SKALI 2A

NEMENDABÓK

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Grete Normann Tofteberg • Janneke Tangen
Ingvill Merete Stedøy-Johansen • Bjørnar Alseth

Skali 2A
Nemendabók
ISBN 978-9979-0-2010-3

Heiti á frummálinu: Maximum 9 Grunnbok
Kápuhönnun: 07 Gruppen AS / Kristine Steen
Mynd á kápu: Indriði Jósafatsson
Teikningar: Børre Holth
Ritstjóri norsku útgáfunnar: Åse Bergundhaugen og Thor-Atle Refsdal

Myndir frá shutterstock.com:
Bls. 8 Volt Collection; bls. 9 Macrovector; bls. 10 Seregam; bls. 16 Shutterstock; bls. 19 Paul Daniels; bls. 20 T.W.van Urk; bls. 22 d8nn; bls. 24 Jelena Aloskina; bls. 25 KPG_Payless; bls. 26 R. Gino Santa Maria; bls. 27 a.o. verchik; bls. 27 a.n. oksana 2010; bls. 30 Zaharia Bogdan Rares; bls. 33 Reddogs; bls. 34 Deyan Georgiev; bls. 36 a.n. Atelier_A; bls. 39 Olha Insight; bls. 43 Shutterstock; bls. 46 a.o.t.h. Alexey Stiop; bls. 47 kavram; 50 a.o. serg3d; 51 Kirschner; 60 Africa Studio; bls. 61 EQRoy; bls. 63 Npeter; bls. 65 Oleksiy Mark; bls. 69 Shutterstock; bls. 72 Romas Photo; bls. 74 a.o. Milkos; bls. 75 ksena2you; bls. 77 Susan Schmitz; 87 Shutterstock; bls. 89 a.o. Africa Studio; bls. 90 Chatri1; bls. 92 Shutterstock; bls. 98 Robert Hoetink; bls. 99 NShubin; bls. 100 Vladimir Zaplakhov; bls. 101 a.n. cirkoglu; bls. 105 nicole 1991; bls. 116 grebcha; bls. 117 JosjeN; bls. 120 Shutterstock; bls. 124 a.o. Eugene Sergeev; bls. 125 joephotostudio; bls. 134 Cory Smith; bls. 135 ChiccoDodiFC; bls. 136 Maridav; bls. 137 B.Brown; bls. 138 StudioVin; bls. 139 Olesya Feketa; bls. 141 a.o. RioPatuca; bls. 141 a.n. Vereshchagin Dmitry; bls. 143 dibrova; bls. 145 StudioVin; bls. 146 sdecoret; bls. 147 a.o. Susan Schmiitz; bls. 147 a.n. Sergey Karpov; bls. 148 ConstantinosZ; bls. 150 Ahuli Labutin; bls. 152 Mr Twister; bls. 154 Jne Valokuvaus; bls. 155 Shutterstock; bls. 156 Sergey Ryzhov; bls. 158 f.m.a.o. J. Helgason; bls. 158 f.m.a.n. Andrey Starostin; bls. 160 GeorgeMPhotography; bls. 163 Nshubin; bls. 164 Sanit Fuangnakhon; bls. 165 a.n. spxCrome; bls. 167 Jacek Chabraszewski; bls. 168 a.n. Shutterstock; bls. 171 Leszek Bogdewich; bls. 172 Africa Studio; bls. 173 aquariagirl1970; bls. 183 a.o. monticello; bls. 184 Konstantin Orlov; bls. 185 a.o. Leigh Prather; bls. 185 a.n. stockphoto mania

Myndir frá istockphoto.com:
Bls. 74 a.n. bobbieo; bls. 79 imamember; bls. 81 minemero; bls. 88 lostinbids; bls. 110 geopaul; bls. 112 fotokostic; bls. 129 Klubovy; bls. 149 jonpic; bls. 151 tfoxfoto; bls. 157 technotr; bls. 158 efst duncan 1890; bls. 159 skodonnell; bls. 162 kajakiki; bls. 164 Sanit Fuangnakhon; bls. 165 a.o. leah613; bls. 168 a.o. djjohn; bls. 183 a.n. djcodrin

Myndir frá dreamstime.com:
Bls. 103 og bls. 106 Yana Syrotina

Myndir frá mbl.is:
Bls. 13 Kristinn Ingvarsson/Mbl.; bls. 14, 45, 48, 131 Golli/Kjartan Þorbjörnsson/Mbl.; bls. 49 Ómar Óskarsson/Mbl.

Aðrir:
Bls. 124 f.m. Einar Þór Bjarnason
Bls. 37, 44, 118–119 Carsten Seiler
Bls. 46 a.n. NASA
Bls. 66–67 Monty Rakusen/cultura/Corbis
Bls. 101 a.o. Getty images
Wikimedia Commons (public domain): bls. 78, 97

Leturgerð í meginmáli: Neo Sans Std, 10,5/14 pt.

Ritstjóri íslensku útgáfunnar: Hafdís Finnbogadóttir

1. útgáfa 2015
Námsgagnastofnun
Kópavogi

Umbrot: Námsgagnastofnun
Prentvinnsla: Ísafoldarprentsmiðja ehf. – umhverfisvottuð prentsmiðja

Eftirtaldir lásu yfir handrit að hluta eða í heild og veittu góð ráð við gerð bókarinnar: Kristín Bjarnadóttir, Jóhanna Geirsdóttir, Ingólfur Steinsson og Þórdís Guðjónsdóttir. Þeim og öðrum sem að verkinu komu eru færðar bestu þakkir.

SKALI 2A

NEMENDABÓK

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Grete Normann Tofteberg • Janneke Tangen
Ingvill Merete Stedøy-Johansen • Bjørnar Alseth

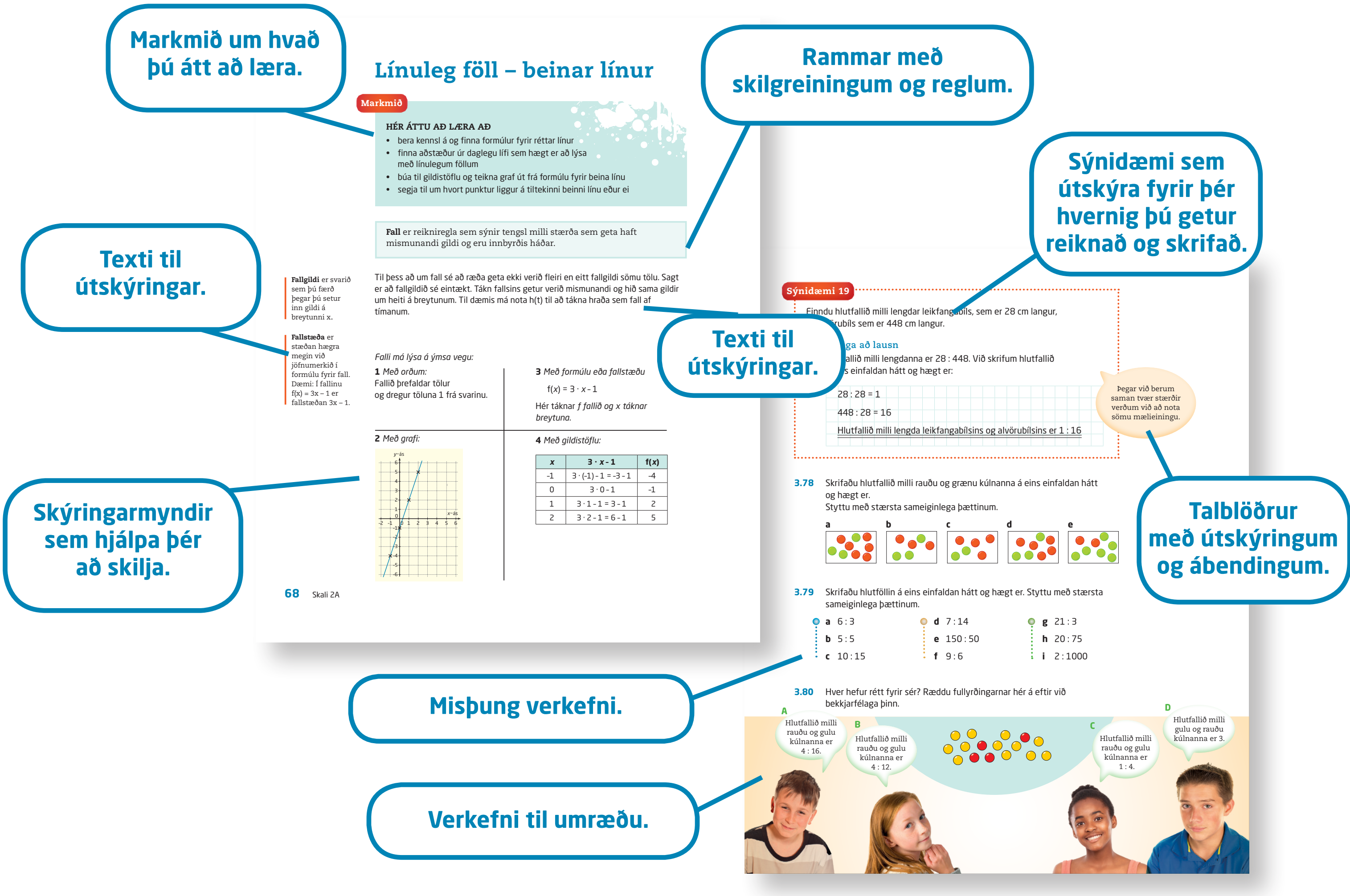
Formáli

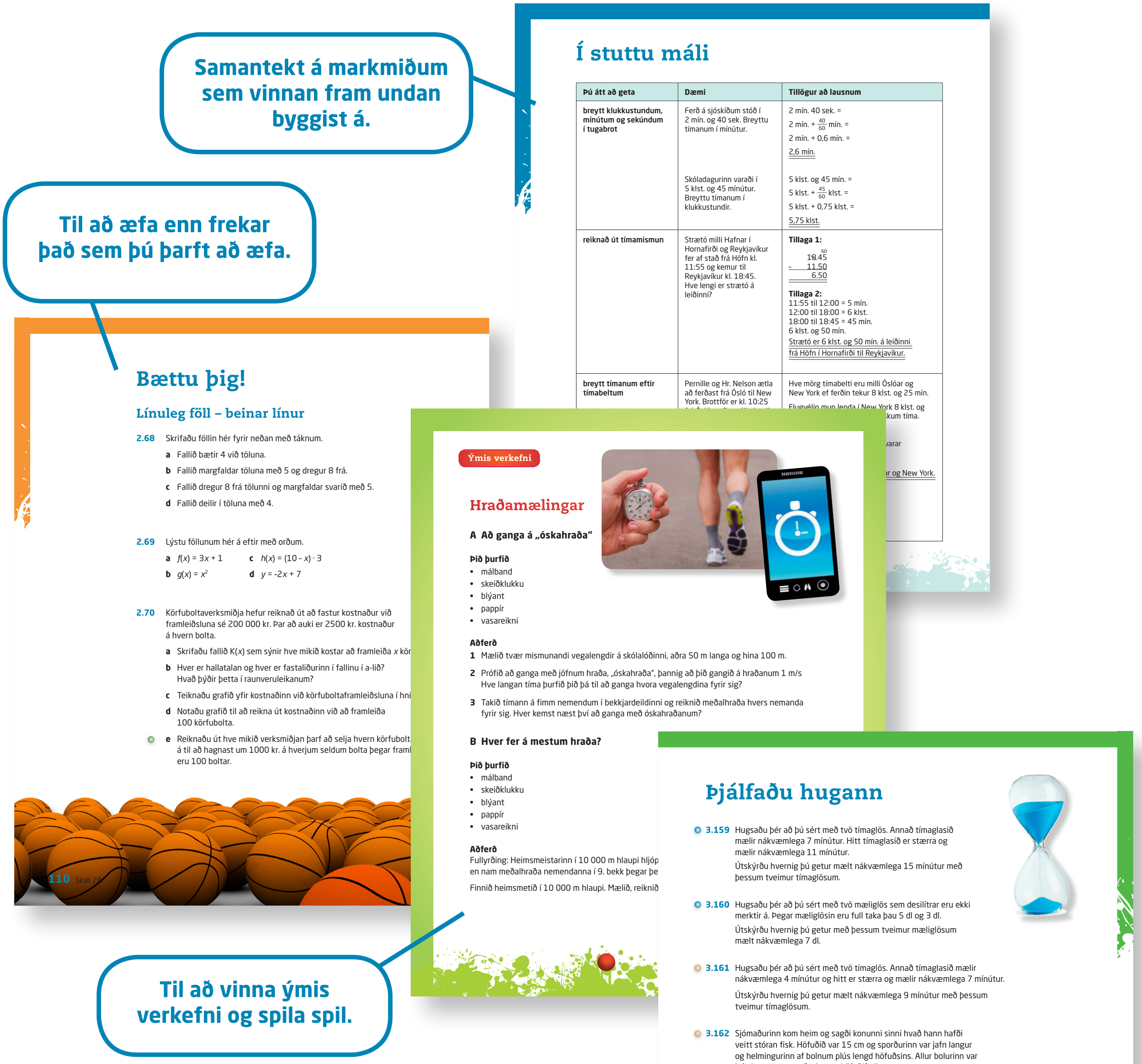
Verið velkomin í *Skala* 2A.

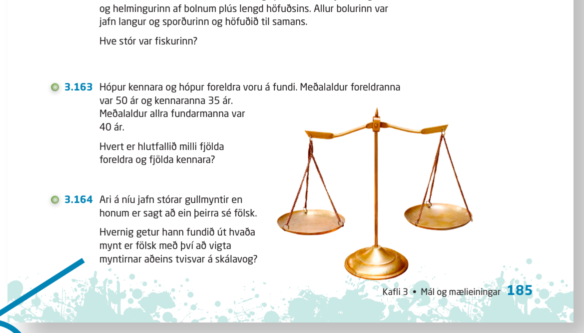
Nú byrjar stærðfræðin að verða virkilega spennandi, krefjandi og gagnleg.

- Stærðfræði er nytsamleg í daglegu lífi, bæði í námi og í atvinnulífi.
- Í stærðfræði eru einnig gagnleg mynstur og kerfi, í henni eru röksamleg tengsl og hún hefur sitt eigið táknræna tungumál.
- Stærðfræðinám felur í sér gleði, undrun og sigra og útheimtir mikla vinnu!
- Í stærðfræðitímum vinnur þú með öðrum, leysir dæmi og vandamál, vinnur hagnýt verkefni, spilar spil, rökræðir um lausnir og hugsanaferli og notar tölvu.

Hér sérðu hvernig nemendabók getur verið til hjálpar:







Til hamingju með námsgreinina stærðfræði!

Með kveðju frá höfundum

Efnisyfirlit

1

Talnareikningur

Tölur eru grundvöllur stærðfræði. Að geta táknað magn og stærðir, að geta framkvæmt útreikninga á grundvelli slíkra talna er forsenda menningar okkar. Í þessum kafla munum við reikna með margs konar tölum á fjölbreytilegan hátt, bæði með og án tölvu sem hjálpartækis.

Stærðfræðiorð

prósentustig
prómill
ferningsrót
teningstölur
talnakerfi
tvíundakerfi
staðalform
rauntölur
ræðar tölur
óræðar tölur

?

Pálína ætlar í skíðagöngu. Hún getur valið milli tveggja brauta. Mánabraut er 9 km + 40% af lengd sinni og Sólarbraut er 4 km + 75% af lengd sinni. Pálína ætlar að velja lengri brautina.

Hvor brautin er það?

Prósent

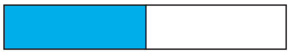
Markmið

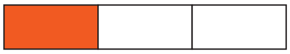
HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

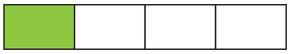
- reikna með prósentum og prómillum, með og án stafrænna hjálpartækja
- túlka og reikna með prósentustigum

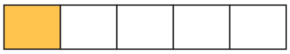
Þegar þú reiknar með prósentum reiknar þú eiginlega með almennum brotum. Þar sem prósent þýðir „af hundraði" veistu að $\frac{1}{100}$ = 1%. Þegar við reiknum með prósentum reiknum við alltaf prósent af einhverju. Þess vegna eru prósentin háð því af hverju þau reiknast.

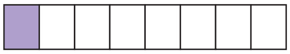
1.1 Skráðu litaða hluta myndarinnar með almennu broti, tugabroti og prósentum.

a 

b 

c 

d 

e 

1.2 Teiknaðu myndir svipaðar myndunum í 1.1. Finndu

a helminginn af hálfum

b fimmta hluta af fjórða hluta

c fjórða hluta af fimmta hluta

d 50% af 50%

e 20% af 25%

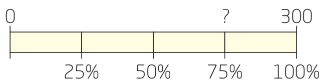
f 25% af 20%

Hugareikningur og námundun

Þegar þú reiknar prósent í huganum er tilvalið að hugsa um prósent sem almenn brot.

Sýnidæmi 1

Finndu 75% af 300.



Tillaga að lausn

Við vitum að 25% eru $\frac{1}{4}$. Þá hlýtur 75% að vera $\frac{3}{4}$.
$\frac{3}{4}$ af 300 er helmingurinn af 300 plús fjórði hlutinn af 300.
Svarið verður: 150 + 75 = 225

Við útskýrum með skriflegum hugareikningi hvernig við hugsum.

1.3 Skrifaðu prósentin sem almenn brot og almennu brotin sem prósent.

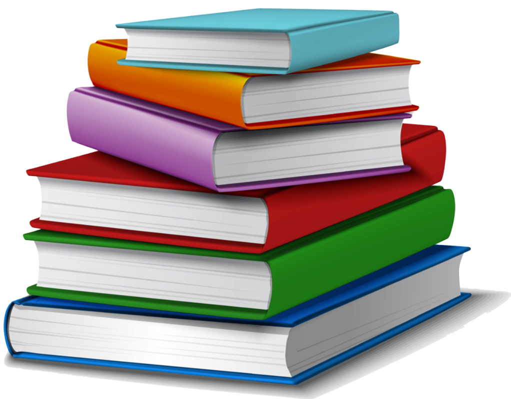
a 40%
b $\frac{3}{8}$
c 60%
d $\frac{4}{5}$
e $\frac{2}{3}$
f 87,5%

1.4 Reiknaðu í huganum. Útskýrðu með skriflegum hugareikningi hvernig þú hugsar.

a 40% af 500
b 66,7% af 120
c 90% af 60
d 75% af 280
e 3% af 900
f 8% af 250
g 30% af 15
h 80% af 350
i 5% af 190

1.5 Bók kostar 5000 kr.
Þú færð 40% afslátt.

Reiknaðu í huganum.
Hvað þarftu að borga fyrir bókina?



Afsláttur er það sama og verðlækkun.

Dæmabingó

Þú þarft

• pappír og blýant

Aðferð

Teiknaðu rúðunet með 16 reitum, þannig:

Hluti 1

Kennarinn skrifar 16 tölur á töfluna. Nemendur setja tölurnar í tilviljanakenndri röð í rúðunetið þannig að ein tala sé í hverjum reit. Þegar öll bekkjardeildin hefur gert þetta eru bingóspjöld krakkanna mismunandi.

Kennarinn les upp 16 dæmi í tilviljanakenndri röð. Svarið við hverju dæmi samsvarar tölu á bingóspjaldinu þínu. Krossaðu yfir reitina með svörunum við dæmunum jafnóðum og kennarinn les þau upp. Sá sem fær fjóra krossa í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská, segir upphátt: BINGÓ!

Sá vinnur umferðina sem er fyrstur að fá „dæmabingó".

Hluti 2

Gerðu tvær eða þrjár tillögur um ný dæmi með svörum. Kennari safnar saman dæmum allra nemendanna og velur 16 dæmi til að nota í dæmabingóinu.

Afbrigði 1: Dæmabingóspjaldið er stækkað upp í 25 reiti, notuð eru 25 dæmi og keppimarkið er fimm í röð.

Afbrigði 2: Spila áfram þar til bingóspjaldið er fullt.

Þegar reiknað er með slumpreikningi eru tölurnar námundaðar þannig að auðveldara sé að reikna í huganum. Í margföldun á að námunda tölurnar hvora í sína áttina en í deilingu á að námunda þær í sömu átt.

Sýnidæmi 2

Um það bil hve mikið eru 42% af 1213?

Tillaga að lausn

Við námundum aðra töluna niður á við og hina töluna upp á við úr því að við ætlum að margfalda:

$42\% \approx 40\%$ og $40\% = \frac{2}{5}$

$1213 \approx 1250$

$\frac{1}{5}$ af $1250 = 250$. Þá er $\frac{2}{5}$ af $1250 = 500$.

42% af $1213 \approx \underline{\underline{500}}$

Sýnidæmi 3

Í handboltaliði eiga 47 af 118 leikmönnum við hnémeiðsli að stríða. Um það bil hve mörg prósent af leikmönnunum eru með hnémeiðsli?

Tillaga að lausn

Við námundum báðar tölurnar upp á við þannig að auðveldara verði að stytta brotið.

$$\frac{47}{118} \approx \frac{50}{125} = \frac{50:25}{125:25} = \frac{2}{5} = \underline{40\%}$$

<u>Um það bil 40% af handboltamönnunum eru með hnémeiðsli.</u>

1.6 Reiknaðu með slumpreikningi. Útskýrðu með skriflegum hugareikningi hvernig þú hugsar.

- **a** 51% af 988
- **b** 26% af 376
- **c** 89% af 1035
- **d** 42% af 2520
- **e** 79% af 516
- **f** 67% af 3290
- **g** 124% af 2970
- **h** 48% af 1420
- **i** 253% af 29 234

1.7 Verð á stól, sem kostar venjulega 12 299 kr., er lækkað um 2299 kr.

Hvað er afslátturinn um það bil mörg prósent?

1.8 Sokkar kostuðu áður 899 kr. en kosta nú 599 kr.

Um það bil hve mörg prósent er afslátturinn af verði sokkanna?

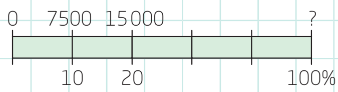
1.9 Hvaða afslátt getur ritfangaverslun auglýst ef vara, sem áður kostaði 1499 kr., kostar nú 1349 kr.?

Sýnidæmi 4

Nokkrir gallharðir fótboltaáhugamenn fóru í ferð til að horfa á úrslitaleik. Stuðningsmenn útiliðsins voru 15 300 manns en það samsvaraði um það bil 22% af áhorfendum. Um það bil hve margir áhorfendur voru á leiknum?

Tillaga að lausn

Við námundum báðar tölurnar niður á við:
22% námundum við að 20%
15 300 námundum við að 15 000
15 000 ≈ 20%
7500 ≈ 10%
75 000 ≈ 100%



Það eru um það bil 75 000 áhorfendur á vellinum.

Við reiknum í heilum þúsundum.

1.10 Í apríl 2010 voru skráðir notendur Facebook um 540 milljónir. Þetta samsvarar um það bil 35% af heildarfjölda notenda netsins.

Um það bil hve margir skráðir notendur voru á netinu þennan mánuð?

1.11 Í töflunni hér til hliðar sérðu hvað nokkrar sjónvarpsstöðvar fengu stóran hluta af sjónvarpsáhorfi fólks á aldrinum 12–80 ára eina viku haustið 2014.

Gerðu ráð fyrir að áhorf svarenda á stöðvarnar, sem tilgreindar eru í töflunni, hafi verið alls um það bil 720 mínútur að meðaltali þessa viku. Finndu um það bil hve margar mínútur áhorfendur horfðu á sjónvarp að meðaltali þá viku.

Stöð	Hlutdeild í áhorfi (%)
RÚV	52,7
Stöð 2	27,0
SkjárEinn	4,9
Bíóstöðin	3,7
Stöð 3	3,4
N4	1,6
Aðrar stöðvar	6,7

Heimild: Capacent Gallup

1.12 Í könnun, sem gerð var meðal íslenskra unglinga, sögðust 2970 af 3662 nemendum í 8. bekk vera ánægðir með líf sitt. Hið sama sögðu 2845 nemendur af 3512 í 9. bekk og 2717 af 3486 í 10. bekk.

a Um það bil hve mörg prósent nemenda í hverjum árgangi sögðust vera ánægðir með líf sitt?

b Um það bil hve mörg prósent nemenda í hverjum árgangi voru þá ekki ánægðir með líf sitt?

Meira eða minna en 100%

Þegar eitthvað eykst eða minnkar og við eigum að reikna út hve mörg prósent breytingin er þurfum við að finna hvað samsvarar 100%. Í slíkum tilvikum er alltaf miðað við töluna eins og hún var fyrir breytingu eða gildið sem við berum saman við. Við lítum á þá tölu sem 100%.

Sýnidæmi 5

Tímakaup Helgu hækkar úr 2400 kr. í 2520 kr.
Hver er launahækkunin í prósentum?

Tillögur að lausn

Launahækkunin í krónum:

2520 kr. − 2400 kr. = 120 kr.

Launahækkunin í prósentum af upprunalegum launum:

$\frac{120 \text{ kr.}}{2400 \text{ kr.}} = 0{,}05 = \underline{5\%}$

Launahækkunin er 5%.

1.13 Árið 2013 kostaði miði á barnaleikrit hjá leikfélagi nokkru 2600 kr. Árið 2014 hækkaði verðið upp í 2750 kr.

Um hve mörg prósent hækkaði verðið?

1.14 Friðrik er 14 ára og vinnur sér inn 3000 kr. á viku. Þegar Friðrik verður 15 ára tvöfaldast laun hans og verða 6000 krónur.

a Um hve mörg prósent hækka launin?
Þegar Friðrik verður 16 ára hækka launin í 9000 kr.

b Um hve mörg prósent hækka launin frá því að Friðrik er 14 ára þar til hann verður 16 ára?

Sýnidæmi 6

Fyrir mörgum árum kostaði bensínlítrinn 78,50 kr. Í febrúar 2012 kostaði lítrinn 251,50. Hve mörg prósent er hækkunin?

Tillaga að lausn

Verðhækkun í krónum:

251,50 kr. − 78,50 kr. = 173

Verðhækkun í prósentum:

$$\frac{173 \text{ kr.}}{78{,}50 \text{ kr.}} = 2{,}20$$

Bensínverðið hefur hækkað um 220%.

Verðið er rúmlega þrefalt það sem áður var.

1.15 Skoðaðu töfluna hér á eftir.
Hvaða vara heldur þú að hafi hækkað mest í prósentum?

Vörutegund	Verðið 1997	Verðið 2010
1 kg lambalærissneiðar	944	1903
1 kg nautagúllas	1113	2529
1 kg ýsuflök	505	1634
1 kg kartöflur	99	232
Mánaðargjald í leikskóla	18 750	25 880
Strætómiði, barn	14	55

Heimild: Hagstofa Íslands

1.16 Ólafur vinnur sér inn 1600 kr. á tímann í sumarvinnu sinni.

a Mamma segir við Ólaf: „Tímakaupið mitt er 300% af þínu tímakaupi.“ Hvert er tímakaup mömmu Ólafs?

b Pabbi segir við Ólaf: „Ég vinn mér inn 300% meira á tímann en þú.“ Hvert er tímakaup pabba?

Taktu vel eftir muninum á því sem mamma og pabbi segja!

1.17 Tré er 12 m á hæð. Þegar það var sett niður var það 0,8 m hátt. Um hve mörg prósent hefur tréð hækkað?

1.18 Jón vegur 82 kg og Gunnar 115 kg.

a Hvað vegur Gunnar mörgum prósentum meira en Jón?

b Hvað vegur Jón mörgum prósentum minna en Gunnar?

1.19 Systurnar María, Mínerva og Marta bera saman kostnað sinn af ritföngum tvö ár í röð.

	Fyrra árið	Síðara árið
María	9500 kr.	12000 kr.
Mínerva	7200 kr.	11000 kr.
Marta	12800 kr.	17900 kr.

a Um hve mörg prósent hefur sameiginlegur kostnaður af ritföngum aukist frá fyrra árinu til síðara ársins?

b Hjá hverri systranna hefur kostnaðurinn af ritföngum aukist mest í prósentum?

c Hvað notar Marta mörgum prósentum meira en María í að kaupa ritföng síðara árið?

d Hver er mismunurinn í prósentum á hæsta og lægsta kostnaðinum af ritföngum hvort árið fyrir sig?

Sýnidæmi 7

Mánaðarlaun, sem eru 370000 kr., hækka um 4%.

Hver eru nýju mánaðarlaunin?

Tillaga að lausn 1

	Upphaflegu launin	=	370 000 kr.
+	4% launahækkun: $\frac{370\,000 \text{ kr.} \cdot 4}{100}$	=	14 800 kr.
	Nýju launin	=	384 800 kr.

Tillaga að lausn 2

Launin í upphafi eru 100%. Með aukningu um 4% verða nýju launin 104% af upphaflegu laununum.

104% = 1,04

370 000 kr · 1,04 = 384 800 kr.

Nýju launin eru 384 800 kr.

Talan 1,04 í þessu dæmi kallast breytiþáttur.

1.20 Magni fær 420 000 kr. í mánaðarlaun. Þegar hann skiptir um vinnu fær hann laun sem eru 108% af gömlu laununum.

a Um hve mörg prósent hækkuðu laun Magna?

b Hver eru nýju laun Magna?

1.21 Verð á rafmagnshjóli hækkar um 15%.

a Hvað er gamla verðið mörg prósent af nýja verðinu?

b Fyrir verðhækkunina kostaði hjólið 280 000 kr. Hvað kostar hjólið núna?

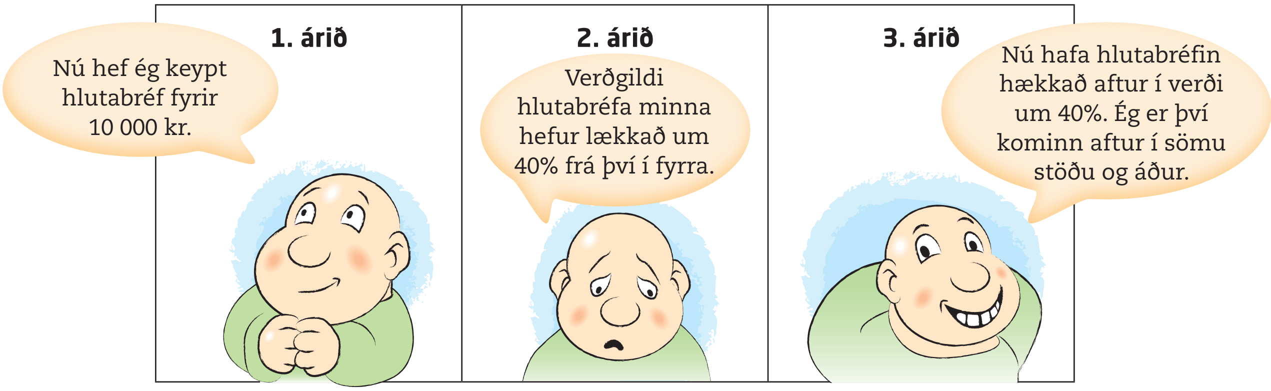
1.22 Líkamsþyngd Emmu jókst um 440% frá því að hún fæddist þar til hún varð 5 ára.

a Nú er Emma 5 ára. Hvað er þyngd hennar mörg prósent af fæðingarþyngdinni?

b Emma vó 3,5 kg þegar hún fæddist. Hve þung er Emma nú þegar hún er 5 ára?

1.23 Hver af nemendunum hefur rétt fyrir sér?

1.24 Ertu sammála manninum í teiknimyndasögunni hér á eftir? Rökstyddu svarið.



Stundum endurtekur sig breyting í prósentum. Gildi, verð eða laun geta hækkað eða lækkað oft. Í hvert skipti breytum við tölunni sem miðað er við. Við breytum gildinu sem er 100%.

1.25 Í kassa eru 2000 naglar. Eftirlitsmaður uppgötvar að naglarnir eru of margir. Þess vegna fjarlægir hann 5% naglanna.

Hve margir naglar eru þá eftir í kassanum?

1.26 Kaka vó 500 g.

a Jón tók eina kökusneið sem var 8% af kökunni. Hvað vó sneiðin hans Jóns?

b Anna tók sér líka kökusneið sem var 8% af því sem eftir var af kökunni þegar Jón hafði tekið sína sneið. Hvað er kökusneið Önnu þung?

1.27 Við manntal kom í ljós að í bæ nokkrum bjuggu 30 567 manns. Mannfjöldaspá sýnir að íbúafjöldinn mun aukast um 3% á hverju ári. Reiknaðu með slumpreikningi hve margir íbúar munu búa í bænum eftir 1 ár og eftir 2 ár.

1.28 María kaupir vespu á 175 000 kr. Á hverju ári lækkar virði hjólsins um 15%.

a Hvert er virði hjólsins eftir 1 ár, 2 ár og 3 ár?

b Teiknaðu í hnitakerfi þá fjóra punkta sem sýna gildi hjólsins á árinu 0, 1, 2 og 3.

c Liggja punktarnir fjórir í beinni línu? Útskýrðu með eigin orðum það sem kemur í ljós.

Tölur og prósentureikningur með töflureikni

Tilvísun í hólf
Hólfið sem er í dálki B og röð 2 hefur tilvísunina B2.

	A	B
1		
2		B2

Þegar þú vinnur með viðamikil gögn eða framkvæmir sömu útreikninga hvað eftir annað geturðu notað töflureikni.

Í hólf töflureiknisins getur þú skrifað texta eða formúlur. Formúlurnar innihalda hólfatilvísun sem ákvarðast af merkingum viðkomandi dálks og raðar.

Sýnidæmi 8

Á hverjum degi kaupir Atli ávexti og kostnaðurinn eina vikuna er eins og sýnt er í töflunni.

Notaðu töflureikni til að leggja saman kostnaðinn.

Vikudagur	Upphæð
mánudagur	312 kr.
þriðjudagur	119 kr.
miðvikudagur	216 kr.
fimmtudagur	82 kr.
föstudagur	484 kr.
laugardagur	174 kr.
sunnudagur	61 kr.

	A	B
1	mánudagur	312,00 kr.
2	þriðjudagur	119,00 kr.
3	miðvikudagur	216,00 kr.
4	fimmtudagur	82,00 kr.
5	föstudagur	484,00 kr.
6	laugardagur	174,00 kr.
7	sunnudagur	61,00 kr.
8	summa	1448,00 kr.

Tillaga að lausn

1 Við skrifum „mánudagur" í A1 og notum sjálfvirku aðgerðina til að skrá hina vikudagana. Það er gert þannig: Við erum með bendilinn í hólfinu A1 og afritum niður í hólfið A7 með því að smella með músinni í litla ferninginn í neðra hægra horni hólfsins og draga hann niður.

Gakktu úr skugga um að formúlan í B8 sé =SUM(B1:B7).

2 Við skrifum tölurnar í dálk B og breytum sniði hólfanna í Currency (kr.). Við setjum hólfin í blokk, ýtum á hægri músarhnapp og veljum „sníða hólf" (Format Cells).

3 Við skrifum „Summa" í A8 og notum aðgerðina „sjálfvirk summa" í B8 með því að ýta á summuhnappinn (Auto Sum, Σ-táknið) og göngum úr skugga um að rétt svæði hafi verið valið.

1.29 Búðu til töflu eins og sýnd er í sýnidæminu hér á undan.

a Bættu við kostnaði fyrir hvern dag í fjórar vikur í viðbót.

b Sýndu þróun kostnaðarins frá einni viku til annarrar í línuriti og í súluriti.

Að leggja saman
Þegar við leggjum saman margar tölur, sem eru á einu svæði, getum við notað formúluna fyrir summu.

Þegar við leggjum saman fáar tölur getum við einnig skrifað formúlu sem leggur saman tölurnar í hólfunum.

Allar formúlur í töflureikni byrja á =

`=SUM(A1:A3)` og `=A1+A2+A3`

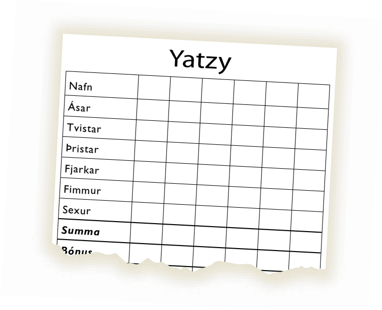
eru tvær formúlur sem gefa sömu niðurstöðu.

Aðgerðartákn
Við notum aðgerðatáknin
- \+ fyrir samlagningu,
- − fyrir frádrátt,
- * fyrir margföldun og
- / fyrir deilingu

Snið (format)
Hólfin í töflureikninum geta haft mismunandi snið. Töflureiknirinn er forritaður til að túlka það snið sem þú notar þegar þú skrifar texta eða tölur. Texti birtist vinstra megin í hólfunum og tölur hægra megin. Þú getur valið ýmis snið fyrir tölurnar.

Snið er lýsing á stærð, formi og/eða tegund innihalds.

1.30 Búðu til töflureikni sem getur reiknað út stigin í efri hluta jatsí-blaðsins með þremur leikmönnum. Þú átt að fylla út hvað leikmennirnir fengu marga ása, tvista o.s.frv.



1.31 Notaðu töflureikni.

a Skráðu upplýsingar um þig: nafn, fæðingardag, símanúmer, skóstærð og hæð (í metrum). Gakktu úr skugga um að rétt talnasnið sé á talnahólfunum.

b Finndu út hvernig þú getur skipt milli hægri-, vinstri- og miðjujöfnunar og hvernig þú breytir leturgerð og leturstærð.

c Finndu út hvernig þú getur merkt svæði með einföldum eða tvöföldum línum fyrir ofan eða neðan.

d Finndu hvernig þú getur valið snið fyrir tölur í hólfum eða svæðum. Veldu dagsetningarsnið fyrir afmælisdaginn þinn og talnasnið með tveimur aukastöfum fyrir hæð þína.

e Búðu til formúlu sem reiknar út hvað þú hefur lifað í marga daga.

„=TODAY()“ segir þér hvaða dagur er í dag.

