



2B

SKALI

ÆFINGAHEFTI

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Grete Normann Tofteberg • Janneke Tangen
Ingvill Merete Stedøy-Johansen • Bjørnar Alseth

Skali 2B
Æfingahefti
ISBN 978-9979-0-2007-3

© Gyldendal Norsk Forlag AS 2014
Heiti á frummálinu: Maximum 9 Oppgavebok (seinni hluti)

Ritstjóri norsku útgáfunnar: Åse Bergundhaugen og Thor-Atle Refsdal
Kápuhönnun: 07 Gruppen AS / Kristine Steen
Mynd á kápu: Verkís/Rafn Sigurbjörnsson
Teikningar: Anette Badendyck
Leturgerð í meginmáli: Neo Sans Std, Regular, 10,5 pt.

© 2014 Grete Normann Tofteberg, Janneke Tangen, Ingvill Merete Stedøy-Johansen og Bjørnar Alseth
© 2016 íslensk þýðing og staðfærsla: Hanna Kristín Stefánsdóttir

© 2016 ljósmyndir
Myndir frá Shutterstock.com
bls. 15 yurchello 108; bls. 18 Photobac; bls. 19.a.o. Kati Molin;
bls. 19 a.n. Kuryanovicg_Tatsiana; bls. 20 f.m. S E; bls. 21 a.o. Africa Studio;
bls. 21 f.m. Master3D; bls. 21 a.n. Studio G; bls. 22 Hellen Sergeyeva;
bls. 25 James R. Martin; bls. 26 Leszek Glasner; bls. 27 stockwerk.dk;
bls. 30 JaySi; bls. 31 Filip Stoklas; bls. 36 a.o. Olga Marc; bls. 38 a.n. Cobisimo;
bls. 39 Lucie Lang; bls. 40 a.n. Seamless Patterns; bls. 40 a.o. Mega Pixel;
bls. 41 Timolina; bls. 42 Nikita Rogul; bls. 43 HUAJI; bls. 44 vetasster; bls. 44 Ires003;
bls. 44 gopfaster; bls. 44 fashionall; bls. 44 Mindscape studio; bls. 44 windu;
bls. 44 Kelyalyaynen bls. 45 Nenov Brothers Images; bls. 46 Neil Burton;
bls. 47 gjermund; bls. 48 a.o. Stefan Schurr; bls. 48 a.n. Nejrnon Photo; bls. 49 a.o. Lanych;
bls. 50 Gilmanshin; bls. 50 JuliusKielaitis; bls. 50 a.n. Dejan Stanic Micko;
bls. 52 arcideaphoto; bls. 53 prudkov; bls. 54 Corepics VOF; bls. 55 a.o. Viorel Sima;
bls. 55 a.n. AR Images; bls. 57 a.o. chrisdorney; bls. 57 a.n. Art Konovalov;
bls. 58 Supertrooper; bls. 60 woe; bls. 62 Africa Studio; bls. 64 Iakov Filimonov;
bls. 64 Peshkova; bls. 67 AlexLMS

Myndir frá istockphoto.com
bls. 6 apainter; bls. 49 a.n. PorFang

Mynd frá mbl.is
bls. 38 Svanhildur Eiríksdóttir

Ritstjórar íslensku útgáfunnar: Auður Bára Ólafsdóttir, Hafdís Finnbogadóttir

1. útgáfa 2016
Menntamálastofnun
Kópavogi

Umbrot: Menntamálastofnun

Eftirtaldir lásu yfir handrit að hluta eða í heild og veittu góð ráð við gerð bókarinnar:
Freyja Hreinsdóttir, Ingólfur Steinsson, Kristín Bjarnadóttir, Bylgja Borgþórsdóttir.
Peim og öðrum sem komu að verkinu eru færðar bestu þakkir.

Bók þessa má eigi afrita með neinum hætti, svo sem ljósmyndun, prentun, hljóðritun eða á annan sambærilegan hátt að hluta til eða í heild, án skriflegs leyfis höfunda, þýðanda og útgefanda.



SKALI

ÆFINGAHEFTI

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Grete Normann Tofteberg • Janneke Tangen
Ingvill Merete Stedøy-Johansen • Bjørnar Alseth

Formáli

Velkomin í *Skala 2B*.

Nú byrjar stærðfræðin að verða virkilega spennandi, krefjandi og gagnleg.

- Stærðfræði er nytsamleg í daglegu lífi, bæði í námi og í atvinnulífinu.
- Í stærðfræði felast einnig gagnleg mynstur og kerfi, í henni eru rökleg tengsl og hún hefur sitt eigið táknbundna tungumál.
- Stærðfræðinám felur í sér gleði, undrun og sigra og útheimtir mikla vinnu!
- Í stærðfræðitímunum vinnur þú með öðrum, leysir dæmi og vandamál, vinnur hagnýt verkefni, spilar spil, rökræðir um lausnir og hugsanaferli og notar tölvu.

Hér sérðu hvernig nemendabókin getur verið til hjálpar:

Markmið um hvað þú átt að læra.

Flatarmál og ummál

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- mæla og reikna út ummál þekkra rúmfræðilegra forma eða myndu
- mæla og reikna út flatarmál þekkra rúmfræðilegra forma eða myndu

Hægt er fara nokkrar leiðir til að segja til um hve stór tiltekinn flötur er. Stundum er mikilvægt að vita hvaða lögum er á flötinum og hversu langt er kringum flötina. Ef þú átt til dæmis að setja girðingu eða segja til um hve langt er kringum ákveðinn jarðarskika þarft þú að vita um ummálið. Í öðrum tilvikum er það stærð flatarins sem skiptir máli. Ef þú átt til dæmis að sá í grasflöt fótboltavallar eða dreifa sandi á lóð þarft að gefa upp flatarmálið. Reikna má ummál og flatarmál á mismunandi vegu, allt eftir lögum flatarins.



4.1 Hver nemendanna hefur rétt fyrir sér?

Hvernig á að reikna út ummál niu af hellunum á myndinni fyrir ofan?

A Þú þarft að mæla lengd grasandartinnar meðfram þremur hellunna og margfalda lengdina með fjórum.

B Þú þarft að leggja saman lengd allra grenu grasandanna í kringum hellunna og máli þeirra.

C Þú þarft að mæla lengd grasandartinnar meðfram þremur hellunna og setja lengdina í annað veldi.

D Þú þarft að mæla lengd grasandartinnar meðfram hlö einnar hellunnar og margfalda lengdina með 12.

Orðskýringar

Ummál er lengd strikanna eða ferlans sem umlykja flatarmál eða sveði.

Flatarmál er stærð flatarmyndar.

Verkefni til umræðu.

Misþung verkefni.

Skýringarmyndir sem hjálpa þér að skilja.

Sýnidæmi sem útskýra fyrir þér hvernig þú getur reiknað og skrifað.

Texti til útskýringar.

Talblöðrur með útskýringum og ábendingum.



Sýnidæmi 8

Finndu flatarmál hringeitra sem er 45° . Geislinn er 3 cm.

Tilfaga að lausn

Við vitum að hringeiri, sem er 45° er $\frac{45}{360} = \frac{1}{8}$ af heilum hring.
 $F = \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{1}{8} \cdot 3,14 \cdot 3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 3,5 \text{ cm}^2$
 Flatarmálið er um það bil $3,5 \text{ cm}^2$.

Við notum svarið þannig að fjöldi aukastafa verði skýrnamlegur.

Mundu að heill hringur er 360° .

Hringeiri er hluti af hringlätinum, sem afmarkast af tveimur geislum og hringþegnum milli þeirra.

4.34 Finndu flatarmál hringeitra þegar

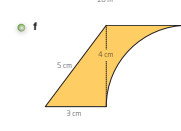
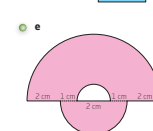
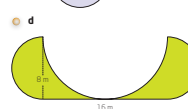
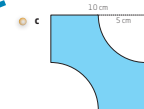
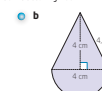
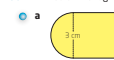
a $r = 8 \text{ cm}$ og v (hornið) $= 90^\circ$

b $r = 0,12 \text{ m}$ og $v = 120^\circ$

c $d = 7 \text{ m}$ og $v = 30^\circ$

d $r = 15 \text{ cm}$ og $v = 58^\circ$

4.35 Finndu ummál og flatarmál þessara samsettu mynda.



Skali 2B

Samantekt á markmiðum sem vinnan fram undan byggist á.

Til að æfa enn frekar það sem þú þarft að æfa.

Bættu þig!

Einfaldar líkur

- 5.64 Í bekkjardeldi nokkurri fá nemendur einkunnir eins og sýnt er í töflunni á kvarðanum 0 til 10.
- Hverjar eru líkurnar á að einhver nemandi í bekkjardeldinni fái einkunnina 8?
 - Hverjar eru líkurnar á að einhver nemandi í bekkjardeldinni fái einkunnina 9?
 - Hverjar eru líkurnar á að einhver nemandi í bekkjardeldinni fái einkunnina 6 eða 7?
 - Hverjar eru líkurnar á að einhver nemandi í bekkjardeldinni fái ekki einkunnina 9 eða 10?
- 5.65 Það eru 70% líkur á rigningu einhvern daginn í apríl. Hve marga daga er venjulega rigning í apríl?
- 5.66 Á landsleik milli Brasilíu og Noregs er stuðullinn fyrir heimasigur 1,22, stuðullinn fyrir jafntefli er 4,35 og fyrir útsigur 7,95.
- Hvað merka þessir stuðlar?
 - Hve mikið færðu greitt ef þú veðjar 2000 kr. á að það verði jafnt?
- 5.67 Þú átt að draga einn bókstaf úr orðunum hér fyrir neðan. eru jafnar líkur á að draga hvern bókstaf? Hvaða bókstafur á mestar líkur á að vera dreginn út úr hverju orði?
- klukkan
 - vídeó
 - sendiferðabífléðin
- 5.68 Hvert er útkomumengi viðburðanna hér á eftir? eru líkurnar jafnar eða ójafnar?
- Þú átt að draga spil í ákveðnum lit úr spilastokki.
 - Þú bíður eftir einkunn úr prófi.
 - Þú átt að ganga úr skugga um augnlit persónu sem valin er af handabófi.
 - Þú átt að snúa lukkuhjóli með 50 tölum.



100 Skali 2B

Til að vinna ýmis verkefni og spila spil.

Til hamingju með námsgreinina stærðfræði!

Með kveðju frá höfundum

Í stuttu máli

Þú átt að geta	Dæmi	Tillögur að lausnum
mælt og reiknað út ummál þektra rúmfræðiforma	<p>a. Finndu ummál rétthyrningsins.</p> <p>b. Finndu ummál þríhyrningsins.</p>	<p>a. $U = 2 \cdot l + 2 \cdot b = 2 \cdot 3 \text{ cm} + 2 \cdot 2 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$</p> <p>b. Ummál = summa hliðanna $U = 3 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$</p>
mælt og reiknað út flatarmál þektra rúmfræðiforma: fernings rétthyrnings samsíðungs þríhyrnings trapisu	<p>a. Finndu flatarmál samsíðungsins.</p> <p>b. Finndu flatarmál þríhyrningsins.</p>	<p>a. $F = 3 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2$</p> <p>b. $F = \frac{4 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}}{2} = 4 \text{ cm}^2$</p>

Ýmis verkefni

Að finna flatarmál hringis

Þetta verkefni er fyrir 2-3 manna hópa.

Þú þurft

- að minnsta kosti þrjú hringlaga hluti af mismunandi stærð, til dæmis glas, lok á kökubox og húlahring
- ýmis málteki: málband, metrakvarða, reglustiku eða eitthvað svipað
- snúru

Aðferð

Teiknið skissu af hverju hringlaga formi með bjánti á blað eða með kritt á stétt. Tilgangurinn er að finna flatarmál hringianna, sem þú teiknið, eins nákvæmlega og þú getið.



- Giskib á flatarmál hringianna.
- Ræðið saman um hvaða aðferð þú getið notað. Í mælitölan sem þú getið fundið með hjálpartækji.
- Mælið nú nauðsynlegar lengdir.
- Notið mælitölurnar til að reikna út flatarmál hringisins.
- Ræðið saman um hversu nákvæmt flatarmál þú og námundið svörin.
- Hversu nálægt réttum svörum voru ágiskanir ykkar?

Þjálfðu hugann

- 5.81 Peningar geta verið myntrir eða seðlar.
- Eg á 12 krónur í vasanum. Hverjar eru líkurnar á að þær samanstandi af einum tikalli og tveimur krónupeningum?
 - Eg á 44 kr. í vasanum. Hverjar eru líkurnar á að þær samanstandi af fjórum tiköllum og fjórum krónupeningum?
 - Eg á 66 kr. í vasanum. Hverjar eru líkurnar á að í vasanum séu að minnsta kosti þrjú tikallar?



- 5.82 Hverjar eru líkurnar á að leylinúmerið á ferðatöskunni þinni, sem í eru þrjú tölustafir, sé spegiltala?
- 5.83 Hverjar eru líkurnar á að fjögurra stafa pin-númer á greiðslukortinu þínu innihaldi að minnsta kosti eina síletta tölur?
- 5.84 Hverjar eru líkurnar á að fjögurra stafa pin-númerið þitt sé spegiltala?

Spegiltala er tala eins og 131 eða 1221.

Kaflí 5 • Líkur og talingarfræði 103

Ýmis spennandi og krefjandi verkefni.

Efnisyfirlit

4 Rúmfræði og útreikningar 6

Flatarmál og ummál	6
Rúmfræði hrings.....	12
Þrívíð rúmfræðiform	18
Verkefni af ýmsu tagi	24

5 Líkur og talningarfræði 38

Einfaldar líkur.....	38
Talningarfræði.....	44
Verkefni af ýmsu tagi	56



4

Rúmfræði og útreikningar

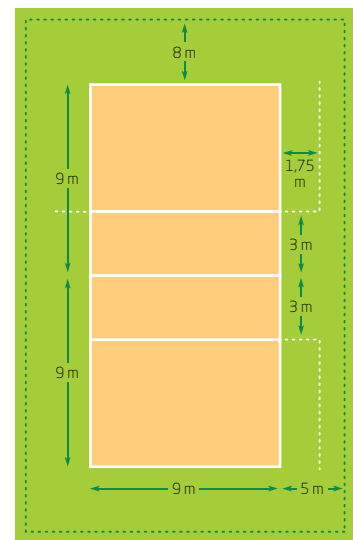
Flatarmál og ummál

4.1 Hér til hliðar sérðu skissu af blakvelli.

- a** Reiknaðu út ummál innra svæðisins (þess gulbrúna).
- b** Reiknaðu ummál ytra svæðisins (þess græna sem afmarkað er af brotalínunni).

4.2 Notaðu málin á skissunni af blakvellinum í verkefni 4.1.

- a** Reiknaðu flatarmál gulbrúna svæðisins.
- b** Reiknaðu flatarmál græna svæðisins sem afmarkað er af brotalínunni.

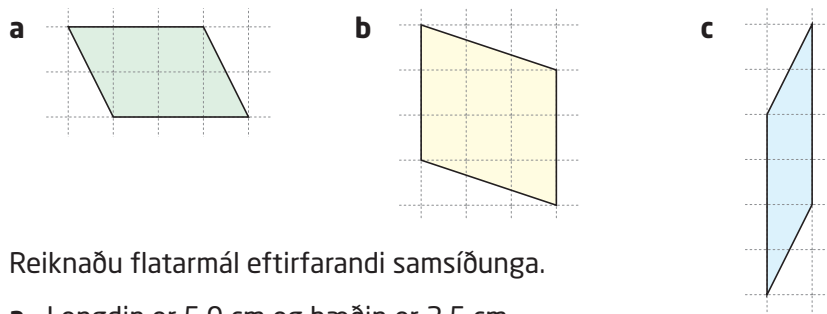




4.3 Teiknaðu rétthyrningana, sem lýst er hér á eftir, og reiknaðu flatarmál þeirra.

- a Breiddin er 4,0 cm og lengdin er 6,5 cm.
- b Breiddin er 3,0 cm og lengdin er 7,5 cm.
- c Breiddin er 2,5 cm og lengdin er 8,0 cm.
- d Hvað geturðu sagt um ummál þessara þriggja rétthyrninga?

4.4 Finndu flatarmál samsíðunganna þegar hver reitur í rúðunetinu er 1 cm á breidd og 1 cm á lengd.



4.5 Reiknaðu flatarmál eftirfarandi samsíðunga.

- a Lengdin er 5,0 cm og hæðin er 3,5 cm.
- b Hæðin er 12 m og lengdin er 2,5 m.
- c Lengdin er 8,5 m og hæðin er 80 cm.

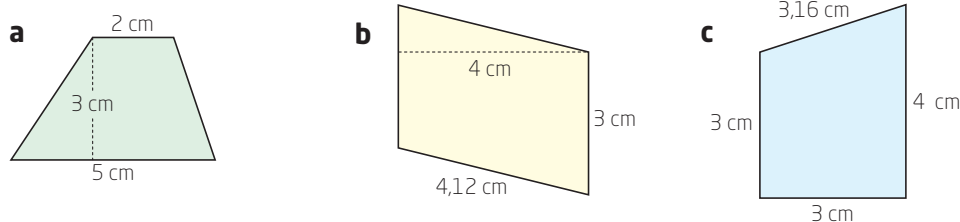
4.6 Teiknaðu þríhyrningana, sem lýst er hér á eftir, og reiknaðu flatarmál þeirra.

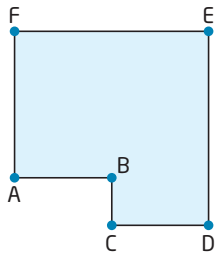
- a Jafnarma þríhyrningur með 8 cm grunnlínu og 3 cm hæð.
- b Jafnarma þríhyrningur með 4 cm grunnlínu og 7 cm hæð.
- c Rétthyrndur þríhyrningur, ABC, þar sem $\angle B$ er rétta hornið, AB er 6 cm og BC er 5 cm.

4.7 Teiknaðu í hverju verkefni hér á eftir tvo mismunandi þríhyrninga sem hafa sama flatarmál. Skráðu málín á myndirnar þegar flatarmálið er

- a 16 cm^2
- b 20 cm^2
- c 13 cm^2

4.8 Útskýrðu hvers konar ferhyrninga myndirnar sýna og reiknaðu flatarmál þeirra.





4.9 Á myndinni á spássiunni eru hliðarnar með fjórar mismunandi lengdir. Stysta hliðin er fjórðungur af lengstu hliðinni. Næststysta hliðin er helmingurinn af lengstu hliðinni og næstlengsta hliðin er þreföld lengd stystu hliðarinnar.

Hvert verður ummálið þegar

- a** $BC = 2$ cm
- b** $AB = 6$ cm
- c** $AF = 7,5$ cm
- d** $DF = 20$ cm
- e** Skriðu almenna formúlu fyrir ummál myndarinnar þegar stysta hliðin er t .

4.10 Teiknaðu rétthyrninga þar sem lengd hveðrar hliðar er í heilum sentimetrum og ummálið er

- a** 18 cm
- b** 24 cm
- c** 30 cm
- d** 17 cm
- e** Hve margar lausnir finnast í hverju tilviki?

4.11 Notaðu A4-blað. Klipptu út ferning sem er 2 dm á kant.

- a** Hve margir ferdesimetrar (dm^2) er ferningurinn?
- b** Notaðu ferninginn til að mæla og giska á flatarmál
 - skólaborðsins þíns
 - glugga
 - skáphurðar

4.12 Hvað kallast rétthyrningur þar sem lengd og breidd eru jafn langar. Skriðu formúlur fyrir ummál og flatarmál slíks rétthyrnings.

4.13 Í samsíðungnum ABCD er $\angle A 60^\circ$, flatarmálið er 20 cm^2 og lengdin er 1 cm styttri en hæðin. Teiknaðu samsíðunginn og skráðu málin á myndina.

4.14 Teiknaðu fjóra mismunandi þríhyrninga. Mældu nauðsynlegar lengdir og reiknaðu út flatarmál þríhyrninganna.

4.15 Teiknaðu tvo þríhyrninga þar sem hvorki grunnlínurnar né hæðirnar eru eins en flatarmál annars þríhyrningsins á að vera tvöfalt flatarmál hins. Skráðu málin á myndirnar.

4.16 Þríhyrningur og samsíðungur hafa sömu hæð og sama flatarmál. Hvað geturðu sagt um grunnlínurnar á þessum tveimur formum.

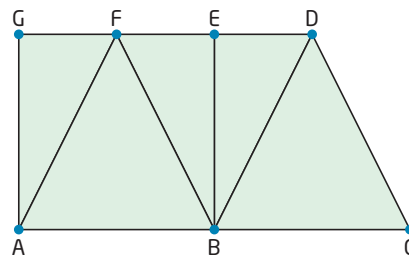


4.17 Notaðu rúmfræðiforrit.

Teiknaðu strikið AB sem er 5 einingar á lengd. Teiknaðu línu l samsíða AB og hafðu 4 eininga fjarlægð á milli þeirra. Merktu punktin C á l og dragðu strikin AC og BC. Færðu C fram og aftur á l án þess að flytja l.

- a Hvaða mismunandi gerðir þríhyrninga getur þú fengið?
- b Hvað getur þú sagt um flatarmál þessara mismunandi þríhyrninga?

4.18 Á myndinni til hægri er $AB = BC = BE = GE = DF = 5$, $AF = BF = BD = CD = 5,6$, $\angle ABE = \angle GAB = \angle EGA = 90^\circ$.

