(x+1) = \frac{1}{2}(x-4)$

f $\frac{5+x}{5} = \frac{5}{5-x}$

3.126 Óli vinnur 4 klst. lengur en helming tímans sem Viggó vinnur. Samanlagt vinna þeir í 19 klst.

Hve lengi hafa strákarirnir unnið hvor um sig?



3.127 Lengd leiðar Freyju í skólann er tvöföld lengd leiðar Frissa. Leið Fríðu er jafnlöng leiðum hinna beggja samanlagt. Samtals eru allar leiðirnar þrjár 3,6 km.

Hve langa leið á hvert þeirra þriggja í skólann?



3.128 Leystu jöfnuhneppin.

a I $y = 3x - 2$
II $2x + 3y = 5$

b I $4x - 3y = 10$
II $2y + 5 = x$

c I $2x + 5y = 14$
II $3x + 4y = 7$

d I $x + 4y = 6$
II $3x + 2y = -2$

3.129 Leystu jöfnurnar með því að þátta.

a $x^2 + x = 0$

b $3x - 9x^2 = 0$

c $\frac{x^3 + 5x^2}{4} = 0$

d $\frac{2}{3}x^2 - 4x = 0$

3.130 Leystu jöfnurnar.

a $(2x + 3)\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$

b $(2x - 5)\left(x + \frac{1}{3}\right) = 0$

3.131 Leystu ójöfnurnar.

a $3x - 7 \leq x + 11$

b $3 - x > \frac{1}{2}x + 7$

c $\frac{3 - x}{2} \geq 2x - 3$

d $\frac{2x + 7}{3} < x$

e $2x - 4 \geq 6x - 2$

f $8 - 3x > x - 12$

g $x - 1 > \frac{3x + 5}{2}$

h $\frac{x + 1}{2} < \frac{3x + 2}{5}$

3.132 Sett með átta lóðum er gert þannig að lóð númer 2 vegur 10 g meira en lóð númer 1, lóð númer 3 vegur 10 g meira en lóð númer 2, o.s.frv. Lóðin vega samtals 520 g.

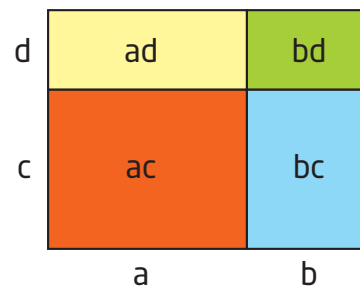
Hve mikið vegur stærsta lóðið?



3.133 Líttu á myndina. Teiknaðu samsvarandi mynd sem sýnir hvernig þú myndir reikna svigastæðurnar hér fyrir neðan.

a $(x + 1)(x + 2)$

b $(x + 2)(2x + 1)$



3.134 Leystu jöfnurnar.

a $\frac{x}{3} + \frac{1}{6} = \frac{x}{4} + \frac{1}{4}$

b $\frac{3}{5} - \frac{2x}{4} = \frac{x-1}{2}$

c $\frac{3x}{4} + \frac{x+2}{3} = \frac{x-1}{8}$

d $\frac{2x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{x}{4} + \frac{x}{6}$

e $\frac{3x-5}{2} + 2 = \frac{2x}{3}$

f $1 - \frac{x-1}{3} = \frac{2x+3}{5}$

3.135 Leystu jöfnurnar.

a $\frac{1}{15} + \frac{1}{x} = \frac{1}{6}$

b $\frac{x}{6} = \frac{5}{4} - \frac{x}{2}$

c $\frac{1}{k} + \frac{1}{4} = \frac{9}{4k}$

d $\frac{1}{6} = \frac{5}{6} - \frac{1}{k}$

e $\frac{2}{x} - 1 = \frac{3}{2x}$

f $\frac{1}{6} - \frac{4}{3x} = \frac{3}{x} - 2$

3.136 Þáttaðu stæðurnar.