1.32 Notaðu töflureikni til að reikna með prósentum. Notaðu formúlur með tilvísun í hólf.

a Finndu 56% af 1250 kr.

b Hvað er 45 af 900 mörg prósent?

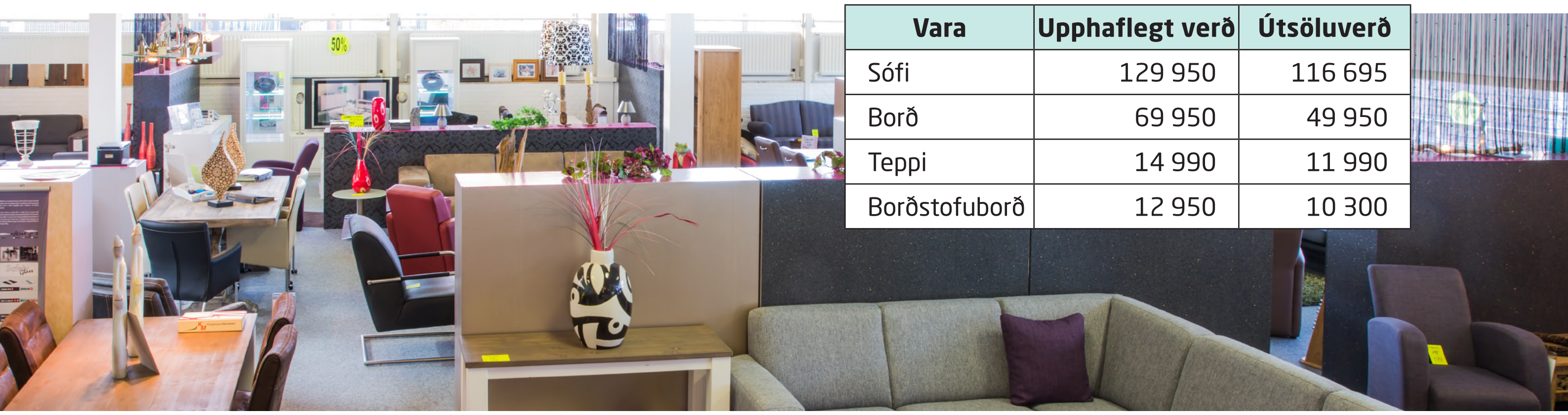
c Finndu 100% þegar 64% eru 768.

1.33 Notaðu töflureikni.
Hve mörg prósent af nemendunum fengu hinar mismunandi einkunnir í stærðfræði á skalanum 1–6?

Einkunn	6	5	4	3	2	1
Tíðni	2	7	10	6	4	1

1.34 Notaðu töflureikni. Hvað hefur verðið á útsöluvörunum í húsgagnaversluninni verið lækkað um mörg prósent?

Vara	**Upphaflegt verð**	**Útsöluverð**
Sófi	129 950	116 695
Borð	69 950	49 950
Teppi	14 990	11 990
Borðstofuborð	12 950	10 300



1.35 Notaðu töflureikni. Fullt starf (100%) samsvarar um það bil 1950 vinnustundum á ári.

a Í hve margar klukkustundir þarf maður að vinna ef hann er í 60% starfi eða 70% starfi?

b Í hvaða starfshlutfalli er manneskja sem vinnur 1657,5 klukkustundir á ári?

c Hver eru tímalaunin ef árslaunin eru 6 320 000 kr.?

d Hver eru árslaun manneskju fyrir 60% starf ef árslaunin fyrir fullt starf eru 8 560 000 kr.?

e Dofri er í fullri stöðu og árslaun hans eru 6 320 000 kr. Hann vinnur 70 yfirvinnustundir á árinu og fær 50% yfirvinnuálag fyrir þessa tíma. Hve mikið vinnur Dofri sér inn þetta ár?

Sýnidæmi 9

Verð á nokkrum vörutegundum hækkar um 20%. Notaðu töflureikni til að finna nýja verðið. Láttu einnig formúlurnar birtast í hólfunum. Þá velur þú „formúlur“ í valborðanum efst og síðan „sýna formúlur“ (Show Formulas).

Tillaga að lausn

Formúlurnar birtar

	A	B	C	D
1		Verðhækkun:	20,00%	
2				
3	Vörutegund	Upphaflegt verð (kr.)	Verðhækkun (kr.)	Nýtt verð (kr.)
4	Buxur	5.800	1.160	6.960
5	Skyrta	3.000	600	3.600
6	Peysa	5.000	1.000	6.000

Töflureiknirinn les 20% sem $\frac{20}{100}$.

	A	B	C	D
1		Verðhækkun:	0,2	
2				
3	Vörutegund	Upphaflegt verð (kr.)	Verðhækkun (kr.)	Nýtt verð (kr.)
4	Buxur	5.800	=B4*C1	=B4+C4
5	Skyrta	3.000	=B5*C1	=B5+C5
6	Peysa	5.000	=B6*C1	=B6+C6

Formúlublað er yfirlit sem sýnir hvaða formúlur eru í hólfunum í töflureikninum.

Ef vísa á oftar en einu sinni í formúlu í hólfi, sem á að afrita, þarf að festa tilvísun í hólfið, t.d. þegar á að margfalda eða deila með sömu tölunni. Til að **festa tilvísun í hólf** er ýtt á hnappinn F4 á lyklaborðinu. Dollaramerkið ($) kemur fyrir framan bókstaf dálks og númer línu. Það kemur í veg fyrir að liðurinn breytist þegar formúlan er afrituð, þ.e. hún heldur áfram að vísa í sama hólfið.

Námundun

Í töflureikni má námunda tölur á fleiri en einn veg:

- *Námundun með sniði*
  Merktu hólf eða svæði, hægrismelltu og veldu „sníða hólf“ (Format Cells). Veldu þar í listanum til vinstri „tala“ (Number) og fjölda aukastafa. Töflureiknirinn notar hinar viðteknu reglur um námundun sem þú hefur þegar lært.
- *Námundun með formúlu*
  Þú getur þvingað fram námundun upp á við eða niður á við með því að nota aðra af eftirfarandi formúlum.

= ROUNDDOWN(tala;fjöldi_aukastafa)

= ROUNDUP(tala;fjöldi_aukastafa)

Stikinn „tala“ getur verið tala, formúla eða hólfatilvísun.

1.36 Settu upp töflu eins og í sýnidæmi 9 á blaðsíðunni á undan. Breyttu verðhækkuninni í 15%, 10% og 50%. Taktu eftir hvernig nýja verðið breytist.

1.37 Kári, Friðrik og Jóhanna vinna í sama fyrirtæki en hafa mismunandi mánaðarlaun:

Kári: 332 000 kr.
Friðrik: 270 000 kr.
Jóhanna: 420 000 kr.

a Eitt árið fá þau öll þrjú 5% launahækkun. Búðu til töflu sem sýnir hin nýju mánaðarlaun Kára, Friðriks og Jóhönnu.

b Er réttlátt að launahækkun sé í prósentum? Rökstyddu svarið.

1.38 Notaðu töflureikni og hækkaðu vöruverðið í listanum um 20%. Námundaðu nýja verðið að næstu heilu krónu.

VERÐLISTI ÓDÝRU LEIKFANGABÚÐARINNAR	
Línuskautar	13 989 kr.
Sólgleraugu	598 kr.
Sundkútur	699 kr.
Leikfangatjald	5499 kr.
Bakpoki	2249 kr.
Hliðartaska	1299 kr.
Flauta	198 kr.
Hlaupahjól	4589 kr.

1.39 Notaðu töflureikni.

Magni kaupir hjól á 75 000 kr.
Á hverju ári lækkar verðgildi hjólsins um 12%.
Elín kaupir antíkskál á 20 000 kr.
Á hverju ári hækkar verðið um 8%.

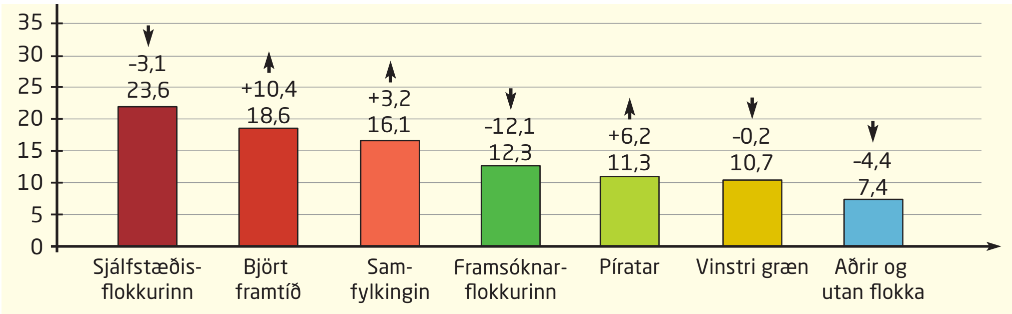
a Finndu verðgildi þessara tveggja hluta á hverju ári í tíu ár.

b Hve mörg ár líða áður en verðgildi antíkskálarinnar verður hærra en hjólsins?

Prósentustig

Prósentustig segja til um mismun milli prósenta í samsvarandi útreikningum.

Orðið prósentustig er meðal annars notað í skoðanakönnunum í tengslum við stjórnmál.



Heimild: MMR / Markaðs- og miðlarannsóknir ehf. og Hagstofan.

Flokkasúluritið sýnir niðurstöður skoðanakönnunar um fylgi stærstu stjórnmálaflokkanna í nóvember 2014 en tölurnar næst fyrir ofan súlurnar sýna fylgið í prósentum. Tölurnar undir örvunum sýna hve mörgum prósentustigum þessir flokkar höfðu tapað eða bætt við sig frá alþingiskosningunum 2013.

Sýnidæmi 10

a Hve mörg prósent var fylgi Samfylkingarinnar í alþingiskosningunum 2013?

b Hve mörgum prósentum hærra var fylgi Samfylkingarinnar í nóvember 2014 en í alþingiskosningunum 2013?

Tillaga að lausn

a Fylgi Samfylkingarinnar jókst um 3,2 prósentustig.

$16{,}1 - 3{,}2 = \underline{12{,}9}$

Fylgi Samfylkingarinnar var 12,9% í alþingiskosningunum 2013.

b Miða á við prósentustigin fyrir breytinguna, 12,9%.

$$\frac{\text{Breytingin}}{\text{Viðmiðunin}} = \frac{3{,}2}{12{,}9} \approx 0{,}248 = \underline{24{,}8\%}$$

Fylgi Samfylkingarinnar var 24,8% hærra í nóvember 2014 en í alþingiskosningunum 2013.

1.40 Notaðu súluritið um fylgi stjórnmálaflokkanna á blaðsíðunni á undan.

a Hve mörg prósent var fylgi Sjálfstæðisflokksins annars vegar og Framsóknarflokksins hins vegar samkvæmt skoðanakönnun í nóvember 2014?

b Hve mörg prósent atkvæða fengu þessir flokkar samtals í skoðanakönnuninni?

c Hve mörg prósent af stuðningsmönnum Vinstri grænna í alþingiskosningunum 2013 studdu aðra flokka í nóvember 2014?

d Um hve mörg prósent um það bil hefur stuðningsmönnum Framsóknarflokksins fækkað frá kosningunum 2013 til nóvember 2014? Hvor nemandinn hér til vinstri hefur rétt fyrir sér? Rökstyddu svarið.

1.41 Hugsaðu þér að fylgi einhvers stjórnmálaflokks hafi aukist um 4 prósentustig frá 16%.

a Hve mörgum prósentum meira fylgi hefur þessi flokkur nú?

b Hugsaðu þér að fylgi annars stjórnmálaflokks hafi minnkað um 4 prósentustig frá 20%. Hve mörgum prósentum minna er fylgi þess flokks nú?

Stýrivextir
Seðlabanki Íslands ákveður stýrivexti og þeir segja til um vexti sem bankar greiða af lánum frá Seðlabankanum.

1.42 Seðlabanki nokkur lækkaði stýrivexti frá 2% í 1,5%. Hvora fyrirsögnina hér á eftir eiga dagblöðin að nota?

1 Stýrivextir eru lækkaðir um 0,5 prósent.

2 Stýrivextir eru lækkaðir um 0,5 prósentustig.

1.43 Margar bílategundir eru á markaðnum. Segja má að fyrirtækin, sem selja bílana, keppi um að fá sem mesta markaðshlutdeild.

a Útskýrðu með eigin orðum hvað átt er við með því að segja að markaðshlutdeild tiltekinnar bílategundar hafi aukist um 4 prósentustig frá einu ári til annars.

b Bíltegund nokkur hafði eitt árið 20% markaðshlutdeild. Næsta ár jókst markaðshlutdeildin um 2 prósentustig.

Hve mörgum prósentum fleiri voru seldir bílar af þessari tegund næsta ár? Gert er ráð fyrir að stærð markaðarins sé óbreytt.

1.44 Eitt árið voru 4% nemenda í skóla nokkrum í tónlistarnámi. Ári seinna var þetta hlutfall komið upp í 10%. Þá voru um 65 nemendur skólans í tónlistarnámi.

a Um hve mörg prósentustig breyttist hlutfall tónlistarnemenda í skólanum frá fyrra árinu til þess síðara?

b Notaðu upplýsingarnar í textanum til að reikna út hve margir nemendur eru í skólanum.

Sýnidæmi 11

Á hverju ári er gerð markaðsrannsókn á tannkremi.

Eitt árið sögðu 345 manns af 1500 skráðum notendum tannkrems að þeir notuðu tiltekna tegund. Ári seinna sögðust 260 af 1000 notendum nota þessa tannkremstegund.

Um hve mörg prósentustig hefur markaðshlutdeildin breyst?

Tillaga að lausn

Markaðshlutdeildin fyrra árið: $\frac{345}{1500} = 0{,}23 = 23\%$

Markaðshlutdeildin síðara árið: $\frac{260}{1000} = 0{,}26 = 26\%$

Breyting: 26% − 23% = 3 prósentustig

Markaðshlutdeildin hefur aukist um 3 prósentustig.

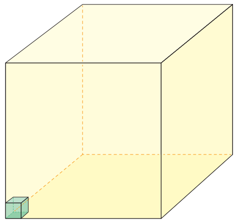
1.45 Í markaðsrannsókn var kannað í hvaða matvörukeðju fólk verslaði helst. Taflan hér á eftir sýnir fjölda þeirra sem sögðust versla í hverri matvörukeðju fyrir sig.

Ár \ Matvörukeðja	Matur er fyrir öllu	Lífið er matur!	Matarást	Matborg	Mathákar
2013	512	717	289	409	369
2014	492	763	308	321	304

Notaðu töflureikni og finndu um hve mörg prósentustig markaðshlutdeild hverrar matvörukeðju breyttist milli áranna 2013 og 2014.

Prómill

Í stóra teningnum rúmast 1000 litlir teningar. Einn þúsundasti hluti er 1‰.



Prómill þýðir „af þúsundi“. Við notum táknið ‰ fyrir prómill.

$$1‰ = \frac{1}{1000} = 0{,}001 = 0{,}1\%$$

Þegar við reiknum með prómillum má nota sömu aðferðir og þegar við reiknum með prósentum en muna þarf að við erum að fást við þúsundustu hluta í stað hundraðshluta.

Sýnidæmi 12

Finndu 15‰ af 260.

Tillaga að lausn

$15‰ = 0{,}015$

$260 \cdot 0{,}015 = \underline{3{,}9}$

$\underline{\underline{15‰ \text{ af } 260 \text{ er } 3{,}9.}}$

Sýnidæmi 13

Hvað eru 4 af 500 mörg prómill?

Tillaga að lausn

$\frac{4}{500} = 0{,}008 = \underline{8‰}$

$\underline{\underline{4 \text{ af } 500 \text{ er } 8‰.}}$

1.46 Í rannsókn á 10 grömmum af efnablöndu komu í ljós 5‰ af kvikasilfri.

Hve mörg grömm af kvikasilfri voru í blöndunni?

1.47 Í ferskvatni á saltinnihaldið að vera minna en 0,5‰. Í rannsókn á 0,5 *l* af vatni fann efnafræðingur nokkur 0,3 g af salti (1 lítri af vatni vegur 1 kílógramm).

Er hægt að flokka þetta vatn sem ferskvatn?

1.48 Árið 2013 var gefið leyfi fyrir 20 000 tonna laxeldi á Íslandi eða um það bil 8 milljón löxum. Gert er ráð fyrir að 2,5‰ laxanna sleppi.

a Um það bil hve margir laxar eru í einu tonni?

b Hve margir laxar geta sloppið ef leyfið fyrir laxeldinu er fullnýtt?

1.49 Í innihaldslýsingu á ýmsum matvörum getur þú lesið hvaða vítamín og steinefni þær innihalda og hve mikið er af hverju.

a Hve mörg prómill af innihaldinu í morgunkorninu er þíamín, kalsíum og járn?

b Finndu fleiri matvörur sem þú getur borið saman við næringargildið í morgunkorninu. Berðu til dæmis saman innihaldið í mismunandi tegundum morgunkorns, ýmsum brauðtegundum og hrökkbrauði.

	Næringargildi Pr. 100 g		1 skammtur 30 g	
Orka	1605 kj 381 kkal		491 kj 114 kkal	
Fita	6,4 g		1,9 g	
þar af mettaðar fitusýrur	1,5 g		0,5 g	
Kolvetni	64,1 g		19,2 g	
þar af sykur	4,5 g		1,4 g	
Trefjar	9,3 g		2,8 g	
Prótein	12,0 g		3,6 g	
Salt	1,24 g		0,37 g	
Vítamín, steinefni	100 g	% RDS*	30 g	
A-vítamín	536 µg	67,0	161 µg	20,1
D-vítamín	36 µg	72,0	1,1 µg	21,6
C-vítamín	211,4 mg	26,8	6,4 mg	8,0
Þíamín (B1)	1,3 mg	118,2	0,4 mg	35,5
Kalsíum	357,1 mg	44,6	197,1 mg	13,4
Járn	28,9 mg	206,4	4,0 mg	40,2

* % RDS = % af ráðlögðum dagskammti

Málmblanda er notuð í mörgum skartgripum og hnífapörum. Hluturinn er merktur með númeri sem sýnir hve mörg prómill af málmblöndunni er hreint silfur eða gull.

Algengustu málmblöndurnar eru:
Silfur: 830S eða 925S (sterlingsilfur) þar sem 830 samsvarar 830‰; 925 samsvarar 925‰.
Gull: 585 (14 karöt) eða 750 (18 karöt) þar sem 585 samsvarar 585‰; 750 samsvarar 750‰.

1.50 Silfurskartgripur, merktur 925S vegur 60 grömm.
Hvað inniheldur skartgripurinn mikið hreint silfur?

1.51 Í gullskartgrip, sem vegur 32 grömm, eru 24 grömm af hreinu gulli.
Hvernig á að merkja þennan skartgrip?

1.52 Í súpuskeið, sem merkt er 830S, eru 120 g af hreinu silfri.
Hvað er súpuskeiðin þung?

Veldi og ferningsrót

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- reikna með veldi
- útskýra hvað ferningsrót tölu er
- finna ferningsrót af tölu
- bera kennsl á og nota teningstölur
- útskýra hvernig tvíundakerfið er byggt upp

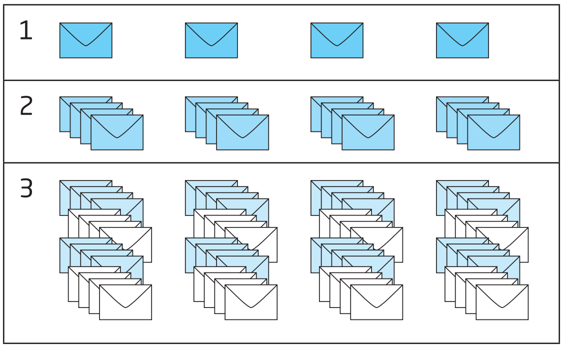
Jóhanna fær tölvuskeyti með lista yfir fjögur nöfn og netföng. Hún er beðin að senda kökuuppskrift til persónunnar sem er efst á listanum og bæta síðan sjálfri sér neðst á listann. Loks er hún beðin að senda tölvuskeytið áfram til fjögurra nýrra persóna.

Skoðum nú hve mörg tölvuskeyti eru send út í hverju þrepi í slíku keðjubréfi.

Þrep nr.	Fjöldi persóna	Fjöldi tölvuskeyta
1	Fjórar persónur byrja á listanum.	4
2	Sérhver persónanna fjögurra í þrepi 1 sendir tölvuskeyti til fjögurra annarra.	$4 \cdot 4 = 16$
3	Sérhver af persónunum 16 í þrepi 2 sendir tölvuskeyti til fjögurra nýrra persóna.	$16 \cdot 4 = 64$
4	Sérhver af persónunum 64 í þrepi 3 sendir tölvuskeyti til fjögurra nýrra persóna.	$64 \cdot 4 = 256$

Keðjubréf sem dreifir peningum eða dýrmætum hlutum eru bönnuð! Það á líka við um bréf með lítillækkandi eða ógnandi innihaldi.

1.53 Hver röð á myndinni táknar eitt þrep í keðju tölvuskeyta.



a Skráðu fjölda þeirra persóna sem fá tölvuskeyti í hverju þrepi sem veldi þar sem veldisstofninn er 4.

b Hve margar persónur fá tölvuskeyti í 8. þrepi?

c Hve margar persónur alls hafa fengið tölvuskeyti ef keðjan heldur áfram óslitin í átta þrepum?

Veldareikningur

Þegar við eigum að margfalda eða deila með veldum með sama veldisstofni þarf ekki að reikna út gildi veldanna áður en reiknað er.

Sýnidæmi 14

Reiknaðu út $4^3 \cdot 4^5$.

Tillaga að lausn

$$4^3 \cdot 4^5 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = \underline{\underline{4^8}}$$

$$4^3 \cdot 4^5 = 4^{3+5} = \underline{\underline{4^8}}$$

Reiknaðu út $5^7 : 5^3$.

Tillaga að lausn

$$5^7 : 5^3 = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5}} = \underline{\underline{5^4}}$$

$$5^7 : 5^3 = 5^{7-3} = \underline{\underline{5^4}}$$

Þú finnur margfeldi tveggja velda með sama veldisstofni með því að halda veldisstofninum óbreyttum og nýi veldisvísirinn finnst með því leggja saman veldisvísana.

Þú deilir í veldi með öðru veldi sem hefur sama veldisstofn með því að halda veldisstofninum óbreyttum en nýi veldisvísirinn verður mismunur veldisvísanna.

Að margfalda tvö veldi með sama veldisstofni:	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
Að deila í veldi með öðru veldi með sama veldisstofni:	$a^m : a^n = a^{m-n}$

1.54 Reiknaðu dæmin.

a $7^2 \cdot 7^{11}$

b $4^{12} : 4^9$

c $16^4 \cdot 16^4$

d $3^{18} : 3^{17}$

e $6^9 : 6^7$

f $10^8 \cdot 10^{15}$

g $13^4 \cdot 13^5 \cdot 13^2$

h $(2^8 \cdot 2^9) : 2^{12}$

i $3^7 \cdot (3^9 : 3^5)$

1.55 Hvert er gildi veldanna þriggja, 3^2, 3^1 og 3^0?

Sýnidæmi 15

Einfaldaðu $\dfrac{5^7 \cdot 4^5}{4^6 \cdot 5^4}$ eins og hægt er.

Tillaga að lausn 1

$$\frac{5^7 \cdot 4^5}{4^6 \cdot 5^4} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{4}}{4 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5}} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{4} = \frac{5^3}{4}$$

Tillaga að lausn 2

$$\frac{5^7 \cdot 4^5}{4^6 \cdot 5^4} = \frac{5^{7-4}}{4^{6-5}} = \frac{5^3}{4}$$

Þú þarft ekki að skrifa allar tölurnar til að finna svarið.

1.56 Einfaldaðu eins og hægt er.

a $\dfrac{2^9 \cdot 3^8}{2^5 \cdot 3^3}$

b $\dfrac{5^3 \cdot 2^{10}}{5^7 \cdot 2^4}$

c $\dfrac{4^2 \cdot 7^3}{7^5 \cdot 4^5}$

d $\dfrac{2^9 \cdot 4^2 \cdot 3^8}{4 \cdot 2^5 \cdot 3^{10}}$

e $\dfrac{3^9 \cdot 7^8}{7^5 \cdot 2^3 \cdot 3^5}$

f $\dfrac{x^7 \cdot y^{11}}{x^6 \cdot y^5}$

g $\dfrac{6^8}{2^3 \cdot 3^5}$

h $\dfrac{a^7 \cdot b^4}{b^6 \cdot a^5 \cdot c^3}$

i $\dfrac{6x^6 \cdot y^{12}}{3x^3 \cdot y^{13}}$

Reiknireglurnar eru þær sömu hvort sem veldisstofninn er tala eða bókstafur.

1.57 Hve marga hundraðkalla þarftu til að eiga eina milljón króna?

1.58 Í stöðuvatn nokkurt var sleppt nokkrum fiskum. Hvern mánuð tvöfaldaðist fjöldi fiska í vatninu. Eftir eitt ár eru fiskarnir orðnir um það bil 4000 talsins.

Hve margir mánuðir liðu þar til fiskarnir urðu 2000?

1.59 Baktería nokkur fjölgar sér þannig að bakteríurnar tvöfaldast á einni klukkustund. Í tilraunastofu nokkurri hefst ræktun í ræktunarskál A kl. 08:00 og í sams konar ræktunarskál B kl. 12:00.

Hve mörgum sinnum fleiri bakteríur eru í ræktunarskál A en í ræktunarskál B kl. 16:00?

Þegar við eigum að leggja saman eða draga frá með veldum getum við fyrst reiknað út gildi veldanna.

Sýnidæmi 16

a Reiknaðu: $10^3 - 10^2$.

Tillaga að lausn

$10^3 - 10^2 = 10 \cdot 10 \cdot 10 - 10 \cdot 10 = 1000 - 100 = \underline{\underline{900}}$

b Reiknaðu: $3^4 + 5^3$.

Tillaga að lausn

$3^4 + 5^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 + 5 \cdot 5 \cdot 5 = 81 + 125 = \underline{\underline{206}}$

1.60 Reiknaðu dæmin.

a $3^3 + 4^2$ **c** $10^4 - 10^3$ **e** $4^3 + 2^6 - 3^3$

b $2^5 + 6^2$ **d** $5^3 - 7^2$ **f** $8^2 - 2^3 + 6^0$

1.61 Reiknað er með að í tilteknum sykurlegi séu 105 sykursameindir. Í öðrum sykurlegi eru 100 sinnum fleiri sykursameindir. Þessir sykurlegir eru nú sameinaðir í einn.

Hve margar sykursameindir eru í nýja sykurleginum?

1.62 Notaðu töflureikni. Finndu gildi stæðunnar $x^3 + x^2 + x$ þegar x er

a 5 **b** 13 **c** 257

Í töflureikni notum við táknið ^ (sem kallað er „hattur“) til að skrá veldi. Til dæmis er 3^2 skrifað þannig: 3^2.

1.63 Skrifaðu tölurnar sem summu tveggja velda.

a 1 001 000 **b** 1064 **c** 97

Ferningstala og ferningsrót

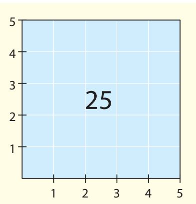
Ferningstala tölu er talan sem þú færð þegar þú margfaldar heila tölu með sjálfri sér. Það samsvarar því að hefja töluna í annað veldi.

Ef n er heil tala má skrifa ferningstöluna sem n^2.

1.64 Finndu ferningstölu talnanna.

a 4 **c** 10 **e** 9

b 8 **d** 12 **f** 30



Einnig er hægt að reikna þetta í hina áttina.
Ef þú veist flatarmál fernings – hversu löng er þá hlið ferningsins?
Flatarmál ferningsins til vinstri er 25. Til þess að flatarmálið sé 25 hlýtur hver hlið að vera 5. Við segjum að 5 sé ferningsrótin af 25 og skrifum:

$\sqrt{25} = 5$ vegna þess að $5 \cdot 5 = 25$

Ferningsrótin af tölu er sú tala sem þú þarft að margfalda með sjálfri sér (eða hefja í annað veldi) til að fá töluna. Ferningsrót er heil tala aðeins ef ferningstala er undir ferningsrótarmerkinu.

1.65 Finndu ferningsrótina af

a 36 **c** 81 **e** 9

b 16 **d** 100 **f** 64

1.66 Eru fullyrðingarnar sannar eða ósannar?

1 Ferningsrótin af 49 er heil tala.

2 Ferningsrótina af 50 má skrifa sem almennt brot.

3 Ferningstala neikvæðrar tölu er alltaf jákvæð.

4 a^n er ferningstala ef n er jákvæð slétt tala.

5 Til eru tíu ferningstölur sem eru minni en 100.

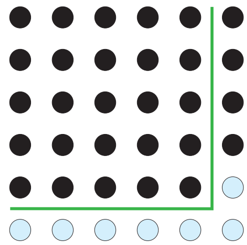
6 Ef þú margfaldar ferningsrót tölu með sjálfri sér færðu aftur upphaflegu töluna.

Ef við kunnum ferningstölurnar utan að getum við áætlað ferningsrót tölu sem er ekki ferningstala.

Námundunargildi tölu er gildi tölunnar þegar hún hefur verið námunduð.

Sýnidæmi 17

Um það bil hve löng er hlið fernings sem hefur flatarmálið 29?



Tillaga að lausn

Talan 29 liggur milli ferningstalnanna 25 og 36. Lausnin hlýtur því að vera tugabrot milli 5 og 6. Við getum notað myndtölur og almenn brot til að finna námundunargildi:

$$\sqrt{29} \approx 5\frac{4}{11} \approx 5{,}3636 \approx 5{,}4$$

Hliðarlengd ferningsins er um það bil 5,4.

Kannaðu með vasareikni: $\sqrt{29} \approx \underline{\underline{5{,}3851648071 \approx 5{,}4}}$

Í töflureikni skilar „=SQRT(tala)“ ferningsrót tölunnar.

1.67 Finndu námundunargildi ferningsrótanna. Svarið á að vera með einum aukastaf. Síðan skaltu nota vasareikni til að kanna hvort svörin eru rétt.

a $\sqrt{40}$	**c** $\sqrt{92}$	**e** $\sqrt{17}$
b $\sqrt{12}$	**d** $\sqrt{65}$	**f** $\sqrt{120}$

1.68 Níels ætlar að koma sér upp grænmetisgarði sem er 100 m^2 á stærð.

a Gerðu tillögu um tvenns konar lengd og breidd á grænmetisgarðinum.

b Reiknaðu út ummál þessara tveggja grænmetisgarða hvors um sig.

1.69 Magnea er að koma sér upp ferningslaga blómabeði í garðinum með hliðarlengdinni 3 m. Óskar vill frekar að stærð blómabeðsins tvöfaldist að flatarmáli.

Hve löng þarf hliðin á blómabeði Óskars að vera ef það á að vera ferningslaga?

1.70 Olga ætlar að útbúa kanínubúr sem er þannig að lengdin er tvöföld breiddin. Hún vill að flatarmál botnsins sé 1 m^2.

Hver verður breidd og lengd búrsins?

Ýmis verkefni

Teningur með pappírsbroti

Þið þurfið

- litaðan pappír eða glanspappír

Aðferð

Vinnið saman í tveggja eða þriggja manna hópum.
Þið eigið að búa til tening með pappírsbroti en teningurinn er úr sex eins einingum. Hver eining er búin til samkvæmt uppskriftinni hér á eftir (sjá skýringarmyndir á næstu blaðsíðu):

1 Byrjaðu með A4-blað. Brjóttu blaðið og búðu til skýra og skarpa brotalínu eftir miðþverli langhliðarinnar og opnaðu blaðið aftur.

Brjóttu skýra og skarpa brotalínu eftir miðþverli styttri hliðarinnar og opnaðu blaðið aftur.

2 Leggðu blaðið þannig á borðið að styttri hliðin snúi að þér.
Láttu það sem snýr út á brotalínunum snúa niður.

Brettu neðri og efri hlið inn að miðlínu blaðsins.

Snúðu samanbrotnu blaðinu þannig að „opnunin" snúi niður.

Brettu efra hægra hornið og neðra vinstra horninu inn að miðlínunni.

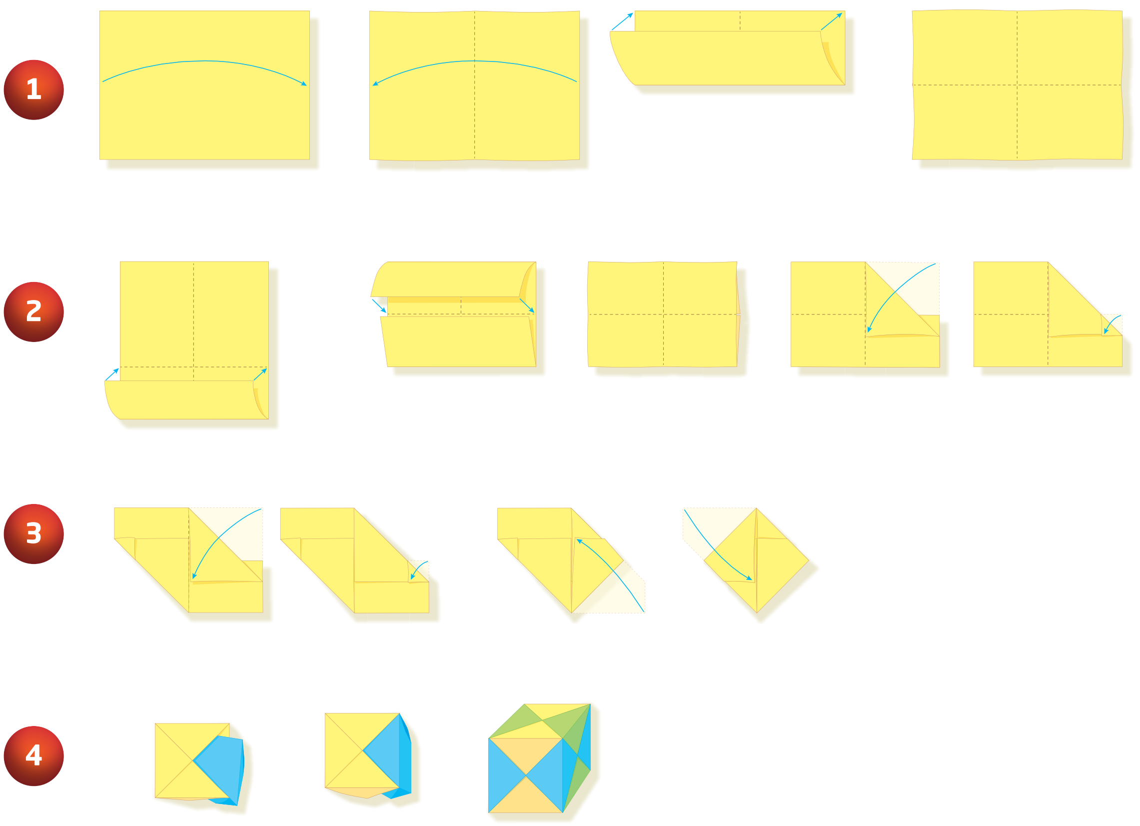
Brjóttu einnig litlu þríhyrningana sem verða eftir.

3 Brjóttu nú bæði hægra neðra hornið og vinstra efra hornið inn að miðju.
Þá myndast ferningur.

Lyftu nú síðustu tveimur flipunum upp þannig að þeir myndi 90° horn við ferninginn.

4 Þegar sex slíkar einingar hafa verið búnar til er hægt að búa til tening með því að sameina þær. Það er gert með því að setja „hornin", sem standa upp af hverjum ferningi, inn í „vasa" hinna ferninganna.

5 Mældu hliðarbrúnir teningsins og reiknaðu rúmmál hans.



Búðu til tvo teninga í viðbót sem eru minni en sá fyrsti. Í tening nr. 2 skaltu nota hálf A4-blöð. Slíkt blað kallast A5-blað. Í tening nr. 3 skaltu nota fjórðung af A4-blöðum. Slíkt blað kallast A6-blað.

Áður en þú brýtur blöð í minni teningana skaltu skrifa tilgátu þar sem þú svarar eftirfarandi spurningum.

- Hve langar eru hliðar blaðanna sem þú notar í þessa mismunandi teninga?
- Hvert heldur þú að rúmmál minni teninganna verði?

Vinnuáætlun

1 Gerðu teningana með pappírsbroti.
2 Taktu nauðsynleg mál.
3 Reiknaðu rúmmálið.
4 Berðu saman við tilgátu þína.
5 Rökræddu niðurstöðurnar við bekkjarfélagana.

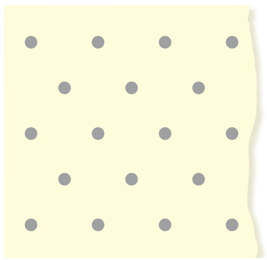
Gættu teninganna vel.
Þú þarft að nota þá
í verkefni 1.71

Teningstölur

Myndirnar tvær hér til vinstri tákna fyrstu tvær teningstölurnar. Teningstala er svarið þegar þú margfaldar tölu þrisvar sinnum með sjálfri sér. Það samsvarar því að setja töluna í þriðja veldi.

Hliðarbrún tenings er 1. Þá er rúmmál teningsins $1 \cdot 1 \cdot 1 = 1^3 = 1$.
Rúmmál tenings sem í eru tveir teningar í hverja átt er $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$.

Ef n er heil tala má skrifa samsvarandi teningstölu þannig: n^3.



Punktablað

1.71 Byggðu með teningum eða kubbum eða teiknaðu á punktablað, sem þú getur fengið hjá kennaranum. Skrifaðu töfluna upp og fylltu hana út með hliðarlengd tenings með heilum tölum upp í 8.