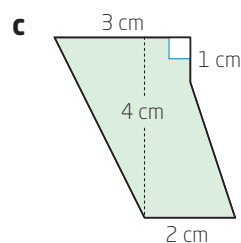
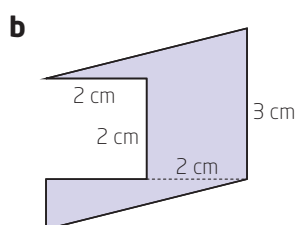
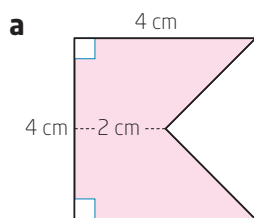


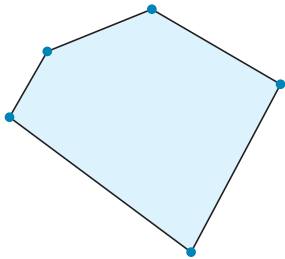
- a Geturðu fundið ferning á myndinni? Ef svo er gefðu honum þá heiti og reiknaðu út flatarmál og ummál.
- b Geturðu fundið rétthyrninga sem eru ekki ferningar? Ef svo er gefðu þeim þá heiti og reiknaðu flatarmál og ummál þeirra.
- c Geturðu fundið samsíðunga sem eru hvorki ferningar né rétthyrningar? Ef svo er gefðu þeim þá heiti og reiknaðu út flatarmál og ummál þeirra.
- d Geturðu fundið þríhyrninga á myndinni? Ef svo er gefðu þeim þá heiti og reiknaðu út flatarmál og ummál þeirra.
- e Geturðu fundið trapisur sem eru hvorki ferningar, rétthyrningar né samsíðungar? Ef svo er gefðu þeim þá heiti og reiknaðu út flatarmál og ummál þeirra.

4.19 Finndu flatarmál trapisanna þegar

- a lengdin a = 6 m, lengdin b = 3,5 m og hæðin = 2 m
- b lengdin a = 2,8 m, lengdin b = 40 cm og hæðin = 1,5 m
- c lengdin a = 0,7 m, lengdin b = 25 cm og hæðin = 3 dm
- d lengdin a = 4,2 cm, lengdin b = 1,9 cm og hæðin = 12 mm

4.20 Reiknaðu út flatarmál lituðu svæðanna á samsettu myndunum hér á eftir.



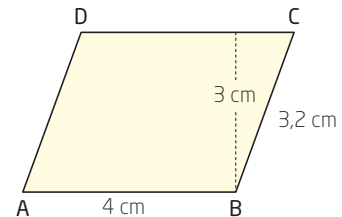


- 4.21** Finndu óþekktu hliðarnar.
- a** Í jafnarma þríhyrningi eru báðar jafnlöngu hliðarnar 1,5 föld þriðja hliðin. Hve langar eru hliðarnar þegar ummálið er 32 cm?
 - b** Í rétthyrningi er lengri hliðin 2,5 föld styttri hliðin að lengd. Hversu langar eru hliðarnar þegar ummálið er 28 cm?
 - c** Óreglulegur fimmhyrningur er teiknaður þannig að hver hlið er einni einingu lengri en hliðin á undan (nema hliðin sem var teiknuð fyrst), sjá myndina til vinstri. Hve langar eru hliðarnar þegar ummálið er 20 cm?

4.22 Í reglulegum sexhyrningi er lengsta hornalínan 8 cm. Finndu ummál sexhyrningsins.

4.23 Rétthyrningslaga svæði hefur ummálið 50 m og flatarmálið 150 m². Lengdin og breiddin eru í heilum metrum. Hver getur lengd og breidd rétthyrningsins verið?

- 4.24**
- a** Reiknaðu út flatarmál og ummál samsíðungsins ABCD.
 - b** Hugsaðu þér að horninu A verði breytt án þess að lengd hliðanna breytist. Útskýrðu hvernig flatarmálið breytist.

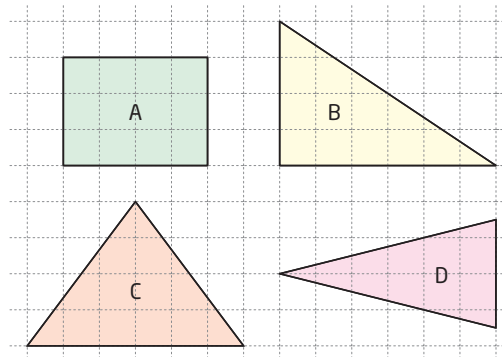


4.25 Teiknaðu þrjá mismunandi samsíðunga sem allir hafa flatarmálið 18 cm². Skráðu málín á teikningarnar.

4.26 Þríhyrningur á að hafa flatarmálið 24 cm². Hver verður hæðin ef grunnlínan er

- a** 8 cm?
- b** 12 cm?
- c** 48 cm?
- d** 0,6 cm?

4.27 Hvaða mynd passar ekki við? Rökstyddu svarið.





4.28 Satt eða ósatt - alltaf eða stundum

- 1 Í þríhyrningum eru þrjár mismunandi hæðir.
- 2 Hornalínurnar í samsíðungi skipta honum í fjóra jafnarma þríhyrninga.
- 3 Hæðin í jafnarma þríhyrningi er spegilás í þríhyrningnum.
- 4 Rétthyrndur þríhyrningur og jafnhliða þríhyrningur geta bæði haft sama flatarmál og sama ummál.
- 5 Það eru tvær hæðir í samsíðungi.
- 6 Það eru tvær jafn langar hliðar í trapisu.

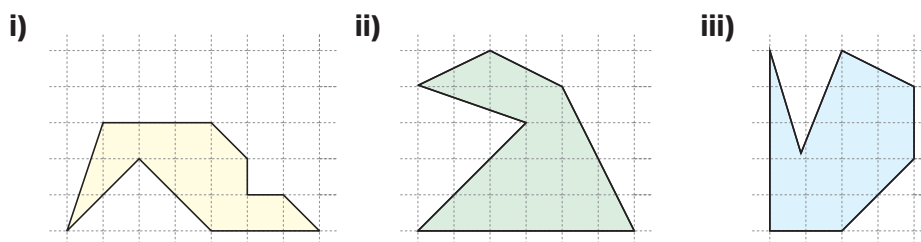
4.29 Taflan sýnir mælitölur fjögurra mismunandi trapisa. Finndu mælitölurnar sem vantar.

Lengd a	Lengd b	Hæð	Flatarmál
5 cm	7 cm	3 cm	
8 cm	12 cm		40 cm ²
	9 cm	4 cm	28 cm ²
13 cm		8 cm	84 cm ²

4.30 Trapisan ABCD er þannig að $AB \parallel CD$, $\angle A = 90^\circ$ og $AD = CD = \frac{1}{2} AB$.

- a Teiknaðu skissu af trapisunni.
- b Hversu stórt er $\angle B$? Rökstyddu svarið.
- c Hvert er flatarmál trapisunnar ef $AD = 3$ cm?

4.31 Rúðunetið hér á eftir skiptir flötunum í láréttar og lóðréttar lengdareiningar. Kallaðu eina lengdareiningu x .



- a Skiptu myndunum í hluta og búðu til almenna formúlu fyrir flatarmál hversrar myndar þar sem lengdareiningin er x .
- b Finndu flatarmál hversrar myndar þegar $x = 2$ og þegar $x = 3$.

Rúmfræði hrings

4.32 Hugsaðu þér að þú eigir að teikna hring en hafir engan hringfara. Settu fram þrjár tillögur um hvaða önnur hjálpartæki þú getur notað.

4.33 Finndu lengd geisla í hring þar sem þvermálið er

- a** 8 m **b** 13 cm **c** 1,6 m

4.34 Hve stórt er þvermálið í hring þar sem geislinn er

- a** 6 cm? **b** 9 m? **c** 0,7 cm?

4.35 Reiknaðu ummál hrings þar sem

- a** $p = 9$ cm **c** $p = 0,85$ mm **e** $r = 0,9$ m
b $p = 5$ m **d** $r = 13$ cm **f** $r = 4,2$ cm

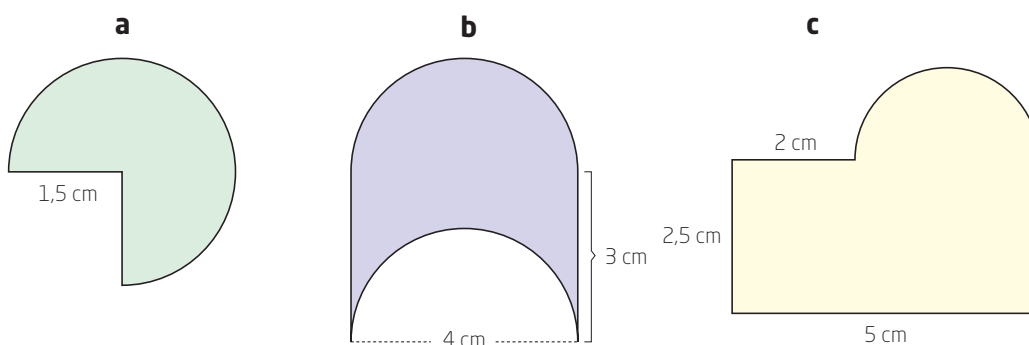
4.36 Reiknaðu flatarmál hrings þar sem

- a** $r = 4$ cm **c** $p = 12$ m **e** $r = 112$ cm
b $r = 18$ mm **d** $p = 20$ cm **f** $p = 5$ m

4.37 Hve stór hluti af hring er hringgeiri sem er

- a** 90° ? **c** 45° ? **e** 15° ?
b 60° ? **d** 30° ? **f** 120° ?

4.38 Reiknaðu ummál og flatarmál myndanna.



Geisli, r

Það er alþjóðleg venja að skammstafa geisla með bókstafnum r en geisli kallast radius á mörgum erlendum málum.



4.39 Teiknaðu, með hringfara og reglustiku, jafnhliða þríhyrning þar sem hliðarlengdin er 4 cm. Hvað eru hornin í þríhyrningnum stór?

4.40 Teiknaðu, með hringfara og reglustiku, þríhyrninginn ABC þar sem $AB = 7$ cm, $\angle C = 90^\circ$ og $AC = 4$ cm.

4.41 Ljósastaur hefur verið komið fyrir í 14 m fjarlægð frá beinum vegi. Pétur ætlar að setja upp skilti í 4 m fjarlægð frá ljósasturnum og 12 m fjarlægð frá veginum.

Gerðu skissu sem sýnir hvar hægt er að koma skiltinu fyrir.

4.42 Teiknaðu, með hringfara og reglustiku, hring með miðju í M og 4 cm geisla.

a Teiknaðu nú tvær háflínur út frá M sem mynda 60° horn í M . Háflínurnar skera hringferilinn í A og B . Teiknaðu snertla hringsins í A og B . Kallaðu skurðpunkt snertlanna S .

b Hvers konar ferhyrningur er $MASB$?

c Hve margar gráður er $\angle S$?

4.43 Útskýrðu með eigin orðum

a tengslin milli miðstrengs og geisla

b mismuninn á streng og sniðli

c hvað er líkt með miðstreng og streng

d tengslin milli hringgeira og miðjuhorns

4.44 Teiknaðu hring með miðju í M og 3,5 cm geisla. Notaðu hringfara og reglustiku og teiknaðu 60° miðjuhorn. Kallaðu skurðpunktana milli arma hornsins og hringbogans A og B .

Hversu langur er strengurinn AB ?

4.45 Myndin til hægri hefur spegilás. $\angle BMC$ er 90° .

a Hve margar gráður er $\angle BAC$?

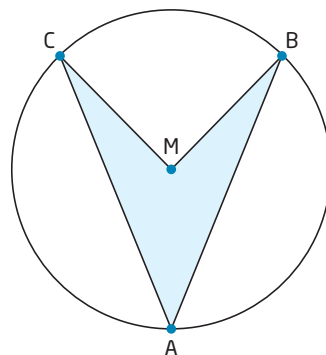
b Hve margar gráður eru $\angle ABM$ og $\angle ACM$?

Miðstrengur er strík sem gengur gegnum miðju hrings og tengir saman punkta á ferli hans.

Þvermál er lengd miðstrengs í hring.

Sniðill í hring er bein lína sem sker hringferilinn í tveimur punktum.

Strengur í hring er strík sem liggur milli tveggja punkta á hringferlinum.



4.46 Allir hringir hafa geisla, r , þvermál, p , og ummál, U .
 Finndu mælitölurnar sem eru ekki gefnar upp hér á eftir.

- a** $p = 12$ cm **c** $U = 28,26$ mm **e** $U = 7,536$ m
b $r = 0,6$ m **d** $r = 1,9$ cm **f** $p = 0,05$ km

r	U	(r, U)

4.47 Búðu til töflu eins og þá sem er hér til vinstri.

- a** Veldu fjórar mismunandi mælitölur fyrir geisla og reiknaðu ummálið.
b Settu talnapörin í hnitakerfi.
c Er línulegt samband milli geisla og ummáls?

4.48 Matthildur á efni sem er 1,2 m á breidd og 1,2 m á lengd. Hún ætlar að sauma hringlaga dúk og klippir út úr efninu eins stóran hring og mögulegt er.

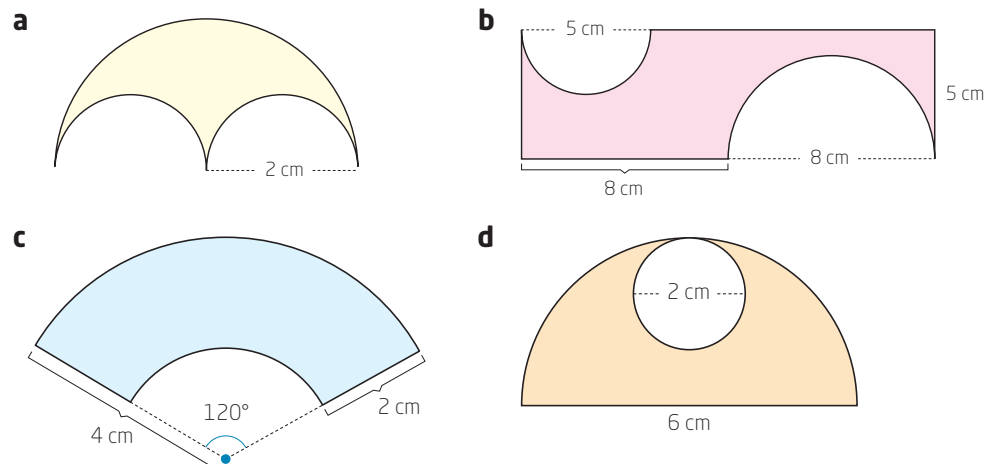
- a** Hve mörg prósent af efninu verða notuð í dúkinn?
b Matthildur ætlar að sauma skáband á dúkinn allan hringinn. Hve langt skáband þarf hún að kaupa ef hún bætir 5% við ummálið og námundar síðan töluna upp að næsta heila desimetra fyrir ofan?

r	F	(r, F)

4.49 Búðu til töflu eins og þá sem er hér til vinstri.

- a** Veldu fjórar mismunandi mælitölur fyrir geisla og reiknaðu flatarmálið.
b Settu talnapörin í hnitakerfi.
c Er línulegt samband milli geisla og flatarmáls?

4.50 Reiknaðu ummál og flatarmál myndanna.





4.51 Reiknaðu ummál og flatarmál hringgeira þegar

a $r = 3$ cm og $h = 60^\circ$

c $r = 0,9$ m og $h = 30^\circ$

b $p = 18$ m og $h = 72^\circ$

d $p = 5$ cm og $h = 135^\circ$

Horn, h
Skammstöfunin
 h merkir horn.

4.52 Notaðu hringfara og reglustiku og teiknaðu hjálparmynd. Skrifðu einnig teiknilýsingu.

a Teiknaðu þríhyrninginn ABC þannig að $AB = 8$ cm, $BC = 2$ cm og $\angle C = 90^\circ$.

b Breyttu þríhyrningnum í ferhyrninginn ABCD þannig að D liggi jafn langt frá A og frá C og strikið $AD = 4,5$ cm.

4.53 Sjoppa er staðsett þannig að Guðrún þarf að fara helmingi styttri leið en Jens. Bæði geta þau gengið í beinni línu eftir gagnstéttum sem mætast við sjoppuna í horni sem er 90° .

Notaðu hringfara og reglustiku eða rúmfræðiforrit til að teikna skissu af afstöðu húsa þeirra Jens og Guðrúnar.

4.54 Teiknaðu hring með miðju í M og geisla sem er 4 cm. Teiknaðu strenginn AB þannig að boginn $AB = 120^\circ$. Teiknaðu helmingalínu hornsins AMB og kallaðu skurðpunkta helmingalínunnar og hringbogans E og F. Teiknaðu ferhyrninginn AEBF. Hvers konar ferhyrningur er AEBF og hvað eru horn ferhyrningsins stór?

4.55 Notaðu hringfara og reglustiku eða rúmfræðiforrit. Teiknaðu hring með miðju í M og 3 cm geisla. Teiknaðu tvo miðstrengi sem mynda saman 30° horn. Teiknaðu snertla hringsins í skurðpunktunum þar sem miðstrengirnir skera hringferilinn.

Hvers konar ferhyrning mynda snertlarnir fjórir og hversu stór eru horn hans?

Rúmfræðiteikning
felur í sér að nota hringfara og reglustiku þegar teiknað er.

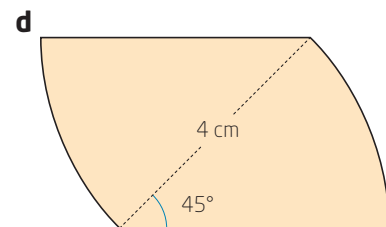
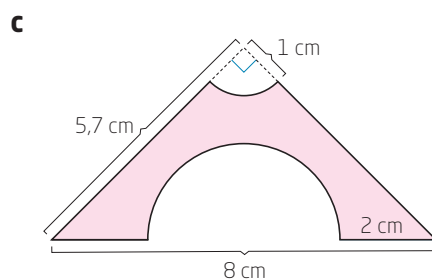
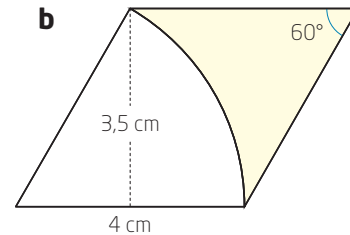
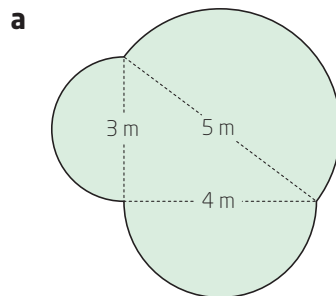
4.56 Finndu þrjá hringlaga hluti, til dæmis kökubox, jógúrtlok eða eitthvað slíkt.

Teiknaðu hringina og finndu, með rúmfræðiteikningu, miðpunktinn í hverjum þeirra.



4.57 Vírnet, sem er 16 m á lengd, er notað til að girða af brunn. Hvert er þvermál girðingarinnar?

4.58 Reiknaðu ummál og flatarmál myndanna.



4.59 Hinrik reiknaði út flatarmál hrings og námunnaði það að 95 cm^2 en hann er búinn að gleyma hvað geislinn er langur. Getur þú hjálpað honum?

4.60 Ummál hrings er 12,56 cm.

a Hvert er flatarmál hringsins?

b Útskýrðu hvað er sérstakt við niðurstöðuna.

4.61 Geisli hringsins A nemur þreföldum geisla í hringnum B.

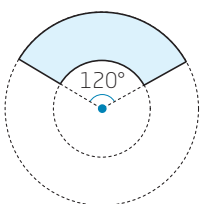
a Hvert er hlutfallið milli ummála hringjanna tveggja?

b Hvert er hlutfallið milli flatarmála hringjanna tveggja?

4.62 Á myndinni á spássíunni er geislinn í minni hringnum helmingurinn af geisla stærri hringsins.

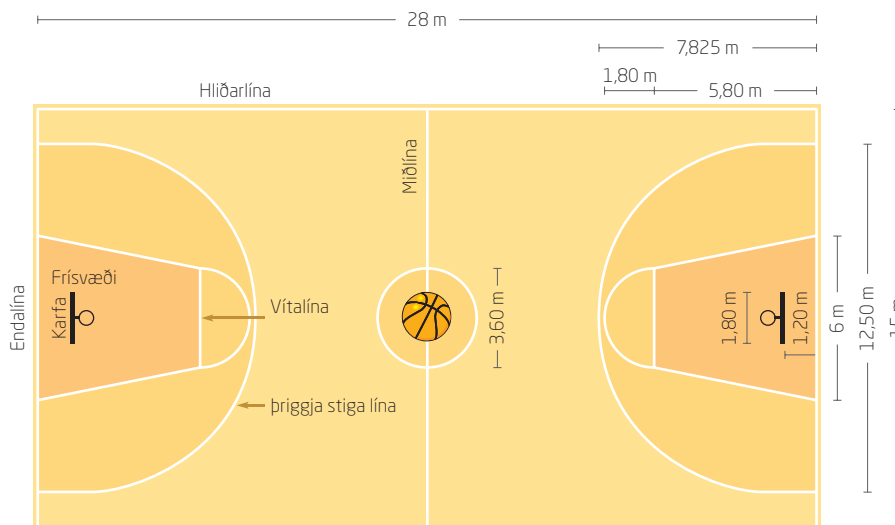
a Hversu stór hluti af flatarmáli stærri hringsins er litaður?

b Hvert er hlutfallið milli flatarmála innri hringsins og litaða svæðisins?