a $14a^3 + 21a^2 - 49a$

b $2k^2 - 10k$

c $x^3 - 9x$

d $9a^2 - 12a + 4$

e $2x^3 + 16x^2 + 32x$

f $3x^3 + 12x$

3.137 Leystu jöfnurnar.

a $4x^2 + 1 = 17$

b $3(x - 4) = 5(x + 2)$

c $4x^2 - x = 0$

d $4x^2 - 1 = 0$



3.138 Dragðu saman.

a $\frac{11x - 15}{2x - 6} - \frac{4x - 3}{x - 3}$

b $\frac{x}{x - 4} + \frac{2}{3}$

c $\frac{a + 6}{2a + 4} - \frac{1}{2}$

d $\frac{3 - 2x}{x + 2} + \frac{7}{3x + 6} - \frac{1}{3}$

e $\frac{1}{2} + \frac{2x - 1}{x - 2} - \frac{x - 4}{2x - 4}$

f $\frac{a^2 - 3}{a^2 - 1} - \frac{a + 2}{a + 1}$

3.139 Páttaðu, stytstu og einfaldaðu eins og hægt er.

a $\frac{4a^2}{5b} \cdot \frac{7b}{8a}$

b $\frac{2x + 4y}{5x^2 - 10x} : \frac{x + 2y}{5x - 10}$

c $\frac{5xy^2}{12} \cdot \frac{6x^3}{10xy^3}$

d $\frac{4}{x^2 - 1} : \frac{2x - 2}{x + 1}$

3.140 Leystu jöfnurnar.

a $4x - 3(x + 2) + 6 = 4$

b $17 - 2(2x + 5) = -1$

c $\frac{3x}{4} - 5 = \frac{4}{3} - \frac{5x}{6}$

d $\frac{1}{3} + x - \frac{3x}{5} = \frac{11x}{15} - 5$

3.141 Einfaldaðu stæðurnar eins og hægt er.

a $(x - 1)^2 - 2x(x + 3) + (2 + x)^2$

b $2(x + 4)(x - 4) - (2x - 3)^2$

c $3a^2 - (a + 2)^2 - (1 - a)(a + 2)$

d $10x^2 - (2x - 3)^2 - 6x(x + 1)$

e $(a + 6)^2 - (a + 7)(a - 7) + (2a - 1)^2$

f $4xy - (x + 2y)^2 + (2x + y)(2x - y) - 3y^2$

3.142 Nanna kaupir átta karamellur og sex tyggjókúlur sem vega samanlagt 208 g. Eftir að Nanna er búin með þrjár karamellur og fjórar tyggjókúlur finnur hún út að það sem eftir er vegur 109 g.

Hve mikið vegur ein karamella og hve mikið vegur ein tyggjókúla?



3.143 Leystu jöfnuhneppin.

a I $2x - 3y = 15$

II $2x + 5y = 7$

b I $3x + 2y = 8$

II $2x + 3y = 7$

c I $4x - 5y = 17$

II $3x + 2y = 7$

d I $\frac{1}{2}x + \frac{1}{6}y = \frac{7}{6}$

II $\frac{x}{4} - \frac{3}{4}y = \frac{9}{4}$

3.144 Dragðu saman.

a $\frac{3x}{4y} + \frac{x}{6y} - \frac{2}{5y}$

b $\frac{a}{2b} + \frac{4}{ab} - \frac{b}{2}$

3.145 Teiknaðu hnitakerfi. Litaðu eða skyggðu svæðið þar sem $x > 0$.

3.146 Teiknaðu hnitakerfi. Litaðu eða skyggðu svæðið þar sem $x < 0$ og $y > 0$.

3.147 Teiknaðu hnitakerfi. Litaðu eða skyggðu svæðið þar sem $x < y$.

3.148 Leystu jöfnurnar.

a $4x^2 - 9 = 0$

b $x^2 + 3x = 0$

c $5x^2 - 20 = 0$

3.149 Eftir 36 ár verður aldur Andrésar þrefaldur aldur hans nú.

Hve gamall er Andrés?