Hliðarbrún	Stæða fyrir rúmmál	Rúmmál sem veldi	Teningstala
1	$1 \cdot 1 \cdot 1$	1^3	1
2	$2 \cdot 2 \cdot 2$	2^3	8
3			

1.72 Notaðu reynslu þína úr verkefninu á undan.

a Skrifaðu setningu sem útskýrir hvað gerist með rúmmál tenings þegar hliðarbrúnin verður tvöfölduð.

b Gakktu úr skugga um að setningin þín sé rétt með því að tvöfalda hliðarbrúnirnar þannig að 1 cm verði 2 cm og 2 cm verði 4 cm.

1.73 Jóakim, frændi Andrésar Andar, ætlar að smíða peningageymi. Geymirinn á að rúma 1000 m^3 af peningum og hann á að vera eins og teningur í laginu.

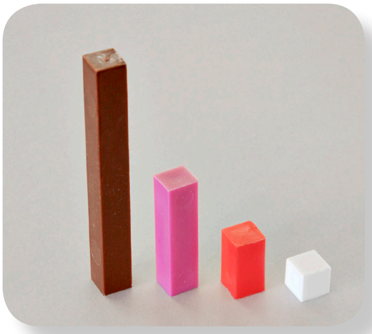
a Hvað er hliðarbrún nýja peningageymisins hans Jóakims frænda löng?

b Hve stór er grunnflöturinn í peningageymi Jóakims frænda?

1.74 Safnkassi er myndaður af fjórum ferningslaga flötum. Hver flötur hefur flatarmálið 1,44 m^2. Hvert er rúmmál safnkassans?

Ýmis verkefni

Að telja með cuisenaire-kubbum



Þið þurfið
- Cuisenaire-kubba (eða pappírsrenninga) sem eru 1, 2, 4 og 8 einingar að lengd.

Aðferð
Tveir og tveir nemendur vinna saman og rökræða um verkefnið.

1 Látið kubbana eða renningana tákna tölurnar 1, 2, 4 og 8. Með því að raða þeim saman er hægt að tákna aðrar tölur. Til dæmis er 3 = 1 + 2.

2 Finnið út hvaða tölur frá 1 og áfram þið getið myndað með kubbunum. Hvað komist þið langt?

3 Hugsið ykkur að þið getið fengið einn kubb í viðbót til að halda áfram. Hve langan kubb viljið þið fá? Rökstyðjið svarið.

4 Þið fáið nú kubbinn sem þið óskuðuð eftir. Haldið áfram að mynda tölur. Hversu langt komist þið?

5 Skrifið töfluna upp og haldið áfram að fylla út í hana með því að skrá hvaða kubba þið þurfið í hverja tölu. Skráið 0 í eyður hægra megin við tölurnar en ekki vinstra megin. Hvern kubb má aðeins nota einu sinni í hverja tölu.

	Kubbalengd					
Tala	?	?	8	4	2	1
1						1
2					1	0
3					1	1
4						
5						

6 Berið niðurstöðurnar saman við niðurstöður annars pars og athugið hvort þið hafið fyllt töflurnar út á sama hátt.

7 Hvernig væri hægt að skrá kubbalengdirnar öðruvísi?

8 Rökræðið um hvort þið sjáið eitthvert kerfi sem hægt er að fylgja þegar taflan er fyllt út. Nemendur útskýra hvor fyrir öðrum.

Tugakerfið og tvíundakerfið

Tuga-kerfið	Tvíunda-kerfið
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000

Í daglega lífinu notum við tugakerfið sem í eru tíu tölustafir: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 og 9. Talnakerfi, sem aðeins hefur tvo tölustafi, kallast tvíundakerfið. Í verkefninu á blaðsíðunni á undan sástu að allar tölurnar má skrifa með einungis tveimur tölustöfum. Allar stafrænar upplýsingar eru skrifaðar í tvíundakerfinu.

Þegar lesa á upplýsingar á stafrænan hátt er notaður kóði í forminu „af" eða „á". Til dæmis getur verið um að ræða straum (af eða á), ljós (af eða á) eða segulmagn (af eða á). Þegar við skrifum tákn fyrir „af" eða „á" notum við aðeins tvö tákn:

0 – þýðir af
1 – þýðir á

1.75 Notaðu töfluna á spássíunni.

a Hvað er líkt með tölunum sem eru merktar með lit í hægri dálki?

b Hvaða tengsl eru milli talnanna sem eru merktar með lit í vinstri dálki?

c Hvaða tala í tugakerfinu samsvarar 10000 í tvíundakerfinu?

Sætiskerfi er talnakerfi þar sem gildi tölustafs ákvarðast af sætinu sem hann er í.

Bæði tugakerfið og tvíundakerfið eru *sætiskerfi* en þar sem fjöldi tölustafanna er mismunandi fá sætin mismunandi gildi. Skoðaðu töluna 1000. Tölustafurinn 1 stendur í fjórða sæti frá hægri. Í tugakerfinu verður gildi hans $1 \cdot 10^3 = 1000$, en gildið í tvíundakerfinu er $1 \cdot 2^3 = 8$.

1.76 Hver er grunntalan í

a tugakerfinu?

b tvíundakerfinu?

1.77 Notaðu töfluna hér fyrir ofan og taktu mið af lituðu reitunum.
Ljúktu við töfluna hér á eftir allt upp í 2^{10}.

Tugakerfið	Veldi af 2	Tvíundakerfið
1	2^0	1
2	2^1	10
4	2^2	
8	2^3	

Sýnidæmi 18

Litli lágvísirinn („tví“) sýnir að talan er skrifuð í tvíundakerfinu. Við notum ekki lágvísi til að tákna tölur í tugakerfinu.

Skrifaðu töluna $11010_{\text{tví}}$ sem tölu í tugakerfinu.

Tillaga að lausn

Við byrjum frá hægri og margföldum tölustafinn með sætisgildinu.

$$11010_{\text{tví}} = 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 = 2 + 8 + 16 = \underline{\underline{26}}$$

Sýnidæmi 19

Reiknaðu dæmið 10011 + 110 í tvíundakerfinu.

Tillaga að lausn

$$\begin{array}{r} {}^{1\,1} \\ 10011 \\ +\quad 110 \\ \hline 11001 \\ \hline\hline \end{array}$$

Í tugakerfinu er 1 + 1 = 2. Í tvíundakerfinu er 1 + 1 = 10. Þegar við leggjum saman og fáum út 10 skrifum við alltaf 0 og geymum 1 fyrir ofan næsta sæti.

1.78 Skrifaðu þessar tölur í tvíundakerfinu sem tölur í tugakerfinu.

a 1001 **c** 10101 **e** 100111

b 11011 **d** 1101101 **f** 11001011

1.79 Í dæmunum hér á eftir eru tölur í tvíundakerfinu. Leystu dæmin.

- 101 + 1100
- 1010 + 11011

a Leggðu tölurnar saman í tvíundakerfinu.

b Breyttu tölunum í dæmunum og svörunum í tölur í tugakerfinu. Athugaðu hvort svörin eru rétt.

Sýnidæmi 20

Skrifaðu 83 sem tölu í tvíundakerfinu.

Þegar yfirfæra á tölu úr tugakerfinu yfir í tvíundakerfi getum við skipt tölunni upp í veldi af 2.

Tillaga að lausn

Við skiptum tölunni upp í summu velda af veldisstofninum 2:

$83 = 64 + 16 + 2 + 1 = 2^6 + 2^4 + 2^1 + 2^0$

Við þýðum töluna úr tugakerfinu yfir í tölu í tvíundakerfinu með því að nota upphugsaða töflu þar sem veldi af 2, sem felast í tölunni, fá gildið 1 og veldi af 2, sem eru ekki í tölunni, fá gildið 0.

Gildi tölunnar í tugakerfinu	128	64	32	16	8	4	2	1
Veldi af 2	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Skráð í tvíundakerfinu		1	0	1	0	0	1	1

$83 = \underline{\underline{1010011_{\text{tví}}}}$

1.80 Skráðu þessar tölur úr tugakerfinu sem tölur í tvíundakerfinu.

a 20 **c** 91 **e** 107

b 48 **d** 13 **f** 150

1.81 Þegar hlaða á inn stafrænum gögnum notum við mælieiningar í tvíundakerfinu.

1 kB = 2^{10} bæti
1 MB = 2^{20} bæti
1 GB = 2^{30} bæti

Notaðu töflureikni og reiknaðu út hve mörg bæti þetta eru.

1.82 Notaðu niðurstöðuna úr dæminu á undan.

a Lag tekur 12 MB. MP3-spilari getur geymt 2 GB.

Hvað komast mörg lög af sömu stærð fyrir á þessum spilara?

b Annað lag er 8 MB að stærð. Hugsaðu þér að MP3-spilarinn sé tómur. Hve mörg lög af þessari stærð komast þá fyrir á spilaranum?

Ýmis verkefni

Að leika tölvu

Vinnið saman í átta manna hópum. Einn nemandi samsvarar einum bita.
Átta nemendur samsvara einu bæti.

Þið þurfið

- stafatöflu (sem kallast ASCII-tafla)
- hvítt A4-blað handa hverjum nemanda
- eitt A3-blað fyrir hvern hóp

Aðferð

1 Þar sem tölva getur aðeins skilið tákn í tvíundakerfinu þarf að þýða öll tákn yfir í kóða í tvíundakerfinu. Þetta krefst staðlaðs kerfis þannig að allir túlki kóðann á sama hátt. Taflan sýnir hluta af slíkum kóða.

Biti

Bæti

Hluti af ASCII-töflu

Skráð í tvíundakerfi	Tala	Tákn	Skráð í tvíundakerfi	Tala	Tákn
0010 0000		Stafbil	0101 0000		O
0100 0001		A	0101 0001	211	Ó
0100 0010	193	Á	0101 0010		P
0100 0011		B	0101 0011		Q
0100 0100		C	0101 0100		R
0100 0101		D	0101 0101		S
0100 0110	208	Ð	0101 0110		T
0100 0111		E	0101 0111		U
0100 1000	201	É	0101 1000	218	Ú
0100 1001		F	0101 1001		V
0100 1010		G	0101 1010		W
0100 1011		H	0101 1011		X
0100 1100		I	0101 1100		Y
0100 1101	205	Í	0101 1101	221	Ý
0100 1110		J			Z
		K			Þ
		L		198	Æ
		M	1100 0110	214	Ö
		N	1101 0110		

Biti er tölustafur í tvíundakerfinu sem getur verið annaðhvort 0 eða 1.

Bæti er 8 bitar, kóði fyrir eitt tákn.

Hluti 1 – æfðu þig í að lesa

Hér hefur talnakóða verið skipt upp í 8 bita hópa (bæti). Notið töfluna til að lesa kóðann sem texta.

0100011101011100010110010
0100000010011010100010101
0001000010000001001011010
011110100010001000101

Hluti 2 – undirbúningur

Veljið orð sem eru þrír til átta bókstafir. Finnið tvíundakóðann fyrir hvern bókstaf og skrifið öll bætin með átta tölustöfum með stóru letri hvert undir öðru á A3-blað. Þetta blað verður sameiginlegur „minnismiði“ hópsins.

Hluti 3 – stafið orðið fyrir hina í bekkjardeildinni

Þið stillið ykkur upp í röð, hvert með A-4 blað, og snúið baki í hina bekkjarfélagana. Ef þú ert með bita með gildinu 1 (bitinn „er á“) lyftir þú blaðinu upp fyrir höfuð. Ef ekki (bitinn „er af“ – heldur þú blaðinu fyrir framan þig. Þið sýnið bókstafina í orðinu einn í einu. Allir halda sínu blaði niðri milli þess sem hvert tákn er sýnt. Einn í hópnum getur talið: Einn – tveir – þrír – o.s.frv. í hvert sinn sem nýtt tákn er sýnt. Hinir eiga að stafa orðið með því að nota ASCII-töfluna.

Að biti sé „á“ merkir að hann hefur gildið 1.

Tugveldi og tölur á staðalformi

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- útskýra hvernig tugakerfið er byggt upp
- skrifa og reikna með stórum og litlum tölum á staðalformi
- reikna með tugveldum í nokkrum verkefnum úr daglegu lífi

Í menningu okkar notum við oftast tugakerfið. Við höldum að það hafi orðið til vegna þess að menn hafa tíu fingur og þess vegna sé talan tíu eðlileg eining fyrir mennina. Þegar við skrifum heila tölu segir staðsetning tölustafsins í sætiskerfinu hvaða gildi hann hefur.

Sýnidæmi 21

a Hvaða gildi hefur hver tölustafur í tölunni 347?

Tillaga að lausn

Tölustafurinn 3 er í hundraðasætinu og hefur gildið 300.
Tölustafurinn 4 er í tugasætinu og hefur gildið 40.
Tölustafurinn 7 er í einingasætinu og hefur gildið 7.

b Leystu töluna 347 upp eftir sætum og skráðu gildi hvers tölustafs.

Tillaga að lausn

Talan leyst upp: $347 = \underline{\underline{300 + 40 + 7}}$

1.83 Leystu tölurnar upp eftir sætum með því að skrá gildi hvers tölustafs.

a 215 **c** 482 **e** 2056

b 39 **d** 2946 **f** 2409

Skoðum töluna 2347 nánar:

2 3 4 7

Einingasætið: Gildi tölustafsins er $7 \cdot 1$.

Tugasætið: Gildi tölustafsins er $4 \cdot 10$.

Hundraðasætið: Gildi tölustafsins er $3 \cdot 100 = 3 \cdot 10^2$.

Þúsundasætið: Gildi tölustafsins er $2 \cdot 1000 = 2 \cdot 10^3$.

Með hverju sæti til vinstri fær tölustafurinn gildi sem er tífalt gildi tölustafsins í sætinu til hægri.

1.84 Skrifaðu töfluna upp og ljúktu við hana allt upp í sæti nr. 13 í sætiskerfinu.

Sæti nr.	Heiti	Gildi tölustafsins	Margföldunardæmi	Tugveldi
1	einingar	1		10^0
2	tugir	10	10	10^1
3	hundruð	100	$10 \cdot 10$	10^2
4	þúsund	1 000	$10 \cdot 10 \cdot 10$	
5	tugir þúsunda	10 000		
6		100 000		
7				

1.85 Hver hefur rétt fyrir sér?

Ýmis verkefni

Hve stórar eru stórar tölur?

Þið þurfið

- Rúðunet og sentikubba

Aðferð

Hluti 1

Notið reitina í rúðunetinu.

- Merkið einn reit með því að teikna utan um hann.
- Teiknið rétthyrning sem er 10 reitir að stærð.
- Teiknið rétthyrning sem er 100 reitir að stærð.
- Teiknið rétthyrning sem er 1000 reitir að stærð.

Ræðið eftirfarandi spurningar:

a Hvaða hliðarlengd mynduð þið nota ef þið ættuð að teikna rétthyrning sem er 100 000 reitir að stærð? Er nóg pláss á blaðinu?

b Hve mörg blöð þurfið þið ef þið ætlið að teikna rétthyrning sem er 1 000 000 reitir að stærð?

c Ein skeið af mold getur innihaldið um það bil 10 000 000 000 af bakteríum. Hve mörg blöð þurfið þið ef hver reitur á að tákna eina bakteríu?

d Norski olíusjóðurinn nam (í desember 2013) um það bil 4 729 000 000 NKR. Ef einn reitur á að tákna hundraðkall, hvað þurfið þið þá mörg blöð til að teikna rétthyrning sem táknar stærð sjóðsins?

Hluti 2

Notið sentikubba.

- Byggið tening með hliðarlengdina 2 cm.
- Byggið tening með hliðarlengdina 4 cm.

Ræðið eftirfarandi spurningar:

a Hve marga sentikubba þurfið þið í tvo fyrstu teningana og hve marga þurfið þið ef þið ætlið að búa til tening þar sem hliðarbrúnin er 1 m á lengd?

b Hugsið ykkur að þið hafið jafn marga sentikubba og nam íbúafjölda Íslands, um það bil 325 000 íbúum 1. janúar 2014. Hve langa hliðarbrún hefur teningurinn sem táknar þennan íbúafjölda? En hvernig yrði teningurinn sem táknar íbúafjölda Noregs sem var í apríl 2014 um það bil 5 109 000?

c Hugsið ykkur að þið hafið jafn marga sentikubba og nemur íbúafjölda á jörðinni. Íbúar jarðarinnar voru 7 228 500 000 í apríl 2014. Er pláss fyrir alla sentikubbana í kennslustofunni?

d Dvergreikistjarnan Plútó er í 5700 milljón km fjarlægð frá jörðu. Hugsið ykkur að þið hefðuð einn sentikubb fyrir hvern metra. Hve löng yrði hliðarbrún tenings sem þið gætuð búið til úr þessum sentikubbum? Hve marga m^3 þurfið þið þá til að fá pláss fyrir alla kubbana?

Stórar tölur á staðalformi

Tekjur ríkissjóðs námu árið 2013 tæplega 585 milljörðum króna. Einn milljarður er 1000 milljónir. Því má skrifa 585 milljarða þannig: 585 000 000 000.

Við sjáum að stórar tölur verða langar tölur og að við þurfum að byrja að telja núllin til að lesa þær. Við getum þess vegna haft annan hátt á þegar við skrifum stórar tölur. Þá notum við tugveldi. Sá ritháttur talna er kallaður *staðalform*.

> Að skrifa tölur á *staðalformi* þýðir að maður skrifar stóra eða litla tölu sem tugabrot milli 1 og 10, margfaldaða með tugveldi.

Sýnidæmi 22

Skrifaðu töluna 585 000 000 000 á staðalformi.

Tillaga að lausn

Eftir tölustafnum 5 eru 11 tölustafir. Það þýðir að tölustafurinn 5 hefur gildið $5 \cdot 10^{11}$.

585 000 000 000 kr. = $\underline{\underline{5{,}85 \cdot 10^{11} \text{ kr.}}}$

Í hvert sinn sem við margföldum með 10 þurfum við að flytja kommuna um eitt sæti til hægri.

1.86 Tekjum ríkissjóðs er skipt í fjóra aðalflokka. Árið 2014 voru þær:

Skatttekjur um það bil	505 000 000 000
Tryggingagjald um það bil	74 000 000 000
Fjárframlög um það bil	11 000 000 000
Aðrar tekjur um það bil	89 000 000 000

(Heimild: Hagstofa Íslands)

a Skrifaðu upphæðirnar á staðalformi.

b Leitaðu að „Fjármál hins opinbera“ á netinu. Athugaðu hvort þú getur fundið svipaðar tölur fyrir næstu ár á undan eða eftir.

1.87 Skrifaðu þessar fjarlægðir á staðalformi:

a Breiðdalsvík – Stykkishólmur 700 km

b Hringvegurinn um það bil 1330 km

1.88 Taflan hér á eftir sýnir nokkrar fjarlægðir í geimnum. Skráðu fjarlægðirnar í kílómetrum á staðalformi.

Tunglið og reikistjörnur	Mælt frá	Fjarlægð (km)
Tunglið	jörðu	384 000
Merkúríus	sólu	57 900 000
Venus	sólu	108 000 000
Jörðin	sólu	150 000 000
Mars	sólu	228 000 000
Júpíter	sólu	778 000 000
Satúrnus	sólu	1 430 000 000

Hraði ljóssins er 300 000 km/sek.

1.89 Í geimnum eru fjarlægðir svo miklar að þær eru mældar með einingunni ljósár. Eitt ljósár er sú vegalengd sem ljósið fer á einu ári, það er að segja $9{,}46 \cdot 10^{12}$ km.

a Skrifaðu vegalengdirnar í ljósárum í töflunni hér á eftir á staðalformi.

b Breyttu vegalengdunum í töflunni í km og skráðu svörin á staðalformi.

Vetrarbrautir	Mælt frá	Fjarlægð (ljósár)
Vetrarbrautin	sólu	27 500
Andrómeda	sólu	2 300 000
Fjarlægasta vetrarbrautin	sólu	12 700 000 000

1.90 Skrifaðu dæmin upp og skráðu >, < eða = í eyðurnar.

a 300 000 □ $3{,}0 \cdot 10^{6}$

b $2{,}1 \cdot 10^{3}$ □ 21 000

c $2{,}8 \cdot 10^{11}$ □ $9{,}6 \cdot 10^{11}$

d $4{,}5 \cdot 10^{7}$ □ 45 000 000

1.91 Notaðu netið. Finndu fjarlægðir milli þessara borga, mældar í km. Skrifaðu tölurnar á staðalformi.

a Róm – Aþena
b Reykjavík – Beijing
c Stokkhólmur – New York
d London – Jóhannesarborg

1.92 Finndu hvaða tala er

a hundraðföld talan $1{,}2 \cdot 10^7$
b tvöföld talan $3{,}5 \cdot 10^4$
c tíundi hluti af $6{,}3 \cdot 10^5$

1.93 Finndu hvaða tölur í vinstri og hægri dálki hafa sama gildi.

A	2300	**1**	$2{,}3 \cdot 10^6$
B	23	**2**	$2{,}3 \cdot 10^2$
C	2 300 000	**3**	$2{,}3 \cdot 10^3$
D	2 300 000 000	**4**	$2{,}3 \cdot 10^4$
E	23 000	**5**	$2{,}3 \cdot 10^1$
F	230	**6**	$2{,}3 \cdot 10^9$

1.94 Taflan sýnir stærð nokkurra þekktra þjóðgarða.

a Skrifaðu töfluna upp og skráðu tölurnar á staðalformi þannig að tugabrotið sé námundað að einum aukastaf.

b Um það bil hve mörgum sinnum stærri er Vatnajökulsþjóðgarður en Rondane-þjóðgarðurinn?

Þjóðgarður	Flatarmál (km^2)
Vatnajökulsþjóðgarður	13 920
Þjóðgarðurinn Snæfellsjökull	168
Etosha (í Namibíu)	22 270
Harðangursvidda (í Noregi)	3422
Rondane (í Noregi)	963
Serengeti (í Tansaníu)	14 763
Yellowstone (í Bandaríkjunum)	8983

1.95 Stærsta vatn Noregs, Mjøsa, rúmar 55 360 000 000 m^3 af vatni.

a Skráðu rúmmálið með tölu á staðalformi.

b Það renna 10 100 000 000 m^3 af vatni úr Mjøsa á einu ári og jafn mikið í það.
Skráðu það með tölu á staðalformi.

c Um það bil hve mörg prósent af rúmmáli vatnsins í Mjøsa endurnýjast á einu ári?

d Um það bil á hve löngum tíma endurnýjast allt vatnið í Mjøsa?

Að reikna með tölum á staðalformi

Stundum þarf að reikna með tölum á staðalformi. Þá væri það afar óhagkvæmt ef við þyrftum að skrifa tölurnar með öllum tölustöfunum.

Sýnidæmi 23

Við getum alltaf breytt röð þátta í margföldunardæmi án þess að svarið breytist.

a Reiknaðu dæmið: $3{,}4 \cdot 10^7 \cdot 2{,}0 \cdot 10^5$.

Við margföldum tugveldin með því að leggja saman veldisvísana!

Tillaga að lausn

$$3{,}4 \cdot 10^7 \cdot 2{,}0 \cdot 10^5 = 3{,}4 \cdot 2{,}0 \cdot 10^7 \cdot 10^5 = \underline{\underline{6{,}8 \cdot 10^{12}}}$$

b Reiknaðu dæmið: $(9{,}3 \cdot 10^7) : (3{,}0 \cdot 10^3)$.

Tillaga að lausn

$$(9{,}3 \cdot 10^7) : (3{,}0 \cdot 10^3) = (9{,}3 : 3{,}0) \cdot (10^7 : 10^3) = \underline{\underline{3{,}1 \cdot 10^4}}$$

c Reiknaðu dæmið: $3{,}5 \cdot 10^6 \cdot 4{,}2 \cdot 10^3$

Þegar tugabrot verður ekki tala milli 1 og 10 í útreikningunum þarf að margfalda eða deila með 10 og breyta tugveldinu samkvæmt því.

Tillaga að lausn

$$3{,}5 \cdot 10^6 \cdot 4{,}2 \cdot 10^3 = 3{,}5 \cdot 4{,}2 \cdot 10^6 \cdot 10^3 = 14{,}7 \cdot 10^9 = \underline{\underline{1{,}47 \cdot 10^{10}}}$$

1.96 Reiknaðu dæmin.

a $3{,}1 \cdot 10^6 \cdot 2{,}4 \cdot 10^7$

b $5{,}6 \cdot 10^8 \cdot 1{,}5 \cdot 10^3$

c $(7{,}29 \cdot 10^6) : (3{,}0 \cdot 10^4)$

d $(7{,}2 \cdot 10^9) : (1{,}2 \cdot 10^5)$

1.97 Taflan sýnir rúmmál þriggja stærstu stöðuvatna á Íslandi.

a Hvað er rúmmál Þingvallavatns um það bil mörgum sinnum rúmmál Öskjuvatns?

b Um það bil hvað er rúmmál Hvítárvatns mörgum sinnum rúmmál Langasjávar?

c Hvað er rúmmál Þingvallavatns mörgum sinnum rúmmál Langasjávar?

	Heiti stöðuvatns	Rúmmál (m^3)
1	Þingvallavatn	$2{,}855 \cdot 10^9$
2	Öskjuvatn	$1{,}23 \cdot 10^9$
3	Hvítárvatn	$8{,}17 \cdot 10^8$
4	Langisjór	$4{,}76 \cdot 10^8$

Heimild: Sigurjón Rist: Vatns er þörf, 1990.

1.98 Skráðu tölurnar á staðalformi.

a $34 \cdot 10^7$ **b** $213{,}6 \cdot 10^5$ **c** $0{,}012 \cdot 10^9$

1.99 Reiknaðu.

a $5{,}8 \cdot 10^4 \cdot 6{,}0 \cdot 10^6$

b $3{,}8 \cdot 10^7 \cdot 5{,}5 \cdot 10^9$

c $(12{,}6 \cdot 10^{17}) : (4{,}2 \cdot 10^8)$

d $(1{,}512 \cdot 10^9) : (2{,}4 \cdot 10^4)$

e $(3{,}45 \cdot 10^{12}) : (9{,}5 \cdot 10^{10})$

f $(6{,}8 \cdot 10^3)^2$

1.100 Reiknaðu og skráðu svörin á staðalformi. Námundaðu svörin að einum aukastaf.

a $1{,}9 \cdot 10^7 \cdot 3{,}2 \cdot 10^3$

b $(8{,}2 \cdot 10^9) : (3{,}7 \cdot 10^5)$

c $7{,}5 \cdot 10^{10} \cdot 4{,}8 \cdot 10^4$

d $\dfrac{5{,}3 \cdot 10^5 \cdot 2{,}7 \cdot 10^7}{6{,}2 \cdot 10^8}$

e $\dfrac{2{,}1 \cdot 10^8 \cdot 3{,}9 \cdot 10^3}{9{,}7 \cdot 10^5}$

f $\dfrac{8{,}9 \cdot 10^{13}}{4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 5{,}3 \cdot 10^5}$

g $\dfrac{1{,}3 \cdot 10^5 \cdot 9{,}7 \cdot 10^{12}}{8{,}3 \cdot 10^4 \cdot 3{,}6 \cdot 10^8}$

h $\dfrac{9{,}4 \cdot 10^8 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{15}}{2{,}3 \cdot 10^9 \cdot 1{,}8 \cdot 10^7}$

i $\dfrac{8{,}7 \cdot 10^{12} \cdot 7{,}9 \cdot 10^6}{7{,}9 \cdot 10^7 \cdot 9{,}5 \cdot 10^{10}}$

1.101 Árið 2013 nam heildarafli í sjávarútvegi á Íslandi um það bil $1{,}4 \cdot 10^9$ kg.

a Hver var heildaraflinn að meðaltali á mánuði?

b Hver var heildaraflinn að meðaltali á dag?

c Að meðaltali fengust 112 kr. fyrir 1 kg af sjávarfangi árið 2013.

Um það bil hve margar milljónir króna fengust fyrir allan aflann þetta ár?

Litlar tölur á staðalformi

Mjólkursýrubakteríur.

Allar bakteríur eru smáar. Samt er mikill munur á stærstu og minnstu bakteríunum. Allstór baktería er 0,002 mm á lengd. Mjög lítil baktería er 0,00025 mm á lengd. Tölur, sem eru svona litlar, má einnig skrifa á staðalformi.

Sýnidæmi 24

Í hvert sinn sem við deilum með 10 þarf að flytja kommuna um eitt sæti til vinstri.

Skrifaðu töluna 0,002 á staðalformi

Tillaga að lausn

$0{,}002 = 2{,}0 : 1000 = \underline{\underline{2{,}0 : 10^3}}$

Að deila er andhverft því að margfalda og neikvæð tala er andhverf jákvæðri tölu.

$2{,}0 : 10^3 = \underline{\underline{2{,}0 \cdot 10^{-3}}}$

1.102 Skrifaðu 0,000 25 mm á staðalformi.

1.103 Ákveðin veira er um það bil 0,000 02 mm í þvermál.

a Skrifaðu þvermál veirunnar á staðalformi.

b Hvað er 0,002 mm löng baktería mörgum sinnum stærri en veiran í a-lið?

1.104 Massi vetnisfrumeindar er
0,000 000 000 000 000 000 000 001 67 g.

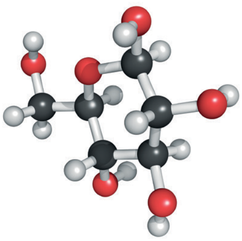
Skráðu töluna á staðalformi.

1.105 Þvermál þrúgusykursameindar er 0,000 000 001 m.

a Skrifaðu þvermál sameindarinnar á staðalformi.

b Sellulósasameind er löng keðja samsett úr þrúgusykursameindum.

Í slíkri keðju getur verið allt að 15 000 þrúgusykursameindir.
Um það bil hve löng er ein slík sellulósasameind?



Glúkósasameind.

Stórar og litlar tölur í töflureikni

Þegar við skrifum stórar tölur í töflureikni notum við talnasnið sem kallast „vísindalegt“ (Scientific) og tvo aukastafi. Stundum velur töflureiknirinn sjálfur að skrifa tölur á þennan hátt. Það gerist ef tölurnar eru of stórar eða of litlar til að passa í reitinn sem valinn hefur verið.

Veldu „snið“ (Format) → „sníða hólf“ (Format Cells) → „vísindalegt“ (Scientific)

Sýnidæmi 25

Skrifaðu töluna 45 000 000 000 og 0,000 57 bæði á staðalformi og á veldisvísaformi.

Tala	Staðalform	Veldisvísaform
45 000 000 000	$4{,}5 \cdot 10^{10}$	4,50E+10
0,000 57	$5{,}7 \cdot 10^{-4}$	5,70E−04

1.106 Hvað er líkt með tölum sem skrifaðar eru á staðalformi og tölum sem skrifaðar eru á veldisvísaformi?

1.107 Notaðu töflureikni og skrifaðu tölurnar á veldisvísaformi.

a 25 000 000

b 0,000 12

c Fjögur hundruð og þrjátíu milljarðar

d Tuttugu og fimm milljónustu hlutar

1.108 Það eru [2,23E+22] frumeindir í einu grammi af áli.
Skrifaðu töluna á staðalformi og sem venjulega tölu.

1.109 Hraði ljóssins er 300 000 km á sekúndu.

a Notaðu töflureikni til að finna hve langt ljósið fer á einu ári.

b Fjarlægðin til stjörnunnar Síríusar er 8,6 ljósár. Hvað eru það margir km?

1.110 Massi einnar vatnssameindar er $m = 3{,}0 \cdot 10^{-26}$ kg.
Hve margar vatnssameindir eru í 0,5 kg?

Talnamengi

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- flokka tölurnar á talnalínunni í mismunandi mengi
- þekkja ræðar og óræðar tölur, svo og rauntölur

Táknin {...} kallast mengjasvigar. Þessir mengjasvigar eru þá lesnir þannig: „Mengi náttúrlegra talna“.

Til að búa til kerfi, sem rúmar allar tölur, skiptum við tölunum í mismunandi mengi. Þú þekkir mörg þessara mengja frá fyrri tíð:

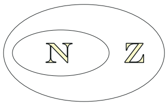
Náttúrlegu tölurnar: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ...\}$

Ef við leggjum saman tvær náttúrlegar tölur verður svarið ný náttúrleg tala en mismunur tveggja náttúrlegra talna þarf ekki endilega að verða náttúrleg tala.

$7 + 11 = 18 \qquad 7 - 11 = -4$

Mengi heilla talna er: $\mathbb{Z} = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$

Við fáum heilu tölurnar þegar við víkkum mengi náttúrlegra talna út með heilu, neikvæðu tölunum.
Þetta má auðveldlega sjá með því að teikna mengjamynd:



Við segjum að náttúrlegu tölurnar séu hlutmengi í mengi heilu talnanna.

1.111 Færðu alltaf, stundum eða aldrei:

a náttúrlega tölu í svari þegar þú

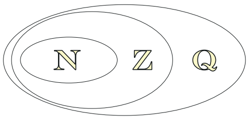
- margfaldar saman tvær náttúrlegar tölur
- margfaldar saman tvær heilar tölur
- deilir í náttúrlega tölu með annarri náttúrlegri tölu

b heila tölu í svari þegar þú

- leggur saman tvær heilar tölur
- finnur mismun tveggja heilla talna
- margfaldar saman tvær heilar tölur
- deilir í heila tölu með annarri heilli tölu

Ræðar tölur og lotubundin tugabrot

Ræðar tölur, $\mathbb{Q}$, eru allar tölur sem hægt er að skrifa sem almennt brot. Úr því að skrifa má allar heilar tölur sem almennt brot með tölunni 1 í nefnara má segja að heilu tölurnar séu einnig ræðar tölur og þess vegna eru þær hlutmengi í mengi ræðra talna.



Mörg almenn brot ganga ekki upp þegar við reynum að breyta þeim í tugabrot. Í slíkum brotum verða þá óendanlega margir aukastafir.

Sýnidæmi 26

Breyttu $\frac{7}{9}$ og $\frac{7}{33}$ í tugabrot.

Strik fyrir ofan töluna þýðir að aukastafirnir endurtaka sig endalaust.

Tillaga að lausn

$\frac{7}{9} = 7 : 9 = \underline{0,77777\ldots} \quad = \underline{\underline{0,\overline{7}}}$

$\frac{7}{33} = 7 : 33 = \underline{0,212121\ldots} \quad = \underline{\underline{0,\overline{21}}}$

Þegar aukastafirnir endurtaka sig þannig að þeir mynda mynstur mynda aukastafirnir lotur.

Þegar sýna skal almennt brot sem tugabrot getur verið nauðsynlegt að námunda; það er líka hægt að reikna út svo marga aukastafi að þeir fari að endurtaka sig og mynda mynstur, *lotur*. Þá sést að tugabrotið er lotubundið. Oft er sett strik yfir lotuna til að auðkenna hana.

Lotubundin tugabrot
Aukastafirnir í tugabroti mynda runu sem endurtekur sig í sífellu. Runan nefnist **lota**.

1.112 Notaðu almennu brotin $\frac{5}{8}, \frac{7}{11}, \frac{13}{15}, \frac{3}{16}, \frac{1}{12}$ og $\frac{9}{22}$.

a Breyttu brotunum í tugabrot.

b Skiptu brotunum í tvo hópa: endanleg tugabrot og lotubundin tugabrot.

1.113 Breyttu $\frac{1}{7}$ í tugabrot.
Hve margir aukastafir eru í einni lotu?

1.114 Breyttu almennu brotunum í tugabrot. Skoðaðu tugabrotin sem myndast og lýstu því sem kemur í ljós.

$$\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7} \text{ og } \frac{6}{7}$$

Í sýnidæminu er sýnd aðferð til að breyta lotubundnu tugabroti í almennt brot.

Sýnidæmi 27

Breyttu $0,\overline{36}$ í almennt brot.

Tillaga að lausn

1 Við köllum töluna, sem breyta skal, *t*.

2 Við margföldum *t* með tölu (10, 100, 1000 ...) þannig að talan fyrir framan kommu verði heil tala og aðeins lotur fyrir aftan kommuna.

3 Við drögum frá töluna *t* (eða 10 · *t*, eða 100 · *t*, ...) þannig að svarið verði heil tala.

4 Við deilum með tölunni fyrir framan t og styttum brotið þannig að t sé skrifað sem almennt brot.

5 Við styttum almenna brotið eins mikið og hægt er.

$$t = 0,\overline{36}$$
$$t = 0,363\,636\,\ldots$$

$$100 \cdot t = 36,363\,636\,\ldots$$
$$-\qquad t = 0,363\,636\,\ldots$$
$$99 \cdot t = 36$$

$$t = \frac{36}{99} = \frac{36:9}{99:9} = \frac{4}{11}$$

$$0,\overline{36} = \frac{4}{11}$$

1.115 Breyttu lotubundnu tugabrotunum í almenn brot.

a $0,\overline{5}$

b $0,\overline{12}$

c $0,\overline{156}$

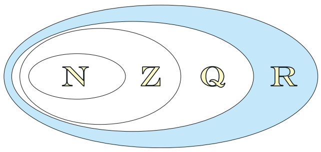
d $0,\overline{416}$

e $0,\overline{18}$

f $0,\overline{83}$

Óræðar tölur og rauntölur

Við vitum að allar tölur, sem hægt er að skrifa sem almenn brot, má einnig skrifa sem endanleg tugabrot eða lotubundin tugabrot. Hvar á þá að koma tölunni 3,349 217 856 932 855 ... fyrir úr því að aukastafirnir mynda ekkert mynstur þó að haldið sé áfram endalaust? Slíkar tölur eiga einnig heima á talnalínunni. Það er ekki hægt að skrifa þær sem almenn brot. Við verðum því að stækka talnasviðið til að það nái líka yfir slíkar tölur.



Þessar viðbótartölur kallast *óræðar tölur* og þær á að staðsetja á bláa svæðinu á myndinni hér fyrir ofan. Slíkar tölur eru óendanlega margar. Saman fela ræðu tölurnar, $\mathbb{Q}$, og óræðu tölurnar í sér allar tölur á talnalínunni. Allar tölurnar á talnalínunni kallast rauntölur, $\mathbb{R}$.