4.63 Myndin sýnir körfuboltavöll og báðar körfurnar.



Notaðu myndina sem hjálparmynd og teiknaðu, með hringfara og reglustiku, körfuboltavöll í mælikvarðanum 1 : 100.

4.64 Askur og Bára búa í 100 m fjarlægð hvort frá öðru. Þau grafa niður fjársjóð. Fjarlægð fjársjóðsins frá húsi Báru er þreföld fjarlægð fjársjóðsins frá húsi Asks.

- Notaðu rúmfræðiforrit til að teikna slóð sem sýnir hvar fjársjóðurinn getur verið grafinn.
- Niðurstaðan í a-lið á að verða hringur. Notaðu þrjá punkta á slóðinni til að teikna hringinn.
- Óðinn býr mitt á milli Asks og Báru. Strikið frá fjársjóðnum að húsi Óðins er snertill hringsins í b-lið. Það merkir að fjársjóðurinn getur verið í tveimur punktum. Finndu þessa punkta.

4.65 Notaðu hringfara og reglustiku eða rúmfræðiforrit.

Teiknaðu hring með miðju í M og 3 cm geisla. Dragðu línu gegnum M og merktu punktinn P á línuna í 5 cm fjarlægð frá M . Speglaðu P um M , þá færst punkturinn P' . Teiknaðu snertla hringsins gegnum punktana P og P' . Teiknaðu ferhyrninginn sem afmarkast af snertlunum fjórum. Hvers konar ferhyrning hefur þú nú teiknað?

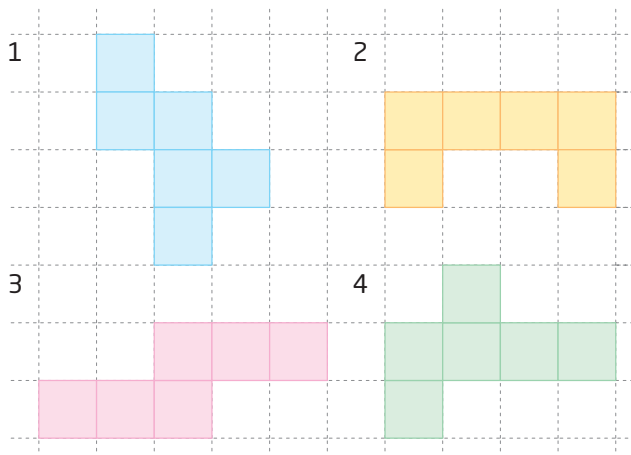
4.66 Teiknaðu hvasshyrndan þríhyrning. Teiknaðu síðan, með hringfara og reglustiku, innritaðan hring í þríhyrninginn og einnig umritaðan hring um hann.

Þrívíð rúmfræðiform

- 4.67** a Hverjar af myndunum hér á eftir er hægt að brjóta saman og búa þannig til tening án þess að klippa ferningana í sundur?
- b Notaðu rúðunet til að finna fleiri lausnir þar sem brjóta má sex samhangandi ferninga saman þannig að þeir myndi tening.

Réttur strendingur er strendingur þar sem allir hliðarfletir eru hornréttir á grunnflötinn.

Réttstrendingur er réttur strendingur þar sem allir fletir eru rétthyrningar.



- 4.68** Reiknaðu yfirborðsflatarmál og rúmmál réttstrendings þegar
- lengdin er 12 cm, breiddin er 8 cm og hæðin er 5 cm
 - grunnflöturinn er 95 cm^2 og hæðin er 15 cm
 - lengdin er 75 cm, breiddin er 0,3 m og hæðin er 4 dm

- 4.69** Margrét á plastkassa sem er í laginu eins og réttstrendingur. Samkvæmt mælingu Margrétar er kassinn 18 cm á breidd, 30 cm á lengd og 12 cm á hæð. Í náttúrufræði á Margrét að búa til landdýrabúr sem rúma þarf að minnsta kosti sex lítra.

Getur Margrét notað plastkassann?

- 4.70** Snorri útbýr kanínubúr sem er í laginu eins og réttstrendingur. Búrið er 80 cm á breidd og 40 cm á hæð.

Hvað þarf búrið að vera langt ef rúmmálið á að vera 1 m^3 ?



4.71 Brú nokkurri er haldið uppi af átta strendingslaga súlum. Allar súlurnar hafa sama tólf hliða grunnflöt sem er $1,4 \text{ m}^2$ að flatarmáli. Fjórar súlanna eru 8 m á hæð og hinar fjórar 6 m á hæð.

Hve mikla steypu þurfti til að steypa súlurnar?

4.72 Sólpalli er haldið uppi af tveimur sívalningslaga súlum. Súlurnar eru 2,60 m á hæð og þvermál þeirra er 28 cm. María ætlar að mála súlurnar.

Hvert er flatarmál svæðisins sem María þarf að mála?

4.73 Búð nokkur selur form til að steypa kerti í. Skoðuðu auglýsinguna hér til hægri.

- a Reiknaðu rúmmál plastformsins.
- b Finndu hve marga lítra af steríni þarf í eitt kerti.
- c Hve mikið vegur 1 l af tilbúnu kerti?

Steypuform úr plasti til að steypa kerti úr steríni. Formið er með stuðningsfótum og er stöðugt meðan á steypunni stendur.

Uppskrift: Notaðu 1 hluta af parafíni og 2 hluta af steríni.

Stærð plastformsins:

Sívalningurinn: þvermál: 7 cm; hæð: 11,5 cm

Um það bil 400 g

Þyngdin segir til um massa kertisins.

4.74 Í bíóhúsi er byrjað að selja poppkorn í kramarhúsum. Mesta þvermálið er 16 cm og hæðin 22 cm.

Hve mikið poppkorn kemst fyrir í kramarhúsinu?

4.75 Veislutjald er í laginu eins og píramídi. Málín eru þessi:

Innanrými ($l \cdot b \cdot h$): $300 \text{ cm} \cdot 275 \text{ cm} \cdot 205 \text{ cm}$

Hve margir rúmmetrar af lofti eru inni í tjaldinu þegar það er tómt?



4.76 Jólakúlurnar á myndinni eru 7 cm í þvermál.



- a Finndu rúmmál kúlanna.
- b Kúlurnar eru hálfur sentimetri á þykkt. Hve margir rúmsentimetrar af gleri eru í kúlunum?



Þrístrendingur er strendingur með þríhyrnda grunnfleti.

Ferstrendingur er strendingur með ferhyrnda grunnfleti og fjóra hliðarfleti að auki.

- 4.77** Tveir flutningskassar hafa þessi mál:
Kassi 1: lengd 0,9 m, breidd 0,6 m, hæð 0,8 m
Kassi 2: lengd 0,8 m, breidd 0,65 m, hæð 0,75 m
- Hvor kassinn er stærri að yfirborðsflatarmáli?
 - Hvor kassinn er stærri að rúmmáli?

- 4.78** Ólafur ætlar að smíða dótakassa handa bróður sínum. Hæðin á að vera 0,6 m. Gerðu tillögu um lengd og breidd á kassanum þannig að rúmmálið verði um það bil $0,3 \text{ m}^3$.

- 4.79** Blómakerið á myndinni er steipt en klætt með timbri. Botninn er $1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m}$ og hæðin er 80 cm. Steyptu veggirnir og botninn eru 12 cm á þykkt.
- Hve mikið af mold kemst í beðið?
 - Hvert er rúmmál steypunnar sem beðið er gert úr?
 - Hve mikið vegur tómt beð þegar eðlisþyngd steypu er $2,3 \text{ kg/dm}^3$?

- 4.80** Réttur þrístrendingur hefur þessi mál:
Grunnlína í þríhyrningnum: 6 cm
Hæð í þríhyrningnum: 5 cm
Lengd strendingsins: 12 cm
- Finndu rúmmál þrístrendingsins.
 - Gerðu tillögu um mál á réttstrendingi þannig að rúmmálið verði $\frac{2}{3}$ af rúmmáli þrístrendingsins.

- 4.81** Föndurverslun nokkur selur form til að steypa kerti í.

- Reiknaðu hvað þarf marga cm^2 af plasti til að búa til steypuformin.
- Finndu hvað 1 cm^3 af steríni vegur. Þetta kallast eðlisþyngd steríns.

Búðu til þín eigin kerti

Form úr plasti til að steypa kerti.

Formið er með stuðningsfótum og er stöðugt á meðan steipt er.

Búðu til þín eigin kerti.

Steypuform úr plasti fyrir kerti úr steríni.

Uppskrift: Notaðu 1 hluta af parafíni og 2 hluta af steríni.

Stærð plastformsins:

Sívalningurinn: þvermál: 6,5 cm; hæð: 22 cm

Um það bil 630 g

Þyngdin segir til um massa kertisins.

4.82 Hæð píramída nemur tvöfaldri hæð keilu. Mesta þvermál keilunnar er 6,0 cm og hliðarbrún grunnflatar píramídans er 3,7 cm.

Hvort formið hefur stærra rúmmál?

4.83 Ólína ætlar að búa til súkkulaðiþúðing sem er eins og píramídi í laginu.

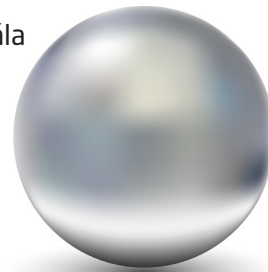
- a Hæð píramídans er 7 cm og botninn ferningur þar sem hliðarlengdin er 9 cm. Finndu rúmmál píramídans.
- b 100 g af súkkulaðiþúðing innihalda 2300 kílójúl (kJ). Reiknaðu út orkuna í súkkulaðiþúðingunum þegar 1 cm³ vegur 0,1 g.
- c Dagleg orkuþörf Ólínu er 9200 kílójúl. Hvað er orkan í súkkulaðiþúðingunum stór hluti af dagsþörf hennar?



Kílójúl og **kílókaloríur** eru mælieiningar til þess að mæla orku í matvælum, ein kílókaloría samsvarar 4,184 kílójúlum.

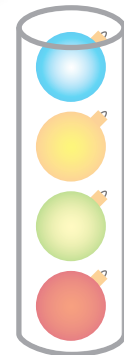
4.84 Glerkúlan á myndinni er 8 cm í þvermál. Ætlunin er að mála kúluna. Til að reikna út hve mikla málningu þarf er nauðsynlegt að vita hvert yfirborðsflatarmál kúlunnar er.

- a Reiknaðu yfirborðsflatarmál kúlunnar.
- b Reiknaðu út rúmmál glersins í kúlunni þegar þú færð að vita að glerið er 3 mm á þykkt.



4.85 Kúlurnar í öskjunni, sem er sívalningslaga, hafa þvermálið 6 cm, sjá myndina hér til hægri.

- a Um það bil hvert er rúmmál öskjunnar?
- b Um það bil hve mörg prósent af rúmmáli öskjunnar eru fyllt með kúlunum?



4.86 Fyrir utan bókasafn er stór höggmynd úr marmara sem hægt er að setjast á. Hún er í laginu eins og blýantur. Höggmyndin er sett saman úr sívalningi en annar endi hans er keila og hinn endinn hálfkúla. Geisli sívalningsins, hálfkúlunnar og stærsti geislinn í keilunni er 0,25 m. Lengd höggmyndarinnar er 4 m og hæð keilunnar er 0,8 m.

- a Gerðu skissu af höggmyndinni og skráðu málin á skissuna.
- b Reiknaðu rúmmál höggmyndarinnar.
- c Hvað vegur höggmyndin þegar eðlisþyngd marmara er 2,7 kg/dm³?



4.87 Smjörstykki er í laginu eins og réttur strendingur og á að rúma 500 g. Eðlisþyngd smjors er um það bil 1. Smjörstykkið er 12,6 cm á lengd og 7,3 cm á breidd.

a Hver er hæð smjörstykisins?

Framleiðandinn kemur smjörstykkinum fyrir í pappakassa þannig að hver kassi rúmar 5 kg.

b Settu fram tillögu um hvernig pakka má smjörstykkinum í kassa, skráðu málín og finndu yfirborðsflatarmál kassans þíns.

4.88 Pappakassi á að rúma 0,12 m³.

a Settu fram tvær tillögur um hver lengd, breidd og hæð kassans getur verið.

b Finndu yfirborðsflatarmál kassanna tveggja sem þú gerðir tillögur um.

4.89 Bökuform er hér um bil í laginu eins og sívalningur. Stærð bökuforma eru gefin upp sem þvermál.

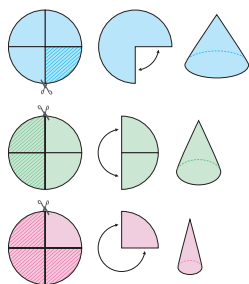
a Hvert er rúmmál bökuforms sem er 26 cm í þvermál og 4 cm á hæð?

b Nína bakar böku í tveimur formum sem eru 20 cm en Þór bakar böku í formi sem er 30 cm. Öll formin eru jafn há. Útskýrðu hvers vegna Þór bakar meira af böku en Nína.

c Hve mörgum prósentum stærri er baka, sem bökuð er í 28 cm formi, en sú sem er bökuð í 24 cm formi?



4.90 Myndin hér til hliðar sýnir hvernig þú getur búið til mismunandi keilur úr pappír.



a Búðu til eina keilu af hverri tegund. Veldu geisla hringjanna og notaðu sama geislann í alla hringina.

b Reiknaðu út yfirborðsflatarmál hvernar keilu fyrir sig sem þú bjóst til.

c Berðu saman yfirborðsflatarmál keilnanna þriggja. Hvert er hlutfallið milli þeirra?

d Finnur þú einhver tengsl milli hlutfallanna í c-lið?

4.91 Trébolur er 8 m langur og er í laginu eins og afskorin keila. Þvermál annars enda hans er 40 cm og hins endans 30 cm.

a Finndu rúmmál trébolsins.

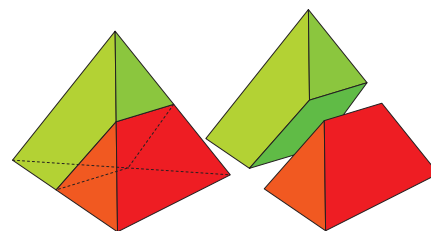
b Trébolurinn er notaður til að búa til eins stóran stólpa og hægt er sem er í laginu eins og sívalningur. Afgangurinn af bolnum er notaður í kurl. Hve mörg prósent af trébolnum fara í kurl?



4.92 Skoðuðu hlutina á myndinni til hægri.

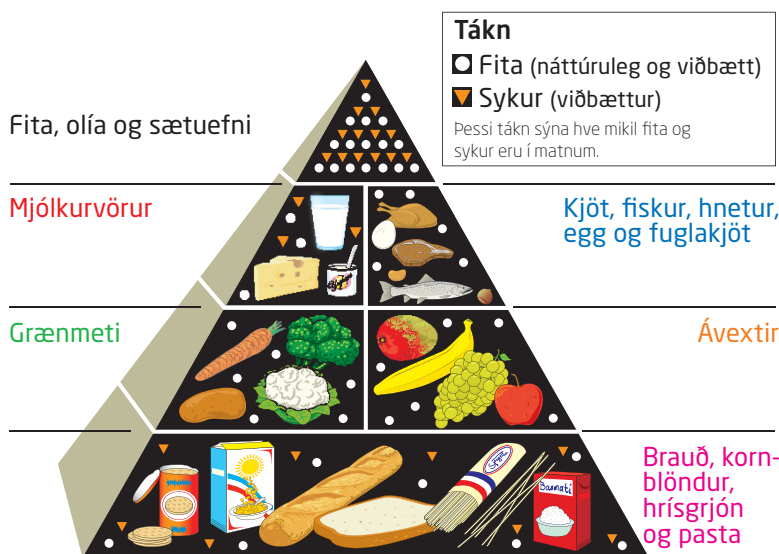
Hluturinn er gerður úr ferningi, tveimur jafnhliða þríhyrningum og tveimur trapisum sem hvor um sig er gerð úr þremur jafnhliða þríhyrningum.

Ef þú brýtur pappír, býrð til tvö eintök og límir þau saman færðu tvo hluti í gestapraut. Gestaprautin getur orðið ferflötungur (þrístrendur píramídi sem er gerður úr fjórum jafnhliða þríhyrningum).



- a Búðu til hlutina í gestaprautina og ferflötunginn.
- b Litli þríhyrningurinn efst hefur flatarmálið 1. Reiknaðu út yfirborðsflatarmál ferflötungsins þegar búið er að setja hann saman.

4.93 Útskýrðu hvernig skilja má skiptingu fæðupíramíðans. Gerðu útreikninga og settu fram tillögu um hvernig best er að skipta innihaldi fæðunnar í mismunandi fæðuflokka samkvæmt myndinni.



4.94 Notaðu upplýsingarnar í textanum til hægri.

- a Finndu rúmmál handbolta fyrir karlkyns eldri leikmenn.
- b Hve mörgum prósentum stærri er handbolti fyrir karla en handbolti fyrir konur?
- c Notaðu töflureikni til að finna geisla (námundaðan að næsta millimetra) handbolta með rúmmálið 4 l. Getur slíkur bolti verið handbolti? Rökstyddu svarið.

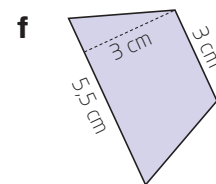
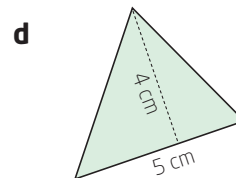
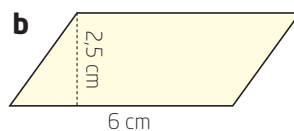
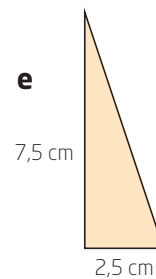
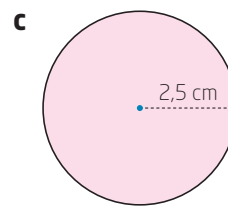
Um handbolta

Boltinn er hnöttóttur og fylltur með lofti. Yfirborð hans er úr leðri eða gerviefni. Eldri karlkyns leikmenn nota bolta sem er 58–60 cm að ummáli og vegur 425–475 g. Kvenkyns leikmenn nota bolta með ummálið 54–56 cm og 325–375 g að þyngd. Strákar og stelpur nota minni bolta.

Heimild: Store norske leksikon, <http://snl.no>

Verkefni af ýmsu tagi

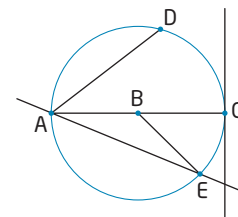
4.95 Skráðu heiti formanna og reiknaðu flatarmál þeirra.



4.96 Reiknaðu ummál formanna í a-lið og c-lið í verkefni 4.95.

4.97 Skoðaðu myndina hér til hægri. Hvað kallast

- a** strikið AC
- b** strikið BE
- c** strikið AD
- d** línan gegnum A og E
- e** línan gegnum C



4.98 Finndu gildin sem vantar í töfluna.

Rúmfræðiform	Grunnlína	Hæð	Flatarmál
rétthyrningur	9 cm	17 cm	
samsíðungur	13 cm		351 cm ²
ferningur			121 cm ²
	8 cm	6 cm	24 cm ²



4.99 Reiknaðu út yfirborðsflatarmál og rúmmál réttstrendinganna hér á eftir:

- a Lengdin er 12 cm, breiddin er 8 cm og hæðin 5 cm.
- b Lengdin er 0,8 m, breiddin er 55 cm og hæðin er 300 mm.

4.100 Reiknaðu ummál og flatarmál hringjanna þegar

- a $r = 10$ cm
- b $r = 6$ mm
- c $b = 0,4$ m
- d $b = 2,8$ cm
- e $r = 0,04$ m
- f $b = 4,8$ cm

Mundu að r er skammstöfun fyrir geisla.

4.101 Teiknaðu skissu, skráðu málin á hana og reiknaðu út ummál og flatarmál hringgeiranna hér á eftir.

- a Miðjuhornið er 75° og geislinn er 8 cm.
- b Miðjuhornið er 135° og þvermálið er 18 cm.
- c Miðjuhornið er 20° og geislinn er 40 cm.

4.102 Hér á eftir má sjá hvaða flatarmyndir mynda yfirborð nokkurra rúmmynda.

Skráðu hjá þér lýsinguna og orðin hér til hliðar og teiknaðu skissu af hlutunum.

- a Sex ferningar
- b Tveir hringir og einn rétthyrningur
- c Einn ferningur og fjórir þríhyrningar
- d Sex rétthyrningar
- e Einn hringur og einn hringgeiri
- f Tveir þríhyrningar og þrjú rétthyrningar

réttstrendingur teningur
 þrístrendingur
 sívalningur keila píramídi

4.103 Heitur pottur er sívalningslaga, innra þvermál er 190 cm og innri dýpt er 90 cm.

Hve mikið vatn kemst fyrir í heita pottinum?

4.104 Framleiðandi nokkur selur á útsölu eplasafa í 3 l pappaöskjum. Hver er hæð askjanna ef breiddin er 8,5 cm og lengdin 17 cm?



4.105 Hve margar gráður er horn hringgeira ef hann er

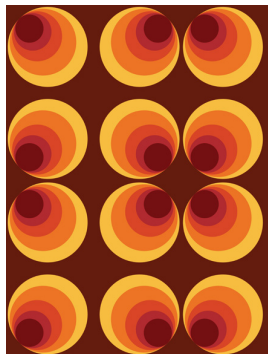
- a $\frac{1}{3}$ af hringnum?
- b 20 % af hringnum?
- c $\frac{1}{12}$ af hringnum?
- d 25 % af hringnum?