3.150 Leystu upp úr svigunum, dragðu saman og einfaldaðu eins og hægt er.

a $\frac{2}{3}(6x - 3)\left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\right) - (2x - 1)(1 - 2x)$

b $(x^2 - 2)(2 - x^2) - x^2(3 - x^2) + 4$

c $(3x - 1)(1 - 3x)$

d Hvernig getur þú notað ferningsreglu til þess að eyða svigunum í c?



3.151 Aldur mömmu er tvisvar og hálfu sinni aldur sonar hennar. Fyrir átta árum var aldur hennar fjórfaldur aldur sonarins.

- a Hve gamall er sonurinn núna?
- b Hve gömul var móðirin þegar sonurinn fæddist?

3.152 Fjölskyldan í Holti á marga hunda. Þegar allir eru í sama herbergi má telja 10 höfuð og 28 fætur.

Hve margt fólk og hve margir hundar eru á heimilinu?

3.153 Leystu jöfnurnar.

- a $\frac{3 + 2x}{2} - \frac{2x - 4}{3} + x = 2$
- b $\frac{1}{2}(x - 3) - \frac{1}{3}\left(2 - \frac{1}{4}x\right) = x - \frac{4}{3}$
- c $4x + 5 = 2(1 + 2x) + 2$
- d $4x + 5 = 2(1 + 2x) + 3$
- e Hvað getur þú sagt um lausnirnar í c og d?

- 3.154** a Sýndu að $2x^2 - x - 3 = (2x - 3)(x + 1)$.
 b Notaðu þáttunina í a til að leysa jöfnuna $2x^2 - x - 3 = 0$.
- 3.155** a Sýndu að $x^2 - 3x - 10 = (x + 2)(x - 5)$.
 b Notaðu þáttunina í a til að leysa jöfnuna $x^2 - 3x - 10 = 0$.
- 3.156** Þáttaðu stæðuna $x(a - 3) + 2(a - 3)$ upp með því að taka $(a - 3)$ út fyrir sviga.
- 3.157** a Sýndu að $2x^2 + 4xy + 3x + 6y = 2x(x + 2y) + 3(x + 2y)$.
 b Þáttaðu hægri hliðina í a með því að taka $(x + 2y)$ út fyrir sviga.
- 3.158** Þáttaðu stæðurnar.
 a $25x^2 - 81y^2$
 b $m^2 - 36$
 c $5a(a - 2) - b(a - 2)$
- 3.159** Leystu jöfnuna $x(x - 3)(x + 8) = 0$.
- 3.160** Leystu jöfnuhneppin með innsetningaraðferðinni.
- | | |
|--|---|
| <p>a I $x + y + z = 18$ II $2z + y = 15$ III $x - 3y = 0$</p> | <p>b I $2x + y = z + 8$ II $x + y - 2z = 9$ III $3x - z = 5$</p> |
|--|---|
- 3.161** Jonni hefur selt vörur sem kosta 85 000 kr. án virðisaukaskatts (vsk.). Sumar vörunar eru seldar með 24% vsk. en aðrar með 11% vsk. Vörunar kostuðu alls 98 250 kr. með vsk. Hve mikið kostuðu vörunar sem voru seldar með 11% vsk.?

Ákvæði um vsk.
 Hærra þrep vsk.: 24%
 Lægra þrep vsk.: 11%



3.162 Flatarmál trapisunnar $ABCD$ er 15 cm^2 . $AB \parallel CD$. Lengd AB er fjórföld lengd CD , og hæð trapisunnar er 1 cm lengri en CD . $\angle A = 60^\circ$.

- a Finndu málin og teiknaðu megindrætti trapisunnar.
- b Útskýrðu að lengd AD er $2\sqrt{3}$ cm.

3.163 Auðunn er búinn að semja stærðfræðigátu. Hvaða tölur hefur hann hugsað sér?



Ég hugsa mér tvær tölur. Tölurnar í öðru veldi eru samanlagt 290. Annað veldi af summu talnanna er 576. Báðar tölurnar eru jákvæðar heiltölur. Hvaða tölur er ég að hugsa mér?

3.164 Þrjú litlir og tveir stórir þeytingar kosta 1540 kr. Tveir litlir þeytingar og tvær bollur kosta 800 kr. Þrjár bollur kosta 360 kr.