> *Ræðu tölurnar*, $\mathbb{Q}$, og óræðu tölurnar mynda saman mengi allra rauntalna, $\mathbb{R}$.

Sýnidæmi 28

Er $\sqrt{2}$ ræð eða óræð tala?

Ferningsrótin af heilli tölu er annaðhvort heil tala eða óræð tala.

Tillaga að lausn

Við breytum $\sqrt{2}$ í tugabrot:

$\sqrt{2} \approx 1{,}414\ 213\ 562\ 373\ 095\ 048\ 801\ 688\ 724\ 209\ 698\ 078\ 569$

Í tugabrotinu finnst ekkert mynstur sem endurtekur sig hversu lengi sem haldið er áfram.

$\underline{\underline{\sqrt{2}\ \text{er þá óræð tala.}}}$

1.116 Teiknaðu mynd sem felur í sér mengin $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ og $\mathbb{R}$ eins og sýnt er í Vennmyndinni ofarlega á blaðsíðunni. Raðaðu eftirfarandi tölum í rétt mengi.

$1\frac{3}{5}$ $\quad \sqrt{3}$ $\quad -1$ $\quad 1{,}8$ $\quad \sqrt{4}$ $\quad \frac{16}{9}$

1.117 Notaðu tölurnar í verkefni 1.116 og raðaðu þeim í röð, frá þeirri minnstu til þeirrar stærstu. Raðaðu þeim á talnalínuna eins nákvæmlega og þú getur.

1.118 Finndu óræða tölu milli ræðu talnanna tveggja í hverjum lið.

a 2 og 3

b 3,4 og 3,5

c $\frac{3}{5}$ og $\frac{4}{5}$

d 4,1 og 4,2

e $\frac{1}{2}$ og $\frac{3}{4}$

f 0,25 og $0,\overline{25}$

Ef A er hlutmengi í B verða allar tölurnar í A einnig að vera í B en í B geta verið fleiri tölur en í A. Við skrifum $A \subset B$ sem er lesið þannig: „A er hlutmengi í B“.

1.119 Skrifaðu með táknum.

a Heilu tölurnar eru hlutmengi í mengi ræðra talna.

b Náttúrlegar tölur eru hlutmengi í mengi heilla talna.

1.120 Skrifaðu með orðum.

a $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

b $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

1.121 Eru fullyrðingarnar hér á eftir sannar eða ósannar?

1 Ferningsrót tölu er alltaf minni en talan sjálf.

2 Óræðar tölur eru hlutmengi í mengi rauntalna.

3 Fjöldi talna í $\mathbb{Z}$ er tvöfaldur miðað við fjölda talna í $\mathbb{N}$.

4 Ferningstölur eru hlutmengi í mengi náttúrlegra talna.

5 Ferningsrót almenns brots er alltaf óræð tala.

6 $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Z}$

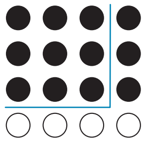
Í stuttu máli

Þú átt að geta	Dæmi	Tillögur að lausnum
reiknað með prósentum og prómillum, með og án stafrænna hjálpartækja	**a** Finndu 80% af 500 í huganum. **b** Eign Maju er þreföld eign Péturs. Hvað á Maja mörgum prósentum meira en Pétur? **c** Gildi skartgrips eykst um 3% á ári. Hver er breytiþátturinn? **d** Hve mikið er 12‰ af 32 000? **e** Hvað er 5 af 2500 mörg prómill?	**a** $80\% = \frac{4}{5}$ $\frac{4}{5}$ af $500 = \underline{\underline{400}}$ **b** Pétur á 100%. Þá á Maja 300%, það er 200% meira en Pétur. **c** Breytiþátturinn er 1,03. **d** $\frac{32\,000 \cdot 12}{1000} = \underline{\underline{384}}$ **e** $\frac{5}{2500} = 0{,}002 = 2$ ‰
túlkað og reiknað með prósentustigum	**a** Fylgi stjórnmálaflokks breytist frá 18,9% til 21,7%. Lýstu breytingunni. **b** Um hve mörg % jókst fylgi þessa stjórnmálaflokks?	**a** Breytingin er þessi: 21,7% − 18,9% = 2,8 prósentustig. **b** $\frac{2{,}8}{18{,}9} \approx 0{,}148 = \underline{\underline{14{,}8\%}}$
reiknað með veldum	**a** Reiknaðu dæmin. $3^7 \cdot 3^5$ $5^{13} : 5^7$ **b** Einfaldaðu eins og hægt er. $\frac{3^7 \cdot 8^9}{8^5 \cdot 3^4}$ **c** Reiknaðu dæmið $3^4 - 3^3$ **d** Búðu til formúlu í töflureikni sem reiknar út gildi tölunnar 7^6.	**a** $3^7 \cdot 3^5 = 3^{7+5} = \underline{\underline{3^{12}}}$ $5^{13} : 5^7 = 5^{13-7} = \underline{\underline{5^6}}$ **b** $\frac{3^7 \cdot 8^9}{8^5 \cdot 3^4} = 3^{7-4} \cdot 8^{9-5} = \underline{\underline{3^3 \cdot 8^4}}$ **c** $3^4 - 3^3 = 81 - 27 = \underline{\underline{54}}$ **d** = $\underline{\underline{\text{7^6}}}$
útskýrt hvað ferningsrót tölu er	Útskýrðu orðið ferningsrót.	Ferningsrót tölu er sú tala sem margfalda þarf með sjálfri sér (eða setja í annað veldi) til að fá upphaflegu töluna. $\sqrt{36} = 6$ vegna þess að $6 \cdot 6 = 36$

<table>
<tr><th>Þú átt að geta</th><th>Dæmi</th><th>Tillögur að lausnum</th></tr>
<tr><td>fundið ferningsrót tölu</td><td>a Hver er ferningsrótin af 49?

b Um það bil hver er ferningsrótin af 12?</td><td>a $7 \cdot 7 = 49$, þess vegna er $\sqrt{49} = \underline{\underline{7}}$

b $\sqrt{12} \approx 3\frac{3}{7} \approx \underline{\underline{3{,}4}}$

</td></tr>
<tr><td>borið kennsl á og notað teningstölur</td><td>a Hver talnanna 25, 27 og 29 er teningstala?

b Hverjar eru fyrstu fimm teningstölurnar?

c Teningur er 125 cm^3. Hversu löng er hliðarbrúnin?</td><td>a 27 er teningstala vegna þess að $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.

b Fimm fyrstu teningstölurnar eru: 1, 8, 27, 64, 125

c 125 er teningstala.
$125 = 5 \cdot 5 \cdot 5$.
Hliðarbrún teningsins er = $\underline{\underline{5 \text{ cm}}}$</td></tr>
<tr><td>útskýrt hvernig tvíundakerfið er byggt upp</td><td>a Hve margir tölustafir eru í tvíundakerfinu og hverjir eru þeir?

b Skrifaðu töluna 27 í tvíundakerfi.</td><td>a Í tvíundakerfinu eru tveir tölustafir, 0 og 1.

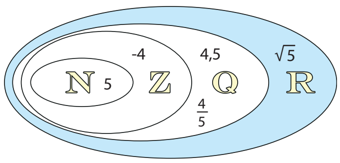
b $27 = 16 + 8 + 2 + 1$
$= 2^4 + 2^3 + 2^1 + 2^0$
$= \underline{\underline{11011}}$</td></tr>
<tr><td>útskýrt hvernig tugakerfið er byggt upp</td><td>a Hvers vegna er tugakerfið sætiskerfi?

b Hvernig má útskýra gildi tölustafs í margra stafa tölu?

c Skrifaðu gildi hvers tölustafs í tölunni 3528.</td><td>a Tugakerfið er sætiskerfi vegna þess að gildi hvers tölustafs ákvarðast af því í hvaða sæti tölustafurinn í tölunni er.

b Grunngildi hvers sætis er tugveldi:
<table>
<tr><td>þúsundir</td><td>hundruð</td><td>tugir</td><td>einingar</td><td>tíundUhlutar</td><td>hundraðshlutar</td></tr>
<tr><td>10^3</td><td>10^2</td><td>10^1</td><td>10^0</td><td>10^{-1}</td><td>10^{-2}</td></tr>
</table>
Gildi tölustafsins 2 í tölunni 4256 er $2 \cdot 10^2 = 200$.

c $3528 = \underline{\underline{3000 + 500 + 20 + 8}}$</td></tr>
</table>

Þú átt að geta	Dæmi	Tillögur að lausnum
skrifað og reiknað með stórum og litlum tölum, skráðum á staðalformi	**a** Skrifaðu tölurnar 78 000 og 0,000 051 á staðalformi. **b** Reiknaðu dæmið $3{,}5 \cdot 10^{12} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{9}$ **c** Reiknaðu dæmið $3{,}8 \cdot 10^{5} : (5{,}0 \cdot 10^{-3})$ **d** Hvaða skilyrði eru sett til að hægt sé að segja að tala sé skrifuð á staðalformi?	**a** $78\,000 = \underline{\underline{7{,}8 \cdot 10^{4} = 7{,}80E+04}}$ $0{,}000\,051 = \underline{\underline{5{,}1 \cdot 10^{-5} = 5{,}10E-05}}$ **b** $3{,}5 \cdot 10^{12} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{9} = 3{,}5 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{12+9}$ $= \underline{\underline{4{,}2 \cdot 10^{21}}}$ **c** $3{,}8 \cdot 10^{5} : (5{,}0 \cdot 10^{-3})$ $= 3{,}8 : 5{,}0 \cdot 10^{5-(-3)} = \underline{\underline{0{,}76 \cdot 10^{8}}}$ **d** Tala á staðalformi er samsett úr tugabroti milli 1 og 10 sem margfaldað er með tugveldi.
reiknað með tugveldum í verkefnum úr daglegu lífi	**a** Í vatni, sem rannsakað var, fundust $3{,}0 \cdot 10^{12}$ bakteríur á ml. Hve margar bakteríur eru þá í einum lítra? **b** Fjarlægðin til tunglsins er $3{,}9 \cdot 10^{5}$ km og fjarlægðin til Mars er $5{,}6 \cdot 10^{7}$ km. Hve mörgum sinnum lengra er til Mars en tunglsins?	**a** $1\ l = 1000$ ml $= 10^{3}$ ml Fjöldi baktería í 1 lítra: $3{,}0 \cdot 10^{12} \cdot 10^{3} = \underline{\underline{3{,}0 \cdot 10^{15}}}$ **b** $(5{,}6 \cdot 10^{7}) : (3{,}9 \cdot 10^{5})$ $= (5{,}6 : 3{,}9) \cdot 10^{7-5} \approx 1{,}4 \cdot 10^{2} = \underline{\underline{140}}$ Það er um það bil 140 sinnum lengra til Mars en til tunglsins.
flokkað tölurnar á talnalínunni í mismunandi talnamengi	**a** Í hvaða hlutmengi má skipta rauntölum? **b** Raðaðu tölunum −4, 5, 4,5, $\frac{4}{5}$ og $\sqrt{5}$ inn í Vennmynd sem sýnir mengin $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ og $\mathbb{R}$.	**a** Hlutmengi í mengi rauntalna eru: • Náttúrlegar tölur, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3 ...\}$ • Heilar tölur, $\mathbb{Z} = \{... -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$ • Ræðar tölur, $\mathbb{Q}$, allar tölur sem skrifa má sem almenn brot. • Óræðar tölur, tölurnar á talnalínunni sem ekki er hægt að skrifa sem almenn brot. **b** 
borið kennsl á ræðar og óræðar tölur, svo og rauntölur	**a** Hvers vegna er $0{,}\overline{63}$ ræð tala? **b** Settu fram dæmi um óræða tölu.	**a** $0{,}\overline{63}$ er lotubundið tugabrot. Þá er hægt að skrifa töluna sem almennt brot. $0{,}\overline{63} = \frac{7}{11}$ **b** $\sqrt{2}$ er dæmi um óræða tölu.

Bættu þig!

Prósent

1.122 Reiknaðu í huganum:

a 12,5% af 160

b 75% af 48

c 3 af 15 sem prósent

d 23 af 92 sem prósent

e 100% þegar 40% er 60

f 12,5% þegar 75% er 81

1.123 Hvaða útreikninga hér á eftir til vinstri gefa svörin til hægri?

1 Deila í töluna með 5

2 Margfalda töluna með $\frac{1}{4}$

3 Tvöfalda töluna

4 Deila í töluna með 10

5 Margfalda töluna með 1,1

6 Margfalda töluna með $\frac{3}{2}$

A 25% af tölunni

B 50% hækkun

C 90% lækkun

D 10% hækkun

E 20% af tölunni

F 100% hækkun

1.124 Við launauppgjör hækka launin í fyrirtæki nokkru eins og taflan sýnir.

Starf	Eldri mánaðarlaun (kr.)	Ný mánaðarlaun (kr.)
Forstjóri	790 000	813 700
Einkaritari	295 000	305 000
Deildarstjóri	480 000	498 000
Sérfræðingur	325 000	338 000

a Hvaða starfsmaður fékk mestu kauphækkunina í krónum?

b Hvaða starfsmaður fékk mestu kauphækkunina í prósentum?

1.125 Verðgildi málverks hækkaði um 250% þegar málarinn varð þekktur. Málverkið kostaði áður 80 000 kr.

Hvert er verðgildi málverksins nú?

1.126 Hækka á nokkrar vörur í versluninni „Notaðar vörur“ um 4,5%.

a Búðu til töflu sem reiknar út nýja verðið. Láttu töflureikninn námunda verðið að næstu heilu krónu.

b Notaðu sömu töflu og í a-lið. Hvert verður nýja verðið ef verslunin hefur útsölu þar sem afslátturinn á sömu vörum er 20%?

c Verslunin sendir 12% af tekjum sínum til hjálparstarfs. Hve miklir peningar fara til hjálparstarfsins þegar verð allra varanna á listanum hefur verið hækkað samkvæmt a-lið og þær seldar?

d Verslunin hækkar verðið á sama hátt um 4,5% í fimm ár í röð. Breyttu töflunni í a-lið þannig að hún reikni út nýja verðið á hverri vöru eftir fimm ár.

VERÐLISTI	
Matarstell	12980 kr.
Hægindastóll	8980 kr.
Kryddhilla	3890 kr.
Kápa	1290 kr.
Blómavasi	790 kr.
Bók	120 kr.

1.127 Laun Mörtu eru 120% af launum Önnu.

Hve mörg prósent eru laun Önnu af launum Mörtu?

1.128 Áður voru 24 kexkökur í einum kexpakka. Nú segir í auglýsingu að pakkinn innihaldi 25% meira en áður.

Hve margar kexkökur eru nú í kexpakkanum?

1.129 Óli og Eva smíða hvort sinn kofa á leiksvæðinu. Stærðin á kofa Evu er tvöföld stærðin á kofa Óla á alla kanta.

Hve mörgum prósentum stærri er kofi Evu en kofi Óla?

1.130 Í fjölskyldu nokkurri með þremur fjölskyldumeðlimum eru samanlögð mánaðarlaun 812 000 kr. Laun mömmu eru 20% hærri en pabba og sonurinn vinnur sér inn 10% af launum mömmu.

Hver eru laun mömmu, pabba og sonarins hvers um sig?

1.131 Hús nokkurt er metið á 60,4 milljónir króna. Húsnæðistrygging hússins nemur 2,3‰ af verðgildi hússins.

Hve hárri upphæð nemur húsnæðistryggingin?

Veldi og ferningsrót

1.132 Eru fullyrðingarnar sannar eða ósannar?

- **a** Talan 256 er bæði ferningstala og teningstala.
- **b** Ferningstölurnar eru fleiri en teningstölurnar.
- **c** Það er satt að $2^3 < 3^2$.
- **d** Til eru tölur sem eru þannig að ferningstölur þeirra eru stærri en teningstölurnar.
- **e** Mismunur teningstölu og ferningstölu með sömu stofntölu er stofntalan.
- **f** Ef þú deilir í teningstölu með ferningstölu sömu grunntölu færðu út grunntöluna.
- **g** Það eru 89 teningstölur milli 1000 og 1 000 000.

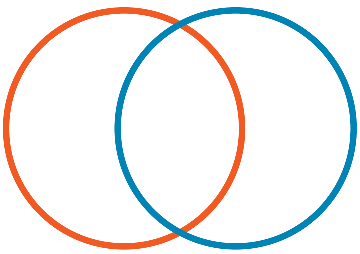
1.133 Marteinn brýtur saman lak með því að brjóta alltaf til helminga.
Fyrst brýtur hann tvisvar á breiddina, því næst þrisvar á lengdina.

Hve mörg lög eru þá í samanbrotna lakinu?

1.134 Reiknaðu svörin með námundun án þess að nota vasareikni.
Athugaðu síðan með vasareikni hvort svörin eru rétt.

a $\sqrt{21}$ **b** $\sqrt{57}$ **c** $\sqrt{94}$

1.135 Teiknaðu þessa hringi upp. Raðaðu tölunum hér á eftir inn í eða fyrir utan hringina þannig að blái mengjahringurinn innihaldi ferningstölurnar og sá rauði innihaldi teningstölurnar.



8	12	16	27	50	64
81	100	125	144	150	196

1.136 Reiknaðu dæmin.

- **a** $5^9 \cdot 5^3$
- **b** $12^{10} : 12^8$
- **c** $10^4 - 10^3$
- **d** $\dfrac{5^9 \cdot 3^8}{5^2 \cdot 3^5}$
- **e** $\dfrac{2^7 \cdot 3^4}{3^9 \cdot 2^{12}}$
- **f** $\dfrac{10^3 \cdot 2^4}{8^2 \cdot 5^3}$
- **g** $\dfrac{a^6 \cdot 12b^{10}}{4a^7 \cdot b^6}$

Tugveldi og tölur á staðalformi

1.137 Finndu veldi sem er

a hundrað sinnum stærra en 10^4

b þúsund sinnum stærra en 10^3

c einn hundraðasti af 10^7

d einn milljónasti af 10^{10}

1.138 Skoðaðu talnamynstrið hér á eftir.

3,2, 32, 320, 3200 ...

a Lýstu með eigin orðum hvernig talnamynstrið stækkar.

b Skrifaðu næstu tvær tölur í talnamynstrinu.

c Skrifaðu tólftu töluna í talnamynstrinu sem tölu á staðalformi.

d Skrifaðu tölu númer *n* á eins einfaldan hátt og hægt er.

1.139 Skráðu tölurnar á staðalformi.

a 260 000 000

b 3 400 000 000

c 0,0000017

d 32 milljónir

e 670 milljarðar

f 9 þúsundustu hlutar

1.140 Söngkonan Katie Melua syngur: „There are nine million bicycles in Beijing."
Íbúafjöldinn í Beijing var árið 2010 um það bil $2{,}0 \cdot 10^7$.

Hvað eru margir á hvert hjól ef söngkonan hefur rétt fyrir sér?

1.141 Þvermál perlu er $6{,}0 \cdot 10^{-3}$ m.

Hve margar perlur þarf til að búa til perlufesti sem er 0,6 m á lengd?

1.142 Á jörðinni eru um það bil $7{,}23 \cdot 10^9$ manns,
$5{,}11 \cdot 10^6$ í Noregi (2014) og á Íslandi tæplega $3{,}2 \cdot 10^5$.

a Skráðu þessar þrjár tölur með orðum.

b Um það bil hve stór hluti af íbúafjölda jarðar býr í Noregi?

c Hvað er íbúafjöldi Íslands um það bil stór hluti af íbúafjölda Noregs?

1.143 Af öllu vatni jarðarinnar eru 97,2% í heimshöfunum. Hve mikið vatn er annars staðar þegar í heimshöfunum eru $1{,}37 \cdot 10^9$ km^3 af vatni?

Talnamengi

1.144 Eru fullyrðingarnar sannar eða ósannar?

a Allar heilar tölur eru einnig ræðar tölur.

b Það eru ekki til óræðar, negatífar tölur.

c Í ræðri tölu er alltaf endanlegur fjöldi tugabrota.

d -9 er ekki náttúrleg tala.

e Hægt er að skrifa óræða tölu sem almennt brot.

f Ferningsrótin af tölu er alltaf óræð tala.

g Allar ferningstölur eru ræðar tölur.

h 0 er ekki náttúrleg tala.

1.145 Finndu hvort almennu brotin hér á eftir samsvara endanlegum tugabrotum eða lotubundnum tugabrotum og skráðu almennu brotin sem tugabrot.

a $\frac{5}{12}$ **b** $\frac{3}{8}$ **c** $\frac{7}{18}$

1.146 Hvaða fullyrðingar um talnamengin eru sannar?

a $\mathbb{N}$ er hlutmengi í $\mathbb{Z}$.

b $\mathbb{Z}$ er hlutmengi í $\mathbb{R}$.

c $\mathbb{R}$ er hlutmengi í $\mathbb{Q}$.

d $\mathbb{Q}$ er hlutmengi í $\mathbb{Z}$.

e $\mathbb{N}$ er hlutmengi í $\mathbb{Q}$.

f $\mathbb{Q}$ og $\mathbb{Z}$ mynda samtals $\mathbb{R}$.

g $\mathbb{Z}$ er hlutmengi í $\mathbb{Q}$.

h Ræðu og óræðu tölurnar mynda saman mengið $\mathbb{R}$.

$5{,}7$	3^{10}
$\sqrt{64}$	-16
$\frac{3}{8}$	$0{,}\overline{16}$
$\sqrt{17}$	$0{,}333$
$-\frac{1}{2}$	12

1.147 Notaðu tölurnar í talnareitnum hér til vinstri.

a Hverjar talnanna eru í $\mathbb{N}$?

b Hverjar talnanna eru í $\mathbb{Z}$?

c Hverjar talnanna tilheyra ræðu tölunum?

d Hverjar talnanna tilheyra óræðu tölunum?

e Hverjar talnanna eru rauntölur?

1.148 Finndu eina eða fleiri tölur sem passa við lýsingarnar hér á eftir. Er fjöldi lausnanna endanlegur?

a Náttúrleg tala milli -10 og 10.

b Ræð tala milli 2 og 4.

c Óræð tala milli 3 og 5.

Þjálfaðu hugann

1.149 Þú færð ferns konar upplýsingar um tölu. Finndu töluna.

a
- Talan er náttúrleg tala.
- 7 er þáttur í tölunni.
- Summa tölustafanna í tölunni er 10.
- Talan er minni en 50.

b
- Ferningstala tölunnar er tala í 3-töflunni.
- Talan er óræð tala.
- Talan er minni en 4 og stærri en 3.
- Ekki er hægt að deila í ferningstölu tölunnar með 5.

c
- Talan er ræð tala en ekki heil tala.
- Fimm sinnum talan er ferningstala.
- Hægt er að þátta töluna, þegar hún hefur verið margfölduð með 10, í ferningstölu og teningstölu.
- Talan er stærri en 1 og minni en 10.

1.150 Kirkjuklukka er þrjár sekúndur að slá þrjú slög klukkan þrjú.

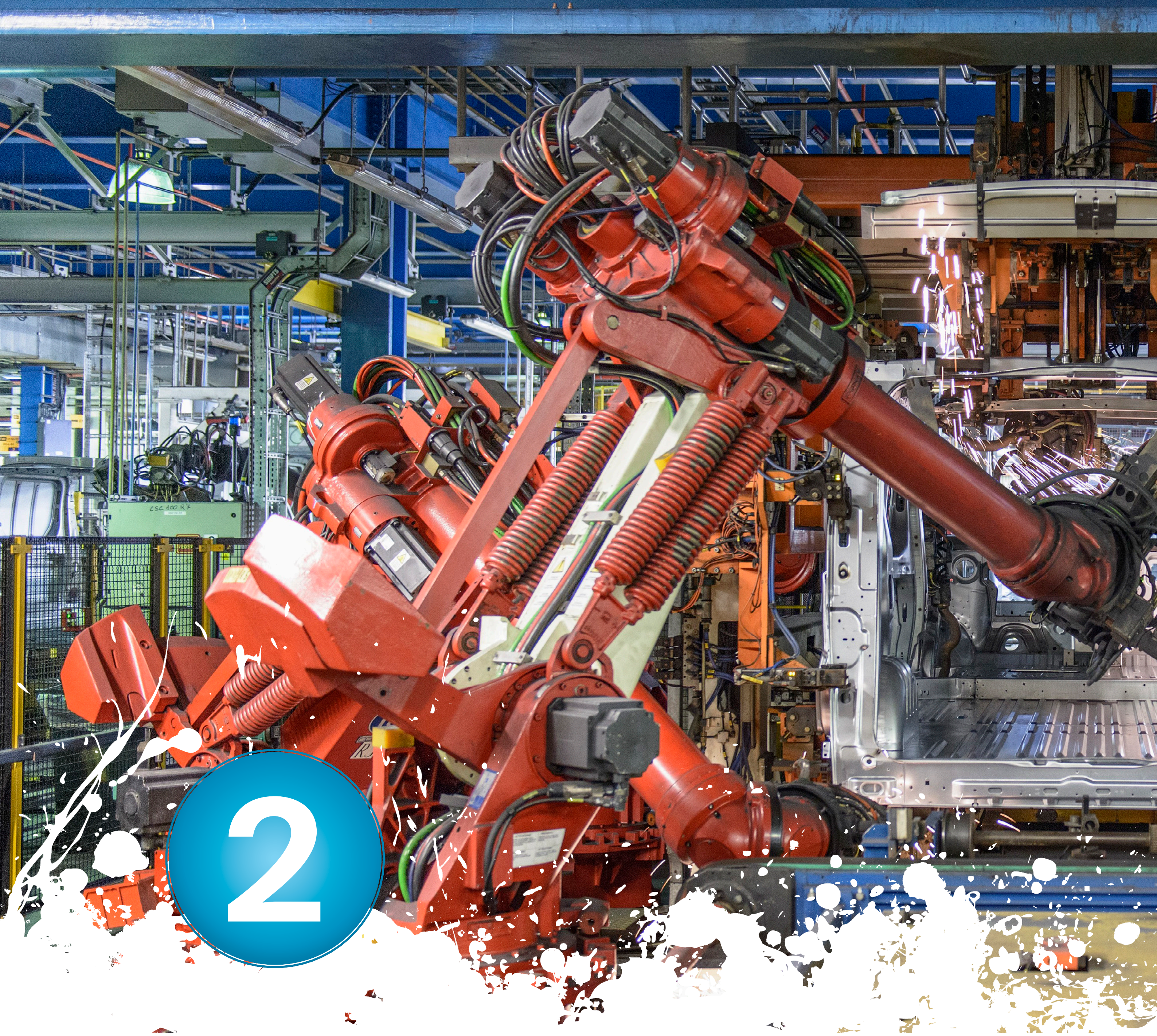
Hve margar sekúndur er sama kirkjuklukka að slá sex slög klukkan sex?

1.151 Meðlimir í íþróttafélagi skiptast þannig: 20% eru stelpur, 15% eru strákar, 40% eru fullorðnir karlar og fullorðnar konur eru 30 talsins.

Hve margir meðlimir eru í íþróttafélaginu og hve margir þeirra eru ekki fullorðnir?

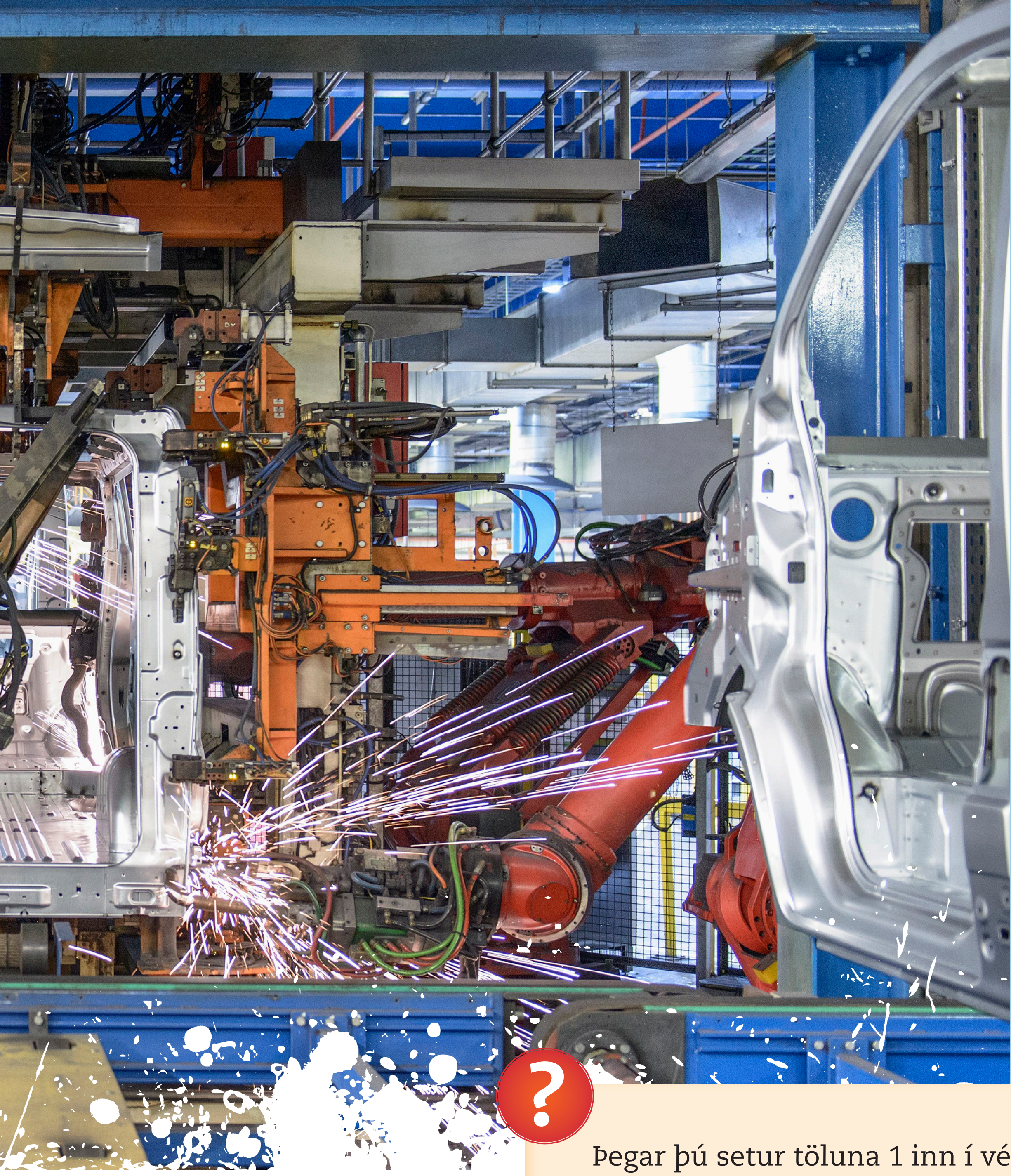
1.152 Lest á að aka frá bænum A til bæjarins E. Á leiðinni stoppar hún í bæjunum B, C og D. Í B fara 10% farþeganna út og engir bætast við. Í bænum C tvöfaldast farþegafjöldinn og í bænum D fjölgar farþegunum um 25%. Í bænum E fara allir 270 farþegarnir út.

Hve margir farþegar komu í lestina í bænum A?



Föll

Í stærðfræði er fall reikniregla eða formúla sem sýnir tengsl milli stærða sem eru innbyrðis háðar. Til dæmis eru tekjur af bíómynd fall af fjölda bíógesta. Tölurnar eru háðar hvor annarri.



Stærðfræðiorð

línulegt fall
hallatala
fastaliður
hlutfallsfall
fallstæða
empírískur
topppunktur
botnpunktur
talnabil
gildistafla
punktagraf
breytiþáttur

?

Þegar þú setur töluna 1 inn í vélina kemur 2 út úr vélinni.
Þegar þú setur 2 inn kemur 5 út.
Þegar þú setur 10 inn kemur 101 út.

Hvað gerir vélin við tölurnar?

Línuleg föll – beinar línur

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- bera kennsl á og finna formúlur fyrir beinar línur
- finna aðstæður úr daglegu lífi sem hægt er að lýsa með línulegum föllum
- búa til gildistöflu og teikna graf út frá formúlu fyrir beina línu
- segja til um hvort punktur liggur á tiltekinni beinni línu eður ei

Fall er reikniregla sem sýnir tengsl milli stærða sem geta haft mismunandi gildi og eru innbyrðis háðar.

Fallgildi er svarið sem þú færð þegar þú setur inn gildi á breytunni x.

Fallstæða er stæðan hægra megin við jöfnumerkið í formúlu fyrir fall. Dæmi: Í fallinu $f(x) = 3x - 1$ er fallstæðan $3x - 1$.

Til þess að um fall sé að ræða geta ekki verið fleiri en eitt fallgildi sömu tölu. Sagt er að fallgildið sé eintækt. Tákn fallsins getur verið mismunandi og hið sama gildir um heiti á breytunum. Til dæmis má nota h(t) til að tákna hraða sem fall af tímanum.

Falli má lýsa á ýmsa vegu:

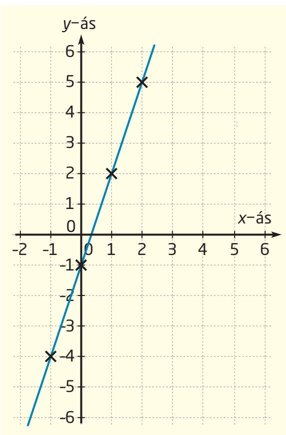
1 *Með orðum:*
Fallið þrefaldar tölur
og dregur töluna 1 frá svarinu.

3 *Með formúlu eða fallstæðu*

$$f(x) = 3 \cdot x - 1$$

Hér táknar *f fallið og x táknar breytuna.*

2 *Með grafi:*



4 *Með gildistöflu:*

x	3 · *x* – 1	f(*x*)
−1	3 · (−1) − 1 = −3 − 1	−4
0	3 · 0 − 1	−1
1	3 · 1 − 1 = 3 − 1	2
2	3 · 2 − 1 = 6 − 1	5

Sýnidæmi 1

Fall tvöfaldar tölurnar og bætir 4 við svarið. Hvert verður gildi fallsins þegar tölurnar eru 1, 2, 3 og −1?

Tillaga að lausn

Breyta, x	Fallstæða $2x + 4$	Fallgildi, $f(x)$
1	$2 \cdot 1 + 4$	6
2	$2 \cdot 2 + 4$	8
3	$2 \cdot 3 + 4$	10
−1	$2 \cdot (-1) + 4$	2

f(x) er lesið sem *f* af *x* eða fall af x.

2.1 Skrifaðu formúlu og finndu fallgildi talnanna 2, 4 og 6 í falli sem

a margfaldar tölu með 4 og bætir 5 við

b bætir 2 við tölu og margfaldar svo svarið með 3

c dregur 4 frá tölu og deilir í svarið með 2

d margfaldar tölu með sjálfri sér

2.2 Lýstu föllunum hér á eftir með orðum.

a $f(x) = 5x - 10$ **b** $f(x) = \frac{x}{3}$ **c** $f(x) = -x + 3$

2.3 Hver hefur rétt fyrir sér?

2.4 Töflurnar hér fyrir neðan sýna breytur og fallgildi nokkurra talna.

Lýstu föllunum með orðum.

a

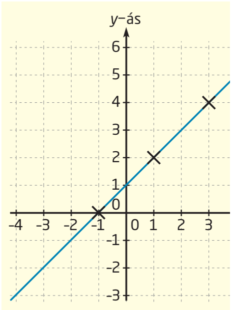
x	2	3	4
f(*x*)	7	12	17

b

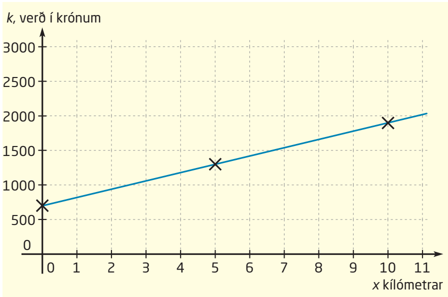
x	0	2	4
f(*x*)	5	9	13

2.5 Gröfin hér fyrir neðan sýna föll. Notaðu nokkra punkta af gröfunum til að finna föllin. Lýstu föllunum með orðum eða með formúlu.

a



b



2.6 Töflurnar hér fyrir neðan sýna nokkur x-gildi og samsvarandi fallgildi. Finndu föllin.

a

x	−4	−1	3
f(*x*)	4	1	−3

b

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2
f(*x*)	4	2	1	$\frac{1}{2}$

c Teiknaðu punktana frá fallinu í a-lið og fallinu í b-lið í hnitakerfi. Eru gröfin beinar línur?

2.7 Hvaða föll, setningar og gröf passa saman?

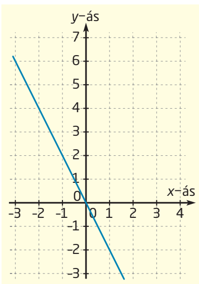
A $f(x) = -2x$ **B** $f(x) = 4 + 2x$ **C** $f(x) = 4 - 2x$

1 Fallið dregur tvöfalda töluna frá 4.

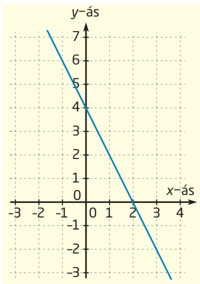
2 Fallið margfaldar töluna með −2.

3 Fallið margfaldar töluna með 2 og bætir 4 við.

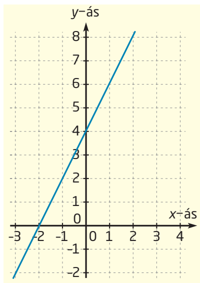
i



ii



iii



Spil með föllum

Þetta spil er fyrir tvo leikmenn.

Þið þurfið

- tíu fallspjöld með textunum hér fyrir neðan.