4.106 Teiknaðu fyrst hjálparmyndir og notaðu síðan hringfara og reglustiku til að teikna þríhyrningana.

- a $\triangle ABC$: $AB = 7$ cm, $AC = 5$ cm, $BC = 6$ cm
- b $\triangle ABC$: $AC = 5$ cm, $\angle A = 45^\circ$, $BC = 4$ cm
- c $\triangle ABC$: $\angle A = 30^\circ$, $\angle C = 75^\circ$ og $AC = 6$ cm

4.107 Jón og Gunna ætla að byggja sér hús sem hefur grunnflötinn 180 m². Gerðu skissu og settu fram tillögu um mál á húsinu þegar form þess er

- a rétthyrningslaga
- b L-laga
- c skeifulaga



4.108 Myndin sýnir dæmigert veggfóðursmynstur frá 8. áratugnum. Notaðu rúmfræðiforrit til að teikna slíkt mynstur. Gættu þess að hlutfallið milli stærða hringjanna verði rétt og einnig að samhverfurnar í myndinni verði réttar.

4.109 Teiknaðu, með hringfara og reglustiku, hring með miðju í A og 3 cm geisla. Teiknaðu 60° miðjuhörn í hringinn. Kallaðu skurðpunkta arma hornsins á hringboganum B og D.

Teiknaðu snertla hringsins í B og D og kallaðu skurðpunktinn milli snertlanna C.

Hvers konar ferhyrningur er ABCD?

4.110 Teiknaðu, með hringfara og reglustiku, tvo hringi með sömu miðju þannig að lengd geisla stærri hringsins sé tvöföld lengd geisla minni hringsins. Veldu hver málín eru. Litaðu svæðið milli hringjanna tveggja og reiknaðu flatarmál litaða svæðisins.



4.111 Amma á sívalningslaga kökubox sem er 14 cm á hæð og þvermálið er 32 cm. Afi á kökubox með ferningslaga grunnfleti þar sem hliðarbrúnin er 28 cm. Hæð boxins er 16 cm.

Sýndu með útreikningi hvort þeirra, amma eða afi, á stærra kökubox.

4.112 Fléttað jólatréshjarta er sett saman úr tveimur eins hlutum. Hvor þeirra er tvöfaldur og samanstendur af ferningi og hálfhring. Hve mikinn pappír þarf í hjartað ef hlið ferningsins er 6 cm? (Ekki taka hankann með í reikninginn)



4.113 Hvort formið í hverjum tölulið hér á eftir hefur stærra rúmmál?

- a**
 - réttur strendingur með hliðarbrúnirnar 4 cm, 5 cm og 7 cm
 - sívalningur með geislann 3 cm og hæðina 12 cm
- b**
 - keila með geislann 3 cm og hæðina 10 cm
 - kúla með geislann 4 cm
- c**
 - pírámídi með ferningslaga grunnflöt, hlið grunnflatarins er 5 m og hæð pírámídans 6 m
 - teningur með 4 m hliðarbrún

4.114 Verslun selur sívalningslaga álpott til að steypa kerti í.

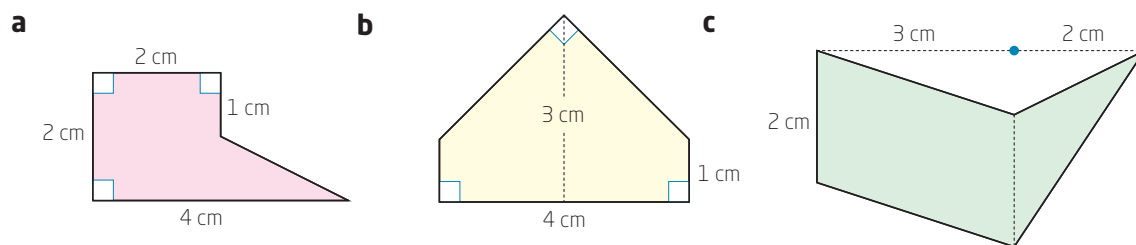
- a** Reiknaðu flatarmál álplötu sem notuð er til að búa til sívalningslaga álförm sem passar ofan í pottinn.
- b** Hvert verður rúmmál kertisins eða sápunnar, sem steypa má í forminu, ef það er fullt?

Búðu til þín eigin kerti og sápur

Álpottur til að steypa í.
Álförmíð er sett í vatnsbað í pottinum til að bræða steypuefnið (parafín, sterín eða sápa).

Mál álförmisins:
Sívalningur: þvermál 8,5 cm, hæð 22,5 cm.

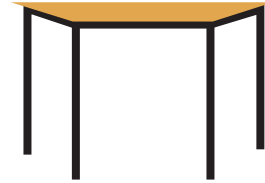
4.115 Reiknaðu út flatarmál þessara samsettu mynda.



4.116 Sívalningur með geislann 6 cm þarf að hafa að minnsta kosti 3 lítra rúmmál. Hver þarf hæðin þá að vera?

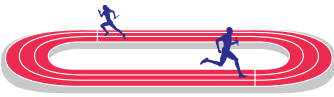
4.117 Í tígli er styttri hornalínan 7 cm og sú lengri 12 cm. Hvert er flatarmál tígulsins?

4.118 Á bókasafni nokkru eru borðin trapisulaga. Lengsta hliðarbrúnin er 120 cm og þrjár styttri hliðarnar eru 60 cm. Breidd borðsins er 52 cm og hornin eru 60° og 120° .



- Finndu ummál og flatarmál borðsins.
- Hægt er að raða saman tveimur trapisuborðum og mynda sexhyrning. Hvert er þá ummál og flatarmál sexhyrnu borðplötunnar?
- Raða má saman fleiri trapisuborðum og mynda marghyrning. Hve mörg borð komast fyrir í marghyrningnum og hvert verður flatarmál og ummál þeirrar borðplötu?

4.119 Innri brún hlaupabrautar er 400 m á lengd. Hvor langhlið er 100 m á lengd.



- Hver er fjarlægðin milli samsíða langhliðanna tveggja?

Það eru 8 hlaupabrautir hver við hliðina á annarri. Hver þeirra er 80 cm á breidd. Leggja á 2 cm þykkt malarlag á allar hlaupabrautirnar.

- Hve marga rúmmetra af mól þarf í þetta verkefni?

4.120 Op á jarðgöngum er í laginu eins og rétthyrningur með hálfhring að ofan. Breidd jarðganganna er 16 m og minnsta hæð er 6 m.

- Hver er mesta hæð ganganna?
- Hve stórt er gangaopið?
- Göngin eru 240 m á lengd. Finndu rúmmál þess magns af grjóti sem hefur verið fjarlægð?
- Grjótinu var ekið burt með flutningabílum sem rúmuðu 12 m^3 hver. Hve marga flutningabíla þurfti?

4.121 Teiknaðu hjálparmyndir og notaðu síðan hringfara og reglustiku til að teikna þríhyrningana:

- a $\triangle ABC$: $AB = 7$ cm, $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 90^\circ$
- b $\triangle DEF$: $DF = 5$ cm, $\angle E = 90^\circ$, $EF = 4$ cm
- c $\triangle GHI$: $\angle G = 75^\circ$, $GI = 6$ cm, $GH = IH$

4.122 Sóley ætlar að planta blómum meðfram brúninni á hringlaga blómabeði. Þvermál blómabeðsins er 2,6 m og blómunum á að planta með 20 cm millibili.

Hve mörg blóm þarf Sóley?

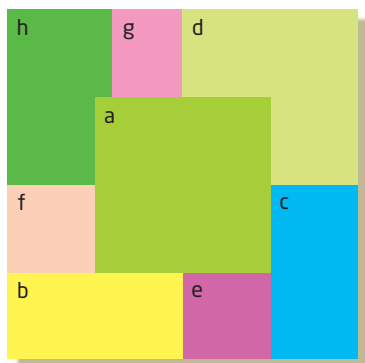
4.123 Premur rétthyrningum, sem eru eins í laginu og jafn stórir, er raðað saman til að mynda stóran rétthyrning, sjá myndina.



Flatarmál stóra rétthyrningsins er 120 cm^2 . Finndu flatarmál fernings sem hefur sama ummál og stóri rétthyrningurinn.

4.124 Keila hefur þvermálið 6 cm. Hver þarf hæðin að vera ef keilan á að hafa sama rúmmál og teningur með 6 cm hliðarbrún?

4.125 Átta jafn stór ferningslaga blöð eru lögð hvert ofan á annað. Niðurstöðurnar sérðu á myndinni hér fyrir neðan. Í hvaða röð, að neðan og upp, hafa blöðin verið lögð hvert ofan á annað?



4.126 Grasflöt er L-laga og sett saman úr tveimur rétthyrningum. Lengsta brún flatarinnar er 25 m. Gerðu skissu og finndu mál sem passa við flatarmál grasflatarinnar sem er 446 m^2 .

4.127 Sundlaug er 12,5 m á lengd og 8 m á breidd. Sundlaugin er misdjúp, þannig: Fyrstu þrjá metrana er dýptin 0,8 m. Botninn lækkar svo jafnt og þétt þar til dýptin verður 2,1 m og sú dýpt helst síðustu tvo metrana.

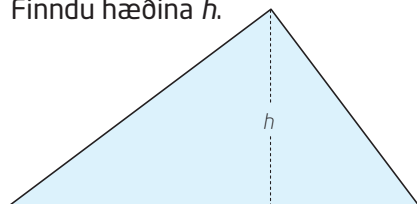
- Teiknaðu þversnið af sundlauginni og skráðu málin á myndina.
- Hve marga rúmmetra af vatni rúmar sundlaugin?



4.128 Teiknaðu fyrst hjálparmynd, notaðu síðan hringfara og reglustiku til að teikna myndina. Skrifðu teiknilýsingu.

- Teiknaðu þríhyrninginn ABC þannig að $\angle B = 90^\circ$ og lengd AC á að vera tvöföld lengd BC. Veldu málin að vild.
- Þríhyrningurinn ABC í a-lið er hluti af ferhyrningnum ABCD. D liggur jafn langt frá A og frá C og hæðin frá D á AC er jafn löng og AB. Merktu punktinn D og teiknaðu AD og CD.
- Hvert er flatarmál ferhyrningsins ABCD í b-lið samanborið við flatarmál þríhyrningsins ABC?
- Hve stór eru hornin í ferhyrningnum ABCD?

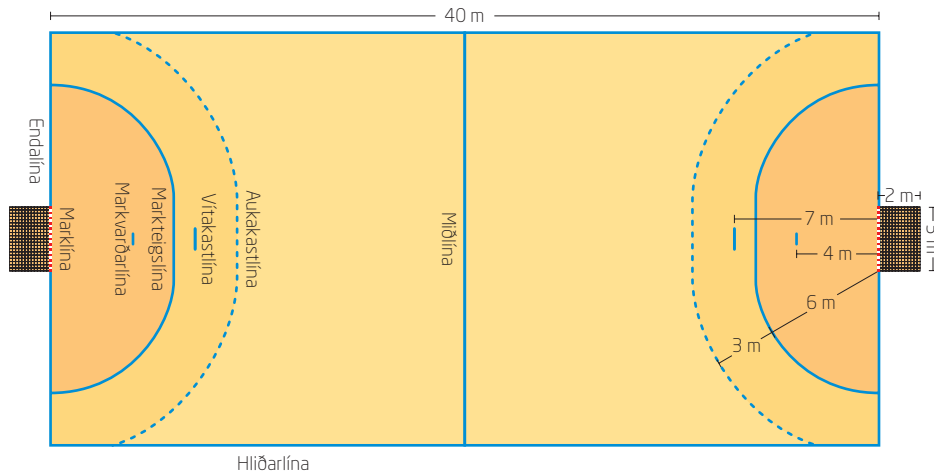
4.129 Hliðar rétthyrnda þríhyrningsins á myndinni eru 3 cm, 4 cm og 5 cm á lengd. Finndu hæðina h .





4.130 Hringur hefur geisla sem er tvöfalt stærri en geisli annars hringi.
Hve mörgum prósentum stærri er annar hringurinn en hinn?

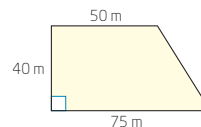
4.131 Hér á eftir er skissa af handboltavelli.



- Notaðu hringfara og reglustiku og teiknaðu handboltavöllinn í mælikvarðanum 1 : 100.
- Reiknaðu hve mikið af límbandi þarf til að merkja hliðarlínurnar, endalínurnar, miðlínurnar og markteigslínurnar.

4.132 Ísbox rúmar 2 lítra. Sævar útbýr ískúlur sem eru um það bil 4 cm í þvermál.
Um það bil hve margar ískúlur komast fyrir í ísboxinu?

4.133 Teikning af torgi er í laginu eins og trapisan sem sýnd er á myndinni.



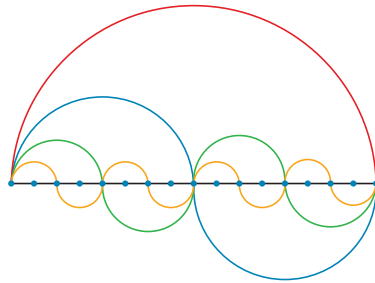
- Finndu flatarmál torgsins.
- Skipulagsráð í næsta bæ ætlar að gera jafn stórt torg en það á að vera ferningslaga.
Hver verður hliðarlengdin á nýja torginu?

4.134 Skoðaðu myndina af glugganum. Vitað er að mesta hæð gluggans er 180 cm. Mældu það sem þarf og reiknaðu flatarmál gluggans og ummál með slumpreikningi.



4.135 Þríhyrningur hefur grunnlínuna 12 cm og hæðina 15 cm. Hringur hefur sama flatarmál og þríhyrningurinn. Hver er geisli hringsins?

4.136 Hér fyrir neðan sérðu marga hálfhringi í ýmsum litum. Geisli rauða hálfhringsins hefur lengdina 1 einingu.



- a** Finndu lengd rauða hálfhringsins.
- b** Finndu samanlagða lengd bláu hálfhringjanna tveggja.
- c** Finndu samanlagða lengd grænu hálfhringjanna fjögurra.
- d** Finndu samanlagða lengd gulu hálfhringjanna átta.
- e** Hvernig heldur þú að þetta muni halda áfram ef við búum til 16, 32, 64 ... hálfhringi.
- f** Ef þú býrð til fleiri og fleiri hálfhringi á sama hátt munu þeir að lokum verða næstum því jafnlangir beinu línunni sem hefur lengdina 2 einingar. Er þetta sönnun fyrir því að $\pi = 2$?

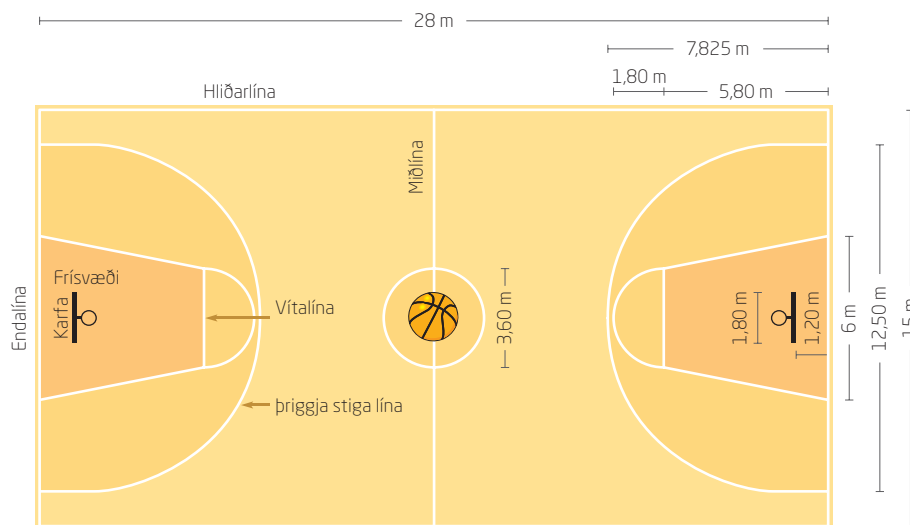
4.137 Samsett rúmfræðileg mynd er gerð úr sívalningi með hálfkúlu á öðrum endanum. Geisli sívalningsins er jafn geisla hálfkúlunnar og hæð sívalningsins er einnig jöfn geislanum.

- a** Gerðu skissu af myndinni.
- b** Úskýrðu hvers vegna formúluna fyrir rúmmáli slíkrar myndar má skrifa sem $\frac{5}{3} \pi r^3$.

4.138 Karfa, sem er 40 cm á hæð, er í laginu eins og afskorin keila. Þvermál botnsins er 20 cm og geisli keilunnar efst er 30 cm. Hvert er rúmmál körfunnar?

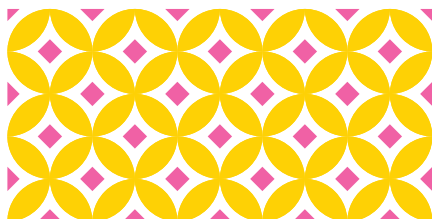
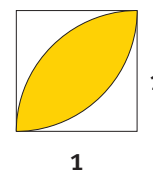


4.139 Skissan sýnir körfuboltavöll.



- Hve langt límband þarf til að merkja allar línurnar og bogana á vellinum?
- Reiknaðu flatarmálið kringum körfusvæðið (trapisa + hálfhringur).
- Er pláss fyrir alla leikmennina undir körfunni? Rökstyddu svarið.

- 4.140** a Sýndu fram á að skrá má flatarmál gula svæðisins á myndinni til hægri sem $\frac{\pi - 2}{2}$ þegar hlið ferningsins er 1.
- b Hversu stór hluti af mynstrinu á myndinni hér fyrir neðan er gulur?

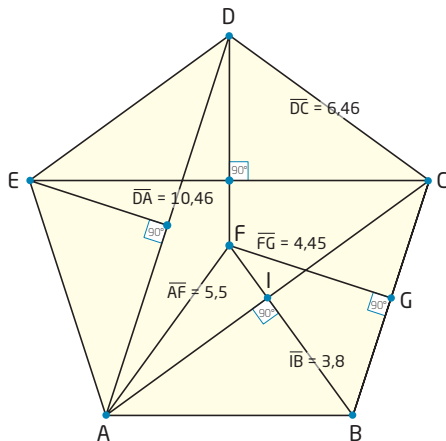


- 4.141** Jarðarspilda er í laginu eins og óreglulegur ferhyrningur ABCD. Hornalínan AC er 60 m og hornalínan BD er 80 m. Hornið A er 90°. AD er lengri en BC. $\angle CBD$ er 30° og BC er 30 m.
- Teiknaðu hjálparmynd.
 - Notaðu hringfara og reglustiku og teiknaðu kort yfir jarðarspilduna. Láttu 1 cm samsvara 10 m í raunveruleikanum.
 - Skrifaðu teiknilýsingu.

- e Ákveðið hefur verið að sá grasfræi. Það þarf x kg af grasfræi á fermetra. Grasvöllurinn á að ná 5 m út fyrir hvítu línurnar hringinn í kringum völlum. Hve mikið af grasfræi þarf að kaupa?

4.144 Þú hefur áður lært hvernig reikna má út hornin í reglulegum fimmhyrningi. Öll hornin, sem mynduð eru af hliðunum fimm, eru 108° .

- a Á myndinni eru horn í þessum stærðum: 18° , 36° , 54° , 72° , 90° , 108° , 126° , 144° , 162° og 180° . Finndu öll þessi horn.



- b Mál, sem gefin eru upp á myndinni, má nota til að reikna út flatarmál allra þríhyrninganna. Reiknaðu þessi flatarmál. (Mundu að mikið er um samhverfu í fimmhyrningnum.)
- c Reiknaðu út flatarmál fimmhyrningsins í heild.

4.145 Teiknaðu einfalda marghyrninga þar sem engin hlið sker aðra.

- a Útskýrðu orðið hornalína.
- b Hve margar hornalínur eru í þríhyrningi, ferhyrningi, fimmhyrningi og sexhyrningi? Skráðu niðurstöðurnar í töflu.
- c Notaðu niðurstöðurnar í b-lið til að setja fram tilgátu um hve margar hornalínur eru í sjöhyrningi. Teiknaðu síðan sjöhyrning og athugaðu hvort tilgáta þín er rétt.
- d Búðu til rakningarformúlu fyrir fjölda hornalína í n -hyrningi.
- e Búðu til beina formúlu fyrir fjölda hornalína í n -hyrningi.
- f Reiknaðu út fjölda hornalína í 17-hyrningi.



4.146 Á vinstri spássíu sérðu mynd af múffuformi.

Þvermálið efst er 75 mm og þvermálið neðst er 45 mm. Hæðin er 45 mm. Hliðin er með brotum sem gera það að verkum að þegar slétt er úr henni tvöfaldast lengd hennar.

- Úr hvers konar rúmfræðiformi er múffuformið búið til?
- Reiknaðu flatarmál pappírsins sem þarf til að búa múffuformið til.
- Hve mörg múffuform er hægt að búa til úr 1 m^2 af pappír?

4.147 Kúlunum á myndinni hefur verið pakkað inn í sívalningslaga öskju. Þvermál kúlanna er 4,5 cm. Það eru fjórar kúlur í hverju lagi. Sívalningurinn er 12 cm í þvermál.

Hve mikið loft er í öskjunni?
Reiknaðu með slumpreikningi.