Hve mikið kostar einn stór þeytingur?



Orðskýringar

| A | |
|--|---|
| A-snið | flokkur staðlaðra pappírsstærða þar sem hlutfallið milli lengri og styttri hliðar pappírins er ferningsrótin af 2 |
| aðfella | bein lína sem graf falls nálgast; fjarlægðin milli línunnar og grafsins nálgast 0 |
| afborgun | þegar lán er greitt til baka er lánsupphæðinni skipt í minni hluta sem kallast afborganir |
| algebrísk lausn | samheiti yfir að leysa jöfnur með reikningi, til dæmis með innsetningar- eða samlagningaraðferðinni |
| andstæðir atburðir (fylliatburðir, fyllimengi atburða) | tiltekinn atburður og andstæður atburður (fylliatburður) hans eru til samans allir mögulegir atburðir. Atburður og andstæður atburður hans geta ekki gerst samtímis. Summa líkinda fyrir atburðinn og andstæðan atburð hans er 1. |
| annars stigs fall | fall á forminu $f(x) = ax^2 + bx + c$, þar sem a , b og c eru fastar (tölur) og x er breyta; a er ekki 0 |
| annars stigs jafna | jafna á forminu $ax^2 + bx + c = 0$, þar sem a , b og c eru fastar, b og c geta verið 0 en a getur ekki verið 0 |
| B | |
| botnpunktur | punktur á grafi falls sem hefur lægra fallgildi en allir punktar í nágrenninu, sama og lágildispunktur |
| bókhald | skráning allra tekna og gjalda á ákveðnu tímabili eftir að tekna hefur verið aflað eða gjöldin greidd; einnig skráning eigna og skulda |
| breiðbogi | ferill breiðboga greinist í tvo aðskilda óendanlega hlutfæra sem eru spegilmyndir hvor annars; graf öfugs hlutfalls er dæmi um breiðboga |
| breytipáttur | stærð sem notuð er til að reikna út hve mikið eitthvað hækkar eða lækkar t.d. á ári; breytipátturinn 1,12 merkir 12% aukningu |
| brotabrot | almennt brot þar sem teljarinn eða nefnarinn eða bæði teljari og nefnari innihalda almenn brot |
| brúttóflatarmál | flatarmálið í heild áður en einhver hluti af því fer í annað, til dæmis innréttingar |
| brúttólaun | laun áður en skattur og annar frádráttur er dreginn af |
| D | |
| draga með skilum | í líkindareikningi: ef skilað er aftur í poka, kassa eða annað því sem dregið var svo að aðstæðurnar verða eins og þær voru áður en dregið var; þetta kallast að draga með skilum |
| dráttur | í líkindareikningi: að draga eitthvað af handahófi, t.d. kúlu, spilapening, kubb eða annað úr safni slíkra hluta |