1 Margfaldaðu töluna með 3.
2 Margfaldaðu töluna með 2 og bættu 1 við.
3 10 mínus talan.
4 Deildu í töluna með 2.
5 Settu töluna í annað veldi.
6 Margfaldaðu töluna með tölu sem er 1 stærri en talan.
7 Margfaldaðu töluna með 4 og dragðu 2 frá.
8 Deildu í töluna með 10 og bættu 5 við.
9 Dragðu 5 frá tölunni.
10 Margfaldaðu töluna með 5 og bættu 5 við.

Aðferð

1 Leikmaður 1 dregur fallspjald og les í hljóði það sem stendur á spjaldinu. Spjaldið segir til um hvað fallið á að gera við töluna.

2 Leikmaður 2 nefnir tölu milli 0 og 10.

3 Leikmaður 1 reiknar fallgildið í huganum og segir svarið upphátt.

4 Leikmaður 2 velur nýja tölu, leikmaður 1 reiknar fallgildið og segir svarið upphátt. Þannig er haldið áfram þar til leikmaður 2 getur sagt hvert fallið er.

5 Ef leikmaður 2 nefnir rangt fall verður hann að nefna fleiri tölur allt þar til hann finnur hið rétta.

6 Skrá skal niður hve margar tölur leikmaður 2 þarf til að finna fallið. Þær segja til um stigin.

7 Leikmenn skipta nú um hlutverk og halda áfram þar til fallspjaldabunkinn er tómur. Þá reikna leikmenn út stigin. Sá vinnur sem hefur færri stig.

Línuleg föll í daglegu lífi

Skoðum nú nánar hvað einkennir línuleg föll.

Ef þú ætlar til dæmis að kaupa kringlur á 150 kr. stykkið er upphæðin, sem þú átt að borga, fall af fjölda kringla sem þú kaupir. Verðið er 150 sinnum fjöldi kringlanna. Í hvert skipti sem þú kaupir eina kringlu til viðbótar eykst verðið um 150 kr. Við segjum að hið línulega fall hafi *hallatöluna* 150.

Hallatala línulegs falls breytir fallgildinu þegar x stækkar um 1.

Sýnidæmi 2

Fríða leigir bifhjól þegar hún er í fríi. Hún borgar 7000 kr., sama hvað hún hjólar langt á bifhjólinu. Þar að auki borgar hún 100 kr. fyrir hvern kílómetra sem hún ekur.

a Útskýrðu hvernig Fríða getur reiknað út hvað hún þarf að borga fyrir að aka x kílómetra.

Tillaga að lausn

Fríða þarf að margfalda x með 100 og bæta 7000 kr. við.

Venjan er að nota y eða y(x) í staðinn fyrir f(x) til að tákna línuleg föll.

b y er verðið fyrir að leigja bifhjólið þegar hún ekur x kílómetra á því. Skrifaðu formúlu fyrir y.

Tillaga að lausn

$y = 100x + 7000$

c Notaðu formúluna sem þú bjóst til í b-lið til að reikna út hvað Fríða borgar fyrir að leigja bifhjólið þegar hún ekur 35 km.

Tillaga að lausn

$y = 100x + 7000 = 100 \cdot 35 + 7000 = 3500 + 7000 = 10\,500$

Fríða borgar 10 500 kr.

Í sýnidæminu hér fyrir ofan er verðið fyrir leiguna á bifhjólinu fall af þeim fjölda kílómetra sem ekið er. Auk þess er fast verð, 7000 kr. Það kallast *fastaliður* vegna þess að það er óháð fjölda kílómetranna, x. Hallatalan er 100 vegna þess að y stækkar um 100 þegar x stækkar um 1. Ef Fríða hjólar 1 km lengra verður leigan 100 krónum dýrari.

Fastaliður er fallgildið þegar x = 0.

Öll línuleg föll má skrifa á forminu $y = ax + b$ þar sem b er fastaliður og a er hallatalan. Stæðan ax kallast breytuliður vegna þess að gildi þessa liðar breytist. Liðurinn b er fastaliðurinn. Við segjum að y sé fall af x.

2.8 Finndu hallatölu, fastalið og breytulið þessara línulegu falla.

a $y = 4x - 2$

b $y = 4x + 3$

c $y = \frac{1}{2}x + 3$

d $y = -2x - 2$

e $y = x$

f $y = -x$

Við skrifum x í staðinn fyrir 1x og –x í staðinn fyrir –1x.

Línulegu falli má lýsa með orðum, formúlu, gildistöflu eða grafi í hnitakerfi. Til að teikna graf fallsins þarftu að reikna út x-gildin og tilheyrandi y-gildi. Þá getur þú notað gildistöflu. Svo merkir þú x- og y-gildin með punktum í hnitakerfi.

Sýnidæmi 3

Þóra er meðlimur í tómstundaklúbbi. Árgjaldið er 5000 kr. Þar að auki kostar 200 kr. í hvert sinn sem Þóra fer í klúbbinn. Lýstu með orðum og finndu formúlu fyrir hvað hún þarf að borga þegar hún fer x sinnum í klúbbinn. Gerðu gildistöflu og teiknaðu graf verðsins y sem fall af þeim fjölda skipta sem Þóra fer í klúbbinn.

Þegar við vitum að grafið er bein lína nægir að reikna út tvo punkta til að teikna grafið. Það er skynsamlegt að reikna út einn punkt í viðbót til öryggis.

Tillaga að lausn

Fall verðsins er 200 sinnum fjöldi heimsókna í klúbbinn plús 5000 kr. Ef x táknar fjölda heimsókna í klúbbinn og y táknar verðið þá er $y = 200x + 5000$.

Verðið hefur fastaliðinn 5000 kr. sem þarf í öllu falli að borga.

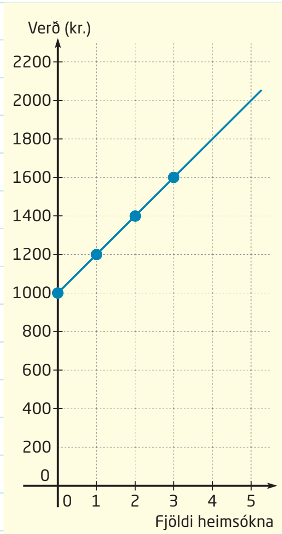
Breytuliðurinn er $200x$. Þegar $x = 0$ er $y = 5000$.

Gildistaflan lítur svona út.

x	$200x + 5000$	y
0	$200 \cdot 0 + 5000$	5000
1	$200 \cdot 1 + 5000$	5200
2	$200 \cdot 2 + 5000$	5400
3	$200 \cdot 3 + 5000$	5600

Gildistaflan gefur okkur fjóra punkta:

(0, 1000), (1, 1200), (2, 1400), (3, 1600)



Punktarnir liggja á beinni línu.

Þegar við skoðum nánar línuleg föll í daglegu lífi veljum við oft aðra bókstafi fyrir breyturnar. Ef um er að ræða tíma eða hita notum við gjarna t eða h. Ef um er að ræða kostnað getur þú notað k o.s.frv. Þetta er nákvæmlega sama tegund formúlu fyrir línulegt fall og við höfum hingað til fjallað um með einum breytilið og einum fastalið.

Kaffikort er hugsað eins og strætókort eða sundkort. Með kaffikorti er hver kaffibolli ódýrari en ella.

Stundum er fastaliðurinn 0. Ef þú átt að reikna kostnaðinn k af x eplum sem kosta 100 kr. stykkið verður formúlan $k = 10x$.

2.9 Á kaffihúsi nokkru er hægt að kaupa kaffikort þannig að maður borgar einu sinni fastagreiðslu, 5000 kr. Ef slíkur samningur er gerður kostar hver kaffibolli aðeins 100 kr., alveg sama hvaða kaffitegund maður kaupir.

a Útskýrðu hvers vegna verðið fyrir x kaffibolla er línulegt fall.

b Teiknaðu í hnitakerfi graf kaffiverðsins sem fall af fjölda keyptra kaffibolla. Veldu x-gildi frá 0 til 100.

Mælishiti er hitastig lesið af hitamæli.

Vindkælistig er hitastigið eins og fólki finnst það vera miðað við mismunandi vindhraða.

2.10 Árið 2001 byrjaði Veðurstofa Bandaríkja Norður-Ameríku að nota formúlu til að reikna út vindkælistig, þ.e.a.s. hversu kalt manni finnst vera í lofti við mismunandi vindhraða. Formúlan, þegar vindstigin samsvara allhvössum vindi, er þessi:

$$T_{WC} = 1{,}22\,T_a - 4{,}38$$

þar sem T_{WC} er vindkælistigin (T er fengið úr enska orðinu „temperature“) T_a er hiti lesinn af hitamæli.

a Reiknaðu út vindkælistigin þegar mælishiti er 10 °C, 0 °C og −10 °C.

b Teiknaðu graf vindkælistiga sem fall af mælishitanum.

2.11 Stína ætlar að passa litlu frænku sína. Móðir barnsins borgar henni 1000 kr. á tímann. Þar að auki borgar móðirin fyrir strætó sem kostar 250 kr. fram og til baka.

a Skrifaðu formúlu fyrir fallið y sem lýsir hve mikið móðirin þarf að borga ef Stína passar barnið í x klukkustundir.

b Reiknaðu út hve mikið móðirin þarf að borga ef $x = 3$ og ef $x = 5$.

c Teiknaðu graf fallsins y í hnitakerfið.

d Hvaða x-gildi er raunhæft að velja?
Hvað er hið minnsta og hið mesta sem Stína getur unnið sér inn með þessum x-gildum?

2.12 Eftirfarandi formúla er gott líkan af hæð manns, h, mældri í sentimetrum, sem fall af skónúmeri hans, x:

$$h = 5x - 29$$

a Teiknaðu graf fallsins h í hnitakerfi.

b Hve hár er maður sem notar skónúmer 43 samkvæmt þessu líkani?

c Hvaða skónúmer notar maður sem er 160 cm hár?

d Kannaðu hvort líkanið passar fyrir þig.

e Hvaða x-gildi er mögulegt að velja og hvaða hæð passar við þau ef líkanið á að gilda fyrir börn og fullorðna?

2.13 Knútur kaupir sólblóm sem er 20 cm á hæð. Hann les á netinu að sólblóm vaxi nálega um 3 cm á dag.

a Búðu til stæðu fyrir hæð sólblómsins sem fall af fjölda daga eftir að Knútur keypti blómið.

Kallaðu hæðina h(x) þar sem x táknar fjölda daganna.

b Teiknaðu graf fallsins h í hnitakerfi.

c Hvenær mun sólblómið fara yfir 1 m á hæð?

d Sólblóm geta náð allt að 3 m hæð þó flest séu á bilinu 1,3−2 m. Hve margir dagar líða þar til sólblómið hefur náð 3 m?

Gott getur verið að lesa af grafi svör við ýmsum spurningum.
Það þýðir að þú getur notað grafið til að svara spurningum um fallið.

Sýnidæmi 4

Fjórir vinir tóku leigubíl heim frá jólahlaðborði. Gjaldmælirinn byrjaði í 700 kr. Þar að auki kostaði leigubíllinn 120 kr. á kílómetra.

a Skrifaðu fall fyrir kostnað vinanna, k(x), við að taka leigubíl í x kílómetra.

Tillaga að lausn

$$\underline{\underline{k(x) = 120x + 700}}$$

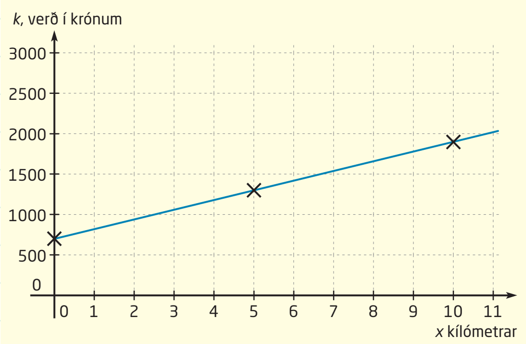
Gjaldmælir er tæki í leigubílum sem sýnir kostnað við að taka leigubíl.

b Teiknaðu graf fallsins k í hnitakerfi.

Tillaga að lausn

Gildistafla:

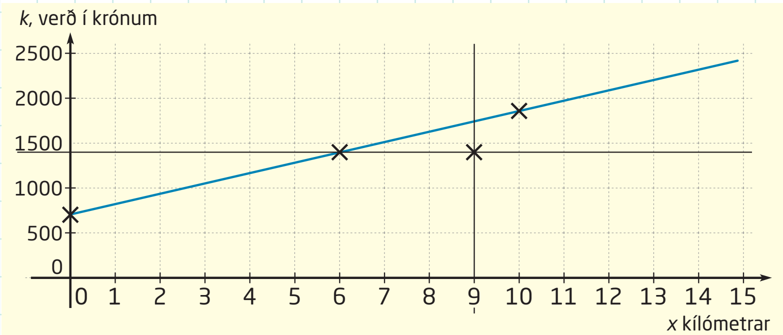
x	$120x + 700$	k
0	$120 \cdot 0 + 700$	700
5	$120 \cdot 5 + 700$	1300
10	$120 \cdot 10 + 700$	1900



c Strætó kostar 350 kr. á mann. Hve langt geta vinirnir fjórir ekið áður en það verður dýrara að taka leigubíl en strætó? Leystu verkefnið bæði með teikningu og reikningi.

Tillaga að lausn

Vinirnir fjórir verða að borga $4 \cdot 350$ kr. = 1400 kr. fyrir strætó.

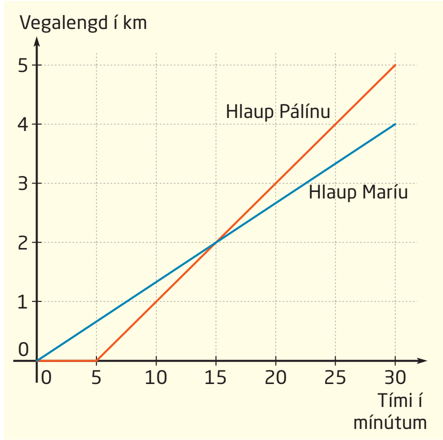


Línan $y = 1400$ er teiknuð inn á grafið. Skurðpunkturinn milli hennar og grafsins k sýnir hve marga km leigubíll hefur ekið þegar verðið nær 1400 kr.

Þá er $x = 6$.

<u>Ef vinirnir þurfa að aka lengra en 6 km borgar sig að taka strætó.</u>

2.14 Gröfin hér til hægri sýna tvær konur sem eiga að hlaupa frá sama stað. Tíminn, sem þær hafa hlaupið, er sýndur á x-ásnum og vegalengdin, sem þær hafa lagt að baki frá byrjunarreit, er sýnd á y-ásnum. Lýstu með orðum því sem gröfin sýna.



2.15 Sonja og Inga planta hvor sínu baunagrasi sama dag. Baunagras Sonju er 14 cm þegar hún setur það niður og það vex um 3,2 cm á hverjum degi. Baunagras Ingu er 22 cm, þegar hún plantar því, og það hækkar um 2,8 cm á dag.

a Gerðu gildistöflu og teiknaðu graf sem sýnir hæðina á baunagrasi Sonju eftir x daga. Hve marga daga tekur það baunagrasið hennar að verða 50 cm á hæð?

b Gerðu gildistöflu og teiknaðu graf sem sýnir hæðina á baunagrasi Ingu eftir x daga í sama hnitakerfi og í a-lið. Hve marga daga tekur það baunagras Ingu að verða 50 cm á hæð?

c Hvort baunagrasið er hærra eftir 10 daga?

d Hvort baunagrasið er hærra eftir 25 daga?

e Eftir hve marga daga eru baunagrösin jafn há?

2.16 Anna ætlar í ferðalag og þarf að koma kettinum sínum fyrir á kattahóteli. Hún kannar verðið og valið stendur milli tveggja valkosta.

a Teiknaðu graf verðsins í kattahóteli Kötu sem fall af fjölda daga í kattahótelinu.

b Teiknaðu í sama hnitakerfi graf verðsins í kattahóteli Kalla sem fall af fjölda daga í kattahótelinu.

c Anna ætlar að vera 4 daga í ferðinni. Hvort kattahótelið á hún að velja?

d Í hve marga daga þarf kötturinn að vera á kattahóteli til að það borgi sig að velja kattahótel Kalla?

e Þú veist ekki hve lengi Anna ætlar að vera í burtu. Hvaða ráð viltu gefa henni um val á kattahóteli?

Gröf og formúlur fyrir beinar línur

Þú hefur séð mörg dæmi um línuleg föll. Í þessum kafla áttu að læra hvernig þú getur fundið jöfnu fyrir línulegt fall á mismunandi vegu. Við notum hér bókstafinn *y* sem heiti á fallinu.

Sýnidæmi 5

Skoðaðu línulega fallið $y = 2x + 1$. Finndu hvað tölurnar 2 og 1 þýða fyrir fallið og grafið.

Tillaga að lausn

Taflan sýnir tengslin milli *x* og *y*.

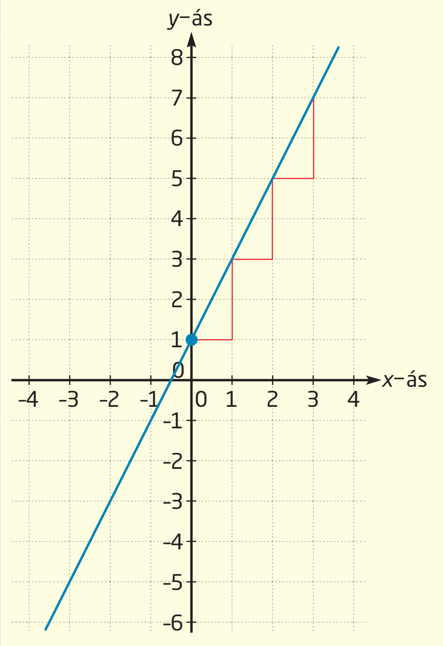
x	0	1	2	3
y	1	3	5	7

y-gildin stækka um 2 í hvert sinn sem *x* stækkar um 1.

Rauðu strikin sýna að *y* stækkar um 2 (lóðrétt) í hvert sinn sem *x* stækkar um 1 (lárétt).

Skurðpunkturinn við *y*-ásinn er (0, 1).

Talan fyrir framan *x* segir til um hvernig *y* breytist þegar *x* stækkar um 1. Þú veist nú þegar að þetta er hallatalan. Fastaliðurinn segir til um skurðpunkt við y-ás.



2.17 Kannaðu línulegu föllin hér á eftir. Búðu til töflu með x-gildunum 0, 1, 2 og 3. Reiknaðu út y-gildin. Finndu hvar línurnar skera y-ásinn. Teiknaðu línurnar í sama hnitakerfi. Notaðu mismunandi liti.

a $y = 4x - 2$

b $y = 4x + 3$

c $y = 2x + 3$

d $y = -2x + 3$

e $y = x$

f $y = -x$

2.18 Í þessu verkefni áttu að nota rúmfræðiforrit.

a Búðu til rennistiku a með gildunum frá −5 til 5.

b Teiknaðu beinu línuna $y = ax + 2$.

c Hreyfðu rennistikuna og lýstu því sem þú sérð. Hvaða þýðingu hefur a fyrir það hvernig línan lítur út í hnitakerfinu?

d Hvað er sameiginlegt með línunum sem koma í ljós þegar rennistikan er hreyfð?

2.19 Í þessu verkefni áttu að nota rúmfræðiforrit.

a Búðu til rennistikuna b með gildunum frá −5 til 5.

b Teiknaðu beinu línuna $y = 2x + b$.

c Hreyfðu rennistikuna til og lýstu því sem þú sérð. Hvaða þýðingu hefur b fyrir hvernig línan lítur út í hnitakerfi?

d Hvað er sameiginlegt með línunum sem koma í ljós þegar rennistikan er hreyfð?

e Hvaða gildi hefur b þegar línan í c-lið sker upphafspunktinn (0, 0)?

Samsíða línur hafa sömu hallatölu.

2.20 Í þessu verkefni áttu að nota rúmfræðiforrit.

a Búðu til rennistikuna a og aðra rennistiku, b, bæði með gildunum frá −5 til 5.

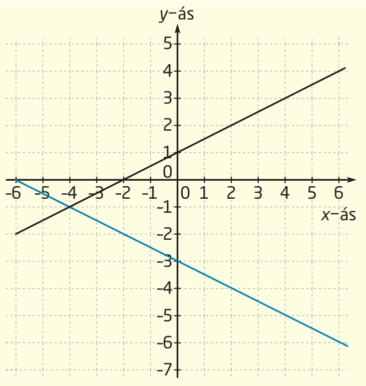
b Teiknaðu beinu línuna $y = ax + b$.

c Hreyfðu fyrst rennistiku a og lýstu því sem þú sérð. Hreyfðu síðan rennistiku b og lýstu því sem þú sérð. Hvaða þýðingu hafa a og b fyrir hvernig línan lítur út í hnitakerfi?

Línuleg föll má alltaf skrifa á forminu

$$y = ax + b$$

Graf línulegs falls er bein lína. Þar sem x er breyta getur hún haft mismunandi gildi en a og b eru fastar, það er að segja eru fastar tölur. Ef $b = 0$ liggur línan gegnum upphafspunktinn (0, 0). Gildi a ákveður hversu brött línan er.



Þegar x stækkar um eina einingu verður nýja y-gildið

$$y = a(x + 1) + b = ax + a + b = (ax + b) + a$$

Línan $y = ax + b$ sker y-ásinn í punktinum (0, b). Hallatalan er a.

y-gildið verður sem sagt a einingum stærra.
Ef a er neikvætt mun y-gildið minnka. Þá liggur línan á ská niður til hægri í hnitakerfinu.

Í hnitakerfinu hér til vinstri hefur bláa línan neikvætt a-gildi og neikvætt b-gildi. Svarta línan hefur jákvætt a-gildi og jákvætt b-gildi.

2.21 Finndu gildi a og b fyrir beinu línurnar í hnitakerfinu til vinstri.

2.22 Skoðaðu jöfnur beinu línanna hér á eftir og segðu til um hallatöluna og skurðpunktinn við y-ásinn. Ef nauðsynlegt er skaltu breyta jöfnunum þannig að þær verði á forminu $y = ax + b$

a $y = 3x - 4$

b $y = -3x + 4$

c $y = \frac{1}{3}x - 3$

d $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

e $x + y = 1$

f $y = \frac{x-4}{2}$

g $3x + y = -2$

h $2y - 6x = 3$

i $\frac{y}{2} = \frac{2x-4}{4}$

j $\frac{2x-y}{3} = 1$

k $8x + 12y - 36 = 0$

l $\frac{3}{y} = \frac{6}{x+1}$

2.23 Teiknaðu línur jafnanna í verkefni 2.22 í hnitakerfi.
Ef nauðsynlegt er skaltu breyta jöfnunum þannig að þær verði á forminu $y = ax + b$.

2.24 Hverjar af jöfnunum hér á eftir er hægt að teikna sem beinar línur í hnitakerfi?

a $y = -x + 1$
b $y = 0{,}2x - 1{,}5$
c $y = 4$
d $y = \frac{1}{3x + 5}$
e $y = 3x - 1$
f $3x - 5y = \frac{1}{8}$

2.25 Hverjar af beinu línunum, sem jöfnurnar hér á eftir tákna, hafa sömu hallatölu?

a $y = -3x + 1$
b $y = 3x + 1$
c $y = 1 - 3x$
d $y + 3x = 4$
e $6x - 2y = 1$
f $y - 3x = 2$
g $3y - x = 1$
h $y = \frac{5 - 6x}{2}$
i $\frac{y}{2} = -6x + 1$

j Notaðu rúmfræðiforrit. Teiknaðu öll gröfin í a–i og athugaðu hvort svör þín voru rétt.

2.26 Hverjar af beinu línunum, sem þessar jöfnur tákna, hafa sama fastalið?

a $y = -3x + 1$
b $y = 3x - 1$
c $y = 1 - 3x$
d $4y + 3x = 4$
e $6x - 2y = 6$
f $y - 5x = 5$
g $0{,}3y - x = 0{,}3$
h $y = \frac{2 - 6x}{2}$
i $-6x + \frac{1}{2}$

j Notaðu rúmfræðiforrit. Teiknaðu öll gröfin í a–i og athugaðu hvort svör þín voru rétt.

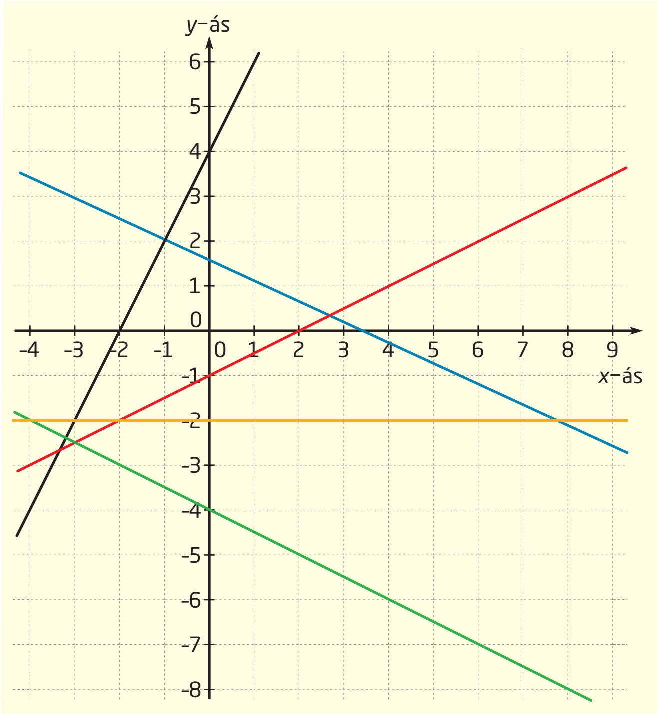
2.27 Hverjar af beinu línunum, sem þessar jöfnur tákna, eru samsíða?

a $y = 3x + 4$
b $y = -x + 3$
c $x + y = 4$
d $y - x = 3$
e $3x + 3y = 2$
f $-x = y + 4$

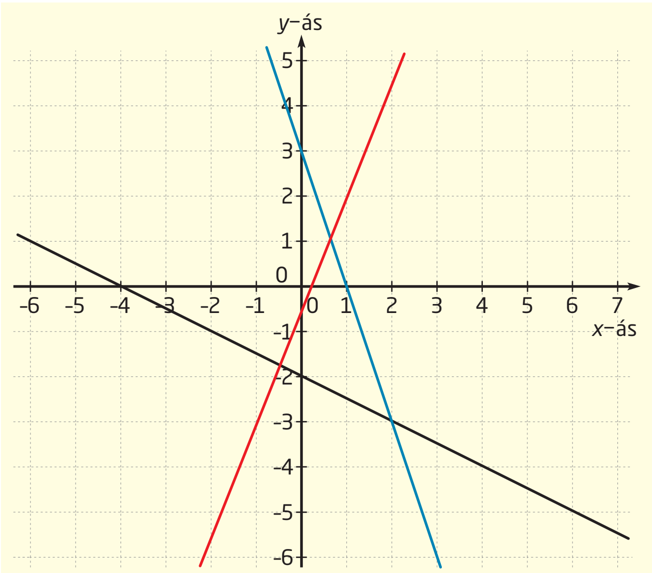
g Notaðu rúmfræðiforrit. Teiknaðu öll gröfin í a–f og athugaðu hvort svör þín voru rétt.

2.28 **a** Fylltu inn í eyðurnar í setningunni hér á eftir með orðunum *svarta, bláa, gula, rauða, græna* og með orðunum *jákvæða* og *neikvæða*. Búðu til eina setningu fyrir hverja línu.

________ línan hefur ________ hallatölu og ________ fasta.



b Hver af línunum hér fyrir neðan hefur jöfnuna $y = -\frac{1}{2}x - 2$?

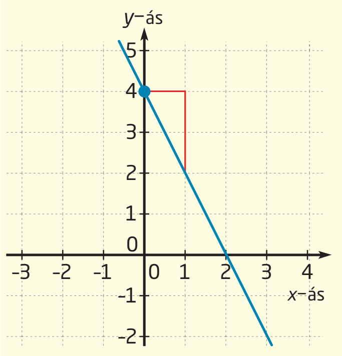


Það er aðeins ein bein lína sem liggur gegnum tvo gefna punkta. Ef þú veist að tveir tilteknir punktar eru á beinni línu getur þú fundið jöfnu línunnar.

Sýnidæmi 6

Finndu jöfnu línunnar á myndinni til hægri.

Tillaga að lausn



Við vitum að allar beinar línur má skrifa á forminu

$y = ax + b$

Á myndinni getum við séð að línan sker y-ásinn í punktinum (0, 4).

Það þýðir að $b = 4$ og línan er á forminu

$y = ax + 4$

Við finnum hallatöluna a með því að finna breytinguna á y-gildinu þegar x stækkar um eina einingu.

Sama hvaða punkt þú velur sem byrjunarpunkt − þú sérð að y-gildið lækkar um 2 einingar þegar x-gildið stækkar um 1 einingu.

Það þýðir að $a = -2$.

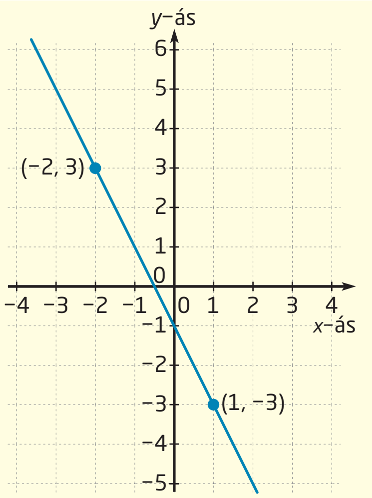
Jafna línunnar er $\underline{\underline{y = -2x + 4}}$

Sýnidæmi 7

Finndu jöfnu beinnar línu sem liggur gegnum punktana (−2, 3) og (1, −3).

Tillaga að lausn

Teiknaðu punktana og línuna í hnitakerfi eins og á myndinni.



Jafna línunnar er á forminu $y = ax + b$ þar sem a er hallatalan og b er gildi skurðpunkts línunnar við y-ásinn.

Grafið sýnir að línan sker y-ásinn í (0, −1). Þess vegna er $b = -1$.

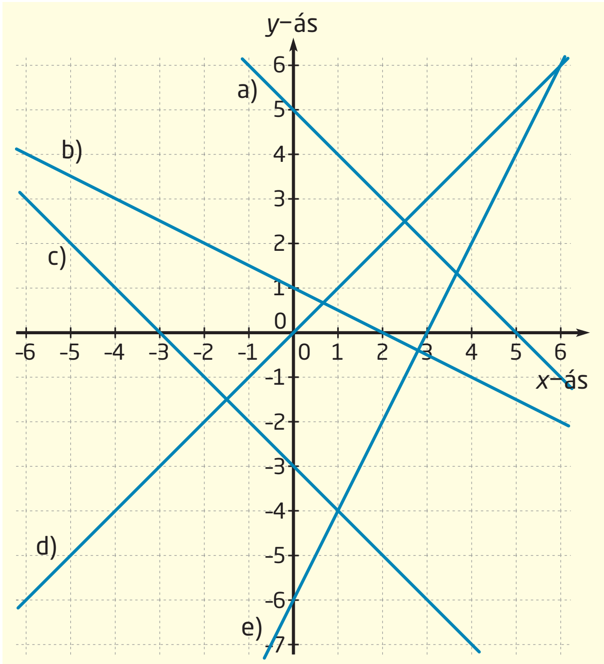
Hallatalan er breytingin sem y-gildið tekur deilt með breytingunni sem x-gildið tekur milli þessara tveggja uppgefnu punkta:

$$a = \frac{(-3 - 3)}{(1 - (-2))} = -2$$

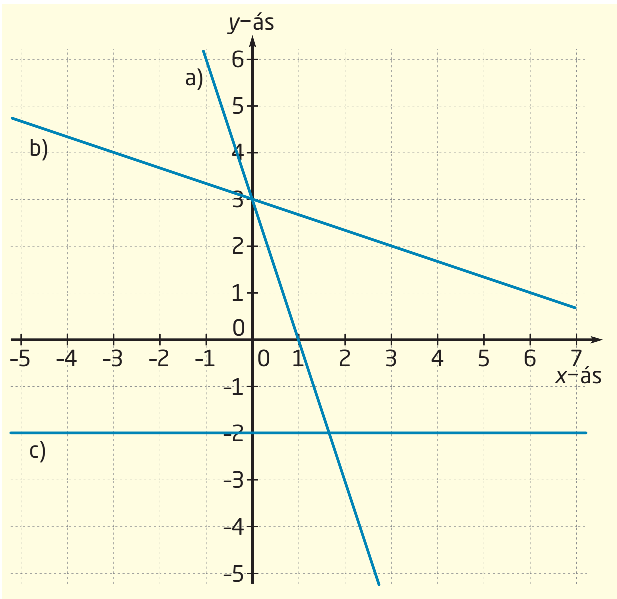
Jafna línunnar er: $\underline{\underline{y = -2x - 1}}$

2.29 Finndu jöfnur línanna hér fyrir neðan.

a



b



2.30 Finndu jöfnur línanna gegnum eftirfarandi punkta, bæði með teikningu og reikningi.

a (1, 1) og (4, 4)

b (−1, 3) og (0, 2)

c (2, 5) og (7, 15)

d (2, 4) og (4, 5)

Sýnidæmi 8

Segðu til um hvort punktarnir $(-3, -1)$ og $(3, 10)$ liggja á línunni $y = 2x + 5$.

Tillaga að lausn

Ef $x = -3$ er sett inn í jöfnu línunnar fæst: $y = 2 \cdot (-3) + 5 = -6 + 5 = -1$.

Punkturinn $(-3, -1)$ liggur á línunni.

Ef $x = 3$ er sett inn í jöfnu línunnar fæst: $y = 2 \cdot 3 + 5 = 6 + 5 = 11$.

Punkturinn $(3, 10)$ liggur ekki á línunni.

2.31 Hverjir af eftirfarandi punktum liggja á línunni $y = -\frac{1}{4}x + 3$?

a $(-4, 4)$ **c** $(3, 0)$ **e** $(400, -97)$

b $(0, \frac{1}{4})$ **d** $(0, 3)$ **f** $(-20, 8)$

2.32 Hverjir af eftirfarandi punktum liggja á línunni $y = 6x + 1$?

a $(-3, -19)$ **c** $(10, 60)$ **e** $(5, 31)$

b $(-1, -5)$ **d** $(0, 0)$ **f** $(a + 1, 6a + 7)$

2.33 Hverjir af eftirfarandi punktum liggja á línunni?

a $(-3, 4)$

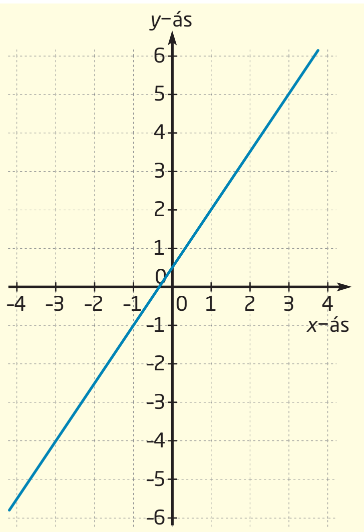
b $(0, 0)$

c $(2, 3)$

d $(3, 5)$

e $(7, 11)$

f $(-5, -7)$



2.34 Búðu til hnitakerfi þar sem einingin er 1 cm á báðum ásum.

a Merktu punktana $(-3, -5)$, $(1, -1)$ og $(8, 7)$ í hnitakerfið.

b Finndu að minnsta kosti tvær aðferðir til að kanna hvort punktarnir þrír í a-lið liggja á sömu beinu línunni. Hvað kom í ljós?

2.35 Segðu til um hvort punktarnir liggja á sömu beinu línunni.

a $(-1, 2)$, $(1, 0)$, $(3, -2)$

b $(10, 15)$, $(-2, -3)$, $(0, 0)$

2.36 Segðu til um hvort punktarnir liggja á sömu beinu línunni:

a $(5, 13)$, $(10, 23)$ og $(100, 230)$

b $(-2, 8)$, $(0, -2)$ og $(10, -52)$

c $(4, -6)$, $(18, -6)$ og $(-6, -6)$

- með því að teikna punktana í hnitakerfi og mæla með reglustiku
- með því að finna hallatöluna milli tveggja punkta í senn og athuga hvort þú færð sama svar
- með því að finna jöfnu línu gegnum tvo af punktunum og athuga hvort hnit síðasta punktsins passa inn í jöfnuna

2.37 **a** Merktu punktana $(-4, 2)$ og $(2, -4)$ í hnitakerfi og dragðu beinu línuna gegnum punktana.

b Punktur á línunni í a-lið hefur x-hnitið 15. Hvert er y-hnitið?

c Punktur á línunni hefur y-hnitið -70. Hvert er x-hnitið?

2.38 Jens kaupir einn blýant og fimm strokleður. Hann borgar 1000 kr.

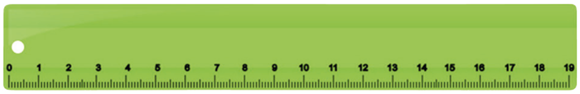
Kristján kaupir einnig einn blýant og þrjú sams konar strokleður. Hann borgar 700 kr.

a Teiknaðu graf sem sýnir verðið y fyrir einn blýant og x strokleður.

b Inga kaupir einn sams konar blýant og Jens. Þar að auki kaupir hún 8 strokleður. Hún borgar 1410 kr. Getur hún hafa keypt sams konar strokleður og Kristján og Jens keyptu?

Rökstyddu svarið.

Þrír á beinni línu



Spilið er fyrir tvo og tvo nemendur.