4.148 Kennarinn getur látið þig fá uppskrift að opna áttflötungum hér fyrir neðan. (verkefnablað 2.4.7)



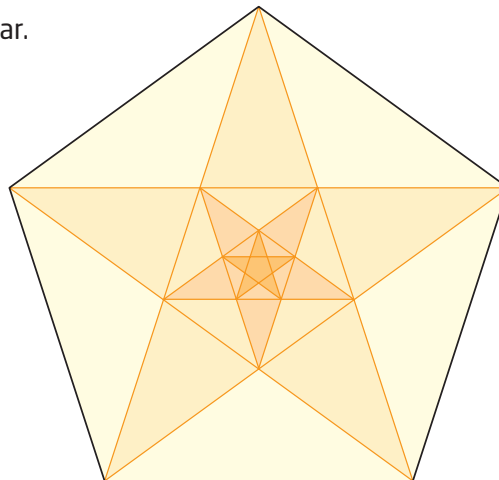
Ferstrendur pírámídi hefur ferningslaga botn og fjórar þríhyrningslaga hliðar.

Ef þú hugsar þér að pakka eigi áttflötungnum hér fyrir neðan þétt inn í silkipappír færðu pakka með átta hliðarflötum, sem allir eru jafnhliða þríhyrningar, og rúma tvo ferstrenda pírámíða. Framkvæmdu nauðsynlegar mælingar til að finna yfirborðsflatarmálið og rúmmál áttflötungsins.



4.149 Á myndinni eru margir reglulegir fimmhyrningar. Notaðu GeoGebra til að búa myndina til.

- a Hversu marga mismunandi fimmhyrninga finnur þú á myndinni?
- b Hversu marga mismunandi þríhyrninga finnur þú?



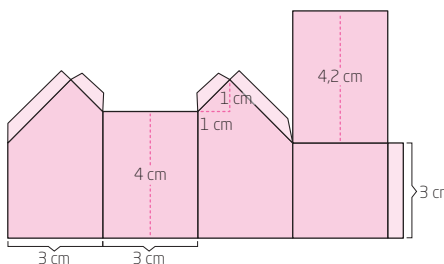
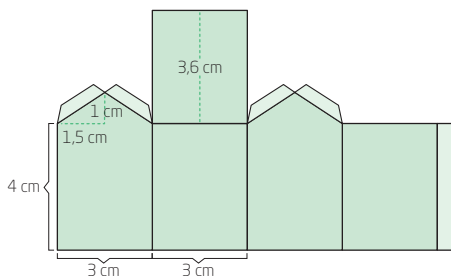
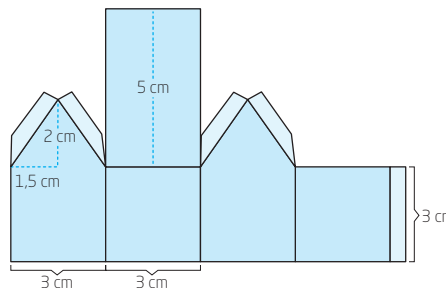
4.150 Teiknaðu hring með miðju í M. Teiknaðu miðjuhorn sem er 72° . Láttu A og B vera skurðpunkta arma hornsins við hringbogann. Teiknaðu ferilhorn með topppunktinn C sem afmarkar sama boga þannig að línan gegnum C og M sé spegilás $\triangle ABM$.

- a Hversu stórt er ferilhornið?
- b Útskýrðu hvers vegna unnt er að skrá flatarmál hringgeirans sem $\frac{\pi \cdot r^2}{5}$.
- c Útskýrðu hvers vegna $A_{\triangle ABS} < \frac{1}{2} \cdot A_{\triangle ABC}$

Ferilhorn hefur oddpunkt á hringferlinum og armarnir eru strengir í hringnum.

4.151 Hér fyrir neðan sérðu „uppskrift“ að þremur pappírshúsum.

- a Búðu til öll pappírshúsin þrjú.
- b Reiknaðu út yfirborðsflatarmál hvers húss. Ekki taka límflatina með í reikninginn.
- c Finndu flatarmál grunnflatar hvers húss.
- d Reiknaðu rúmmál hvers húss.
- e Búðu til pappírshúsbæ í samvinnu við nemendurna í bekkjardeildinni. Ákveðið hversu stórt flatarmál bærin á að hafa og reiknið út hve mikið rými utanhúss íbúarnir fá.



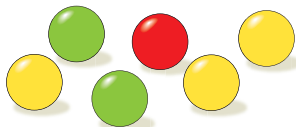


5

Líkur og talningarfræði

Einfaldar líkur

5.1 Tvær grænar kúlar, ein rauð kúla og þrjár gular kúlar eru í poka. Þú tekur af handahófi eina kúlu.



- a** Hverjar eru líkurnar á að draga rauða kúlu?
- b** Hverjar eru líkurnar á að draga gula kúlu?
- c** Hverjar eru líkurnar á að draga rauða eða græna kúlu?

5.2 Þú kastar venjulegum teningi. Finndu líkurnar á að fá

- a** töluna 6
- b** tölu sem er lægri en 5
- c** tölu hærri en 3
- d** töluna 3 eða 4
- e** slétta tölu
- f** frumtölu





5.3 Í venjulegum spilastokki eru 52 spil. Þú dregur spil af handahófi. Finndu líkurnar á að draga

- a svart spil
- b lauf
- c fjarka
- d hjartadrottningu

5.4 Skráðu líkurnar sem almenn brot, tugabrot og prósent.

- a Líkurnar á að Eiríkur byrji í marki í fótboltaleik eru 0,9.
- b Líkurnar á að vinna leikinn í dag eru $\frac{2}{3}$.
- c Veðurspáin segir að 30% líkur séu á 2 mm úrkomu á fimmtudaginn.
- d Það eru 75% líkur á að sól verði kl. 12 á morgun.
- e Líkurnar á að við fáum fisk í matinn í kvöld eru $\frac{3}{5}$.
- f Líkurnar á að nemandi í bekkjardeildinni fari gangandi í skólann eru $\frac{3}{4}$.
- g Líkurnar á að finna stelpu í bekkjardeildinni sem á ekki hest eru 0,8.

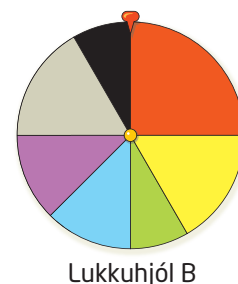
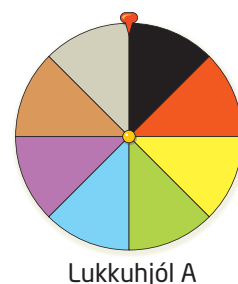
5.5 Eru jafnar eða ójafnar líkur á útkomum eftirfarandi tilrauna?

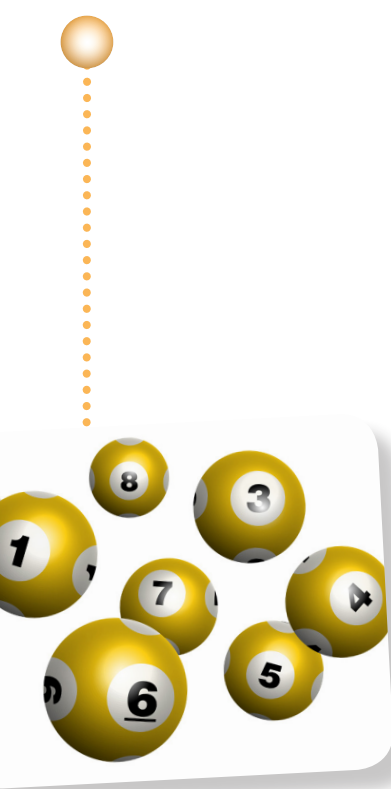
- a Þú kastar eldspýtnastokki upp í loft og athugar hvort hann lendir á minni hliðunum fjórum eða á stærri hliðunum tveimur.
- b Þú kastar teiknibólu upp í loft og athugar hvernig hún lendir.
- c Þú lætur smurða brauðsneið falla á gólfið og athugar hvernig hún lendir.



5.6 Notaðu lukkuhjólin tvö hér til hægri og svaraði spurningunum.

- a Hvort lukkuhjólíð hefur jafnar líkur og hvort þeirra hefur ójafnar líkur? Útskýrðu hvers vegna.
- b Hve miklar líkur eru á að fá rauðan lit á lukkuhjólí A? En á lukkuhjólí B?
- c Hverjar eru líkurnar á að fá gráan lit á bæði lukkuhjólí A og lukkuhjólí B?
- d Hverjar eru líkurnar á að fá annaðhvort gulan eða svartan lit á lukkuhjólí A og lukkuhjólí B?
- e Á öðruhvorum hjólinu eru $\frac{1}{12}$ líkur á að tveir litir komi upp. Hvaða litir eru það?
- f Á öðruhvorum hjólinu eru 16,7% líkur á að tveir litir komi upp. Hvaða litir eru það?





5.7 Þú kastar tveimur teningum. Finndu líkurnar á að fá

- a tvær sexur
- b tvo eins
- c þrist og fjarka
- d enga sexu



5.8 Finndu líkurnar á að vinna í happdrætti þar sem

- a vinningar eru 3 og miðarnir eru 150
- b aðalvinningur er 20 milljónir og miðarnir eru 250 000
- c aðalvinningar eru 5 og miðarnir eru 50 000

5.9 Hve margir vinningar eru í happdrættunum?

- a Gefnir voru út 250 miðar í happdrættinu og vinningslíkurnar eru 0,4%.
- b Gefnir voru út 5000 miðar í happdrættinu og vinningslíkurnar eru 1,5%.
- c Gefnir voru út 2000 miðar í happdrættinu og vinningslíkurnar á að fá aðalvinning voru 0,3%.

5.10 Þú kastar rauðum og grænum teningi.

- a Gerðu yfirlit yfir alla möguleikana á að fá að minnsta kosti eina sexu.
- b Hverjar eru líkurnar á að fá að minnsta kosti eina sexu?

5.11 Bekkjardeildin hefur gert nokkrar kannanir sem greint er frá í töflunni til vinstri.

Draga á af handahófi einn nemanda. Hverjar eru líkurnar á að nemandi sem lýsingarnar hér á eftir passar við verði dreginn út?

Skráðu líkurnar sem prósent, almenn brot og tugabrot.

- a Nemandinn er stelpa.
- b Nemandinn er ljóshærður.
- c Nemandinn er í bláum buxum.
- d Nemandinn á tvö systkini.
- e Nemandinn notar skó nr. 37.

5.12 Notaðu upplýsingarnar í töflunni. Finndu líkurnar á að nemandi sem dreginn er út af handahófi passi við lýsingarnar hér á eftir. Skráðu líkurnar sem prósent, almenn brot og tugabrot.

- a Nemandinn á ekki bláar buxur.
- b Nemandinn á færri en 2 systkini.
- c Nemandinn er ekki rauðhærður.
- d Nemandinn notar herra skónúmer en 39.

Kyn nemenda	12 stelpur 14 strákar
Háralitur	10 dökkhærðir 13 ljóshærðir 3 rauðhærðir
Fjöldi systkina	5 eiga engin systkini 9 eiga eitt systkini 6 eiga tvö systkini 4 eiga þrjú systkini 0 eiga fjögur systkini 2 eiga fimm systkini
Litur á buxum	7 eiga svartar buxur 2 eiga rauðar buxur 8 eiga gráar buxur 2 eiga hvítar buxur 4 eiga grænar buxur 3 eiga bláar buxur
Skóstærð	2 nota skó nr. 36 8 nota skó nr. 37 2 nota skó nr. 38 1 notar skó nr. 39 5 nota skó nr. 40 6 nota skó nr. 41 2 nota skó nr. 43



5.13 Skráðu líkurnar sem almenn brot, tugabrot og prósent.

- a Líkurnar á að vinna í kökuhappdrætti eru $\frac{1}{50}$.
- b Líkurnar á sólskini eru 0,3.
- c Líkurnar á að hitta síðhærðan strák úr bekkjardeildinni eru 0,08.
- d Það eru $\frac{13}{25}$ líkur á að fyrsti nemandinn sem þú hittir úr bekkjardeildinni sé stelpa.
- e Líkurnar á að þú vinnir aukaverðlaunin í happdrættinu eru 0,05.
- f Líkurnar á að fá „taco“ í matinn á föstudagskvöldið eru $\frac{7}{8}$.
- g Líkurnar á að fjarki komi ekki upp á teningi eru $\frac{5}{6}$.



5.14 Eru líkur á útkomunum jafnar eða ójafnar?

- a Þú kaupir happdrættismiða í kökuhappdrætti þar sem einn vinningur er á hverja 100 miða.
- b Þú tippar á úrslit í úrvalsdeild kvenna í knattspyrnu.
- c Þú ætlar að fara í sokka. Það er dimmt í herberginu og í skúffunni eru þrjú pör af hvítum sokkum og þrjú pör af svörtum sokkum.
- d Þú ætlar að draga spil af handahófi úr spilastokki.

5.15 Þú kastar tveimur venjulegum teningum. Segðu til um hvort líkurnar á eftirfarandi atburðum eru jafnar eða ójafnar.

- a Summan er slétt tala. Summan er oddatala.
- b Summan er frumtala. Summan er ekki frumtala.
- c Summan er stærri en 6. Summan er minni en 7.
- d Á öðrum teningnum kemur upp tala sem er stærri en 3. Á hinum teningnum kemur upp tala sem er minni en 4.

5.16 Teiknaðu lukkuhjól með sex útkomum með jöfnum líkum. Er hægt að búa til fleiri en eina tegund af þessu lukkuhjóli?

5.17 Hugsaðu þér að þú eigir bingóspjald með 24 tölum og þar að auki er aukatala í miðjunni. Tölurnar eru á talnabilinu 1-75 að báðum meðtöldum. Dregin er út af handahófi ein tala í senn.

Eru jafnar eða ójafnar líkur á tölunum sem dregnar eru út, þ.e. eru meiri eða minni líkur á að einhver tiltekin tala verði dregin út fremur en önnur?

5.18 Þú ert með tvo venjulega teninga, annan rauðan og hinn hvítan. Búðu til reglur um kast með báðum teningunum þannig að vinningslíkurnar verði

a $\frac{1}{12}$

b $\frac{1}{36}$

c $\frac{1}{8}$

5.19 Þú kastar rauðum og bláum teningi með tölunum 0-9.

a Gerðu yfirlit yfir allar útkomurnar með að minnsta kosti einni fimmu.

b Hverjar eru líkurnar á að fá að minnsta kosti eina fimmu?



5.20 Þú kastar tveimur teningum með tölunum 0-9.

a Hverjar eru líkurnar á að þú fái tvær áttur?

b Hverjar eru líkurnar á að þú fái að minnsta kosti eina áttu?

c Hverjar eru líkurnar á að þú fái enga áttu?

5.21 Til að komast með bíl frá Vestlandet í Noregi til Østlandet þarf að fara yfir fjallvegi.

Vegna ófærðar þarf oft að loka fjallvegunum eða skipuleggja akstur bíla í bílalest.

Fjallvegur	Lokað Fjöldi klukkustunda	Bílalestir Fjöldi klukkustunda
Filefjell	18	29
Hemsedalsfjellet	39	124
Strynefjellet	55	26
Aurland-Hol	286	138
Hardangervidda	361	519
Haukelifjell	70	379

Heimild:
Bergens Tidende og
Statens vegvesen.
Tölurnar sýna
árleg meðaltöl
fyrir árin
1995-2005

Upplýsingar í töflunni miðast við eitt ár.

a Finndu líkurnar á að koma að lokuðum vegi á hverjum þessara fjallvega.

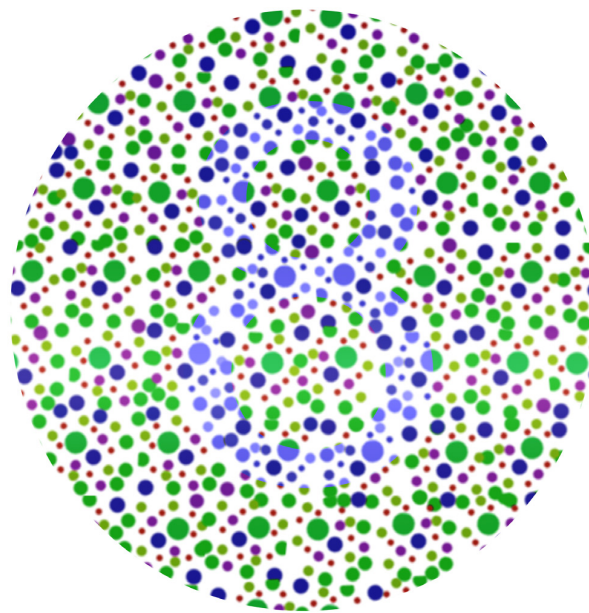
b Hversu miklar líkur eru á að koma annaðhvort að lokuðum vegi eða þurfa að aka í bílalest yfir hvern þessara fjallvega?

c Raðaðu fjallvegunum eftir því hve miklar líkur eru á að koma annaðhvort að lokuðum fjallvegi eða þurfa að aka í bílalest yfir hann. Skráðu fjallveginn með hæstu líkurnar fyrst.



5.22 Líkurnar á litblindu meðal karlmannna eru 8%. Líkurnar meðal kvenna eru 0,5-1%.

- a** Í skóla nokkrum eru 457 nemendur, 230 strákar og 227 stelpur.
- Hve margir strákar eru líklega litblindir og hve margar stelpur?
- b** Rannsókn sýnir að tíu strákar og þrjár stelpur við skólann eru litblind.
- Hve miklar líkur eru á að mæta af tilviljun nemanda sem er litblindur?



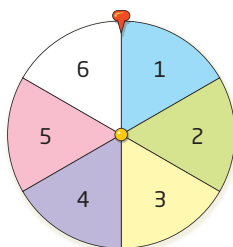
Ertu litblind/ur?
Geturðu séð hvað stendur í hringnum?

5.23 Á Íslandi gætu um 23 000 manns verið með sykursýki 2. Íbúafjöldi á Íslandi 1. janúar 2016 var rúmlega 332 500.

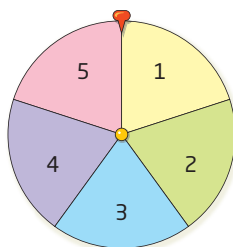
Hve miklar líkur eru á að þú mætir af tilviljun manneskju sem er með sykursýki 2?

5.24 Notaðu lukkuhjólin tvö, A og B, neðst á blaðsíðunni.

- a** Eru jafnar líkur á útkomum á lukkuhjólum A og B hvoru um sig?
- b** Hugsaðu þér að þú snúir lukkuhjólunum. Á hverjum eftirfarandi atburða eru 50% líkur á að atburður gerist eða gerist ekki?
- Summan er slétt tala.
 - Summan er framtala.
 - Margfeldið er oddatala.
 - Margfeldið er stærra en 9.
- c** Hverjar eru líkurnar á að margfeldið verði stærra en 13? Skráðu svarið sem almennt brot, tugabrot og prósent.



Lukkuhjól A



Lukkuhjól B

Talningarfræði



- 5.25** Lóa á fjórar yfirhafnir, þrjú skópör og tvær húfur.
Hve margar samsetningar eru mögulegar þegar hún ætlar út og velur sér fót til að fara í?
- 5.26** Katrín hefur lært að gera tvo forrétti, fimm aðalrétti og þrjá eftirrétti.
Dag nokkurn ætlar hún að koma fjölskyldu sinni á óvart með þriggja rétta máltíð. Hve margar mismunandi samsetningar á matseðli getur Katrín boðið upp á?
- 5.27** Kristinn ætlar að borða morgunverð og getur valið um ávexti, brauð eða morgunkorn. Þar að auki getur hann valið um drykkina mjólk, ávaxtasafa og te. Hve margar mögulegar samsetningar eru á mat og drykk fyrir Kristinn í morgunmatnum?
- 5.28** Alma er að verða of sein í skólann. Hún getur valið um fjóra jakka og þrjú skópör. Því næst þarf hún að ákveða hvort hún eigi að hlaupa, hjóla eða fara á hlaupahjólinu í skólann.
Á hve marga vegu getur hún valið um fatnað og aðferðir til að koma sér í skólann?
- 5.29** Pétur ætlar að baka pitsu. Á pitsunni getur verið ein kjöttegund og tvenns konar grænmeti. Kjöttegundirnar sem koma til greina eru nautahakk, skinka, kjúklingur og pepperóní. Grænmetið sem völ er á er tómatar, ananas, laukur, maís og paprika.
Hve margar mismunandi pitsur getur Pétur bakað?
- 5.30** Á krossaprófi nokkru eru þrjár spurningar. Við fyrstu spurningunni eru þrjár svarmöguleikar. Við annarri og þriðju spurningu má velja um fjögur mismunandi svör. Á hve marga mismunandi vegu er unnt að svara krossaprófinu?

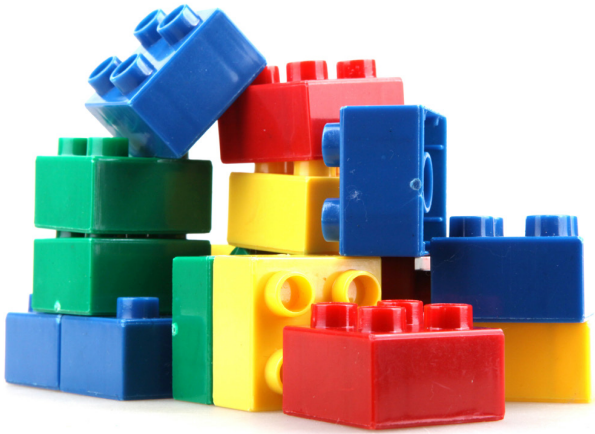


5.31 Sautjánda-júní-kerti er með láréttar litarendur í litunum blár, hvítur og rauður.
Hve margar mismunandi litasamsetningar geta verið á kertinu?