| E | |
|--------------------------------------|--|
| eftirmynd | fyrir hvern punkt á eftirmyndinni er samsvarandi punktur á frummyndinni |
| eins punkts fjarvídd | hefur sjónlínu og einn hvarfpunkt |
| einslaga | tvær þríhyrningslaga myndir eru einslaga ef þær hafa tvö og tvö horn jafn stór |
| empírísk gögn | gögn sem eru fengin í tilraunum, úr reynslu af eða athugunum á raunveruleikanum |
| F | |
| fallgildi | gildi sem fall fær þegar breyta er sett inn í fallstæðuna; fallgildi er skráð á y -ás þegar graf falls er teiknað |
| fallstæða | algebrustæða sem lýsir falli |
| fjarvíddarteikning | aðferð til að sýna þrívíðan hlut á tvívíðum fleti þannig að fram komi dýptaráhrif í myndina |
| fleygbogi | graf annars stigs falls |
| formengi | mengi allra x -gilda sem fall gildir fyrir |
| formúlureikningur | að nota formúlu sem jöfnu og leysa hana út frá stærðinni sem finna skal |
| fyrsta ferningsreglan | $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ |
| G | |
| grafísk lausn á annars stigs jöfnu | aðferð til að leysa jöfnu með því að teikna graf annars stigs falls og finna skurðpunkt grafsins og x -ássins |
| grafísk lausn á línulegu jöfnuhneppi | aðferð til að leysa jöfnuhneppi með því að teikna gröf línulegu jafnanna og finna skurðpunkt þeirra |
| gullinsnið | þegar skipting striks er þannig að lengri hluti þess stendur í sama hlutfalli við styttri hlutann og strikið í heild stendur við lengri hlutann, hlutfallið er $\approx 1,618$ |
| H | |
| háðir atburðir | þegar útkoma úr atburði er háð því sem gerist í öðrum atburði |
| hágildispunktur | punktur sem hefur hærra y -gildi en allir aðrir nálægir punktar hægra eða vinstra megin við punktinn |
| heildargreiðsla af láni | summan af afborgunum, vöxtum og gjöldum sem borga þarf vegna láns við hverja afborgun |
| herma | í líkindareikningi: að búa til líkan af atburði |
| hlutfall | sjá: rétt hlutfall; öfugt hlutfall; |
| hlutfallstala kostnaðar | segir t.d. til um greiðslur sem standa í réttu hlutfalli við lánsupphæð |
| hlutfallstíðni | fjöldi athugana á tilteknum atburði deilt með heildarfjölda athugana |

| | |
|---------------------------|--|
| hlutfallstölur | x og y eru hlutfallstölur ef þær standa í réttu hlutfalli hvor við aðra; þá er $\frac{y}{x}$ fasti |
| hvarfpunktur | punkturinn þar sem tvær eða fleiri samsíða línur virðast koma saman í einum og sama punktinum óendanlega langt frá þeim sem horfir |
| höfuðstóll | fjárhæð sem vextir eru reiknaðir af |
| I | |
| inneign | upphæðin sem tilgreind er á bankareikningi |
| innlánsvextir | vextir af peningum sem liggja á bankareikningi, innlánsvextir eru lægri en útlánsvextir |
| innsetningaraðferðin | aðferð til að leysa jöfnuhneppi; þá er fundin stæða fyrir eina breytu í einni jöfnunni og stæðan síðan sett inn fyrir þá breytu í annarri jöfnu |
| J | |
| jafnar líkur | í líkindareikningi: þar sem jafnar líkur eru á öllum útkomum |
| jafngreiðslulán | lán sem er greitt niður með jafn háum greiðslum á hverjum gjalddaga; í byrjun er hluti afborgananna lágur og hluti vaxtanna hár en síðan breytist þetta eftir því sem líður á lánstímann |
| jöfnuhneppi | tvær eða fleiri jöfnur með tveimur eða fleiri breytum |
| K | |
| krosstafla | tafla með línum og dálkum, notuð til að hafa yfirlit yfir tvo óháða atburði eða tilraunir |
| L | |
| langhlið | í rétthyrndum þríhyrningi kallast lengsta hliðin langhlið, langhliðin er mótlæg rétta horninu |
| lágildispunktur | punktur sem hefur lægra y -gildi en allir aðrir nálægir punktar hægra eða vinstra megin við punktinn |
| lán með jöfnum afborgunum | lán þar sem greiðslur á afborgunardögum eru breytilegar; afborgunin sjálf er óbreytt en vaxtahlutinn lækkar eftir því sem á lánstímann líður |
| liður | tala eða algebrustæða sem á að leggja við eða draga frá annarri stæðu; liðir eru aðgreindir með plús- eða mínustákni |
| líkindatré | í líkindareikningi: myndrit þar sem hver útkoma er einn punktur og strik tákna hvernig útkomur verða hver á eftir annarri með ákveðnum líkum |
| líkur út frá tilraunum | samsvara hlutfallslegri tíðni í tilraun; P er tíðni hagstæðra útkoma deilt með heildarfjölda mögulegra útkoma |
| línulegt fall | fall á forminu $f(x) = ax + b$ þar sem a og b eru fastar; graf línulegs falls er bein lína |