Þið þurfið

- tvo teninga (með tölunum 1–20) eða fjóra teninga, tvo og tvo í sama lit
- reglustiku
- rúðustrikað blað með hnitakerfi

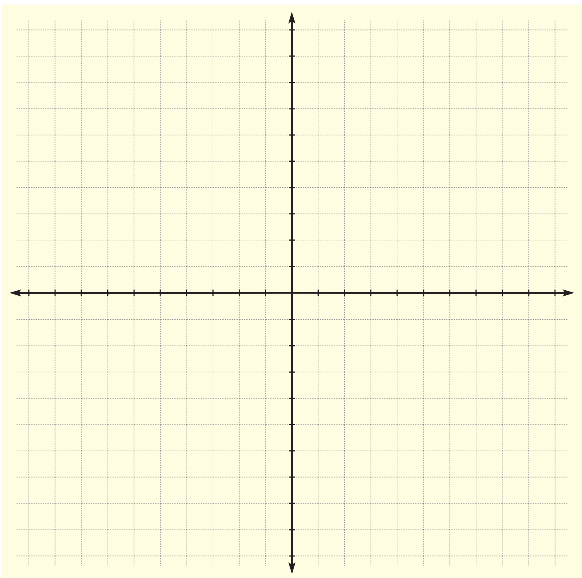
Aðferð

1 Leikmaður 1 kastar teningunum. Ef notaðir eru fjórir teningar þarf leikmaðurinn að leggja saman tölurnar á teningunum sem hafa sama lit. Að öðrum kosti eru tölurnar, sem upp koma, notaðar beint. Tölurnar tvær tákna hnit punkts. Leikmaðurinn merkir punktinn í hnitakerfið.

2 Leikmaður 2 kastar teningunum og merkir sinn punkt í hnitakerfið.

3 Þannig halda þeir áfram að kasta teningunum og merkja punktana sína í hnitakerfið.

4 Sá vinnur sem er á undan að fá þrjá punkta sem liggja á beinni línu. Til að vinna verður leikmaðurinn að geta reiknað út jöfnu beinu línunnar.



Þú finnur jöfnu beinu línunnar með því að reikna út hallatöluna. Því næst setur þú x-gildi og y-gildi inn í jöfnuna til að finna fastann.

Hlutfallsstærðir

Hlutfallsstærðir eru stærðir sem breytast í sömu hlutföllum. Ef önnur tvöfaldast þá tvöfaldast hin. Ef önnur verður helmingi minni verður hin einnig helmingi minni og þannig áfram. Þá er sagt að tölurnar standi í réttu hlutfalli hvor við aðra.

Sýnidæmi 9

Lúðvík vinnur sem aðstoðarmaður á barnaheimili. Hann fær 1250 kr. á klukkustund. Láttu y tákna laun Lúðvíks sem hann fær fyrir að vinna x klukkustundir á barnaheimilinu.

a Skrifaðu upp stæðu fyrir y sem fall af x.

b Búðu til töflu sem sýnir launin þegar Lúðvík hefur unnið 5, 10, 15 og 20 klukkustundir. Gerðu einnig röð í töfluna þar sem þú reiknar út $\frac{y}{x}$. Hvað þýðir sú stæða?

c Teiknaðu grafið y sem fall af x.

Tvær stærðir x og y eru í réttu hlutfalli hvor við aðra ef $\frac{y}{x}$ er fasti. $a = \frac{y}{x}$ kallast hlutfallsfasti eða hlutfallsstuðull.

Tillaga að lausn

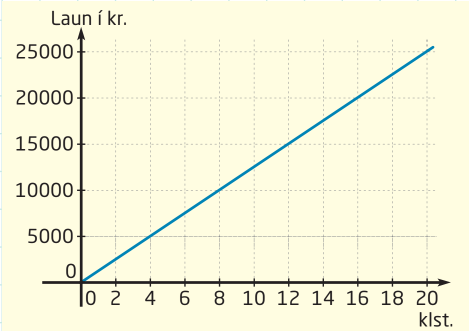
a Fallið er $y = 1250x$
x táknar fjölda klukkustunda og y táknar launin í krónum.

b

x	5	10	15	20
y	6250	12500	18750	25000
$\frac{y}{x}$	1250	1250	1250	1250

$\frac{y}{x}$ eru launin deilt með klst., það er að segja tímalaun Lúðvíks.

c



Tvær stærðir x og y eru í réttu hlutfalli hvor við aðra ef grafið y er bein lína sem liggur gegnum upphafspunktinn (0, 0).

2.39 Kári tínir krækiber í landi afa í sveitinni. Hann fær 300 kr. fyrir hvert box sem hann fyllir. Láttu x tákna þann fjölda boxa, sem Kári fyllir, og y tákna launin sem hann fær fyrir vikið.

a Skrifaðu fall fyrir laun Kára þegar hann hefur tínt x box af krækiberjum.

b Teiknaðu grafið y í hnitakerfi.

c Kannaðu hvort x og y eru hlutfallsstærðir.

2.40 Sveinn ekur bíl á jöfnum hraða, 60 km/klst. Láttu v tákna vegalengdina sem hann hefur ekið á k klukkustundum.

a Gerðu töflu sem sýnir hve langt Sveinn hefur ekið eftir 2, 4 og 6 klukkustundir.

b Útskýrðu hvers vegna v og k eru hlutfallsstærðir.

c Skrifaðu fallið v sem fall af k.

d Dag nokkurn ók Sveinn k klukkustundir á hraðanum h km/klst. Daginn eftir ók hann tvöfalt lengur með sama hraða. Hversu miklu lengra kemst hann á öðrum degi?

2.41 Fyrirtæki nokkurt framleiðir vettlinga með bláum og gulum doppum. Vettlingarnir geta haft mismargar doppur en reglan er sú að fjöldi bláu doppanna er alltaf í réttu hlutfalli við fjölda gulu doppanna.

a Eitt vettlingaparið er með tvær gular doppur og þrjár bláar doppur á hvorum vettlingi. Á öðru pari eru fjórar gular doppur á hvorum vettlingi. Hve margar bláar doppur eru þá á hvorum vettlingi?

b Á öðru vettlingapari eru 15 bláar doppur á hvorum vettlingi. Hve margar gular doppur eru þá á hvorum vettlingi?

c Búðu til formúlu sem sýnir hve margar bláar doppur eru á hvorum vettlingi þegar þú veist hve margar gular doppur eru á hvorum vettlingi.

d Búðu til formúlu sem sýnir hve margar gular doppur eru á hvorum vettlingi þegar þú veist hve margar bláar doppur eru á hvorum vettlingi.

e Teiknaðu gröf formúlnanna í c-lið og d-lið í sama hnitakerfi. Hvað er líkt og hvað er ólíkt með þessum gröfum?

2.42 Egg vegur 120 g. Tvö egg vega 240 g. Fjögur egg vega 500 g.
Er fjöldi eggjanna í réttu hlutfalli við þyngd eggjanna?
Rökstyddu svarið.

2.43 Þrjár safaflöskur kosta 270 kr. Hve mikið kosta fimm safaflöskur ef verðið er í réttu hlutfalli við fjölda flaskna?

2.44 Hnetupoki, sem vegur 120 g, kostar 400 kr. Annar poki vegur 150 g og kostar 500 kr.

a Sýndu fram á að verðið á hnetunum sé í réttu hlutfalli við þyngdina.

b Hve mikið kostar hnetupoki sem vegur 180 g?

c Teiknaðu graf sem sýnir verðið á hnetunum sem fall af þyngdinni.

2.45 Uppskriftin til hægri er að 12 vöfflum.

Magnið, þyngdin og málin á öllu efni í vöfflurnar eru í réttu hlutfalli við fjölda vafflanna.

a Skrifaðu uppskriftina að 6 vöfflum.

b Skrifaðu uppskriftina að 30 vöfflum.

c Láttu y tákna mjólkurmagnið í desilítrum sem þarf í x vöfflur. Skrifaðu jöfnu þar sem y er fall af x.

d Hve margar vöfflur getur þú fengið úr þessari uppskrift ef þú notar 2 lítra af mjólk?

Vöffluuppskrift

- 2 egg
- 1 dl sykur
- 1 tsk. lyftiduft
- 1 tsk. vanillusykur
- $\frac{1}{2}$ tsk. kardemommur
- 6 dl mjólk
- $\frac{1}{2}$ dl hafragrjón eða haframjöl
- 5 dl hveiti
- 100 g brætt smjör

2.46 Rétt eða rangt? Alltaf eða stundum?

A
Hæð og þyngd eru hlutfallsstærðir hjá mönnum.

C
Hæð manneskju stendur í réttu hlutfalli við aldur hennar.

E
Laun og tímafjöldi, sem manneskja vinnur, eru hlutfallsstærðir.

B
x og y eru hlutfallsstærðir ef x er alltaf þrefalt y.

D
Stærðfræðieinkunn nemanda er í réttu hlutfalli við þann tímafjölda sem nemandinn vinnur heimavinnuna sína.

Sýnidæmi 10

Dag einn í febrúar 2015 var gengi dönsku krónunnar (DKK) 20 ISK. Verðið á dönsku krónunni er í beinu hlutfalli við þann fjölda króna sem keypt er.

a Búðu til formúlu fyrir verðið y í íslenskum krónum fyrir x danskar krónur.

b Teiknaðu graf sem sýnir tengslin milli DKK og ISK. Láttu DKK vera á x-ásnum.

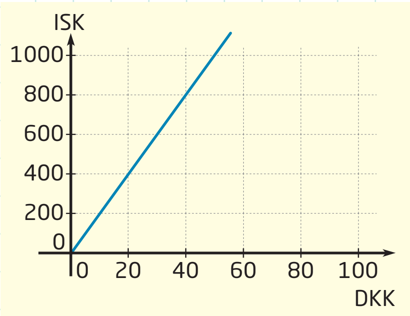
c Veldu tvo punkta á grafinu. Notaðu þá til að reikna út hallatöluna. Sýndu að hún og hlutfallsstuðullinn í formúlunni í a-lið er sama talan.

Tillaga að lausn

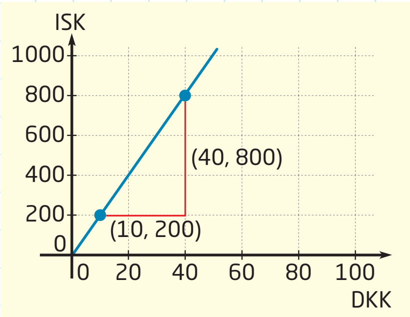
a Þú þarft að margfalda fjölda DKK með 20 til að fá verðið í ISK.

Formúlan er $\underline{\underline{y = 20x}}$

b



c



Veldu punktana (10, 200) og (40, 800). Hallatalan er mismunur á y-gildunum deilt með mismuninum á x-gildunum, þannig:

$$a = \frac{800 - 200}{40 - 10} = \frac{600}{30} = \underline{\underline{20}}$$

Hlutfallsstuðullinn og hallatalan eru sama talan, nefnilega verðið á einni danskri krónu.

2.47 Hverjir nemendanna hafa rétt fyrir sér?

2.48 Dönsk króna, DKK, kostaði 20 ÍSK.

Taflan hér á eftir sýnir verðið á 10 dönskum krónum og 30 dönskum krónum.

DKK	10	30
ÍSK	200	600

Um hlutfallsstærðir gildir að þegar önnur tvöfaldast þá tvöfaldast hin og þegar önnur þrefaldast þá þrefaldast hin.

a Finndu hlutfallið milli verðsins á 30 DKK og 10 DKK.

b Reiknaðu út verðið á 20 DKK með því að nota verðið á 10 DKK.

c Útskýrðu hvernig þú getur notað verðið á 30 DKK til að finna verðið á 15 DKK og 90 DKK.

d Skrifaðu setningu um hlutfallsstærðir.

2.49 Einn daginn í febrúar 2015 kostaði ein evra 150 ISK.

a Búðu til formúlu fyrir verðið y í ISK fyrir x evrur.

b Notaðu rúmfræðiforrit og teiknaðu grafið y sem fall af x.

c Kannaðu með reikningi hvort hallatala grafsins í b-lið er rétt.

d Útskýrðu hvernig grafið sýnir að x og y eru hlutfallsstærðir.

2.50 Stærðirnar x og y eru í réttu hlutfalli hvor við aðra. Finndu formúlu sem sýnir tengslin milli x og y í verkefnunum hér á eftir.

a Þegar $x = 4$ er $y = 12$.

b Þegar $x = 10$ er $y = 5$.

c Þegar $x = 8$ er $y = 6$.

2.51 Tvær stærðir, x og y, standa í réttu hlutfalli hvor við aðra. Eru eftirfarandi fullyrðingar sannar eða ósannar?

1 Þegar x er helmingað þá helmingast y.

2 Þegar x stækkar um 2 þá stækkar y um 2.

3 Ef þú deilir í x-gildi með samsvarandi y-gildi færðu alltaf sama svar.

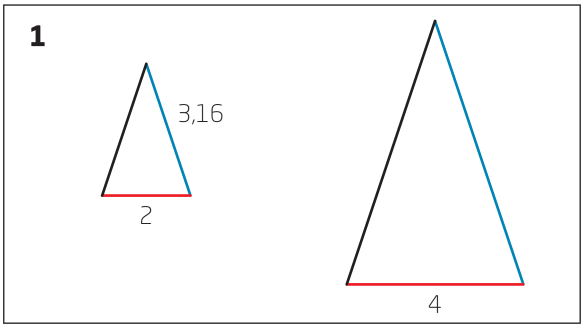
4 Ef þú margfaldar x-gildi með samsvarandi y-gildi færðu alltaf sama svar.

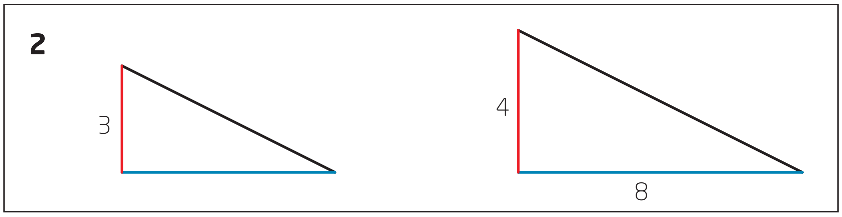
5 Grafið, sem sýnir tengslin milli x og y, er bein lína gegnum upphafspunktinn (0, 0).

2.52 Í þríhyrningunum hér fyrir neðan eru lengdir hliðanna, sem merktar eru með rauðum lit, í réttu hlutfalli við lengdir hliðanna með bláum lit.

Láttu x tákna lengdir hliðanna í minni þríhyrningnum en y tákna lengdir hliðanna í stærri þríhyrningnum.

Skrifaðu y sem fall af x í hvoru verkefnanna 1 og 2.





2.53 Hverjar af eftirfarandi stærðum eru hlutfallsstærðir?

a Ummál fernings og hliðarlengd ferningsins.

b Vöruverð í íslenskum krónum og verðið á sömu vöru í evrum.

c Verðið á hnetupoka og þyngd hans.

Empírísk og ólínuleg föll

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

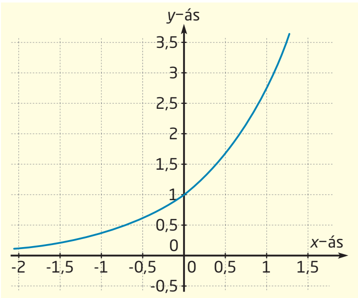
- lýsa og bera kennsl á föll
- búa til og nota töflur með upplýsingum, sem byggjast á reynslu og tilraunum, til að teikna föll í hnitakerfi
- lýsa aðstæðum úr daglegu lífi með föllum

Empírísk föll eru föll sem byggjast á reynslu, athugunum eða tilraunum.

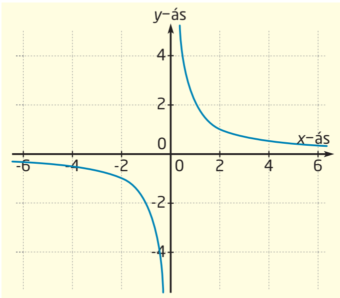
Hingað til hefur þú fengist við föll sem hægt er að sýna með beinum línum í hnitakerfi. Það eru einföldustu föllin sem hægt er að lýsa með formúlum. Gröf annarra tegunda falla geta litið allt öðruvísi út. En til þess að graf sé fall getur aðeins verið eitt fallgildi fyrir hvert gildi á breytunni.

Þetta eru föll:

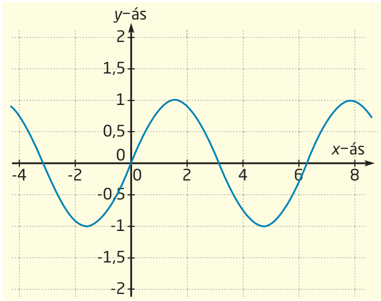
1



2

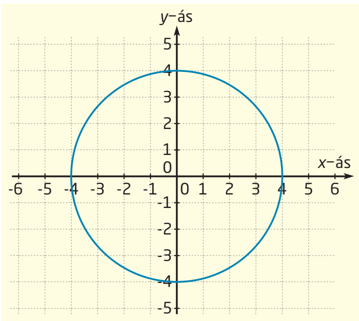


3

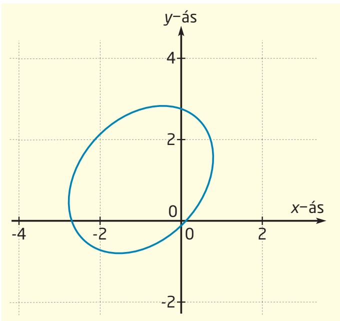


Þetta eru ekki föll:

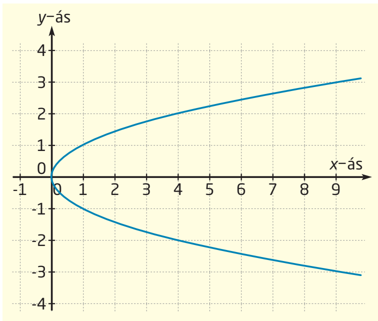
4



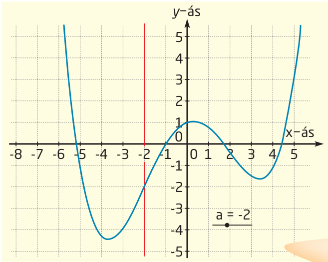
5



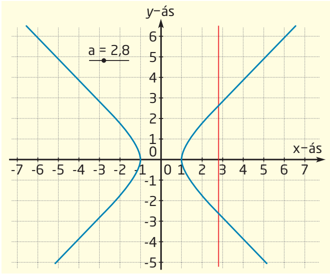
6



Með rúmfræðiforriti getur þú flutt lóðréttu línuna $x = a$ til vinstri og hægri. Þú sérð að línan sker grafið aðeins í einum punkti. Grafið er fall.



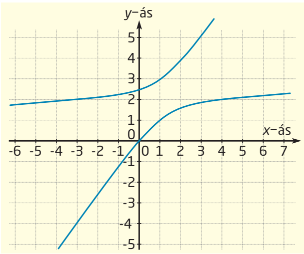
Með rúmfræðiforriti getur þú flutt rauðu línuna $x = a$ til vinstri og hægri. Þú sérð að línan sker grafið í tveimur punktum. Grafið er ekki fall.



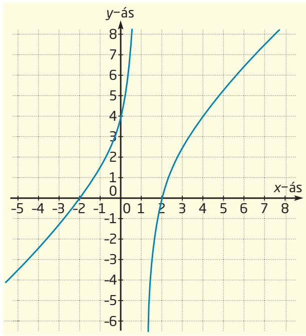
Þú getur fundið út hvort graf er fall með því að athuga hvort allar lóðréttar línur skera grafið aðeins í einum punkti.

2.54 Segðu til um hvort gröfin hér á eftir eru föll.

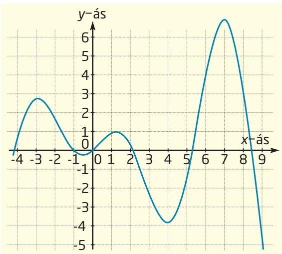
a



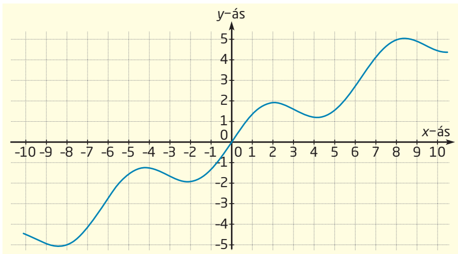
c



b



d



2.55 Hverjar af þessum setningum lýsa föllum?

a *y*-gildið finnst með því að deila í *x*-gildið með 2.

b *y*-gildið í öðru veldi er *x* gildið í öðru veldi plús 10.

c *y*-gildið er 8 deilt með *x*-gildinu.

2.56 Teiknaðu graf sem er fall og graf sem er ekki fall.
Útskýrðu hvers vegna gröfin, sem þú teiknar, eru rétt.

Föll úr raunveruleikanum

Empírísk gögn eru gögn sem fengin eru úr tilraunum eða með athugunum.

Föll geta sýnt tengsl sem finna má í hinu daglega lífi. Sem dæmi má nefna hitastig sem fall af tíma eða inneign á bankareikningnum sem fall af tíma. Líkamsástand manns er fall af súrefnisinntöku í líkamann. Föll, sem lýst er með niðurstöðum mælinga eða athugana, kallast empírísk föll. Mælitölurnar eða málin kallast empírísk gögn.

Sýnidæmi 11

Taflan hér fyrir neðan sýnir meðalhitann á mánuði á stað nokkrum í eitt ár. Í efri röðinni eru mánuðirnir tölusettir frá 1 til 12. Í neðri röð er meðalhitinn skráður í gráðum.

Mán.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Hitastig	−7,2	−7,1	−2,3	2,8	9,4	14,1	15,2	13,9	9,3	4,7	−1,5	−5,7

a Teiknaðu gildin í töflunni í hnitakerfi. Merktu mánuðina á x-ásinn og hitastigið á y-ásinn.
Notaðu grafið til að segja frá því hvernig meðalhitinn breyttist á einu ári.

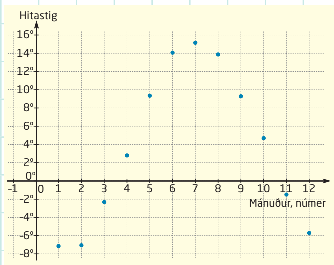
b Víkkaðu grafið út þannig að það sýni hitastigið í tvö ár.
Teiknaðu graf sem passar við punktana í töflunni.

c Lestu hæsta og lægsta hitastigið af grafinu og finndu í hvaða mánuði þau verða.

d Notaðu grafið til að finna um það bil hvenær hitastigið er 0 °C.

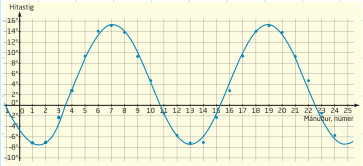
Tillaga að lausn

a



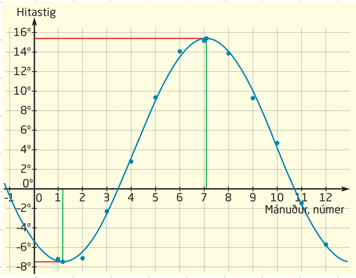
Grafið sýnir að meðalhitastigið hækkar frá janúar til júlí og lækkar frá júlí til desember.

Við sjáum að grafið er vaxandi (liggur upp á við) þegar y-gildin stækka og minnkandi (liggur niður á við) þegar y-gildin lækka.

b 

Gildin á x-ásnum eru mánuðirnir tölusettir frá janúar fyrra árið. Mánuður nr. 13 er janúar seinna ársins, mánuður nr. 14 er febrúar seinna ársins og svo framvegis.

Hitastigsferillinn endurtekur sig á hverju ári. Það kallast lotubundið fall. Lota þessa falls er 12 mánuðir.

c 

Rauðu og grænu línurnar á myndinni til vinstri sýna að hæsta hitastigið er um það bil 15,5 °C. Það er í júlí. Lægsta hitastigið er um það bil −7,5 °C. Það er í janúar/febrúar.

d Hitastigið er 0 °C þar sem grafið sker x-ásinn. Það er í punktinum 3,5 og 10,7. Það samsvarar mars/apríl og október/nóvember.

2.57 Taflan hér fyrir neðan sýnir meðaltalshitastigið á mánuði á stað nokkrum eitt árið. Í efri röðinni eru mánuðirnir tölusettir frá 1 til 12. Í neðri röðinni er meðaltalshitastigið í gráðum.

Mán.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Hitastig	−6,6	−5,9	−3,5	1,3	7,0	11,1	13,2	12,4	8,0	4,0	−2,6	−5,1

a Teiknaðu gildin í töflunni í hnitakerfi. Merktu mánuðina á *x*-ásinn og hitastigið á *y*-ásinn.

b Teiknaðu graf sem passar við punktana í töflunni. Lýstu grafinu með orðum. Í hvaða *x*-gildum fer grafið vaxandi og í hvaða *x*-gildum fer það minnkandi?

c Lestu hæsta og lægsta hitastigið af grafinu og finndu í hvaða mánuðum þau eru.

d Notaðu grafið til að finna um það bil hvenær hitastigið er 0 °C.

e Finndu mismuninn á hæsta og lægsta hitastiginu.

2.58 Notaðu netið og finndu meðalhitastigið þar sem þú átt heima. Gerðu verkefni 2.57 með tölum frá heimkynnum þínum.

2.59 Þegar hvasst er finnst manni vera kaldara í veðri en það sem hitamælirinn sýnir. Taflan hér á eftir sýnir hitastigið sem líkami þinn finnur eftir því hver vindhraðinn er. Það kallast vindkæling.

Vindur m/sek.	0	1,5	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	13,5	15	16,5	18	19,5	21	22,5	24
Vind-kæling °C	−20	−24,5	−27,5	−29,2	−31	−32	−33	−33,8	−34,6	−35	−35,9	−36,2	−37	−37,1	−38	−38,2	−38,7

Heiti	**Vindhraði**
Logn	0,3−1,5 m/sek.
Andvari	1 m/sek.
Kul	1,6−3,3 m/sek.
Gola	3,4−5,4 m/sek.
Stinningsgola	5,5−7,9 m/sek.
Kaldi	8,0−10,7 m/sek.
Stinningskaldi	10,8−13,8 m/sek.
Alhvass vindur	13,9−17,1 m/sek.
Hvassviðri	17,2−20,7 m/sek.
Stormur	20,8−24,4 m/sek.
Rok	24,5−28,4 m/sek.
Ofsaveður	28,5−32,6 m/sek.
Fárviðri	> 32,7 m/sek.

a Merktu gildin úr töflunni inn í hnitakerfi. Láttu vindhraðann vera á x-ásnum og vindkælinguna á y-ásnum. Dragðu feril milli punktanna.

b Hvenær eykst vindkælingin mest?

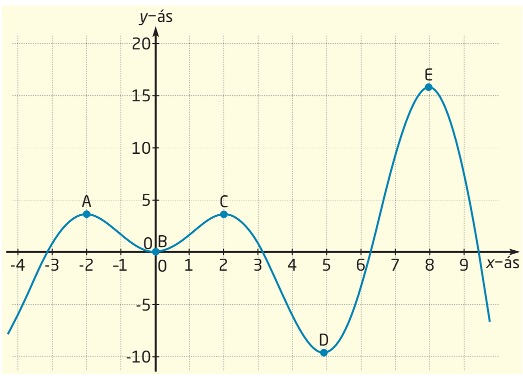
c Þegar vindkælingin er orðin −25 °C getur mann kalið. Notaðu grafið til að finna vindhraðann þegar maður getur fengið kalsár.

d Ef þú ferð úr hita út í kulda getur þig kalið strax eftir 10 mínútur ef vindkælingin er −35 °C eða lægri. Notaðu grafið til að finna vindhraðann þegar þetta getur gerst.

Topppunktur á grafi er punktur sem hefur stærra fallgildi (y-gildi) en allir punktarnir í grenndinni. **Botnpunktur** er punktur sem hefur lægra fallgildi en allir punktarnir í grenndinni.

Sýnidæmi 12

Finndu topp- og botnpunktana á grafi fallsins til hægri.

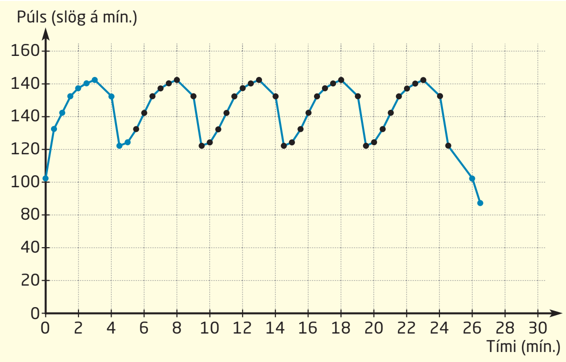


Tillaga að lausn

Á myndinni eru A, C og E topppunktar. B og D eru botnpunktar.

2.60 Heiða hefur æft hlaup. Grafið hér fyrir neðan sýnir púls hennar sem fall af tímanum. Þegar áreynsla er mikil er púlsinn hár.

a Lýstu því hvernig púls Heiðu breyttist á hverri æfingu. Finndu topppunkta og botnpunkta.



b Lýstu æfingu Heiðu.

Ýmis verkefni

Þjálfun og púls

Verkefnið er fyrir tvo og tvo nemendur.

Þið þurfið

- skeiðklukku
- skriffæri og rúðustrikað blað með hnitakerfi

Aðferð

1 Notið skeiðklukku og framkvæmið eina æfingalotu, til dæmis með því að hlaupa upp í móti. Hlaupið í eina mínútu og hvílið ykkur í hálfa mínútu. Endurtakið þetta fimm sinnum. Munið að hita upp í 10 mínútur áður en æfingin hefst. Annað ykkar skráir niður upplýsingar um púlsinn aðra hverja mínútu meðan hinn hleypur.

2 Skiptið um hlutverk eftir 6 lotur.

3 Báðir nemendur gera sitt eigið graf sem lýsir púlsinum sem falli af tímanum. Síðan bera þeir saman gröfin sín. Greinið frá því sem er líkt og því sem er ólíkt.

4 Finnið topppunktana og botnpunktana á gröfunum. Berið saman topppunkt og botnpunkt. Hvað merkja þeir?

Nokkur föll hafa aðeins merkingu út frá ákveðnum gildum á x. Þá getur þú gefið upp þessi leyfilegu gildi á x á mismunandi hátt, t.d. með því að gefa upp talnabil.

Talnabil á talnalínunni geta verið opin (hvorugur endapunktur er talinn með), hálfopin (annar endapunkturinn er með) eða lokuð (báðir endapunktarnir eru með). Þetta er sýnt með því að nota mismunandi sviga, til dæmis þannig:

$\langle -2, 2 \rangle$ er talnabilið frá −2 til 2.

$\langle 1, 5]$ er talnabilið frá 1 til og með 5.

$[0, 100\rangle$ er talnabilið frá og með 0 til 100.

$[10, 50]$ er talnabilið frá og með 10 til og með 50.

Sýnidæmi 13

Sandra ekur rafmagnsvespunni sinni með jöfnum hraða, 30 km/klst.
$= \frac{30}{60}$ km/mín. $= \frac{1}{2}$ km/mín.
= 0,5 km/mín. frá sumarbústaðnum og heim. Vegalengdin er 126 km.

Láttu *v* tákna vegalengdina sem sýnir hve langt hún á eftir þegar liðnar eru *x* mínútur frá því að hún lagði af stað.

a Hvaða gildi getur *x* tekið?

b Hvaða gildi fær *v*?

Tillaga að lausn

a *x* = 0 er minnsta gildið sem *x* getur tekið.

x = 126 km : 0,5 km/mín. = 252 mín. er stærsta gildið sem *x* getur tekið vegna þess að þá er Sandra komin heim.

x-gildin hljóta að vera í talnabilinu [0, 252].

b *v*-gildin geta verið frá 0 til og með 126. Það er að segja að

v-gildin eru á talnabilinu [0, 126].

Sýnidæmi 14

Einar skokkar til að halda sér í góðu formi. Hann skráir hve langt hann skokkar í hvert skipti. Eftir hverja viku reiknar hann út hve langt hann hefur hlaupið samtals frá 1. viku ársins að telja. Hann skokkar þrisvar í hverri viku, 10 km í hvert skipti. Láttu x tákna vikunúmerið og y hve langt hann hefur hlaupið. Hvaða gildi geta x og y tekið?

Tillaga að lausn

Það eru 52 vikur í einu ári.

x-gildin geta verið allar náttúrlegar tölur frá og með 1 til og með 52.

Það má skrifa þannig:

$\underline{\underline{x \in \{1, 2, 3, \ldots, 52\}}}$

Einar byrjar í 1. viku. Hann hleypur 30 km í hverri viku.
Fallið er $y = 30x$ þar sem x táknar vikunúmerið.

y-gildin eru svörin í 30-töflunni frá $1 \cdot 30$ til $52 \cdot 30 = 1560$.
Það má skrifa þannig:

$\underline{\underline{y \in \{1 \cdot 30, 2 \cdot 30, 3 \cdot 30, \ldots, 52 \cdot 30\} = \{30, 60, 90, \ldots, 1560\}}}$

Við notum klemmur, { og }, þegar við teljum upp einstök gildi sem breyta getur tekið. Þessar klemmur kallast oft mengjasvigar. Táknið $\in$ er lesið: er stak í.

2.61 Nína æfir fyrir hjólreiðakeppni. Þjálfunin stendur í 2 klst. eða 120 mínútur. Vegalengdin, sem hún hjólar, v, er gefin sem fall af tímanum, t, frá því hún leggur af stað:

$v = 0{,}55t$

þar sem t er reiknað í mínútum og v í kílómetrum.

Hvaða gildi geta v og t tekið?

2.62 Kjartan kastar bolta upp í loft. Hann tekur tímann frá því hann kastar boltanum þar til hann lendir á jörðinni. Það tekur 3 sekúndur. Hæð boltans, h, yfir jörðu er fall af tímanum, t. Boltinn er 16 metra yfir jörðu þegar mest er.

Segðu til um hvaða gildi h og t geta tekið.

Sýnidæmi 15

Þrjár stelpur stofna hlaupahóp til að fá fleiri unglinga til að halda sér í góðu formi. Þeir sem vilja skrá sig inn í hópinn þurfa að taka þátt í mánudagsþjálfuninni. Þá verða þeir sjálfkrafa meðlimir í hópnum.

Taflan hér fyrir neðan sýnir fjölda meðlima, $n(x)$, í hlaupahópnum eftir x vikur.

***x* (vikur)**	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
***n*(*x*)**	3	5	12	13	17	19	21	27	28	30

Eftir níu vikur var hópurinn orðinn svo stór að stelpurnar vildu ekki bæta fleiri meðlimum við.

a Finndu hvaða gildi x og geta tekið.

Tillaga að lausn

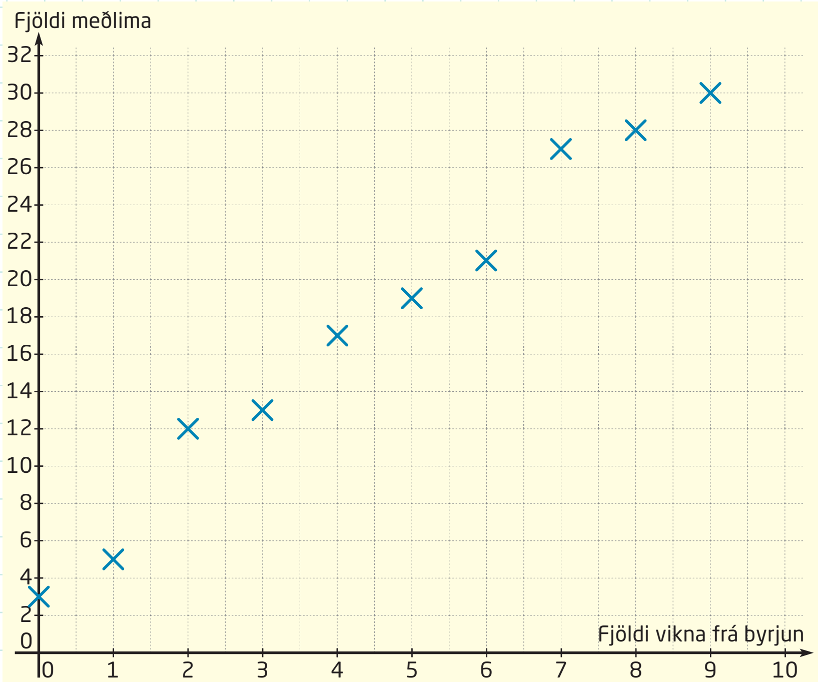
$x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$n(x) \in \{3, 5, 12, 13, 17, 19, 21, 27, 28, 30\}$

b Teiknaðu graf bókstafsins n í hnitakerfi.

Tillaga að lausn

Grafið sýnir hve margir meðlimir eru í hlaupahópnum eftir x vikur.



Þegar grafið inniheldur einstaka punkta kallast það punktarit.

2.63 Í búðinni, þar sem Karl verslar, kostar 1 lítri af fjörmjólk 157 kr. Hann vill reikna út hve mikla peninga hann notar til að kaupa mjólk á einu ári.

a Láttu x tákna fjölda mjólkurlítra sem hann hefur keypt fram að þessu. Skrifaðu fallið p fyrir þá peningaupphæð sem Karl hefur borgað fyrir alla mjólkina sem hann hefur keypt fram að þessu. Hann kaupir einungis fjörmjólk.

b Veldu raunhæf gildi fyrir x og reiknaðu út frá því hvaða gildi p getur tekið.

c Gerðu punktarit sem sýnir hve mikið Karl borgar fyrir x lítra af fjörmjólk.

2.64 Í búðinni, þar sem Svetlana verslaði, seldist nýmjólk í fernum sem rúmuðu $\frac{1}{4}$ l, $\frac{1}{2}$ l og 1 l. Þessar fernur kostuðu 40 kr., 70 kr. og 130 kr. eftir magninu.

a Gerðu töflu yfir hve mikið Svetlana þarf að borga fyrir að kaupa allt mögulegt magn af nýmjólk á talnabilinu [0, 4 l].

b Láttu k vera fallið sem sýnir verð á x l af mjólk. Finndu hvaða gildi x og k geta tekið á talnabilinu [0, 4 l].

c Gerðu punktarit í hnitakerfi fyrir fallið p.