5.32 Barn í 1. bekk gerði tilraunir með að byggja turn úr legókubbum. Barnið mátti nota þrjá kubba í þremur mismunandi litum.

a Hve margar mismunandi samsetningar af turnum með litunum þremur voru mögulegar?

b Hve margir verða samsetningarmöguleikarnir ef barnið fær einn legókubb í viðbót í fjórða litnum?



5.33 Markús, Páll og Fríða ætla í leikhús og eiga miða hlið við hlið.
Á hve marga mismunandi vegu geta þau sest í sætin?

5.34 Anna, Egill, Freyja og Þór taka skólabílinn heim.
Það eru fjögur laus sæti í bílnum.

Á hve marga mismunandi vegu geta þau fjögur raðað sér í sætin?

5.35 María, Bastían og Helgi standa í biðröð í búðinni.

a Á hve marga mismunandi vegu geta þau verið í biðröðinni?

b Kristján ætlar líka að versla í búðinni. Á hve marga mismunandi vegu geta þau staðið í biðröð ef þau koma öll fjögur í einu í búðina?

5.36 Í félagsmiðstöð þar sem eru 35 unglingar var kannað hvað unglingarnir vildu helst gera: dansa eða spila á spil. Af unglingunum vildu 17 dansa og 25 vildu spila á spil.

- a** Settu þessar upplýsingar fram í Vennmynd.
- b** Hvað tákna svæðið í miðjunni?

5.37 Tinna, Viktoría, Pálína, Alma, María og Elín eru meðlimir í hjólaklúbbnum Hreysti. Alma, Tinna og María voru valdar til að taka þátt í liðakeppni.

- a** Skráðu hjólreiðastelpurnar í Vennmynd með tveimur mengjum þannig að allar í hjólaklúbbnum Hreysti séu í öðru menginu og allir þátttakendurnir í liðakeppninni í hinu.
- b** Útskýrðu hvers vegna annað mengið er hlutmengi í hinu en ekki öfugt.

5.38 Í bekkjarferðalagi spurðu kennararnir hvaða viðburðum nemendurnir 27 vildu taka þátt í. Þeir gátu valið um að róa á báti eða ganga á fjöll. Af þessum nemendum völdu 13 að róa, 20 vildu ganga á fjöll og 2 vildu hvorugt.

Sýndu þessar óskir nemenda á Vennmynd.

5.39 Á Íslandi er auðugt fuglalíf. Þar má nefna lóu, spóa, hrossagauk, stelk, skógarþröst, tjald, rjúpu, haförn, fálka og uglu.

- a** Flokkaðu þessa fugla í tvo mengjahringi þannig að allir fuglarnir séu í öðru menginu og ránfuglarnir í hinu.
- b** Hvaða fuglaflokkur myndar hlutmengi í öðru menginu?

5.40 Í matreiðslutímunum eiga nemendur að flokka matvörur. Þeir eru með maís, tómát, agúrku, lauk, hvítlauk, papriku, salathöfuð, grænkál, gulrót, kartöflu, næpu, rauðkál, rófu, brokkólí og blómkál.

Teiknaðu mengjahringi og flokkaðu grænmetið í annað mengið og rótargrænmetið í hitt.

5.41 Þú ert með tvö mengi, $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ og $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$.

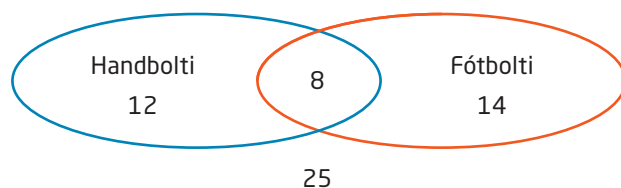
- a** Teiknaðu Vennmynd og skráðu í hana mengin A og B .
- b** Hvað þýða stærðfræðiorðin sammengi og sniðmengi?
- c** Finndu sammengi mengjanna A og B .
- d** Finndu sniðmengi mengjanna A og B .





5.42 Skoðu Vennmyndina sem gerð var þegar 59 nemendur í 8. bekk voru spurðir hvort þeir æfðu handbolta og fótbolta.

Útskýrðu tölurnar 8 og 25 á Vennmyndinni.



5.43 Skoðu Vennmyndina hér á undan.

a Lýstu því hvaða nemendur eru í sammengi handboltamengisins og fótboltamengisins.

Hvað eru margir nemendur í sammenginu?

b Lýstu því hvaða nemendur eru í sniðmengi handboltamengisins og fótboltamengisins.

Hvað eru margir nemendur í sniðmenginu?

5.44 Könnun var gerð meðal 15 unglinga í unglingsklúbbi nokkrum.

Hver fylgdist aðeins með „Ísland got talent“?	7
Hver fylgdist aðeins með „Söngkeppni framhaldsskólanna“?	4
Hver fylgdist með báðum þessum þáttum?	3

a Teiknaðu Vennmynd eins og sýnd er á myndinni með verkefni 5.42. Í öðru menginu eru allir sem horfðu á „Ísland got talent“ og í hinu menginu allir sem horfðu á „Söngkeppni framhaldsskólanna“.

b Hvað sýna hin mismunandi svæði Vennmyndarinnar?

5.45 Þú kastar venjulegum teningi.

a Finndu útkomurúmið.

b Hverjar eru líkurnar á að fá upp þrist á teningnum?

c Hverjar eru líkurnar á að fá ekki þrist (atburðinn í fyllimenginu)?





5.46 Hjólreiðamenn geta notað ýmiss konar hjól og búnað. Nota þeir götuhjól eða fjallahjól? Ætla þeir að vera í venjulegum íþróttabuxum eða sérstökum hjólabuxum? Nota þeir hefðbundinn hjálm eða kúluhjálm?

Hve margar mismunandi samsetningar hjóls, buxna eða hjálms eru mögulegar?

5.47 Hve margir mismunandi möguleikar eru á að fá fjóra tölustafi þegar maður kastar venjulegum teningi fjórum sinnum í röð?

5.48 Sírý ætlar að pakka inn gjöf. Hún getur valið um fjólubláan, gulllitaðan eða blómaskreyttan gjafapappír, silfurlitað eða hvítt gjafaband og þrens konar gjafakort.

a Hve margar mismunandi samsetningar af pappír, böndum og kortum getur Sírý valið?

b Hverjar eru líkurnar á að Sírý velji blómaskreytta pappírinn með hvítu bandi og gjafakortið sem er efst í bunkanum?

5.49 Lóa ætlar að mála sig. Hún er með svartan og brúnan maskara, bleikan og rauðan varalit og augnskuggabox með átta mismunandi litum.

Hverjar eru líkurnar á að hún velji svartan maskara, rauðan varalit og silfurlitaðan augnskugga?

5.50 Hinrik er að búa sig undir veislu. Hann þarf að velja belti, skó, bindi og skyrtu. Hann á þrjú belti, tvö skópör, fjögur bindi og þrjár skyrtur.

a Hverjar eru líkurnar á að hann velji brúnu skóna og brúna beltið?

b Hverjar eru líkurnar á að hann velji að lokum brúnu skóna, brúnt belti, hvíta skyrtu og grátt bindi?

5.51 Á hve marga mismunandi vegu geta fimm unglingar raðað sér í sófa?



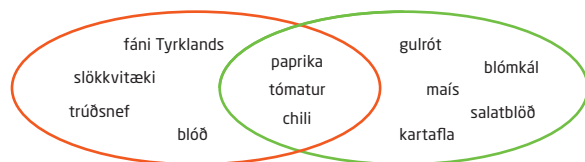


- 5.52** Hve mörg mismunandi pin-númer er hægt að búa til úr fjórum mismunandi tölustöfum?
- 5.53** Hve margar mismunandi samsetningar er hægt að búa til úr fimm mismunandi litlum bókstöfum?
- 5.54** Marta á að taka til í stofunni, eldhúsinu, svefnherberginu og anddyrinu. Hún þarf að ákveða í hvaða herbergi hún byrjar og í hvaða röð hún tekur til í herbergjunum.
Á hve marga mismunandi vegu getur Marta raðað þessum fjórum herbergjum í tiltektinni?
- 5.55** Þú þarft að fara í íþróttabúð, gæludýrabúð, lyfjabúð, matvörubúð og fatabúð.
Á hve marga mismunandi vegu geturðu raðað búðunum fimm í þessum verslunarleiðangri?
- 5.56** Í matarboði eru fjórar manneskjur. Við matarborðið eru átta sæti.
Á hve marga mismunandi vegu getur fólkíð setið við borðið?
- 5.57** Lísa kaupir fjórar mismunandi jógúrtdósir og borðar úr einni þeirra á hverjum degi.
- Í hve mörgum mismunandi röðum getur Lísa borðað úr jógúrtdósunum?
 - Lísa tekur daglega eina dós af handahófi út úr kælskápnunum. Hverjar eru líkurnar á að röðin verði þessi: melónubragð, vanillubragð, jarðarberjabragð, bláberjabragð?
- 5.58** Á mp3-spilara hafa verið sett tíu lög. Lögin eru spiluð í tilviljanakenndri röð.
- Hverjar eru líkurnar á að lengsta lagið sé spilað fyrst?
 - Hve margar mismunandi lagaraðir eru mögulegar?
 - Hverjar eru líkurnar á að lögin verði spiluð í stafrófsröð?
- 5.59** Á bílastæði eru 56 bílar. Af þeim eru 42 fólksbílar. Rauðir bílar eru 12 og 9 bílar eru rauðir fólksbílar.
- Teiknaðu Vennmynd sem lýsir þessum aðstæðum.
 - Hverjar eru líkurnar á að fyrsti bíllinn sem ekið er burt af stæðinu sé hvorki rauður né fólksbíll?



Stak í mengi er hlutur sem tilheyrir tilteknu mengi.

5.60 Skoðu Vennmyndina hér til hægri.

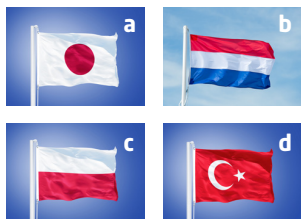


- Finndu hvaða eiginleika hvort mengið hefur.
- Hvaða stök eru í sniðmengi mengjanna tveggja?
- Hvaða stök eru í sammengi mengjanna tveggja?
- Gefðu dæmi um tvö önnur stök sem gætu verið í sniðmenginu.

5.61 Teiknaðu Vennmynd með tveimur mengjum, *A* og *B*. Raðaðu heilu tölunum 1-20 þannig að allar sléttar tölur séu í *A* og allar frumtölur í *B*.

- Hvaða tala eða tölur eru í sniðmenginu?
- Hvaða tölur eru fyrir utan *A* og *B*?

5.62 Teiknaðu Vennmynd með tveimur mengjum, *A* og *B*. Raðaðu öllum löndunum hér fyrir neðan sem hafa krossfána í *A* og löndum með rauðan lit í fánanum í *B*. Þú getur notað netið til að finna myndir af fánunum.



- Japan
- Holland
- Pólland
- Tyrkland

Noregur	Svíþjóð	Pólland	Færeyjar
Frakkland	Holland	Finnland	Japan
Pýskaland	Danmörk	Tyrkland	

Hvaða lönd eru í sniðmenginu og hvað einkennir þau?

5.63 Sextán unglingar eru við skyndibitastað. Tólf þeirra kaupa hamborgara, fimm kaupa franskar kartöflur og tveir kaupa ekkert.

- Teiknaðu Vennmynd þar sem í menginu *A* eru allir sem kaupa hamborgara og í menginu *B* eru þeir sem kaupa franskar kartöflur.
- Hve margir unglingar eru í sniðmenginu og hvað einkennir þá?
- Einn unglingurinn missir símann sinn á gólfið. Hverjar eru líkurnar á að hann sé einn þeirra sem keypti einungis hamborgara?





5.64 Alls eru 28 nemendur í 9. A. Tíu nemendanna eiga hund, átta nemendur eiga kött og 16 nemendur eiga hvorki hund né kött.

a Teiknaðu Vennmyndina á spássíunni upp og finndu hve margir nemendur eru í hvoru mengi.

b Hvað einkennir nemendurna í sniðmenginu?



c Einn nemendanna er valinn af handahófi til að ræða við skólustjórann.

Hversu líklegt er að þetta verði nemandi sem á

- bæði hund og kött?
- bara hund?
- hvorki hund né kött?

$A \cup B$ er sammengi A og B og er lesið: A sam B .
Í því eru öll stök í A , öll stök í B og öll stök sem eru bæði í A og B .

5.65 Hér eru tvö mengi:

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \quad B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

a Skráðu $A \cup B$.

b Skráðu $A \cap B$.

$A \cap B$ er sniðmengi A og B og er lesið: A snið B .
Í því eru stök sem eru bæði í A og B .

5.66 Hér eru tvö mengi:

A er mengi allra oddatalna milli 0 og 20. B er mengi allra frumtalna milli 10 og 20.

a Skráðu $A \cup B$.

b Skráðu $A \cap B$.

5.67 Þú dregur eina heila tölu af talnabilinu 10-20 að báðum tölunum meðtöldum. Skráðu eftirfarandi mengi og fyllimengi:

a A er slétt tala.

b B er frumtala.

c C er tala sem er stærri en 15.

\bar{A} táknar fyllimengi A en það er mengi þeirra staka í grunnmenginu sem eru ekki í A .

5.68 A er mengi allra heilla talna frá 0 til 100 og B er mengi allra frumtalna milli 0 og 100. Hvaða fullyrðingar eru sannar?

a Talan 17 er í sniðmenginu.

c $B \subset A$

e $\bar{B} = A \setminus B$

b $A \subset B$

d $\bar{B} = A \cap B$

- 5.69** Kennari kastar þremur teningum til að ákveða hvort nemendur eigi að taka próf. Ef summa talnanna þriggja verður minni en 8 verður prófið lagt fyrir.
- a** Hverjar eru líkurnar á að nemendur þurfi að taka prófið?
 - b** Hverjar eru líkurnar á að nemendur þurfi að taka próf tvo daga í röð?

- 5.70** Ívar tippaði á 13 leiki í fótbolta. Ef maður tippar annaðhvort 1 (heimasigur), x (jafntefli) eða 2 (útsigur) í öllum leikjunum þrettán kallast það „að tippa röð“.

- a** Hve margar mismunandi raðir er hægt að tippa á leikina þrettán?
- b** Hugsaðu þér að þú kaupir tíu raðir. Hverjar eru líkurnar á að vinna ef úrslit allra leikjanna eru jafn líkleg?



- 5.71** Á lista yfir vinsæl lög eru þau skráð í mismunandi flokka. Þrettán lög eru í flokknum popptónlist, 11 lög í flokknum sveitatónlist og 25 í flokknum rokktonlist.

- a** Hve margar mismunandi samsetningar er hægt að búa til með þremur lögum ef eitt lag er úr hverjum flokki?

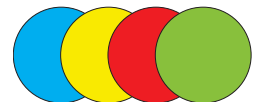
Alda velur af handahófi eitt lag úr hverjum flokki.

- b** Hverjar eru líkurnar á að öll lögin þrjú sem hún valdi séu stystu lögin í sínum flokki?
- c** Hverjar eru líkurnar á að ekkert af lögum sem hún valdi séu stystu lögin í sínum flokki?
- d** Hverjar eru líkurnar á að að minnsta kosti eitt af lögum sem hún valdi sé stysta lagið í sínum flokki?

- 5.72** Fimm nemendur sátu í nemendaráði skóla. Þeir ætluðu að skipta með sér verkum sem formaður, varaformaður, ritari, gjaldkeri og stjórnarmaður. Á hve marga mismunandi vegu gátu nemendurnir fimm skipt með sér þessum hlutverkum?

- 5.73** Í hópi nokkrum eru fimm menn. Velja á af handahófi þrjá úr hópnum. Hve margar mismunandi niðurstöður eru mögulegar?

- 5.74** Róbert hannar lógó fyrir félag nokkurt. Í lógóinu eru fjögur svæði. Hvert svæði á að hafa sinn sérstaka lit. Róbert getur valið um átta liti.



Hve margar mismunandi litasamsetningar eru mögulegar?



- 5.75** Í boxi eru átta kúlur í ólíkum litum. Þú átt að draga þrjár kúlur úr boxinu. Hve margar mismunandi samsetningar á kúlunum þremur eru mögulegar?
- 5.76** Sigga og þrjár vinkonur hennar taka strætó. Í honum eru tólf laus sæti. Á hve marga mismunandi vegu geta þær fundið sér sæti í strætónum?
- 5.77** Á pítsustað getur þú valið um sex mismunandi álegg.
- a** Hve margar mismunandi pítsur með einu áleggi getur þú valið?
 - b** Hugsaðu þér að þú ætlir að fá pítsu með tvenns konar áleggi: ananas og skinku. Er pöntun þín mismunandi eftir því hvort ananasinn er settur á undan skinkunni eða öfugt?
 - c** Hve margar mismunandi samsetningar af pítsu með tvenns konar áleggi eru fánlegar?
 - d** Bekkjarfélagi þinn velur pítsu með þrenns konar áleggi: skinku, ananas og papriku. Í hve mörgum mismunandi röðum getur kokkurinn raðað þrenns konar áleggi á pítsuna?
 - e** Hve margar mismunandi samsetningar af pítsum er hægt að fá með þrenns konar áleggi?
 - f** Útskýrðu hvers vegna eftirfarandi fullyrðing hlýtur að vera sönn:
Það eru jafn margar mismunandi pítsur með ferns konar áleggi og þær sem eru með tvenns konar áleggi.
- 5.78** Í 9. bekk eru 28 nemendur. Af þeim eiga 10 gæludýr og 16 stunda íþróttir. Þeir nemendur, sem hvorki eiga gæludýr né stunda íþróttir, eru 7 talsins.
- a** Teiknaðu Vennmynd sem lýsir þessum aðstæðum. Finndu hve margir nemendur eru á hverju svæði á Vennmyndinni.
 - b** Nemandi er valinn af handahófi til að taka til í lok skóladagsins. Hverjar eru líkurnar á að það verði nemandi sem bæði á gæludýr og stundar íþróttir?
- 5.79** Í bekk með 30 nemendum eiga allir að velja sér bók á bókasafninu. Nemendur geta valið bækur úr þremur flokkum: ævintýrabækur, glæpa- eða vísindaskáldsögur. Þeir sem velja ævintýrabækur eru 13 talsins, 17 velja glæpasögur og 8 velja vísindaskáldsögur. Einn nemandi velur bækur úr öllum flokkunum, 4 velja bæði ævintýrabók og glæpasögu en enginn velur glæpasögu og vísindaskáldsögu.
- a** Teiknaðu Vennmynd með þremur mengjahringjum og merktu nemendurna í rétt svæði á myndinni.
 - b** Hugsaðu þér svipaðar aðstæður þar sem nemendur geta einnig valið bók úr fjórða flokknum. Er hægt að sýna það í Vennmynd? Rökstyddu svarið.



5.80 Notaðu þessar tölur.

5	$\frac{3}{4}$	$\sqrt{2}$	$\frac{20}{5}$	17	π	0,15	12%
---	---------------	------------	----------------	----	-------	------	-----

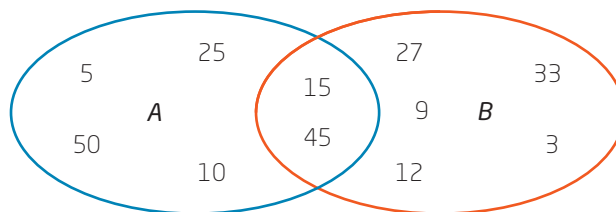
- Teiknaðu Vennmynd og notaðu tölurnar í rammanum. Mengið A á að innihalda ræðar tölur og mengið B náttúrlegar tölur. Raðaðu tölunum á rétta staði á Vennmyndinni.
- Hvaða tölur eru hvorki í A né B ? Hvað einkennir þær tölur?
- Hvernig getur þú lýst B með tilliti til A ?

5.81 Á götuhátíð hittast 17 fjölskyldur. Tíu fjölskyldur koma með grillmat og 12 þeirra koma með köku. Engin fjölskylda kemur hvorki með grillmat né köku.

- Gerðu Vennmynd sem sýnir þessar aðstæður.
- Ávaxtakarfa er happdrættisvinningur á götuhátíðinni. Hver fjölskylda fær jafn marga happdrættismiða. Hverjar eru líkurnar á að fjölskylda sem kom bæði með grillmat og köku hreppi ávaxtakörfuna?
- Fjölskyldurnar sem koma ekki með grillmat á hátíðina borga 1000 kr. Þeir sem koma ekki með köku borga 600 kr. Fjölskyldurnar sem koma með bæði grillmat og köku borga ekkert. Hve mikið fé safnast?

5.82 Skoðaðu Vennmyndina hér á eftir.

- Hvað einkennir mengin A og B ?
- Hvað einkennir tölurnar tvær í sniðmenginu?
- Setja á tölurnar 30, 40 og 63 í þessa sömu Vennmynd. Hvar myndir þú setja þessar tölur?
- Hverjar talnanna 17, 36, og 42 eiga heima í Vennmyndinni og hverjar þeirra eiga að vera fyrir utan hana? Rökstyddu svarið.





5.83 Hér er dæmi um tvö talnamengi:

A inniheldur allar jákvæðar heilar tölur minni en 10.

B inniheldur allar heilar tölur stærri en 5.

- a Skráðu $A \cap B$ með því að nota mengjasviga.
- b Hvaða tölur eru í $A \cup B$?

Mengjasvigar
Mengið V inniheldur tölurnar 0, 1, 2 og 3. Með mengjasvigum er það skráð þannig: $V = \{0, 1, 2, 3\}$

5.84 Í 9.C var stærðfræðipróf. Meðaleinkunnin var 6,2.