| M | |
|---------------------------------------|--|
| margföldunarreglan í líkindareikningi | líkurnar á að tveir óháðir atburðir verði samtímis eru fundnar með því að margfalda saman líkurnar á hvorum atburði fyrir sig: $P(A \text{ og } B) = P(A) \cdot P(B)$ |
| markgildi falls | gildi sem fallgildið nálgast þegar óháða breytan nálgast ákveðið gildi eða stefnir í óendanlegt eða mínus óendanlegt |
| minnkun | hlutfall; minni tala : stærri tala |
| minnsta sameiginlega margfeldi | minnsta talan sem allar tölurnar, sem um ræðir hverju sinni, ganga upp í; samnefni |
| mælikvarði | hlutfallið milli lengdar á eftirmynd og samsvarandi lengdar á frummynd |
| N | |
| nafnvextir | vextir inn- og útlána sem gefnir eru upp hverju sinni án tillits til verðlagsbreytinga |
| nettólaun | laun eftir að skattar og fleiri frádráttarliðir hafa verið dregnir frá, útborguð laun |
| núllreglan | ef margfeldi talna eða algebrustæða er 0 hlýtur að minnsta kosti annar – eða einn – þátturinn að vera 0 |
| núllstöð falls | skurðpunktur grafs falls við x-ásinn; x-gildið er fundið með því að leysa jöfnuna $y = 0$ eða $f(x) = 0$; fallgildið er 0 |
| O | |
| orlofslaun | greiðslur frá atvinnurekanda sem fólk fær í sumarleyfinu í stað launa; orlofslaunin eru nú (2016) að lágmarki 10,17% af öllum greiddum launum |
| Ó | |
| ójafna | inniheldur tvær tölur eða algebrustæður þar sem önnur hefur hærra gildi en hin; þær eru aðskildar með ójöfnumerkjunum $>$ eða $<$ |
| P | |
| Pýþagórasarregla | Sjá „regla Pýþagórasar“ |
| Pýþagórasarþrennd | þrjár náttúrlegar tölur sem passa inn í reglu Pýþagórasar |
| R | |
| regla Pýþagórasar | langhlið ² = skammhlið ₁ ² + skammhlið ₂ ² ; í rétthyrndum þríhyrningi er summa lengda skammhliðanna í öðru veldi jöfn lengd langhliðarinnar í öðru veldi |
| rétt hlutfall | stærðirnar x og y standa í réttu hlutfalli hvor við aðra þegar $\frac{y}{x}$ er fasti, $x \neq 0$ |
| S | |
| samlagningaraðferðin | aðferð til að leysa jöfnuhneppi með því að leggja saman tvær línulegar jöfnur þannig að önnur óþekkta breytan hverfi |

| | |
|-------------------------|---|
| samokareglan | $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ |
| skammhlið | í rétthyrndum þríhyrningi kallast styttri hliðarnar tvær skammhliðar, þessar tvær hliðar eru armar rétta hornsins |
| skattstofn | grunnurinn sem opinber gjöld eru reiknuð af eftir að iðgjald í lífeyrissjóð hefur verið dregið af tekjunum |
| skattur | er innheimtur af launatekjum, hagnaði af atvinnurekstri, vaxtatekjum o.fl. til að fjármagna opinber útgjöld |
| stækkun | hlutfall; stærri tala : minni tala |
| T | |
| talningartré | sams konar og líkindatré; framsetning til að sýna mismunandi samsetningarmöguleika tveggja eða fleiri útkoma |
| tekjuskattur | skattur af launatekjum; hluti launa sem launþegi þarf að borga til ríkis og sveitarfélaga (útsvar) |
| topppunktur | punktur á grafi falls sem hefur hærra gildi en allir aðrir punktar í nágrenninu; hágildispunktur |
| tveggja punkta fjarvídd | hefur sjónlínu með tveimur hvarfpunktum, eitt hornið snýr að áhorfandanum |
| Ú | |
| útlánsvextir | vextir á peninga sem fengnir eru að láni hjá bankanum; útlánsvextir eru hærrí en innlánsvextir |
| útpunktur | samheiti yfir punkta með há- og lággildi í hnitakerfinu |
| V | |
| vaxtavextir | vextir af vöxtum fyrri lánstímabíla eða ára |
| Vennmynd | skýringarmynd þar sem mengi eru teiknuð sem svæði afmörkuð af lokuðum ferlum, notuð til að lýsa innbyrðis afstöðu mengja og aðgerða sem verka á þau |
| vextir | kostnaður við að taka peninga að láni eða það sem maður fær borgað fyrir að leggja peninga inn í banka |
| virðisaukaskattur (vsk) | skattur sem er lagður á flestar vörur og þjónustu, kallast oft í daglegu tali vaskur |
| P | |
| þáttun | að skrifa tölu eða algebrustæðu sem margfeldi tveggja eða fleiri þátta |
| þáttur | tala eða algebrustæða sem er margfölduð með öðrum þætti, þættir eru oft aðskildir með margföldunarmerkinu |
| þriggja punkta fjarvídd | hefur sjónlínu með tveimur hvarfpunktum og þriðja hvarfpunktinn fyrir ofan eða undir sjónlínunni |