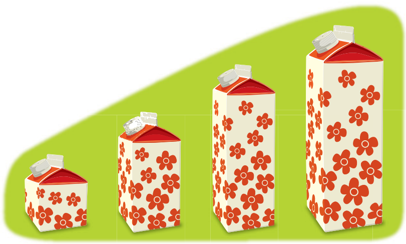
2.65 Hugsaðu þér að mögulegt sé að kaupa mjólk í fernum sem rúma $\frac{1}{4}$ l, $\frac{1}{3}$ l, $\frac{1}{2}$ l og 1 l.

a Finndu mögulegt magn af mjólk milli 0 og 4 l sem fáanlegt er.

b Kannaðu mjólkurverð í mismunandi fernum þar sem fjölskylda þín kaupir mjólk (eða finndu verðið á netinu). Þú velur mjólkurtegundina. Gerðu töflu sem sýnir verðið sem fall af mjólkurmagninu á talnabilinu [0, 4 l].

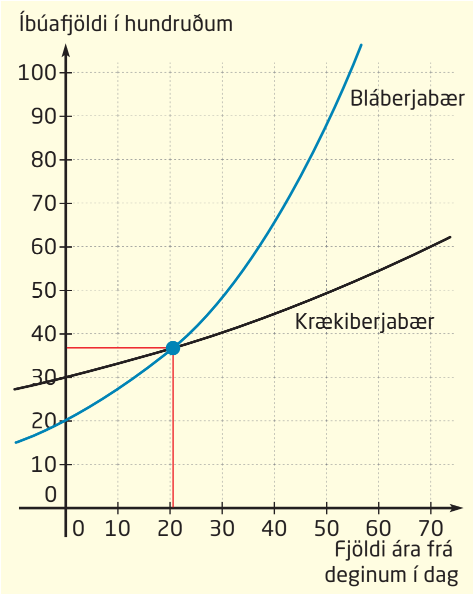
c Gerðu punktarit sem sýnir mjólkurverðið, k, sem fall af mjólkurmagninu á talnabilinu [0, 4 l].

d Finndu hvaða gildi x og k geta tekið á talnabilinu [0, 4 l]. Gerðu lista yfir þau einstöku gildi sem x og k geta tekið.



Þegar gröf tveggja falla eru teiknuð í sama hnitakerfi er hægt að bera saman fallgildin. Þá getum við fundið hvenær þau eru eins og hvenær annað fallgildið er stærra eða minna en hitt.

Gröfin hér fyrir neðan sýna hvernig talið er að íbúafjöldinn í tveimur bæjum þróist. x = 0 merkir íbúafjöldann núna og tölurnar á x-ásnum tákna fjölda ára frá deginum í dag.

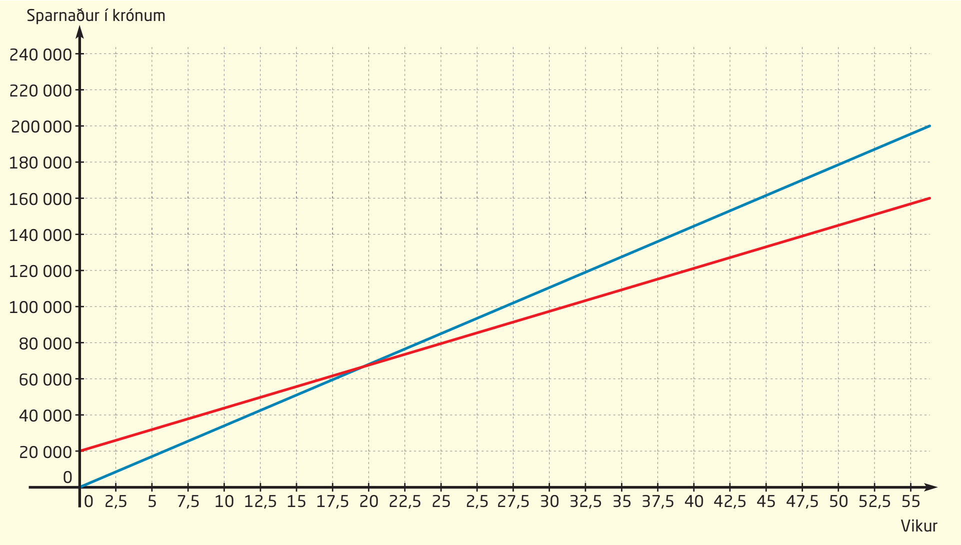


Bláa grafið liggur undir því svarta í byrjun. Það þýðir að fleiri íbúar eru í Krækiberjabæ en í Bláberjabæ. Þegar gröfin skerast eru jafn margir íbúar í þessum bæjum. Þar á eftir eru fleiri íbúar í Bláberjabæ þar sem það graf liggur fyrir ofan hið svarta.

Skurðpunkturinn er um það bil við x = 21 og y = 3700. Það þýðir að ef þróunin fylgir þessum gröfum er íbúafjöldinn sá sami í þessum tveimur bæjum eftir 21 ár. Þá er íbúafjöldinn 3700 manns.

2.66 Hanna og Loftur hafa gert hvort sína sparnaðaráætlun. Bæði ætla að reyna að spara fyrir fartölvu. Hanna leggur fyrir fasta upphæð vikulega og Loftur leggur fyrir helminginn af laununum fyrir að bera út blöð sem hann fær 1. hvers mánaðar. Hanna á þegar 20 000 kr. þegar þau byrja en Loftur á ekkert.

Gröfin hér fyrir neðan sýna peningaeign Hönnu og Lofts í x vikur frá því að þau hófu sparnaðinn.



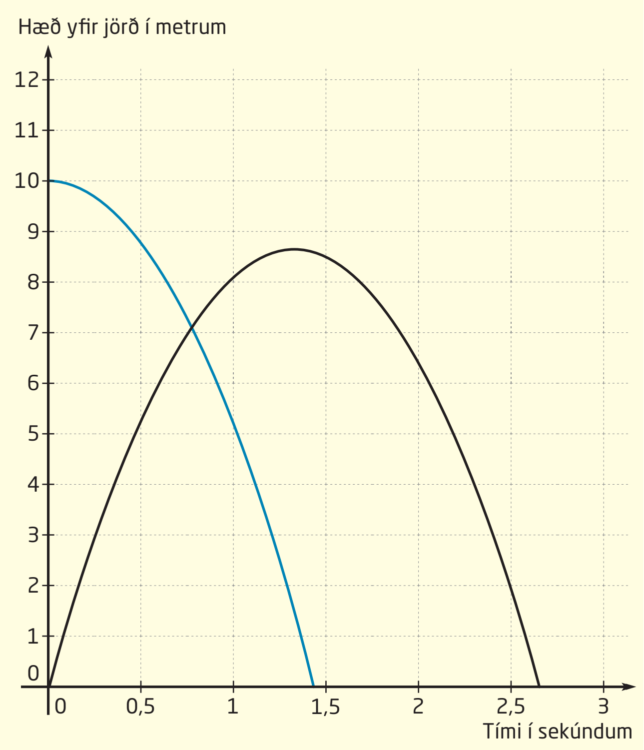
a Hvort grafið tilheyrir Hönnu og hvort tilheyrir Lofti? Rökstyddu svarið.

b Eftir hve margar vikur eiga þau Hanna og Loftur jafn mikinn sparnað?

c Eftir eitt ár ætla þau að kaupa fartölvur.

Hve dýrar tölvur geta þau, hvort um sig, keypt?

2.67 Gröfin hér fyrir neðan sýna hve hátt tveir boltar eru fyrir ofan jörðu *t* sekúndum eftir að þeim var kastað. Öðrum boltanum er kastað frá svölum sem eru í 10 metra hæð yfir jörðu. Hinum boltanum er kastað frá jörðu og beint upp.



a Hvort grafið á við boltann sem kastað er frá svölunum og hvort grafið á við boltann sem kastað er beint upp frá jörðu?

b Hve langur tími hefur liðið þegar boltarnir eru jafn hátt frá jörðu? Í hvaða hæð eru þeir þá?

c Hve hátt frá jörðu komst boltinn sem kastað er frá jörðu? Hvað kallast sá punktur á grafinu?

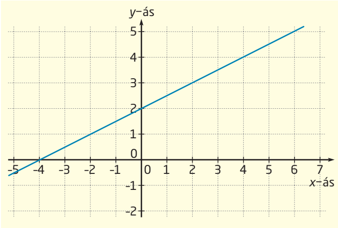
Í stuttu máli

Þú átt að geta	Dæmi	Tillögur að lausnum
þekkt aðstæður úr daglegu lífi sem hægt er að lýsa með línulegum föllum	Bekkjardeild nokkur ætlar í skíðaferð. Nemendurnir taka rútu til skíðasvæðisins. Rútan kostar 30 000 kr. allan daginn. Lyftugjöldin kosta 2000 kr. á mann. Skráðu kostnaðinn K(x) fyrir alla bekkjardeildina þegar nemendurnir eru x talsins.	Kostnaðinum má lýsa með línulegu falli með fastaliðnum 30 000 og breytuliðnum 2000x. $\underline{\underline{K(x) = 2000x + 30\,000}}$
borið kennsl á formúlur fyrir beinar línur	Hverjar af jöfnunum hér á eftir lýsa beinum línum? **a** $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ **b** $y = x^2 - 1$ **c** $x \cdot y = 10$ **d** $6x - 3y = 12$	**a** Lýsir beinni línu með hallatöluna $\frac{1}{2}$ og fastaliðinn $\frac{3}{2}$ **b** Er ekki bein lína vegna þess að í jöfnunni er x^2 **c** Er ekki bein lína vegna þess að $y = \frac{10}{x}$ **d** Þessa jöfnu má skrifa sem $y = 2x - 4$. Hún er jafna beinnar línu með hallatöluna 2 og fastaliðinn −4
fundið formúlur fyrir beinar línur	Finndu formúluna fyrir beinu línuna sem gengur gegnum punktana (1, 0) og (−1, −4)	Hallatala línunnar er $a = \frac{0-(-4)}{1-(-1)} = \frac{0+4}{1+1} = \frac{4}{2} = 2$ Þá er $y = 2x + b$. Set inn (1, 0): $0 = 2 \cdot 1 + b$ $b = -2$ Jafnan er $\underline{\underline{y = 2x - 2}}$

<table>
<tr><th>Þú átt að geta</th><th>Dæmi</th><th>Tillögur að lausnum</th></tr>
<tr><td>búið til gildistöflu og teiknað graf út frá formúlu fyrir beina línu</td><td>Búðu til gildistöflu og teiknaðu graf beinu línunnar

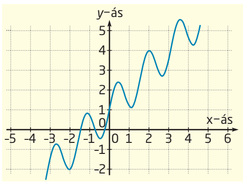
$y = \frac{1}{2}x + 2$</td><td><table><tr><td>x</td><td>−2</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>
Útreikningur á $x = -2$:

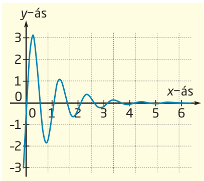
$y = \frac{1}{2} \cdot (-2) + 2 \;= -1 + 2 = 1$

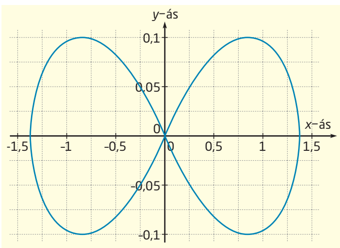

</td></tr>
<tr><td>sagt til um hvort punktur liggur á beinni línu</td><td>Finndu hvort punkturinn (5, 15) liggur á línunni

$y = \frac{1}{5}x + 13$</td><td>x = 5 er sett inn í jöfnuna. Þá fæst
$y = \frac{1}{5} \cdot 5 + 13 = 1 + 13 = 14$

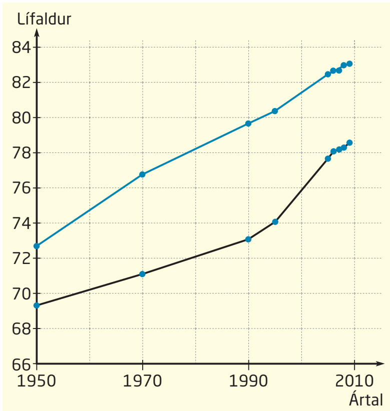
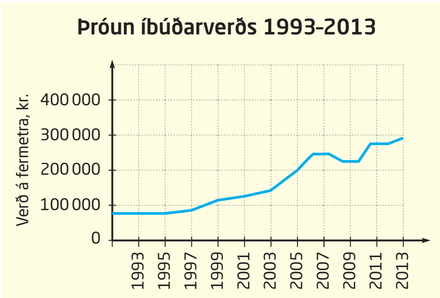
Svarið varð ekki 15 þannig að punkturinn (5, 15) liggur ekki á línunni.</td></tr>
<tr><td>lýst og borið kennsl á föll</td><td>Hver af gröfunum hér á eftir tákna föll?

a 

b 

c 
</td><td>a og b eru föll vegna þess að það er bara eitt y-gildi fyrir hvert x-gildi.

c er ekki fall vegna þess að á nokkrum stöðum eru tvö fallgildi fyrir sama x-gildið.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Þú átt að geta</th><th>Dæmi</th><th>Tillögur að lausnum</th></tr>
<tr>
<td>búið til og notað töflur með empírískum gögnum til að teikna föll í hnitakerfi</td>
<td>Taflan hér á eftir sýnir væntan lífaldur frá 1950 til 2009.
<table>
<tr><th>Ártal</th><th>Karlar</th><th>Konur</th></tr>
<tr><td>1950</td><td>69,3</td><td>72,7</td></tr>
<tr><td>1970</td><td>71,1</td><td>76,8</td></tr>
<tr><td>1990</td><td>73,1</td><td>79,7</td></tr>
<tr><td>1995</td><td>74,4</td><td>80,4</td></tr>
<tr><td>2005</td><td>77,7</td><td>82,5</td></tr>
<tr><td>2006</td><td>78,1</td><td>82,7</td></tr>
<tr><td>2007</td><td>78,2</td><td>82,7</td></tr>
<tr><td>2008</td><td>78,3</td><td>83,0</td></tr>
<tr><td>2009</td><td>78,6</td><td>83,1</td></tr>
</table>
Settu tölurnar í töflunni fram í hnitakerfi.</td>
<td>Bláa grafið sýnir lífaldur kvenna og svarta grafið lífaldur karla á árunum 1950 til 2009.

</td>
</tr>
<tr>
<td>lýst aðstæðum úr daglegu lífi út frá föllum</td>
<td>Grafið hér á eftir sýnir breytingu á íbúðaverði á Íslandi á tímabilinu 1993 til 2013:
a Finndu topppunkt og botnpunkt á grafinu.


b Lýstu verðþróuninni út frá þessu grafi.</td>
<td>a Topppunktur á grafinu er í (2013, 290 000) og botnpunktur í (1995, 90 000)
b Verðið var nokkuð stöðugt frá 1993 til 1998. Eftir 2004 hækkaði verð allmjög allt til 2007. Þar á eftir fór verð lækkandi til 2010 en frá þeim tíma til 2011 hækkaði verðið mikið. Síðan hefur dregið úr hækkuninni.</td>
</tr>
</table>

Bættu þig!

Línuleg föll – beinar línur

2.68 Skrifaðu föllin hér fyrir neðan með táknum.

a Fallið bætir 4 við töluna.

b Fallið margfaldar töluna með 5 og dregur 8 frá.

c Fallið dregur 8 frá tölunni og margfaldar svarið með 5.

d Fallið deilir í töluna með 4.

2.69 Lýstu föllunum hér á eftir með orðum.

a $f(x) = 3x + 1$

b $g(x) = x^2$

c $h(x) = (10 - x) \cdot 3$

d $y = -2x + 7$

2.70 Körfuboltaverksmiðja hefur reiknað út að fastur kostnaður við framleiðsluna sé 200 000 kr. Þar að auki er 2500 kr. kostnaður á hvern bolta.

a Skrifaðu fallið K(x) sem sýnir hve mikið kostar að framleiða x körfubolta.

b Hver er hallatalan og hver er fastaliðurinn í fallinu í a-lið? Hvað þýðir þetta í raunveruleikanum?

c Teiknaðu grafið yfir kostnaðinn við körfuboltaframleiðsluna í hnitakerfi.

d Notaðu grafið til að reikna út kostnaðinn við að framleiða 100 körfubolta.

e Reiknaðu út hve mikið verksmiðjan þarf að selja hvern körfubolta á til að hagnast um 5000 kr. á hverjum seldum bolta þegar framleiddir eru 100 boltar.

2.71 Verð á tiltekinni vöru hækkar á hverju ári. Fallið

$$y = 11x + 150$$

sýnir verðið á vörunni í x ár frá deginum í dag. x-gildin eiga að vera á talnabilinu [0, 10].

a Teiknaðu grafið y í hnitakerfi.

b Finndu hvaða gildi y getur tekið.

c Hvað kostar varan í dag?

d Hve mörg ár líða þar til varan kostar 50% meira en hún kostar í dag?

2.72 Meðlimum í tómstundaklúbbi hefur fækkað jafn mikið á hverju ári síðustu átta árin. Fyrir átta árum voru meðlimirnir 450 en í dag eru þeir 290. Láttu x tákna fjölda ára eftir að meðlimafjöldinn var 450. Láttu y tákna meðlimafjöldann eftir x ár.

a Skrifaðu formúlu fyrir y sem fall af x.

b Hvað táknar hallatalan og fastaliðurinn í fallinu í a-lið?

c Hver verður meðlimafjöldinn eftir fimm ár ef sama þróun heldur áfram?

Stjórn klúbbsins hefur ákveðið að leggja klúbbinn niður ef meðlimirnir verða færri en 100.

d Hve mörg ár mun það taka ef þessi neikvæða þróun heldur áfram?

2.73 Pétur stundar æfingar til að geta hoppað upp á pall sem er 110 cm hár. Hann æfir á hverjum degi með því að hækka æfingapallinn. Þegar hann byrjar tekst honum að hoppa 86 cm. Hann hækkar æfingapallinn um 3 cm í hverri viku. Láttu x tákna fjölda vikna frá því hann byrjar að þjálfa og y tákna hæðina sem hann hoppar.

a Skrifaðu formúlu fyrir y sem fall af x.

b Hve margar vikur tekur það Pétur að ná markmiði sínu ef honum tekst að fylgja prógramminu?

c Eftir 4 vikur tekst Pétri ekki að bæta 3 cm við. Hann ákveður þess vegna að bæta 2 cm við á viku frá og með fimmtu viku. Þá mun fallið fyrir hæðina, sem hann hoppar, breytast.

Finndu nýja fallið y_2 fyrir hve hátt Pétur hoppar þegar x er stærra en 5.

d Teiknaðu gröfin y og y_2 í sama hnitakerfi.

e Hvenær tekst Pétri að ná markmiði sínu? Notaðu gröfin í d-lið til að segja til um hve langan tíma það tekur.

2.74 Alexander og Elena ætla í kapphlaup. Þar sem Alexander er einu ári eldri á Elena að fá forskot. Alexander ætlar að hlaupa 3000 m og byrja við skólann. Elena byrjar 500 m fyrir framan Alexander. Hún hleypur með jöfnum hraða, 2,5 m/sek., en Alexander hleypur á hraðanum 3,0 m/sek., einnig með jöfnum hraða.

Láttu E(*t*) tákna fjarlægð Elenu frá skólanum miðað við tímann t og A(*t*) er fjarlægð Alexanders frá skólanum miðað við tímann *t*.

a Útskýrðu hvers vegna A og E eru línuleg föll.

b Teiknaðu grafið sem sýnir hve langt Alexander er frá skólanum miðað við tímann *t*.

c Teiknaðu grafið sem sýnir hve langt Elena er frá skólanum miðað við tímann *t*.
Teiknaðu grafið í sama hnitakerfi og í b-lið.

d Mun Alexander ná Elenu áður en þau komast í mark? Ef svo er, hve langur tími hefur þá liðið og hve langt eru þau þá frá skólanum?

e Hve langan tíma er Alexander frá byrjunarreit í mark og hve langan tíma er Elena frá sínum byrjunarreit í mark?

2.75 Teiknaðu línurnar hér fyrir neðan í sama hnitakerfi. Hvaða línur eru samsíða?

a $y = 2x + 1$

b $y = -2x + 1$

c $y = 3 + 2x$

d $2x + y = 5$

e $y = \frac{1}{2}x - 2$

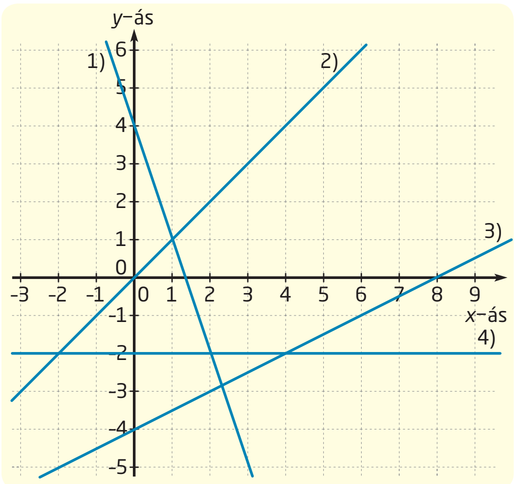
f $\frac{1}{2}y = x - 5$

g $2x - y = \frac{1}{2}$

h $y = 4x - \frac{1}{2}$

i $\frac{2x + y}{3} = 2$

2.76 Finndu jöfnurnar fyrir beinu línurnar 1, 2, 3 og 4.



2.77 Finndu jöfnurnar fyrir línurnar sem fara gegnum punktana:

a (1, 1) og (3, 3)

b (2, 2) og (5, −7)

c (−1, −2) og (0, 0)

d (−4, 2) og (2, −4)

e (−2, −5) og (−5, −1)

f (2, 0) og (0, 3)

g (84, 110) og (100, 142)

h (−3, −5) og (3, −5)

i (1, 4) og (1, 10)

2.78 Ein appelsína kostar 50 kr. Láttu x tákna fjölda appelsína og y tákna verðið sem þú borgar fyrir þær.

a Útskýrðu hvers vegna x og y standa í réttu hlutfalli hvor við aðra.

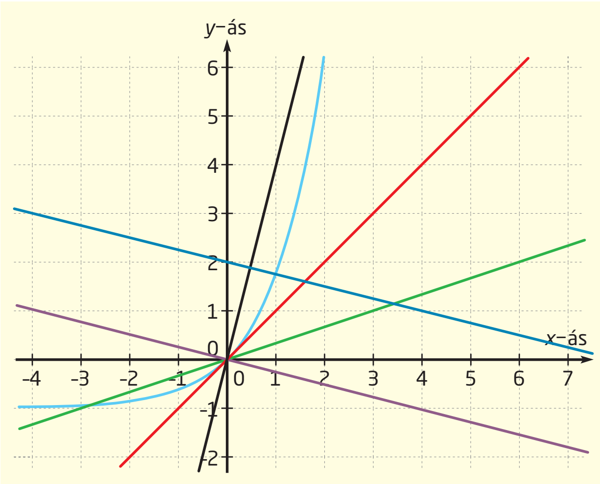
b Teiknaðu í hnitakerfi grafið y sem fall af x.

c Notaðu grafið til að segja til um hve margar appelsínur þú færð fyrir 1000 kr.

2.79 Kannaðu hvort rétt hlutfall sé á milli x og y.

x	4	7	10	12
y	50	87,5	125	147,5

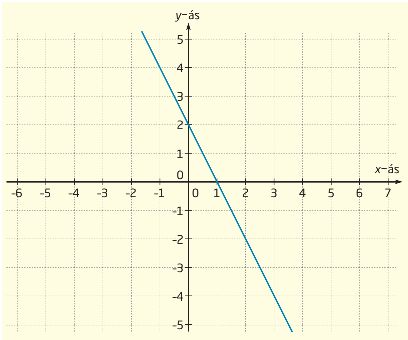
2.80 Hver af gröfunum sex hér fyrir neðan sýna rétt hlufall?



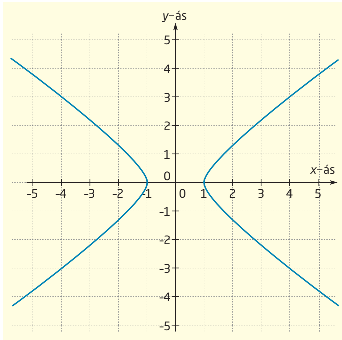
Föll úr raunveruleikanum og bognir ferlar

2.81 Hvaða gröf eru gröf falla?

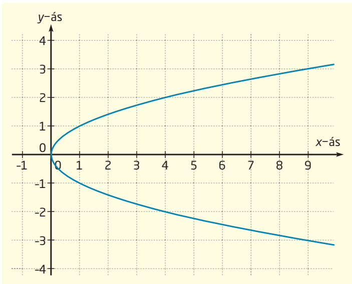
a



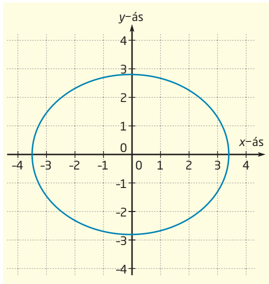
c



b



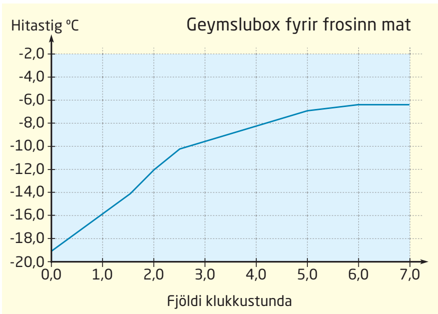
d

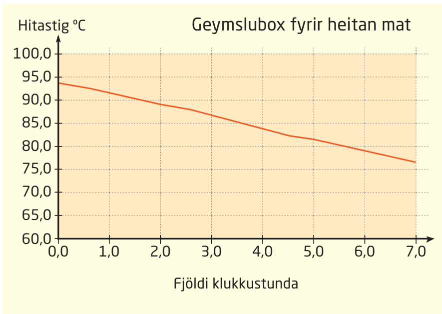


2.82 Myndin hér fyrir neðan er notuð í auglýsingu um box til að geyma mat í.

a Útskýrðu hvað gröfin sýna.

b Myndir þú mæla með þessum boxum við vin þinn? Hvaða rök muntu nota til að mæla með/ekki mæla með boxunum?





2.83 Taflan sýnir hve mikið kostar að leggja bíl í bílahúsi. Verðið er fall af fjölda klukkustunda sem bíll stendur í stæði.

a Teiknaðu graf sem sýnir kostnaðinn k við að leggja bíl sem fall af tímafjöldanum t sem bíll er í bílahúsi.

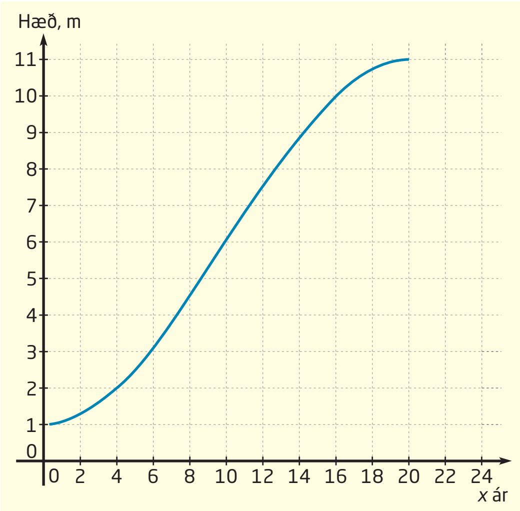
b Einar sótti bíl sinn í bílastæðahúsið eftir 2 klst. og 15 mín. Hvað þurfti hann að borga? Sýndu lausnina á grafi og með texta.

c Hve lengi getur maður haft bílinn í bílahúsinu fyrir 240 kr.? Sýndu lausnina á grafinu og með texta.

d Hvaða gildi getur t tekið og hvaða gildi getur k tekið? Sýndu svörin með talnabilum.

Fjöldi klukkustunda sem bíllinn er í stæðinu	Verð í krónum
<0,1]	60
<1,2]	120
<2,3]	180
<3,6]	220
<6,9]	240
<9,12]	280
<12,24]	295

2.84 Grafið hér fyrir neðan lýsir hæð trés frá því að það var gróðursett þar til það var fellt.



a Hve hátt var tréð þegar það var gróðursett og hve hátt var það þegar það var fellt?

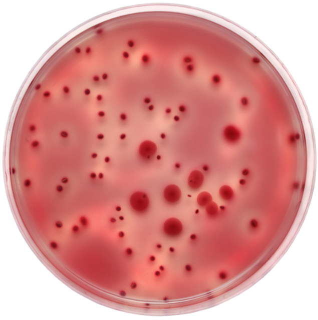
b Hve langan tíma tók það tréð að verða 10 metrar á hæð?

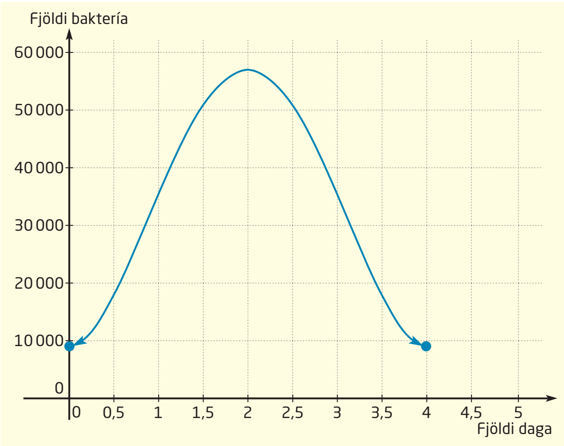
c Um það bil hve hátt var tréð eftir 5 ár?

d Hve mikið óx tréð frá 4 ára til 6 ára og hve mikið óx það frá 10 ára til 12 ára?

e Á hvaða tímabili óx tréð hraðast?

2.85 Á tilraunastofu nokkurri eru ræktaðar bakteríur. Fjölda þeirra eftir *x* daga í einni tilraun má lýsa með grafinu hér fyrir neðan.



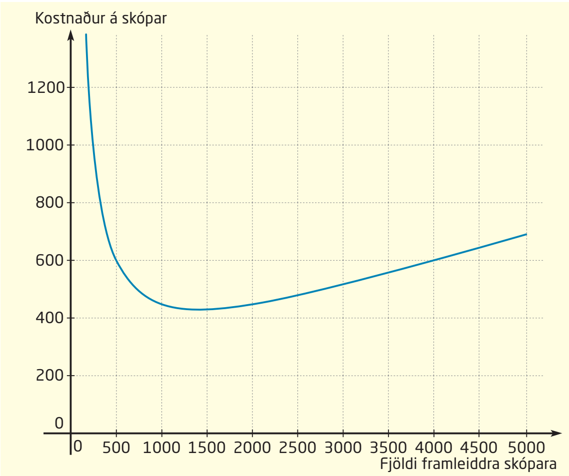


a Lestu af grafinu á hvaða talnabili *x*-gildin og *y*-gildin liggja.

b Hver er mesti fjöldi bakteríanna og hvenær kemur hann fram?

c Útskýrðu hvers vegna grafið hefur þetta form.

2.86 Grafið hér fyrir neðan sýnir kostnað fyrirtækis sem framleiðir skó. Fjölda skópara, sem framleidd eru, má sjá á *x*-ásnum og y-ásinn sýnir kostnaðinn á hvert skópar.



a Útskýrðu hvernig kostnaður á skópar breytist eftir fjölda framleiddra skópara.

b Um það bil hve mörg skópör myndir þú ráðleggja fyrirtækinu að framleiða?

Þjálfaðu hugann

2.87 Tvær beinar línur skerast í punktinum (3, 3). Hallatala annarrar línunnar er tvöfalt stærri en hallatala hinnar. Línan með lægri hallatöluna sker x-ásinn í (1, 0).

Finndu jöfnur beggja línanna.

2.88 Kveikt er á tveimur eins kertum, A og B, á mismunandi tíma. Þau brenna niður jafn hratt og á jöfnum hraða. Þegar kerti A hefur brunnið niður um 20 mm hefur kerti B brunnið niður um 12 mm.

a Um hve marga millimetra hefur B brunnið niður þegar A hefur brunnið niður um 30 mm?

b Láttu a tákna fjölda millimetra sem A hefur brunnið niður um þegar B hefur brunnið niður um b millimetra. Skrifaðu b sem fall af a.

2.89 Kveikt er á tveimur mismunandi kertum, P og Q, á sama tíma. Þau brenna niður mishratt en bæði á jöfnum hraða. Þegar P hefur brunnið niður um 16 mm hefur Q brunnið niður um 10 mm.

a Um hve marga millimetra hefur P brunnið niður þegar Q hefur brunnið niður um 35 mm?

b Láttu p tákna fjölda millimetra sem P hefur brunnið niður um þegar Q hefur brunnið niður um q millimetra. Skrifaðu p sem fall af q.

2.90 Þú þarft kerti, reglustiku og eldspýtur. Gerðu töflu svipaða þessari:

Tími	0						
Lengd kertisins							

a Mældu kertið og fylltu út í fyrsta dálk töflunnar.

b Taktu tímann og mældu kertið með jöfnu millibili. Fylltu töfluna út jafnóðum.

c Sýndu lengd kertisins í hnitakerfi sem fall af tímanum sem það hefur logað. Teiknaðu samfelldan feril út frá punktunum.

d Lýstu grafinu sem þú gerðir í c-lið. Berðu niðurstöður þínar saman við niðurstöður bekkjarfélaga þíns. Ræðið saman um hvað er líkt og hvað er ólíkt með gröfum ykkar.

Mál og mælieiningar

Á öllum sviðum stærðfræðinnar eru mælingar notaðar til að segja til um fjölda og stærð. Nákvæmar mælingar krefjast viðeigandi mælitækja og mælingaraðferða. Þú munt læra um mælingar á lengd og tíma og um samsettar stærðir eins og hraða. Til að bera saman fjölda eru notaðar fastar stærðir eins og mælieiningar.

Stærðfræðiorð

mælieiningar
tímabelti
mælingartæki
hraðalínurit
hlutfallstala
eðlismassi
gengi

Á tertu eiga að vera jarðarber, bláber og hindber. Hlutfallið milli þeirra á að vera 4 : 3 : 2. Einnig eiga að vera 9 kirsuber á kökunni. Kirsuberin eru $\frac{1}{4}$ af öllum berjunum.

Hve mörg jarðarber, bláber og hindber eru á kökunni?

Hversu mörg ber eru alls á kökunni?

Tímaútreikningar

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- breyta klukkustundum, mínútum og sekúndum í tugabrot
- reikna út tímamismun
- reikna út tíma milli tímabelta

Í **talnakerfi** þar sem grunntalan er 60 eru 60 í hverju sæti.

Talnakerfi okkar er byggt upp af tíu ólíkum tölustöfum, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 og 9. Þegar tölurnar verða stórar fá tölustafirnir mismunandi gildi eftir því í hvaða sæti þeir eru. Það eru tíu tugir í einu hundraði og tíu hundruð í einu þúsundi. Þegar við reiknum með tíma verður þetta öðruvísi. Það eru 24 klukkustundir í sólarhring, 60 mínútur í klukkutíma, 60 sekúndur í mínútu, síðan er sekúndum breytt í tíundu-hluta og hundraðshluta. Við notum sem sagt blöndu af mismunandi talnakerfum.

3.1 Hver hefur rétt fyrir sér? Ræddu við bekkjarfélaga þinn um þetta.

3.2 Þar eð 1 klst. er jafnt og 60 mínútur veistu að $\frac{1}{2}$ klst. = 0,5 klst. sem er jafnt og $\frac{60}{2}$ mín. = 30 mínútur.

a Hve margar mínútur eru 0,25 klst.?

b Hve margar mínútur er 0,75 klst.?

c Finndu einfalda aðferð til að breyta klst. í mínútur. Notaðu það sem þú fannst út í a-lið og b-lið.

d Notaðu tengslin sem þú fannst í c-lið og reiknaðu út hve margar mínútur 0,4 klst. eru.

3.3 30 mínútur er jafnt og 0,5 klst. og einnig $\frac{1}{2}$ klst.

a Hvað eru 20 mínútur stór hluti af einni klukkustund? Skráðu það bæði sem almennt brot og sem tugabrot.

b Hvað eru 10 mínútur stór hluti af einum klukkutíma?

c Hvers vegna eru 15 mínútur kallaðar korter?

d Finndu einfalda aðferð við að breyta mínútum í klukkustund. Notaðu það sem þú uppgötvaðir í a-lið, b-lið og c-lið.

e Notaðu tengslin, sem þú fannst í d-lið, og reiknaðu út hvað 48 mínútur eru margir klukkutímar.

3.4 Ræddu við bekkjarfélaga þinn um hver lengd mínútna væri og klukkutíma ef tímakerfi væri búið til í dag, nú þegar við notum tugakerfið.

Rökstyðjið svarið.

Hefði sólarhringurinn ef til vill orðið 10 klukkustundir?

Það eru 60 mínútur í einni klukkustund og 60 sekúndur í einni mínútu. Ef breyta á klukkustundum í mínútur eða mínútum í sekúndur þarf að margfalda með 60.

Sýnidæmi 1

Hve margar sekúndur varir símtal sem stendur í 3 mínútur og 48 sekúndur?

Tillaga að lausn

Vegna þess að það eru 60 sekúndur í einni mínútu breytum við mínútunum í sekúndur með því að margfalda með 60.

3 mín. og 48 sek.

$3 \cdot 60 + 48 = 180 + 48 = \underline{228}$

Símtalið stendur í 228 sek.

sek. er skammstöfun fyrir sekúndur.

3.5 Finndu hve margar mínútur eru í

a 2 klst.
b 3 klst.
c 10 klst.

d 5 klst. 30 mín.
e 4 klst. 10 mín.
f 3 klst. 14 mín.

g 7 klst. 57 mín.
h $4\frac{1}{2}$ klst.
i $5\frac{1}{4}$ klst.