Aðeins voru gefnar heilar tölur frá 1–10 að báðum meðtöldum.

Lýstu nemendum sem eru í fyllimengi þessara mengja:

- a $A = \{\text{allir sem fengu einkunnina } 7\}$
- b $B = \{\text{allir sem fengu lægri einkunn en } 6\}$
- c $C = \{\text{allir sem fengu hærri einkunn en meðaleinkunn}\}$

5.85 Maður nokkur ók þrisvar yfir gatnamót með umferðarljósum þar sem var rautt og grænt ljós. Möguleikar hans í þessi þrjú skipti voru: ekkert rautt ljós, einu sinni rautt ljós, tvisvar rautt ljós og þrisvar rautt ljós. Líkurnar á að fá ekkert rautt ljós eru $P(\text{þrjú græn ljós}) = 0,064$.

- a Lýstu fyllimengi atburðarins P með eigin orðum.
- b Hverjar eru líkurnar á að fá rautt ljós að minnsta kosti einu sinni?

5.86 Í bekkjardeild eru 28 nemendur. Þar æfa 15 fótbolta, 9 eru í lúðrasveit og 4 æfa hvorki fótbolta né eru í lúðrasveit.

- a Teiknaðu Vennmynd með tveimur mengjum, A og B . Í A eru nemendur sem æfa fótbolta og í B eru nemendur sem eru í lúðrasveit.
- b Hve margir nemendur eru í sniðmenginu og hvað einkennir þá?
- c Hvað einkennir fyllimengi A , \bar{A} , og hve margir nemendur eru í því?
- d Hvar finnur þú nemendurna sem eru ekki með í $\bar{A} \cup \bar{B}$? Skrifðu þetta mengi, $(\bar{A} \cup \bar{B})$, á annan hátt.

Verkefni af ýmsu tagi

5.87 María og þrjú systkini hennar kasta upp á hvert þeirra eigi að vaska upp. Hverjar eru líkurnar á að það verði María?

5.88 Í dansskóla eru níu stelpur og sex strákar. Þau eiga að dansa saman tvö og tvö. Hve mörg mismunandi pör með strák og stelpu er hægt að mynda?

5.89 Árni er að byggja hús og á margra kosta vö. Einn daginn þarf hann að velja ljóskastara í loftið, reykskynjara og krana. Hann getur valið um fjóra mismunandi reykskynjara, þrjú mismunandi ljóskastara og þrjú mismunandi krana.

Hve margir mismunandi samsetningarmöguleikar eru fyrir Árna að velja ljóskastara, reykskynjara og krana?

5.90 Á hve marga mismunandi vegu er hægt að raða saman þremur ólíkum bókstöfum?

5.91 Þú dregur spil úr venjulegum spilastokki sem í eru 52 spil.

- a** Hverjar eru líkurnar á að draga rautt spil?
- b** Hverjar eru líkurnar á að draga lauf?
- c** Hverjar eru líkurnar á að draga ás?
- d** Hverjar eru líkurnar á að draga mannspil?
- e** Hverjar eru líkurnar á að draga spil sem hefur slétt tölugildi þegar ásin hefur gildið 14?



5.92 Hverjar eru líkurnar á að vinna í happdrætti þegar líkurnar á að vinna ekki eru 98%?

5.93 Skólahljómsveitin er að safna fyrir tónleikaferð. Hún lætur útbúa happdrættisrenninga í bunkum og í hverjum bunka eru renningar með 5 númerum. Í hverjum bunka eru númer frá 001 til 1000. Öll númer sem enda á 33 eru vinningsnúmer.

- a Hve mörg vinningsnúmer eru í hverjum bunka?
- b Hverjar eru líkurnar á að fá vinningsnúmer?
- c Hverjar eru líkurnar á að fá vinningsnúmer á renningi þegar þú veist að á engum renningi er meira en eitt vinningsnúmer?

5.94 Teiknaðu lukkuhjól þar sem vinningslíkurnar eru

- a 25%
- b 0,1
- c $\frac{1}{3}$

5.95 Friðrikka frænka er með fimm pottaplöntur í stofuglugganum. Á hve marga mismunandi vegu getur hún raðað plöntunum í gluggann?

5.96 María, Marta og Magnea keppa í fimleikum. Eitt sinn fengu vinkonurnar þrjár þrjú hæstu stigin í meistarakeppni.

- a Á hve marga mismunandi vegu geta 1. sæti, 2. sæti og 3. sæti skipst milli vinkvennanna þriggja?
- b Hverjar eru líkurnar á að María hafi unnið?
- c Hverjar eru líkurnar á að Magnea hafi ekki lent í 3. sæti?

5.97 Hassan skrifar hjá sér hvaða bílar aka fram hjá húsinu þar sem hann býr. Á tveimur klukkutímum hefur hann séð 8 Volvoa, 13 VW, 5 Opela, 7 Toyotur, 9 Hondur, 6 Forda, 3 Mercedes, 1 jeppa og 6 bíla af öðrum tegundum.

- a Hverjar eru líkurnar á að næsti bíll verði VW?
- b Hverjar eru líkurnar á að næsti bíll verði annaðhvort Volvo eða Toyota?
- c Hverjar eru líkurnar á að næsti bíll verði ekki Opel?

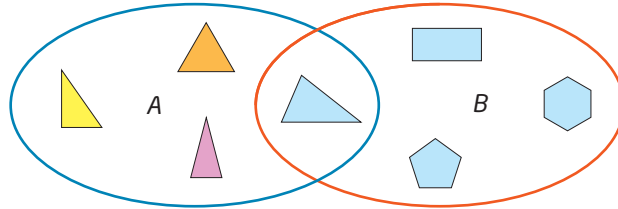
5.98 Í skólaferðalagi eiga nemendur að velja bæði á milli fjögurra skoðunarferða um morguninn og síðan milli fimm verkefna um eftirmiðdaginn. Um kvöldið er val milli kvikmyndasýningar eða diskóteks.

Hversu margar samsetningar af afþreyingu eru í boði fyrir nemendur þennan dag?



5.99 Á hve marga mismunandi vegu er hægt að raða saman þremur mismunandi tölustöfum til að mynda þriggja stafa tölu?

5.100 Skoðaðu Vennmyndina.



- Hvað einkennir stökin í mengjunum A og B?
- Lýstu stökinu í sniðmenginu.
- Hvar á Vennmyndina myndir þú setja bláan hring?
- Hvar á Vennmyndina myndir þú setja grænan þríhyrning?

5.101 Í skóla nokkrum var framkvæmd skoðun á öllum vespum og öðrum vélhjólum. Samtals voru 48 slík hjól skoðuð. Af þeim voru 34 gallalaus en gallar fundust í bremsum 8 hjólanna og 10 hjól gátu farið of hratt.

- Sýndu niðurstöðurnar í Vennmynd.
- Hve mörg hjól voru bæði með galla í bremsum og gátu farið of hratt?
- Aðeins eitt hjólið var fjólublátt á litinn. Hverjar eru líkurnar á að fjólubláa hjólið hafi verið með galla í bremsum?

5.102 Lýstu útkomumengi eftirfarandi viðburða og segðu til um hvort jafnar eða ójafnar líkur eru á útkomunum.

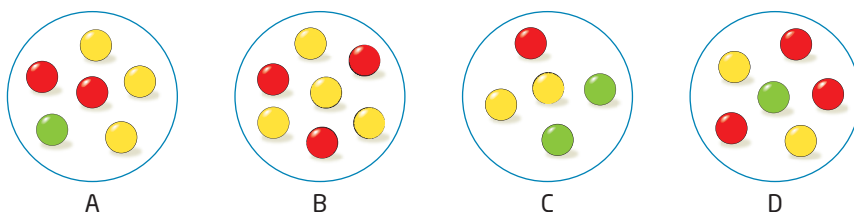
- Kast með venjulegum teningi
- Fótboltaleikur
- Kast með krónupeningi
- Einkunn á stærðfræðiþrófi
- Kúla dregin úr poka með 5 gulum, 4 rauðum og 3 hvítum kúlum
- Snúið lukkuhjóli með 8 jafn stórum svæðum með númerunum 1-8.





5.103 Lukkuhjóli er skipt í 24 jafn stór svæði. Svæðin á að lita með færri en 24 mismunandi litum. Líkurnar á að fá hvern lit eiga að vera jafnar. Hve marga liti er þá hægt að nota og hve mörg svæði verða í hverjum lit? Finndu alla möguleikana.

5.104 Myndirnar hér á eftir sýna fjórar mismunandi skálar með lituðum kúlum. Hugsaðu þér að þú dragir blindandi eina kúlu.



- Úr hvaða skál eru mestu líkurnar á að draga rauða kúlu?
- Úr hvaða skál eru nákvæmlega 50% líkur á að draga gula kúlu?
- Úr hvaða skál eru minnstu líkur á að draga gula kúlu?
- Hverjar eru líkurnar á að draga græna kúlu úr hverri af skálunum fjórum?

5.105 Á Parísarhjóli eru 18 vagnar. Gústaf er í langri biðröð til að komast í Parísarhjólíð. Hverjar eru líkurnar á að hann lendi í vagni nr. 15?

5.106 Tveir og tveir bekkjarfélagar eiga að vinna þetta verkefni saman. Þið þurfið kubba, bréfa klemmur eða eitthvað annað sem er í mismunandi litum og tvö stór box handa hvorum.

Þið veljið ykkur hvor um sig 12 litla hluti í ákveðnum litum en gætið þess að hinn nemandinn sjái ekki hvaða hlutir verða fyrir valinu með því að setja þá í boxið. Nú dragið þið hluti úr boxi hvor annars og skilið þeim aftur í boxið. Þið gætið þess að blanda hlutunum vel í hvert sinn. Þið dragið að minnsta kosti 50 sinnum og skráið nákvæmlega í hvert sinn hvaða lit þið dragið.

- Notið niðurstöðurnar til að giska á litasamsetningu hlutanna hjá bekkjarfélaganum.
- Notið niðurstöðurnar til að finna hve miklar líkur eru á hverjum lit í næsta drætti.

5.107 Ásgeir á að búa til fjögurra stafa PIN-númer. Hann vill ekki nota tölustafinn 0.

- a Hve mörg PIN-númer getur hann búið til?
- b Hve mörg PIN-númer getur hann búið til úr mismunandi tölustöfum?

5.108 Fjórar kúlur í mismunandi litum eru í skál. Ein kúlan er rauð. Þú dregur kúlu blindandi fjórum sinnum.

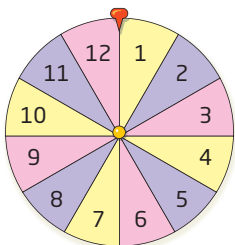
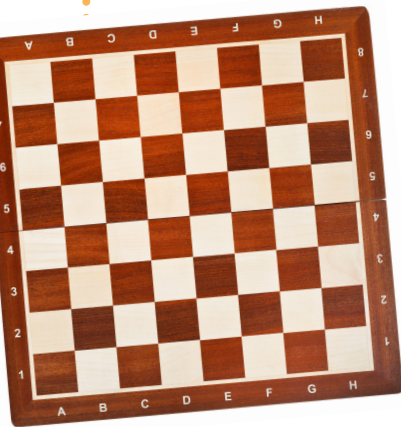
- a Hve margar mismunandi litaraðir getur þú fengið ef þú lætur kúlurnar sem þú dregur ekki aftur í skálina eftir hvern drátt?
- b Þú dregur fjórum sinnum. Hve margar mismunandi litaraðir getur þú fengið ef þú lætur kúlurnar sem þú dregur aftur í skálina eftir hvern drátt?
- c Hverjar eru líkurnar á að þú dragir rauðu kúluna fyrst í a-lið?
- d Hverjar eru líkurnar á að þú dragir rauðu kúluna í hverjum drætti í b-lið?

5.109 Á taflborði eru 64 reitir. Jónas kastar bréfaklemmu á taflborðið. Hún lendir tilviljanakennt á einum reitnum.

- a Hverjar eru líkurnar á að bréfaklemman lendi á hvítum reit?
- b Hverjar eru líkurnar á að bréfaklemman lendi á reit d5?
- c Hverjar eru líkurnar á að bréfaklemman lendi ekki á röð 5 eða á dálki d?

5.110 Skoðaðu lukkuhjólið á spássíunni. eru jafnar eða ójafnar líkur á útkomunum sem lýst er í útkomurúmum hér á eftir?

- a $Ú = \{\text{gulur, bleikur, fjólublár}\}$
- b $Ú = \{\text{tölur í 4-töflunni, tölur sem eru ekki í 4-töflunni}\}$
- c $Ú = \{\text{sléttar tölur, oddatölur}\}$
- d $Ú = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
- e $Ú = \{\text{gulur, ekki gulur}\}$
- f $Ú = \{\text{tölur minni en 7, tölur stærri en 6}\}$





5.111 Í spilinu Meistarahaelli („*Mastermind*“) eru notaðir 5 pinnar sem raðað er á mismunandi vegu. Velja má um 6 mismunandi liti.

- a Hve margar litasamsetningar eru mögulegar ef allir pinnarnir eru hver í sínum lit?
- b Hve margar litasamsetningar eru mögulegar ef fleiri en einn pinni má vera í sama lit og/eða leyfilegt er að hafa auð sæti?

5.112 Hengilás er með sex-stafa-kóða. Hve margir kóðar eru mögulegir ef sama talan má aðeins koma fyrir einu sinni?

5.113 Óskar á að búa til leyniorð með fimm táknum. Hann verður að fylgja eftirfarandi reglum:

Nota má alla stóra og litla bókstafi úr íslenska stafrófinu nema broddstafina (á, é, í, ó, ú, ý). Nota má alla tölustafina frá 0-9 auk táknsins _.

Hve mörg leyniorð getur Óskar búið til?



5.114 Elsa ætlar á grímuball. Hún getur valið um fjórar hárkollur, fimm kjóla og sjö grímur.

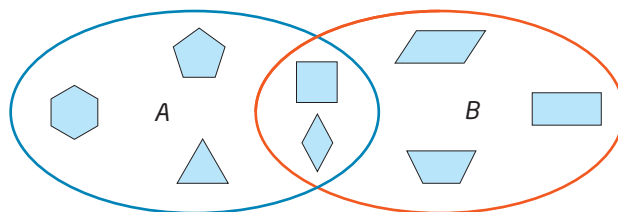
Hve margar mismunandi samsetningar af hárkollu, kjól og grímu eru mögulegar?

5.115 Skoðuðu veggspjaldið hér til hliðar.

- a Hverjar eru líkurnar á að fá vinning í happdrættinu?
- b Hverjar eru líkurnar á að vinna hjólið ef þú kaupir happdrættismiða fyrir 2000 kr.?
- c Hverjar eru líkurnar á að vinna bol?
- d Hverjar eru líkurnar á að vinna ekki stólsessu og hitabrusa?



5.116 Skoðaðu Vennmyndina.



- a Hvað einkennir stökin í mengjunum A og B?
- b Hvað einkennir stökin í sniðmenginu?
- c Er hægt að setja réttthyrdan þríhyrning í annað hvort mengið A eða B? Rökstyddu svarið.
- d Hvar á Vennmyndinni myndir þú setja hring? Rökstyddu svarið.

5.117 Í Noregi eru bílnúmer búin til úr tveimur bókstöfum og fimm tölustöfum. Í Svíþjóð eru bílnúmer búin til úr þremur bókstöfum og þremur tölustöfum. Ekki má nota bókstafina I, O, Æ, Ø og Å. Samsetningin SS er ekki notuð í Noregi. Þar er tölustafurinn 0 heldur aldrei hafður lengst til vinstri í talnarununni.

Í hvoru landinu, Noregi eða Svíþjóð, eru fleiri samsetningarmöguleikar á bílnúmerum?

5.118 Þú átt að draga eina tölu úr talnaröðinni 1-24. Búðu til reglur þannig að vinningslíkur verði:

- a 25%
- b 12,5%
- c $\frac{1}{3}$
- d $\frac{1}{6}$

5.119 Pálína á 14 naglalökk í mismunandi litum. Dag nokkurn dettur henni í hug að lakka neglurnar þannig að hver nögl sé í sínum lit.

Hve margar mismunandi litasamsetningar getur Pálína valið?





- 5.120** Í þessu verkefni þarftu að nota hunda, erni, strúta, menn, flugur, maríuhænur, ketti og uglur.
- Teiknaðu Vennmynd með tveimur mengjahringjum. Í öðru menginu eiga að vera þær ofanefndu lífverur sem geta flogið og í hinu menginu þær lífverur sem hafa tvo fætur.
 - Hvaða lífverur eru í sniðmengi mengjanna tveggja?
 - Hvaða lífverur eru í sammengi mengjanna tveggja?
 - Nefndu tvö dæmi um önnur dýr sem gætu verið í sniðmengi mengjanna tveggja.
- 5.121** Í verslunarmiðstöð eru 34 búðir. Mengið M inniheldur allar búðirnar sem selja matvörur.
- Hvað einkennir \bar{M} ?
 - Hve margar búðir eru í \bar{M} þegar M inniheldur 5 búðir?
- 5.122** Hér eru tvö mengi, A og B :
- $$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 19\}$$
- $$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$
- Lýstu með eigin orðum hvaða tölur eru í mengjunum A og B .
 - Lýstu $A \cap B$.
- 5.123** Í talnamenginu A eru allar ferningstölur frá 0 til og með 100. Í talnamenginu B eru allar teningstölurnar á sama talnasviði. Skráðu $A \cap B$.
- 5.124** Líkurnar á að ákveðin tegund af tómatafræi spíri eru 0,85.
- Hve mörg fræ má reikna með að spíri ef maður sáir 36 fræjum?
 - Hve mörgum fræjum hið minnsta þarf að sá ef maður vill fá 10 tómataplöntur?
- 5.125** Rúna ætlar að gista hjá vinkonu sinni. Hún þarf að taka með sér eitt par af skóm, einar buxur, eina peysu og einn jakka. Hún þarf að velja milli fimm skópara, sex buxna, átta peysa og þriggja jakka.
- Hverjar eru líkurnar á að hún velji þrjónapeysu og regnjakka?
 - Hverjar eru líkurnar á að hún velji öklaskóna, gallabuxurnar, peysuna með V-háls máli og vindjakkann?



5.126 Hér kemur hið fræga líkindaverkefni *Monty Hall*:

Í frægum bandarískum sjónvarpsþætti sem Monty Hall stjórnaði átti þátttakandi að velja milli þriggja hurða. Bak við eina þeirra var bíll en bak við hvora hinna hurðanna var geit. Ef þátttakandinn valdi dyrnar þar sem bíllinn var fékk hann bílinn til eignar. Þátttakandi valdi fyrst einar dyr. Þáttastjórnandinn, sem vissi bak við hvaða dyr bíllinn var, opnaði þá aðrar dyrnar sem eftir voru þar sem hann vissi að geit var á bak við. Þátttakandinn mátti síðan velja hvort hann vildi skipta um skoðun og velja aðra hurð en hann valdi áður eða halda sér við upphaflega valið.

Hvað var skynsamlegast fyrir þátttakandann að gera?

5.127 Hve margir happdrættismiðar og hve margir vinningsmiðar geta verið í happdrætti þar sem eftirfarandi upplýsingar eru gefnar um vinningslíkurnar? Finndu þrjár lausnir við hvern tölulið hér á eftir.

- a Líkurnar á að vinna eru 0,01.
- b Líkurnar á að vinna eru 0,005.
- c Líkurnar á að vinna eru 0,4%.
- d Líkurnar á að vinna eru 2%.

5.128 Getraunaseðill inniheldur 13 leiki. Hver leikur getur endað með heimasigri (1), jafntefli (X) eða útisigri (2).

	H	J	Ú
Þrítrygging	1	X	2
Tvítrygging	1	2	

- a Hvað er hægt að tippa á margar mismunandi raðir?
- b Hve margar mismunandi raðir tippar sá sem þrítryggir einn leik (þ.e. sem merkir í alla þrjá reitina í einum leik) og tvítryggir sig í tveimur leikjum?
- c Hverjar eru líkurnar á að vinna ef maður tippar eins og í b-lið? (Gerðu ráð fyrir að jafn miklar líkur séu á heimasigri, jafntefli og útisigri í hverjum leik.)

5.129 Teiknaðu talnalínu frá 0 til 1.

- a Merktu eftirfarandi atburði A-J um það bil á rétta staði á talnalínunni eftir því hversu líklegir þeir eru.

A Ísland vinnur Brasilíu í fótbolta.	F Þú kastar teningi og færð sexu.
B Þú færð aðalvinning í happdrætti.	G Það verður sólskin 17. júní.
C Nýfædda barnið er strákur.	H Þú lifir að minnsta kosti til sjötugs.
D Árið 2150 verður þú ekki lifandi.	I Næsti bíll sem þú sérð er Lamborghini.
E Þú dregur spil úr spilastokki og færð tígul.	J Þú borðar „taco“ á föstudaginn kemur.

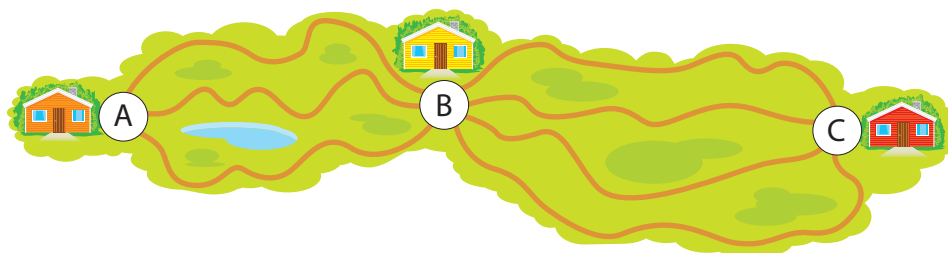
- b Hverjar af líkunum hér að ofan eru engan veginn raunhæfar?