| | |
|----------------------|--|
| þrívíddarpunktablað | á þrívíddarpunktablaði er punktunum raðað eins og hornpunktum í jafnhliða þríhyrningum |
| þrívíður | hlutur sem hægt er að mæla eftir þremur ásum sem standa hornréttir hver á annan |
| Ö | |
| öfugt hlutfall | tvær stærðir, x og y , standa í öfugu hlutfalli hvor við aðra ef margfeldi þeirra er $x \cdot y = k$ þar sem k er fasti; þessi tengsl má einnig skrá með $y = \frac{k}{x}$, þar sem x er ekki 0 |
| önnur ferningsreglan | $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ |

TIL NEMANDA

Þessi bók er eign skólans þíns og þú hefur hana að láni. Bækur eru dýrar og því mikilvægt að farið sé vel með þær. Gættu þess vel að skrifa ekki í þessa bók.

| Skóli | | | Bók nr. | |
|----------------|-------------------|--------|------------------|--------|
| | | | Tekin í notkun | |
| Nemandi/bekkur | Útlán: (dags.) | Ástand | Skil: (dags.) | Ástand |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

- 1) Nafn nemanda skal greinilega skrifað í línurnar hér að ofan.
- 2) Ástandi bókar við útlán og skil skal lýst þannig:
N: ný bók, G: gott, S: sæmilegt, L: lélegt.

SKALI 3A

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Skali býður upp á innihaldsríka og lifandi stærðfræðikennslu.

Nemendur öðlast bæði skilning og færni með því að vera virkir og leitandi þegar þeir vinna við stærðfræði. Nemendur og kennarar nota *Skala* til að lesa stærðfræði, *vinna* verkefni, *rökræða* lausnaleyðir og fást við stærðfræðilegar áskoranir á rannsakandi og skapandi hátt. *Skali* vekur áhuga nemenda með því að tengja stærðfræði við daglegt líf og bjóða upp á fjölbreytilega kennslu.

Í *Skala* er lögð áhersla á

- hið faglega innihald, rökrétta uppbyggingu námsefnisins og framvindu námsins
- skýr og nákvæm markmið
- hagnýt dæmi og verkefni
- aðlögun námsefnisins að þörfum allra nemenda í sameiginlegu námssamfélagi þeirra
- nákvæmar leiðbeiningar og stuðning við kennara sem nýtist áður en kennsla hefst, meðan á henni stendur og eftir að henni lýkur

Skali 3 samanstendur af tveimur nemendabókum, tveimur æfingaheftum og kennarabókum. Kennarabækurnar eru gefnar út á heimasíðu Menntamálastofnunar og þar er auk þess að finna verkefnahefti, lausnir og annað fylgiefni með flokknum.

Höfundar:

Björnar Alseth

Grete Normann Tofteberg

Ingvill Merete Stedøy-Johansen

Janneke Tangen