5.130 Þú kastar 8 venjulegum teningum.

- a Hverjar eru líkurnar á að þú fái eina, tvær eða þrjár sexur í fyrsta kasti?
- b Hverjar eru líkurnar á að þú fái sex, sjö eða átta sexur í fyrsta kasti?

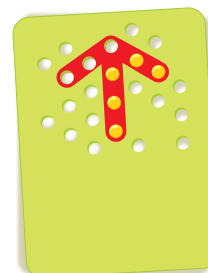
5.131 María og Elísa ætla í langa gönguferð. Þær ætla að ganga milli ferðamanna-skála á leiðinni. Milli skálanna A og B er hægt að velja um þrjár leiðir og milli skálanna B og C eru fjórar leiðir.



- a Hve margar mismunandi leiðir geta stelpurnar valið á leiðinni frá A til C?
- b Sólarhring seinna leggja Dagur og Kári af stað í sömu ferð. Hverjar eru líkurnar á að þeir velji sömu leið og stelpurnar?

5.132 Á lykklaspjaldi eru samtals 32 mismunandi möguleikar á staðsetningu gatanna.

- a Notaðu töflureikni og finndu hve mörg mismunandi lykklaspjöld er hægt að búa til með þessu kerfi.
- b Hve mörg mismunandi lykklaspjöld með fimm götum er hægt að búa til með þessu kerfi? Mundu að innbyrðis röð gatanna skiptir ekki máli.



5.133 Spegiltala er tala sem hefur sama gildi hvort sem hún er lesin frá vinstri til hægri eða frá hægri til vinstri. Talan 32523 er dæmi um spegiltölu.

- a Getur síðasti tölustafurinn í spegiltölu verið 0?
- b Hvað eru til margar spegiltölur með þremur tölustöfum?
- c Hvað eru til margar spegiltölur með fimm tölustöfum?

- 5.134** Talnamengið A inniheldur fimm náttúrulegar tölur sem koma hver á eftir annarri í talnaröðinni. Talnamengið B inniheldur fjórar náttúrulegar tölur sem einnig koma hver á eftir annarri í talnaröðinni. Í sniðmenginu $A \cap B$ eru þrjár náttúrulegar tölur sem koma hver á eftir annarri í talnaröðinni en summa þeirra er 33. Meðaltal talnanna í sammenginu $A \cup B$ er 10,5. Finndu talnamengin A og B .
- 5.135** Þú kastar einum svörtum og einum hvítum teningi með tölunum 0-9.
- Gerðu yfirlit yfir alla möguleikana á að fá a.m.k. eina sjöu.
 - Hverjar eru líkurnar á að fá a.m.k. eina sjöu?
- 5.136** Teiknaðu tvö mismunandi lukkuhjól sem hvort um sig fullnægir kröfunum hér á eftir.
- Það eru $8,3\%$ líkur á að lenda á rauðu svæði.
 - Það er $\frac{1}{24}$ líkur á að lenda á hvítu svæði.
 - Það er þrefalt líklegra að lenda á bláu svæði en að lenda á hvítu eða rauðu svæði.
 - Eftir að búið er að útbúa hvít, rauð og blá svæði er ákveðið að $33,3\%$ af svæðunum, sem eftir eru, skuli vera græn.
 - Tveir síðustu litirnir, gulur og appelsínugulur eiga að vera í hlutfallinu 1 : 7.
- 5.137** Í 9. HF eru 25 nemendur. Tólf þeirra læra þýsku sem erlent mál og tíu völdu tæknigreinar. Sjö nemendur eru hvorki í þýsku né tæknigreinum. Hve margir nemendur eru bæði í þýsku og tæknigreinum?
- 5.138** Hugsaðu þér að þú kastir tveimur teningum með tölunum 1-20.
- Hverjar eru líkurnar á að þú fái 13 á báðum teningunum?
 - Hverjar eru líkurnar á að á öðrum teningnum komi að minnsta kosti upp talan 13?
 - Hverjar eru líkurnar á að á hvorugum teningnum komi upp talan 13?



5.139 Hugsaðu þér að þú kastir tveimur teningum með tölunum 1–20. Hverjar eru líkurnar á að summa talnanna á teningunum tveimur verði

- a** hærrí en 20 **b** hærrí en 10 **c** minni en 15

5.140 Þú ætlar að kaupa kúluís með þremur kúlum. Í ísbúðinni er boðið upp á tíu mismunandi bragðtegundir, þrjár mismunandi íssósus og ferns konar ávexti ofan á ísinn. Það er líka hægt að velja á milli vöflluíss og að ísinn sé settur í box.

- a** Hve mörgum möguleikum stendur þú frammi fyrir ef þú ætlar að kaupa þrjár mismunandi ískúlur?
b Hve marga valmöguleika hefur þú ef þú kaupir tvær eða þrjár kúlur með sömu bragðtegund?
c Hverjar eru líkurnar á að þú veljir ís með að minnsta kosti einni jarðarberjakúlu?

Bragð
vanillu
jarðarberja
súkkulaði
hnetu
bláberja
karamellu
sítrónu
mangó
kirsuberja
hindberja

Ávextir
blandaðir ávextir
melóna
vínber
kíví

Sósur
súkkulaði
jarðarberja
karamellu

5.141 Ákveðið er að setja á stofn nefnd til að skipuleggja skólaferðalag fyrir allan árganginn í 9. bekk. Í 9. bekk starfa 6 kennarar, tveir karlkyns og fjórir kvenkyns. Í 9. bekk eru 76 nemendur, 40 stelpur og 36 strákar. Í nefndinni eiga að vera einn karlkyns kennari og einn kvenkyns kennari og þar að auki ein stelpa og einn strákur sem fulltrúar nemenda. Dregið verður um hverjir verða í nefndinni.

- a** Hve miklar líkur eru á að bæði Póra og Lárus verði dregin út sem fulltrúar nemenda?
b Í nemendahópnum eru þrír strákar og 35 stelpur sem hafa sítt hár. Hverjar eru líkurnar á að báðir nemendurnir sem dregnir verða út séu síðhærðir og jafnframt að yngsti kvenkyns kennarinn og yngsti karlkyns kennarinn verði dregnir út?

Orðskýringar

A	Skýringar
afsláttur	lækkun á vöruverði
atburður	í líkindareikningi: mengi af útkomum sem uppfyllir tiltekin skilyrði; dæmi: ef atburðurinn er: „upp kemur oddatala á teningi“ er atburðurinn mengið {1, 3, 5} eða safnið: 1, 3, 5
B	
biti	er tölustafur í tvíundakerfinu; biti getur verið annaðhvort 0 eða 1
botnpunktur	punktur á grafi sem hefur lægra fallgildi en allir punktarnir í grenndinni
breyta	stærð sem getur tekið breytileg gildi innan þess talnabils sem fall er skilgreint fyrir, tákni (oftast bókstafur) til að tákna ótiltekna stærð
bæti	hópur sem samanstendur af átta bitum
D	
daglína	180° lengdarbaugur í Kyrrahafinu sem aðskilur tvær dagsetningar
E	
eðlismassi	ákveðinn massi af efni deilt með rúmmáli efnisins
empírískt fall	fall þar sem fallgildin byggjast á tilraunum, mælingum, reynslu eða athugunum
F	
fall	regla sem sýnir tengslin milli tveggja stærða sem geta haft mismunandi gildi en eru háðar hvor annarri; önnur stærðin, oftast táknuð með x , er nefnd „óháð breyta“
fallgildi	talán sem fæst þegar reiknað er gildi fallstæðu fyrir ákveðið gildi á óháðu breytunni sem oft er nefnd x
fastaliður, fasti	fallgildið þegar óháða breytan $x = 0$. Í línulega fallinu $y = ax + b$ er b fastaliðurinn
ferilhörn	horn með topppunkt á hringferli og arma sem eru annaðhvort báðir sniðlar hringsins eða annar armurinn sniðill og hinn snertill
ferill	mengi punkta í fleti sem má t.d. tákna með því að draga blýantsodd eftir blaði án þess að blýantinum sé lyft frá blaðinu
ferningsrót	talán sem margfölduð með sjálfri sér verður hin uppgefna tala; ferningsrótin af 16 er 4 vegna þess að $4 \cdot 4 = 16$
ferningstala	svarið þegar heil tala er margfölduð með sjálfri sér. Allar ferningstölur má skrifa sem veldi þar sem veldisvísirinn er 2
ferningur	ferhyrningur þar sem öll hornin eru 90° og allar hliðarnar jafn langar
flatarmál	stærð flatar sem rúmfræðileg mynd þekur
fyllimengi	ef mengið A er hlutmengi í menginu B inniheldur fyllumengi A með tilliti til B öll stök sem eru í B en ekki í A
G	
geiri	hluti af hringfleti sem afmarkast af tveimur geislum og boganum milli þeirra
geisli	strik frá miðju hrings að hringferlinum
gengi	gildi tiltekins gjaldmiðils gagnvart öðrum gjaldmiðli
gildistafla	sýnir gildi óháðu breytunnar x og samsvarandi fallgildi
gjaldmiðill	það sem greitt er með í viðskiptum; peningar sem ríki ákveður sem grunneiningu í viðskiptum

grunnlína	ein hlið marghyrnings; hæð marghyrnings er dregin hornrétt á grunnlínuna
H	
hagstæðar útkomur	fjöldi mögulegra útkomna sem ætlunin er að reikna líkurnar á
hallatala	breyting á y-gildi þegar x-gildið hækkar um eina einingu í línulega fallinu $y = ax + b$; talan a fyrir framan x-ið er hallatalan
háður atburður	þegar tiltekin útkoma viðburðar eða tilraunar er háð útkomu annars viðburðar/tilraunar eða annarra viðburða/tilrauna
heiti á hólfi/reit	heiti á hólfi eða reit í töflureikni; hólfið efst til vinstri hefur heitið A1; heiti á hólfi kallast einnig hólfatilvísun eða tilvísun í hólf
hjálparmynd	skissa af mynd sem mál eru skráð inn á, notuð til hjálpar í rúmfræðiteikningum og útreikningum
hlutfall	samanburður á tölum, oft táknað með : eða brotastriki, þ.e. ritað sem almennt brot; fjórar tölur eru sagðar vera í sama hlutfalli, ef t.d. 3 : 4 = 6 : 8
hlutfallstölur	x og y eru hlutfallstölur ef y/x er fasti
hlutmengi	hluti af öðru mengi
hnútur	mælieining fyrir hraða skipa og báta; einn hnútur er ein sjómíla á klst. (1 sjómíla = 1,852 km)
hornalína	strik milli tveggja horna í marghyrningi, þó ekki milli samliggjandi horna
hólfatilvísun	tilvísun í hólf (reit) í töflureikni; hólfið efst til vinstri hefur hólfatilvísunina A1, sjá einnig: heiti á hólfi
hraðalínurit	línurit sem sýnir tengslin milli vegalengdar og tíma þannig að hægt er að lesa meðalhraðann af línuritinu
hringur	allir punktar sem eru í ákveðinni fjarlægð frá sameiginlegum miðpunkti
hæð	hæð í þríhyrningi eða ferhyrningi er strik sem stendur hornrétt á grunnlínuna (eða á framlengingu hennar) og sýnir stystu fjarlægð frá grunnlínu að mótlægu horni eða samsíða línu
I	
innritaður hringur	allar hliðar þríhyrnings eru snertlar hringsins; miðja eða miðpunktur hringsins er skurðpunktur helmingalína horna þríhyrningsins (en helmingalína horns skiptir því í tvö jafn stór horn)
J	
jafnar líkur	þá eru sömu líkur á öllum mögulegum útkomum
K	
keila	þrívítt form sem samanstendur af grunnfleti sem er hringgeiri og vefst upp í topppunkt
krosstafla	tafla með línnum og dálkum, notuð til að hafa yfirlit yfir tvo óháða viðburði eða tilraunir
kúla	er þrívítt form og allir punktar á yfirborði þess eru í sömu fjarlægð frá miðju

L	
langhlið	er lengsta hliðin í rétthyrndum þríhyrningi
lengdarbaugar	hugsaðar boglínur sem liggja frá Norðurpólnum til Suðurpólsins; þær skipta jörðinni í tímabelti
líkur	möguleikinn á að ákveðinn atburður eigi sér stað
línulegt fall	fallið er á forminu $f(x) = ax + b$ þar sem a og b eru fastar; grafið er bein lína
lota í tugabroti	síendurtekin runa tölustafa í óendanlegri aukastafarunu tugabrots
lotubundið tugabrot	tugabrot með lotu í aukastafarunu þess; allar ræðar tölur hafa endanleg eða lotubundin tugabrot
M	
margföldunarreglan	fjöldi mögulegra útkomna úr fleiri en einum viðburði eða tilraunar er margfeldið af fjölda mögulegra útkomna hvers einstaks viðburðar eða tilraunar
markverðir stafir	fjöldi tölustafa í tölu að frátöldum núllum til vinstri í tölunni
meðalhraði	vegalengd deilt með tíma
mengi	vel skilgreint safn hluta sem nefnast stök
mengjahringur	lokaður ferill í teikningu sem notaður er til að afmarka mengi
miðjuhorn	horn þar sem armarnir eru tveir geislar og topppunkturinn er í miðpunkti hringsins
miðstrengur	strengur í hring gegnum miðpunkt hringsins
mælieining	stærð sem notuð er til að tilgreina gildi einhvers sem hefur verið mælt
mælitala, mál	tala sem segir til um stærð safns eða hlutar
mælitæki	tæki sem hægt er að mæla eitthvað með
N	
námundargildi	það gildi sem tala tekur eftir að hún hefur verið námunduð
náttúrlegar tölur	allar heilar tölur sem eru stærri en 0
Ó	
óháðir atburðir	þegar útkoma atburðar er óháð því sem gerist í öðrum atburði eða atburðum
óháð tilvik	þegar útkoma í tilviki er óháð því sem gerist í öðru tilviki eða tilvikum
ójafnar líkur	þá eru ekki sömu líkur á öllum mögulegum útkomum; þetta er oft sýnt með líkindatré
óræðar tölur	allar tölur sem ekki er hægt að skrifa sem almenn brot; allar ferningsrætur, sem eru ekki heilar tölur, eru óræðar
P	
píramídi	þrívítt form sem samanstendur af grunnfleti sem er marghyrningur og þríhyrndum hliðarflötum sem koma saman í sameiginlegum topppunkti
prómill	hluti af 1000; þá er 1‰ jafnt og 1/1000; 1000‰ samsvara einum heilum
prósent	hluti af 100; 1% er jafnt og 1/100; 100% samsvara einum heilum
prósentustig	mismunurinn milli tveggja prósentutalna; er oft notað í skoðanakönnunum
punktarit	graf falls sem er aðeins skilgreint fyrir stök gildi þannig að ekki er hægt að draga feril eða línu milli punktanna

R	
rauntölur	allar tölur á talnalínunni
rétthyrningur	ferhyrningur þar sem öll hornin eru 90°
rúmfræðilegur staður	punktur eða punktamengi sem hafa ákveðna eiginleika; hringur og miðþverill eru dæmi um rúmfræðilega staði
rúmmál	stærð rýmis þrívíðs hlutar eða myndar
ræðar tölur	allar tölur sem skrifa má sem almenn brot
S	
sammengi	í sammengi tveggja mengja, A og B, eru öll stök sem eru samtals í A eða B eða báðum mengjum; táknið er \cup
samsíðungur	ferhyrningur þar sem tvær og tvær hliðar eru jafn langar og samsíða
SI-forskeyti	notuð til að búa til einingar sem hafa aðra stærð en grunneiningin í SI-kerfinu
SI-kerfið	alþjóðlegt einingakerfi sem byggt er á tugakerfinu og tugveldum
sívalningur	réttur sívalningur er þrívítt form sem samanstendur af botnfleti og toppfleti sem eru hringir og hliðarfleti sem er rétthyrningur
skammhlið	heiti á styttri hliðunum í rétthyrndum þríhyrningi
skipta tölu upp eftir sætum	að skipta tölu í einingar, tugi, hundruð o.s.frv. og skrifa hana sem summu þessara talna, það er sem summu heilla tugvelda, til dæmis: $358 = 300 + 50 + 8$
slumpreikningur	að námunða tölur áður en þær eru notaðar í reikningi þannig að auðvelt sé að reikna í huganum
snertill	lína sem snertir feril einungis í einum punkti. Í hring er snertill alltaf hornrétt á geisla
snið	lýsing á stærð, formi eða tegund innihalds, notað í töflureikni; tölur má skrifa með margvíslegu sniði; rithátturinn 3400 og $3,4 \cdot 10^3$, eru tvö snið sömu tölu; $3,4E + 3$ er aðeins notað í reiknivélum.
sniðmengi	sniðmengi mengjanna A og B er mengi allra staka sem eru bæði í A og B. Táknið er \cap
sniðill hring	lína sem gengur gegnum hring og sker hringferilinn á tveimur stöðum
staðalform	tala er skrifuð á staðalformi þegar hún er skrifuð með tugabroti milli 1 og 10 og margfölduð með tugveldi
stafrænn	eining sem túlkar eða vistar upplýsingar sem skráðar eru með tveimur gildum, 0 („af“) og 1 („á“)
stak	hlutir sem mynda mengi kallast stök þess
strengur	strik sem liggur frá einum punkti til annars á hringferli
sætiskerfi	talnakerfi þar sem sætið, sem tölustafurinn er í, ræður gildi tölustafsins; tugakerfið er sätiskerfi
T	
talnabil	allar tölur á talnalínunni sem liggja milli tiltekinna tveggja talna
talnakerfi	kerfi þar sem mismunandi tákni og samsetningar þeirra tákna tölur og fjölda; tugakerfið og rómverskar tölur eru dæmi um ólík talnakerfi
talningarfræði	grein stærðfræðinnar sem fjallar um útreikning á fjölda möguleika
talningartré	framsetning til að sýna mismunandi samsetningarmöguleika tveggja eða fleiri viðburða eða tilrauna

teningstala	fæst þegar heil tala er margfölduð einu sinni með sjálfri sér og síðan aftur með sjálfri sér; allar teningstölur má skrifa sem veldi þar sem veldisvísirinn er 3
tilvísun í hólf	hólfatilvísun í töflureikni. Hólfið efst til vinstri hefur hólfatilvísunina A1, sjá einnig: heiti á hólf
tímabelti	jörðinni er skipt í 24 megingímabelti
topppunktur	punktur á grafi sem hefur stærra fallgildi en allir punktarinn í grenndinni; einnig er talað um topppunkta þríhyrnings, píramída og keilu
trapisa	ferhyrningur með tvær samsíða hliðar
tugveldaritháttur (veldisvísaform)	staðalform; stafrænt form tölu sem skrifuð er sem tugabrot milli 1 og 10, þar næst er skráð bókstafurinn E og tala sem er veldisvísir tugveldisins sem um ræðir; talan $3,4E+3$ er veldisvísaform tölunnar 3400
tvíundakerfi	í því eru aðeins notaðir tveir tölustafir, 0 og 1
U	
ummál	lengd strika eða ferils sem umlykur rúmfræðilega mynd eða form
umritaður hringur	umlykur marghyrning þannig að öll horn hans liggja á hringferlinum; í þríhyrningum er miðja umritaða hringsins í skurðpunkti miðþverla hliðanna
Ú	
útkoma	í líkindareikningi: möguleg niðurstaða einhvers viðburðar, gjörnings, tilviks eða tilraunar
útkomurúm	í líkindareikningi: allar mögulegar útkomur einhvers viðburðar, gjörnings, tilviks eða tilraunar
V	
Vennmynd	mengjamynd þar sem mengi eru teiknuð sem svæði afmörkuð af lokuðum ferlum, notuð til að lýsa innbyrðis afstöðu mengja og aðgerða sem verka á þau; hver lokaður ferill inniheldur eitthvað sem hefur tiltekna eiginleika
Y	
yfirborðsflatarmál	summa flatarmála allra flata í þrívíðu formi eða mynd
P	
þvermál	lengd miðstrengs í hring

SKALI 2B

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Skali býður upp á innihaldsríka og lifandi stærðfræðikennslu. Nemendur öðlast bæði skilning og færni með því að vera virkir og leitandi þegar þeir vinna við stærðfræði. Nemendur og kennarar nota *Skala* til að lesa stærðfræði, vinna verkefni, rökkræða lausnaleiðir og fást við stærðfræðilegar áskoranir á rannsakandi og skapandi hátt. *Skali* vekur áhuga nemenda með því að tengja stærðfræði við daglegt líf og bjóða upp á fjölbreytilega kennslu.

Í *Skala* er lögð áhersla á

- hið faglega innihald, rökrétta uppbyggingu námsefnisins og framvindu námsins
- skýr og nákvæm markmið
- hagnýt dæmi og verkefni
- aðlögun námsefnisins að þörfum allra nemenda í sameiginlegu námssamfélagi þeirra
- nákvæmar leiðbeiningar og stuðning við kennara sem nýtist áður en kennsla hefst, meðan á henni stendur og eftir að henni lýkur

Skali 2 samanstendur af tveimur nemendabókum, tveimur æfingaheftum og kennarabókum. Kennarabækurnar eru gefnar út á heimasíðu Menntamálastofnunar og þar er auk þess að finna verkefnahefti, lausnir og annað fylgiefni með flokknum.

Höfundar:
Björnar Alseth
Grete Normann Tofteberg
Ingvill Merete Stedøy-Johansen
Janneke Tangen