3.6 Finndu hve margar sekúndur eru í

a 1 mín.

b 3 mín.

c 5 mín. 10 sek.

d 10 mín. 27 sek.

e 6 mín. 19 sek.

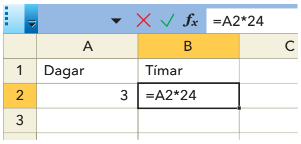
f 8 mín. 15 sek.

g $14\frac{1}{2}$ mín.

h $4\frac{1}{4}$ mín.

i 1 klst.

3.7 Skoðaðu töflureikninn. Búið er að setja inn formúlu sem breytir dögum í klukkustundir.
Settu upp samsvarandi töflu með formúlu sem virkar þannig að þú getir skrifað ár í dálk A og þar næst fundið svörin við a-lið og b-lið í dálki B.



Gakktu út frá síðasta afmælisdeginum þínum.

a Hve marga mánuði hefur þú lifað?

b Hve margar sekúndur hefur þú lifað?

3.8 **a** Hvað hefur mamma þín eða pabbi lifað um það bil margar fleiri klukkustundir en þú?

b Elsti maður heims var kona sem varð 122 ára og 164 daga gömul. Hversu marga fleiri daga en þú hefur hún lifað?

Tíma má skrá sem tugabrot. Þegar breyta á klukkutímum og mínútum í klukkutíma á tugabrotaformi þurfum við að finna út hvað mínúturnar eru stór hluti af klukkutímanum. Þess vegna þarf að deila í mínúturnar með 60.

Sýnidæmi 2

Skrifaðu tímasetningarnar hér á eftir sem klukkustundir á tugabrotaformi.

a 1 klst. 15 mín.

b 150 mín.

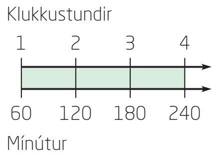
Tillaga að lausn

Þar eð 1 klst. er heil klukkustund þarf engu að breyta þar.
Við þurfum hins vegar að breyta 15 mín. í hluta af klukkustund.
Þess vegna deilum við með 60.

a 1 klst. og 15 mín. = 1 klst. + $\frac{15}{60}$ klst. = 1 klst. + 0,25 klst. = <u>1,25 klst.</u>

b 150 mín. = $\frac{150}{60}$ klst. = <u>2,5 klst.</u>

3.9 Hve margar klukkustundir standa kvikmyndirnar? Skráðu það með tugabroti.



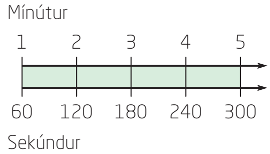
a The Matrix, 2 klst. og 16 mín.

b Easy Rider, 1 klst. og 34 mín.

c Cocktail, 103 mín.

d The Blues Brothers, 133 mín.

3.10 Hve margar mínútur standa þessi hip-hop-lög? Skráðu það sem tugabrot



a Public Enemy: *Fight The Power* 3:48

b Sugarhill Gang: *Rapper's Delight* 14:37

c Dr. Dre: *Nuthin But A 'G' Thang* 3:58

d Finndu lengd eftirlætislagsins þíns og skrifaðu hana sem tugabrot.

3.11 Taktu tímann sem þú þarft til að telja fimmtíu tölur í a-lið og b-lið.

a Teldu frá 1 upp í 50.

b Teldu frá 360 712 upp í 360 761.

c Notaðu tímann úr a-lið og b-lið til að reikna út hve langan tíma það hefði tekið þig að telja upp í eina milljón án þess að gera hlé á talningunni.

Sýnidæmi 3

Lóa og Eva hafa hlaupið kringum skólann nokkrum sinnum. Þær reiknuðu báðar út meðaltíma sem hlaupið tók. Lóa er að meðaltali 14,83 mínútur að hlaupa þessa braut og Eva 15,25 mínútur.

Hve margar sekúndur skilja að meðalhlaupatíma stelpnanna?

Tillaga að lausn

Meðalhlaupatíminn er mældur í mínútum og skráður sem tugabrot.

$$
\begin{array}{r}
1\cancel{5},\overset{10}{2}5 \text{ mín.} \\
-\ 14,83 \text{ mín.} \\
\hline
00,42 \text{ mín.}
\end{array}
$$

0,42 mín. = 0,42 · 60 sek. ≈ 25 sek.

25 sek. skilja að meðalhlaupatíma stelpnanna.

3.12 Aðfaranótt laugardags fór Eyvindur í rúmið kl. 23:15 og svaf í 8,5 klst.

Hvenær fór Eyvindur á fætur á laugardeginum?

3.13 Á einni vinnuviku hafði Ragnhildur unnið að meðaltali í 7,17 klst. á dag.

Skráðu í klukkustundum og mínútum hve lengi hún hafði unnið að meðaltali á dag.

3.14 Ferðin með ferjunni Hurtigruta frá Bergen til Kirkenes var kvikmynduð og send beint út í sjónvarpi í júní 2011. Þetta var þá lengsta heimildarmynd sem gerð hafði verið. Heimsmetið varð 135 klst., 42 mín. og 45 sek.

Hvað stóð ferðin í marga sólarhringa?

1. Freydís Halla Einarsdóttir	1:39,90
2. Sandra Schoepke (BNA)	1:41,38
3. Adelaide Jensen (Kanada)	1:42,92

Tíminn er mældur í mínútum, sekúndum og hundraðshlutum úr sekúndu.

3.15 Freydís Halla Einarsdóttir sigraði á alþjóðlegu svigmóti í Bandaríkjunum í febrúar 2015.

a Notaðu listann hér fyrir ofan og finndu út hve langur tími aðskilur tvo fyrstu keppendurna.

b Hve margar sekúndur aðskilja Freydísi, sem náði fyrsta sæti og Adelaide Jensen sem náði 3. sæti?

c Hve margar sekúndur aðskilja Freydísi og Sammi Stolar (BNA) sem var númer 23 í röðinni af 43? Hennar tími var 1:53,53.

d Sú sem kom síðust í mark náði tímanum 2:20,07. Hvað var hún mörgum mínútum á eftir Freydísi?

3.16 Hvað er

a 3,4 klst. skráðar í klukkustundum og mínútum?

b 2,5 sólarhringar skráðir í klukkustundum?

c 3,5 ár skráð í mánuðum?

d 2,7 mín. skráðar í mínútum og sekúndum?

e 4,37 klst. skráðar í mínútum og sekúndum?

f 12,2 ár skráð í mánuðum og dögum?

Mismunandi aðferðir við að skrá tíma

Tíma má skrifa á marga vegu. Sólarhring er ýmist skipt í 24 klukkustundir (stafræn klukka) eða í $2 \cdot 12$ klukkustundir (hefðbundin klukka).

Klukkan hálffimm eftir hádegi má skrifa annaðhvort sem 4:30 e.h. eða 16:30.
Klukkan sjö fyrir hádegi má skrifa annaðhvort sem 7 f.h. eða 07:00.

3.17 Teiknaðu og skrifaðu hvað stafræn og hefðbundin klukka sýna ef

a klukkan er hálfsex eftir hádegi

b klukkan er korter yfir fimm fyrir hádegi

c klukkan er tuttugu mínútur yfir eitt eftir hádegi

d klukkuna vantar korter í ellefu fyrir hádegi

3.18 Teiknaðu og skrifaðu tímasetningarnar, á hefðbundinn og stafrænan hátt, þegar þú venjulega

a ferð á fætur

b byrjar í skólanum

c ferð úr skólanum

d borðar hádegisverð

e vinnur heimavinnuna

f ferð að sofa

Á listum yfir árangur, t.d. á svigskíðum eða skautum, er tíminn skráður sem klukkustundir, mínútur og sekúndur þar sem tvípunktur er á milli mínútna og sekúndna. Nota má töflureikni til að flokka slíka lista.

Sýnidæmi 4

Hér má sjá fimm bestu tímana á heimsmeistaramóti í 100 m skriðsundi 2011.

Nafn	Land	Tími
Alexander Dale Oen	Noregur	0:58,71
Cameron van der Burgh	Suður-Afríka	0:59,49
Brenton Rickard	Ástralía	1:00,11
Fabio Scozzoli	Ítalía	0:59,42
Kosuke Kitajima	Japan	1:00,11

Þegar við skrifum tíma með bæði tvípunkti og kommu er ástæðan sú að við erum með mínútur og sekúndur aðskildar með tvípunktinum og tíunduhlutar og hundraðshlutar úr sekúndu eru aðskildir með kommu.

Notaðu töflureikni og búðu til lista yfir niðurstöðurnar úr heimsmeistaramótinu.

Tillaga að lausn

Við merkjum alla töfluna, ýtum á „gögn" (data) í efstu valstikunni og veljum „raða" (sort).
Við veljum nú að raða eftir tímanum og þar sem við viljum hafa besta tímann fyrst veljum við „smallest to largest".

	A	B	C
1	Nafn	Land	Tími
2	Alexander Dale Oen	Noregur	58,71
3	Fabio Scozzoli	Ítalía	59,42
4	Cameron van der Burgh	Suður-Afríka	59,49
5	Brenton Rickhard	Ástralía	01:00,1
6	Kosuke Kitajima	Japan	01:00,1

3.19 Til hægri sérðu niðurstöður úr hlaupakeppni nokkurra unglinga.

a Búðu til lista yfir niðurstöðurnar úr spretthlaupinu.

b Þrjár bestu stelpurnar og þrír bestu strákarnir fá verðlaun. Búðu til tvo lista sem sýna hverjir fá verðlaun.

c Hve mikill tímamunur var frá 4. sæti upp í fyrstu bæði hjá stelpum og strákum?

Nafn	Tími
Sylvía	00:59:14
Marta	00:52:17
Sunna	01:01:29
Gunnar	00:46:56
María	01:04:28
Jón	00:49:23
Pálína	00:58:37
Ólafur	00:42:19
Elías	00:52:54
Geir	00:49:12

Tímaútreikningar

Tími er mældur á marga vegu. Stuttur tími er mældur í sekúndum, lengri tími í klukkustundum, dögum og árum. Ef maður gerir eitthvað skemmtilegt finnst manni að tíminn fljúgi áfram en ef maður bíður eftir einhverju spennandi virðist tíminn líða ógurlega hægt.

Athugaðu klukkuna þegar þú heldur að ein mínúta hafi liðið.

Sýnidæmi 5

a Hve langan tíma tók bílferðin frá Reykjavík til Djúpavogs?
Bíllinn leggur af stað kl. 15:58 og er kominn á áfangastað kl. 22:32.

Tillaga að lausn 1

$$\begin{array}{r} \overset{10}{\cancel{2}}\overset{60}{\cancel{2}}{:}32 \\ -\ 15{:}58 \\ \hline 06{:}34 \end{array}$$

Við breytum 1 klst. í 60 mín.

Tillaga að lausn 2

15:58−16:00 =	2 mín.
+ 16:00−22:00 = 6 klst.	
+ 22:00−22:32 =	32 mín.
	6 klst. 34 mín.

Bílferðin milli Reykjavíkur og Djúpavogs tók 6 klst. og 34 mín.

b Bíll lagði af stað kl. 07:58 frá Djúpavogi. Hvenær var hann kominn til Reykjavíkur ef hann var jafn lengi á leiðinni og bíllinn í a-lið?

Tillaga að lausn 1

$$\begin{array}{r} \overset{1}{0}7{:}58 \\ +\ 06{:}34 \\ \hline 14{:}32 \end{array}$$

58 mín. + 34 mín. = 92 mín. = 1 klst. og 32 mín.

Tillaga að lausn 2

07:58 + 6 klst. = 13:58

13:58 + 34 mín. = 14:32

Bíllinn var kominn til Reykjavíkur kl. 14:32.

3.20 Tengdu saman atburði og tímann sem hinir mismunandi atburðir eru mældir í.

Blikka augunum — Sofa — Sumarbústaðarferð — Drekka vatnsglas — Bursta tennur — Æfa — Sigla umhverfis jörðina — Ganga í skólann

Sekúndur — Klukkustundir — Mínútur — Sólarhringur — Tíundu hlutar úr sekúndu — Ár

3.21 Hugsaðu um hvernig venjulegur dagur í lífi þínu er. Skrifaðu hjá þér hve margar mínútur þú hreyfir þig (hjólar, gengur o.s.frv.) við alls kyns tækifæri yfir daginn. Reiknaðu út hve langan tíma þú hreyfir þig alls á einum sólarhring.

3.22 Notaðu töfluna um strætóferðir á virkum dögum frá Reykjavík til Hafnar í Hornafirði.

a Hvað er strætó, sem leggur af stað frá Mjódd kl. 8:00, lengi á leiðinni á Selfoss?

b Hvað er strætó lengi að fara frá Selfossi að Höfn í Hornafirði?

Mundu:
Vegalengd =
hraði · tími

c Vegalengdin frá Reykjavík til Selfoss er 57 km. Hver er meðalökuhraði strætó sem leggur af stað kl. 8:00?

d Búðu til tvær spurningar út frá tímatöflunni og leggðu fyrir bekkjarfélaga þinn.

Mánudaga–föstudaga
Reykjavík » Hveragerði » Selfoss » Hvolsvöllur » Vík » Skaftafell » Höfn

Umferðamiðstöðin	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Mjódd	8:00	9:00	10:00	12:00	13:00	15:00	...	...	17:30	19:00	21:30	23:30
Norðlingabraut/Helluvað	8:04	9:04	10:04	12:04	13:04	15:04	...	...	17:34	19:04	21:34	23:34
Hveragerði	8:35	9:35	10:35	12:35	13:35	15:35	...	...	18:05	19:35	22:05	00:05
Selfoss	8:47	9:47	10:47	12:47	13:47	15:47	...	...	18:17	19:47	22:17	00:17
Hella	...	...	11:27	...	14:29	...	16:43	A18:28	...	...	...	...
Hvolsvöllur	...	...	11:38	...	14:40	...	16:54	A18:39	...	...	...	...
Skógar	...	...	-----	...	15:20	...	-----	-----	...	...	...	...
Vík í Mýrdal	...	...	...	...	15:45	...	...	...	...	...	...	...
Kirkjubæjarklaustur	...	...	...	...	17:20	...	...	...	...	...	...	...
Skaftafell	...	...	...	...	18:20	...	...	...	...	...	...	...
Freysnes	...	...	...	...	18:25	...	...	...	...	...	...	...
Jökulsárlón	...	...	...	...	19:05	...	...	...	...	...	...	...
Höfn í Hornafirði	...	...	...	...	20:05	...	...	...	...	...	...	...

3.23 **a** Sölvi, sem býr í Reykjavík, hefur sumarstarf á Selfossi og á að mæta kl. 13:15 á hverjum degi. Hvaða strætó er best fyrir hann að taka frá Reykjavík til að geta mætt á réttum tíma?

b Hanna, sem býr í Hveragerði, ætlar á Kirkjubæjarklaustur. Hvað er strætó lengi á leiðinni?

c Sunna ætlaði að taka fyrsta strætó frá Hveragerði en svaf yfir sig og kom tíu mínútum of seint á stoppistöðina. Hve lengi þurfti hún að bíða eftir næsta strætó?

3.24 Hve lengi stóðu eftirtaldir sjónvarpsþættir?

- **a** Tíufréttir og veðurfréttir
- **b** Vísindahorn Ævars
- **c** Óskarsverðlaunin
- **d** Kastljós
- **e** Frá Herstöðvalífi til og með Millý spyr
- **f** Castle og Rússarnir koma samtals

Sjónvarpsdagskrá RÚV 24. febrúar 2015

15:10	Óskarsverðlaunin samantekt (2015)
16:40	Herstöðvalíf (7:13)
17:20	Músahús Mikka Disney (15:26)
17:43	Robbi og skrímsli (11:26)
18:06	Millý spyr (13:65)
18:15	Táknmálsfréttir
18:25	Vísindahorn Ævars – Heimsókn – HÍ rafbíll 888
18:30	Melissa og Joey (20:21)
18:50	Öldin hennar (5:52) – 888
19:00	Fréttir
19:25	Íþróttir
19:30	Veðurfréttir
19:35	Kastljós
20:00	Djöflaeyjan – 888
20:30	Castle (18:24)
21:15	Rússarnir koma
21:45	Handboltalið Íslands – Kvennalið Hauka 2002 (7:16) 888
22:00	Tíufréttir
22:15	Veðurfréttir
22:20	Whitechapel (2:6)
23:05	Víkingarnir II
23:50	Kastljós
00:15	Fréttir
00:30	Dagskrárlok

3.25 Finndu hve marga daga þessi tímabil hjá fjölskyldu Helgu og Sigurðar stóðu:

- **a** jólafríið frá 22. desember til 3. janúar
- **b** skíðafríið frá 22. mars til 2. apríl
- **c** tímabilið frá afmæli Helgu 23. janúar að afmæli Sigurðar 16. maí
- **d** lengsta hjónaband sögunnar frá 29. ágúst 1772 til 10. september 1863
- **e** lengsta dansmaraþon sögunnar sem varaði í 108 klst.
- **f** lengsta upplestrarmaraþon sögunnar sem stóð í 240 klst., 15 mín. og 27 sek.

3.26 Hvað stóðu eftirfarandi atburðir í margar sekúndur?

- **a** Heimsmetið á jafnvægisskífu sem er 1 klst., 49 mín. og 5 sek.
- **b** Met bekkjardeildarinnar á jafnvægisskífu (nota þarf skeiðklukku).

3.27 Hvað urðu þau gömul?

- **a** Kleópatra drottning Egyptalands hins forna fæddist árið 69 f.Kr. og dó árið 30 f.Kr.
- **b** Heimspekingurinn og stærðfræðingurinn Pýþagóras, fæddur árið 580 f.Kr., dó árið 500 f.Kr.
- **c** Faraóinn Tutankhamon sem fæddist árið 1343 f.Kr. og dó árið 1324 f.Kr.

3.28 Hve lengi stóðu eftirfarandi tímabil?

- **a** Bronsöldin á Norðurlöndum frá 1800 f.Kr. til 550 f.Kr.
- **b** Miðaldir frá árinu 476 til ársins 1453.
- **c** Júra-tímabilið frá því fyrir 199 milljónum ára til 145 milljóna ára.

Tímabelti

Jörðinni er skipt í 24 megintímabelti en samtals eru um 35 mismunandi tímabelti sem notuð eru víða á jörðinni. Staðir og lönd, sem liggja á sömu lengdargráðu, hafa venjulega sömu tímasetningu. Flest lönd hafa bara eitt tímabelti en nokkur stór lönd hafa fleiri. Á stöðum, sem eru lengra í austur, er staðartíminn á undan staðartíma landa sem liggja lengra í vestur. Ef þú þarft að hringja í vin í Bandaríkjum Norður-Ameríku eða í Kína þarftu að reikna út tímann á þeim stað þannig að þú hringir ekki í vininn um miðja nótt. Ef þú ætlar að fljúga til annars lands getur þú fundið staðartímann þar með því að nota yfirlitið yfir tímabeltin.

Lengdargráður eru hugsaðar línur sem liggja frá Norðurpólnum til Suðurpólsins. Ásamt breiddargráðunum skipta lengdargráðurnar jörðinni í rúðunet sem notað er á landakortum.

Sýnidæmi 6

Notaðu tímabeltakort sem er á næstu blaðsíðu. Hvað er klukkan í Noregi, Stóra-Bretlandi, Perú og Nýja-Sjálandi þegar hún er 10 á Íslandi?

Tillaga að lausn

Við sjáum að Ísland er á tímabelti 0. Noregur og Nýja-Sjáland liggja annars vegar einu tímabelti og hins vegar 12 tímabeltum lengra í austur. Bretland er í sama tímabelti og Ísland en Perú er 5 tímabeltum vestar.

Land	Tími
Ísland	10:00
Stóra-Bretland	10:00
Noregur	10:00 + 01:00 = 11:00
Perú	10:00 − 5:00 = 05:00
Nýja-Sjáland	10:00 + 12:00 = 22:00

Klukkan er 10 í Stóra-Bretlandi, 11:00 í Noregi, 05:00 í Perú og 22:00 í Nýja-Sjálandi.

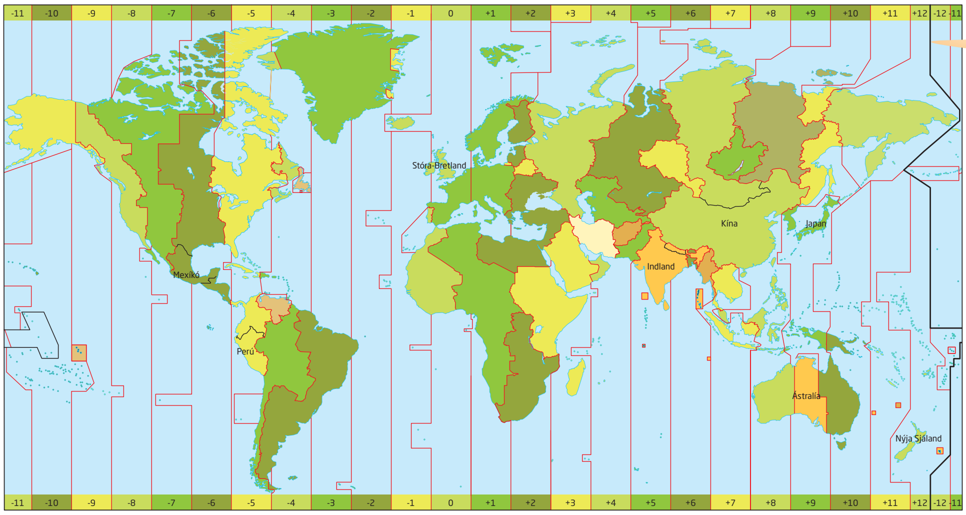
3.29 Notaðu tímabeltakortið á næstu blaðsíðu og finndu tímann.

a Hvað er klukkan á Íslandi þegar hún er 15:38 á Indlandi?

b Hver er tímamismunurinn milli Kína og Íslands?

c Hvað er klukkan í Suður-Afríku þegar hún er 9:10 í Vestur-Ástralíu?

3.30 Notaðu tímabeltakortið og finndu út í hvaða átt jörðin snýst.



Þetta yfirlit sýnir tímabeltin að vetrarlagi.
Á sumrin hafa sum löndin sumartíma.
Svarta línan milli +12 og −12 kallast daglína og hún segir til um hvenær nýr dagur byrjar.

3.31 Notaðu tímabeltakortið og finndu tímann.

- **a** Hvað er klukkan á Íslandi þegar hún er 07:00 í Japan og þegar hún er 07:00 í Noregi?
- **b** Hvað er klukkan í Mexíkó þegar hún er 12:00 í Japan og þegar hún er 12:00 í Suður-Afríku?
- **c** Hvenær getur þú hringt í vin í Austur-Ástralíu ef hvorugur ykkar má tala í síma milli kl. 22:00 og kl. 06:00?

3.32 Í hvaða átt ferðast þú með flugvél þegar þú „græðir“ nokkra klukkutíma á sólarhring? Útskýrðu hvað gerist þegar þú ferð í öfuga átt.

3.33 Á hverju gamlárskvöldi byrja hátíðahöldin á Kyrrahafseyjunum þar sem daglínan liggur.

- **a** Hve mörgum klukkutímum seinna eru áramót á Íslandi?
- **b** Hvað er klukkan á vesturströnd Bandaríkjanna, á vesturströnd Afríku, í Japan og í Kína þegar hátíðahöldin byrja á Kyrrahafseyjunum?

3.34 Í hinn frægu bók *Umhverfis jörðina á 80 dögum* eftir Jules Verne veðjar söguhetjan Fileas Fogg um að hann geti ferðast kringum jörðina á 80 dögum.

Hann hélt að hann hefði komið til baka nokkrum klukkustundum of seint en mundi skyndilega að hann hafði farið yfir daglínuna og þar með hefði hann „tapað“ einum degi. Hvort ferðaðist Fileas Fogg í vesturátt eða austurátt? Rökstyddu svarið.

Mælieiningar

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- nota réttar mælieiningar
- breyta úr einni mælieiningu í aðra sem varða lengd, flatarmál og rúmmál
- að reikna með mælieiningum sem varða massa og breyta úr einni mælieiningu í aðra
- velja og nota rétt mælitæki

Í stærðfræðiverkefnum þarf oft að nota hjálpartæki og alls kyns tækni. Að mæla felst í að tengja talnagildi við mælanlegan hlut. Mismunandi mælitæki og mælieiningar þarf að nota á réttan og viðeigandi hátt. Mælitæki eru misnákvæm og þegar við fáum svar er mikilvægt að meta ónákvæmni mælinga.

3.35 Hvaða mælieiningu og mælitæki myndir þú nota ef þú ættir að mæla eftirfarandi:

a Vegalengdina Reykjavík – Akureyri

b Lengd, breidd og þykkt blaðs

c Lengd og þykkt snúru

d Lengd langstökks

e Lengd strokleðurs

f Lengd hjólaferðar

3.36 Satt eða ósatt? Ræddu við bekkjarfélaga þinn um eftirfarandi fullyrðingar. Breyttu málunum eða mælieiningunum þannig að allar fullyrðingarnar verði sannar.

1 Rúm er oft 200 metrar á lengd.

2 Fjórtán ára unglingur getur verið 163 dm á hæð.

3 Hæsta bygging jarðar er 8,28 km.

4 Söngur á mp3-spilara getur verið 6,45 MB.

5 Nýburi getur verið 0,51 metri á lengd við fæðingu.

6 Ég get gengið 1 km á 12 mínútum.

7 Vatnsglas tekur 30 dl.

8 Sprettharðasti maður jarðar hleypur 100 metra á 9,58 sek.

Breytingar úr einni einingu í aðra í hinu alþjóðlega einingakerfi

Hið alþjóðlega einingakerfi sem kallast oft SI-kerfið (Système International d'Unités) er útbreiddasta einingakerfi í heimi. Það byggist á tugakerfi og tugveldi.

Mörg tugveldi af 10 hafa heiti sem þú berð örugglega kennsl á. Þú sérð þau í töflunni hér á eftir. Þessar mælieiningar birtast víða, til dæmis þegar við mælum lengd, massa, orkunotkun eða stafrænt geymslupláss. Þess vegna er nauðsynlegt að þú lærir þessi orð til hlítar.

Í töflunni sérðu heiti eininga fyrir hvert tugveldi á sviðum sem mest eru notuð (með litarasta) og heiti eininga fyrir þriðja hvert tugveldi (hvert þúsund) fyrir utan þetta svæði.

SI-forskeyti	Skammstöfun	Heiti	Tala	Tugveldi
tera-	T	billjón	1 000 000 000 000	10^{12}
gíga-	G	milljarður	1 000 000 000	10^{9}
mega-	M	milljón	1 000 000	10^{6}
kíló-	k	þúsund	1 000	10^{3}
hektó-	h	hundrað	100	10^{2}
deka-	da	tíu	10	10^{1}
		einn	1	10^{0}
desi-	d	tíundihluti	0,1	10^{-1}
senti-	c	hundraðshluti	0,01	10^{-2}
milli-	m	þúsundasti hluti	0,001	10^{-3}
mikró-	μ	milljónasti hluti	0,000 001	10^{-6}
nanó-	n	milljarðasti hluti	0,000 000 001	10^{-9}
píkó-	p	billjónasti hluti	0,000 000 000 001	10^{-12}

Mundu að skammstöfunin er ýmist með litlum eða stórum bókstöfum.

Á litaða svæðinu er forskeyti fyrir hvert tugveldi. Fyrir ofan og neðan litaða svæðið eru forskeyti fyrir þriðja hvert tugveldi. Taflan getur hjálpað okkur til að breyta úr einni mælieiningu í aðra.

Dæmi um mælieiningar og hvað þær mæla:

- amper (A) – mælir rafstraum
- biti (b) – mælir gagnamagn
- gramm (g) – mælir massa
- lítri (*l*) – mælir rúmmál
- metri (m) – mælir lengd og fjarlægð
- kílóvattstund (kWh) – mælir orkunotkun

SI-forskeytin eru notuð til að tákna einingar sem eru af annarri stærð en grunneiningin.

Orðið kílóvattstund er oft skammstafað kWh sem er alþjóðleg skammstöfun. Oftast er skammstöfunin kWst notuð á Íslandi.

Sýnidæmi 7

Hve margir mm samsvara 1,412 km?

Tillaga að lausn

Það hljóta að verða miklu fleiri mm en km. Það eru 1000 m í einum kílómetra og 1000 mm í einum metra. Þar með verða 1 000 000 mm í einum km.

$1{,}412 \text{ km} = 1{,}412 \cdot 1\,000\,000 \text{ mm} = \underline{\underline{1\,412\,000 \text{ mm}}}$

3.37 Tengdu lýsingu til vinstri við rétta mælieiningu til hægri.

1	Fiskveiðar togara	µm
2	Orkuframleiðsla í virkjun	MB
3	Fjarlægðin milli Akureyrar og Ísafjarðar	ml
4	Gögn á tölvudiski	µg
5	Þykkt hárs	tonn
6	Massi sykurkorns	km
7	Dagskammtur á lýsi handa eins árs barni	TWst

3.38 Skrifaðu >, < eða = í eyðurnar

a 3 600 000 km ☐ $3{,}6 \cdot 10^{10}$ m

b $1{,}2 \cdot 10^{12}$ nm ☐ 12 km

c 150 TB ☐ $1{,}5 \cdot 10^{8}$ MB

d $1{,}5 \cdot 10^{3}$ ml ☐ 15 l

e $2{,}7 \cdot 10^{-10}$ hl ☐ 27 ml

f $9{,}14 \cdot 10^{6}$ mm ☐ 0,914 km

3.39 Breyttu mælieiningunum:

a $3{,}7 \cdot 10^6$ g í hg

b $1{,}2 \cdot 10^3$ m í km

c $6{,}9 \cdot 10^9$ g í kg

d $1{,}6 \cdot 10^{10}$ b í MB

e $3{,}2 \cdot 10^{-10}$ km í µm

f $2{,}5 \cdot 10^8$ kWh í GWst

g $1{,}4 \cdot 10^{-2}$ TWst í kWst

h $6{,}3 \cdot 10^{12}$ mg í kg

i $4{,}8 \cdot 10^3$ *l* í hl

Sýnidæmi 8

Notaðu töfluna á spássíunni og breyttu 3 m í mm.

Tillaga að lausn

Það eru 10 dm í 1 m, 10 cm í 1 dm og 10 mm í 1 cm.
1 m er þess vegna $10 \cdot 10 \cdot 10$ mm = <u>1000 mm</u>

3 m = $3 \cdot 1000$ mm = <u>3000 mm</u>

Tengsl milli lengdareininga
1 norsk míla = 10 km
1 km = 1000 m
1 m = 10 dm
1 dm = 10 cm
1 cm = 10 mm
1 mm = 1000 µm

3.40 Notaðu töfluna á spássíunni.

a Ræddu við bekkjarfélaga um hvaða tengsl milli lengdareininga þið þekkið frá fyrri tíð.

b Breyttu frá einni lengdareiningu í aðra:

- 1300 dm í metra
- 2570 µm í cm
- 0,53 km í mm

c Hvað þýða forskeytin fyrir framan metra í skammstöfununum km, dm, cm, mm og µm?

d Búðu til þrjú verkefni handa bekkjarfélaga þínum þar sem breyta á einni lengdareiningu í aðra. Skiptist á verkefnum, leysið þau og ræðið saman um lausnirnar.

Míla er mislöng eftir því hvar hún er notuð:
1 norsk míla = 10 km
1 ensk míla = 1609,34 m ≈ 1609 m
1 sjómíla = 11 852 m

µm er lesið míkrómetri og jafngildir einum milljónasta úr metra.

3.41 Breyttu um mælieiningar:

a Maraþonhlaup er 42 196 m. Hvað eru það margir kílómetrar?

b Ratleikur nokkur nær yfir 4,83 km. Hvað eru það margir metrar?

c Ferðalag á vespu er 2,4 enskar mílur. Hvað eru það margir metrar?

d Gifsplata er 13 mm á þykkt. Hvað er stafli af 50 slíkum gifsplötum margir metrar á hæð?

e Meðalfjarlægðin frá jörðu til tunglsins er 384 403 km. Hvað eru það margar enskar mílur? Hvað eru það margir metrar?

f Hugsaðu þér að hægt sé að aka á bíl til tunglsins. Hversu langan tíma mun það taka ef þú ekur á hraðanum 80 km/klst.?

g Eitt blað er 0,2 mm á þykkt. Hversu hár er kassi með fjórum pökkum með 500 blöðum í hverjum?

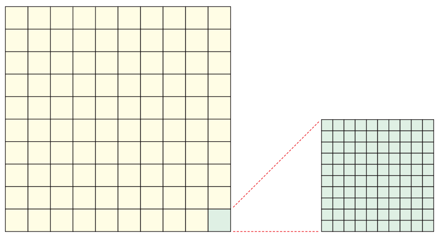
Ensk míla
≈ 1609 m

Sýnidæmi 9

Myndin sýnir að

$1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} =$
$10 \text{ dm} \cdot 10 \text{ dm} = 100 \text{ dm}^2$

Taflan á næstu blaðsíðu og myndin hér til hliðar sýna hvernig breyta má nokkrum af algengustu flatarmálseiningunum úr einni einingu í aðra.



$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$ $\quad$ $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$

$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = 10\,000 \text{ cm}^2$

Notaðu tengslin sem myndin sýnir og breyttu 200 cm^2 í m^2.

Tillaga að lausn

Myndin sýnir að hverjum m^2 er skipt í 100 dm^2 eða 10 000 cm^2.

$$200 \text{ cm}^2 = \frac{200}{10\,000} \text{ m}^2 = \underline{\underline{0{,}02 \text{ m}^2}}$$

3.42 Rétthyrndur sólpallur er 5 m á lengd og 2 m á breidd. Það á að tvöfalda flatarmál pallsins.

Hvaða mál geta verið á nýja sólpallinum?

3.43 Ræddu við bekkjarfélaga þinn um eftirfarandi verkefni.

a Breyttu mælieiningunum:

- 2 m^2 í dm^2
- 2270 dm^2 í m^2
- 0,53 m^2 í dm^2

b Búðu til þrjú verkefni þar sem breyta á einni flatarmálseiningu í aðra. Skipstu á verkefnum við bekkjarfélaga og leysið verkefni hvor annars. Ræðið síðan um lausnirnar.

Tengsl milli flatarmálseininga
1 km^2 = 100 hektarar
1 hektari = 10 000 m^2
1 m^2 = 100 dm^2
1 dm^2 = 100 cm^2
1 cm^2 = 100 mm^2

3.44 Notaðu tengslin milli flatarmálseininganna og finndu út:

a Hve margir m^2 eru í 1 km^2?

b Hve margir mm^2 eru í 1 m^2?

c Hve margir cm^2 eru í 1 m^2?

d Hve margir m^2 eru í 1 dm^2?

Til að mæla stærðir á jörðum, jarðarhlutum eða landskikum er hér á landi oft notuð mælieiningin hektari, sem er skammstafaður ha. Einn hektari er 100 m á hvern veg og er því 10 000 m^2 og einn hundraðasti úr km^2.

1 hektari = 10 000 m^2

3.45 Breyttu flatarmálsmælieiningunum.

a 1 hektara í m^2

b 2 km^2 í hektara

c 210 mm^2 í cm^2

d 4 hekturum í m^2

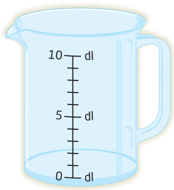
e 45 hekturum í m^2

f 400 cm^2 í dm^2

g 225 cm^2 í dm^2

h 1,2 m^2 í hektara

i 2 km^2 í m^2

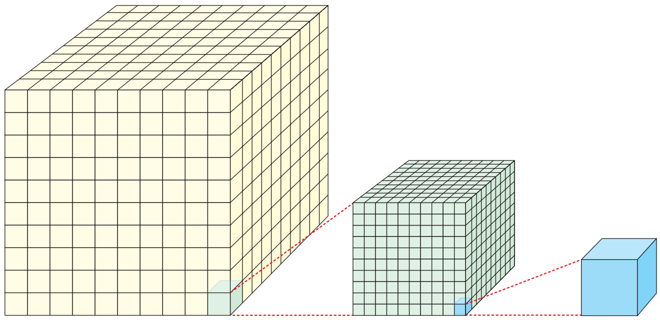


Tvær algengustu mælieiningarnar fyrir rúmmál eru teningsmetri (m^3) og lítri (*l*).
Tengsl þessara eininga getur þú fundið með því til dæmis að nota mjólkurfernu.

Mældu 1 lítra af vatni með lítramáli og helltu því í tóma mjólkurfernu.
Merktu við hvað vatnið nær hátt í fernunni.
Mældu hliðarnar og reiknaðu rúmmál fernunnar sem rúmar 1 lítra af vatni.

$1 \text{ dm}^3 = 1\ l = 1000 \text{ cm}^3$

Myndirnar sýna tengslin milli m^3, dm^3 og cm^3.



$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$ $1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$ 1 cm^3

$1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$

Sýnidæmi 10

Í stóru fiskabúri eru 1320 *l* af vatni.

Finndu stærð fiskabúrsins í m^3.

Tillaga að lausn

$1320\ l = 1320 \text{ dm}^3 = \underline{1{,}32 \text{ m}^3}$
Fiskabúrið er $\underline{\underline{1{,}32 \text{ m}^3}}$.

Tengsl milli rúmmálseininga
$1\ l = 1 \text{ dm}^3$
$1\ l = 1000 \text{ cm}^3$
$1 \text{ m}^3 = 1000\ l$
$1\ ml = 1000 \text{ mm}^3$

3.46 Ræddu við bekkjarfélaga þinn um þetta verkefni.

a Breyttu rúmmálseiningunum.

- 5 dm^3 í mm^3
- 47 cm^3 í m^3
- $2{,}5\ l$ í cm^3

b Búðu til þrjú verkefni fyrir bekkjarfélaga þinn þar sem breyta á einni rúmmálseiningu í aðra. Leysið verkefni hvor annars og ræðið saman um lausnirnar.

Hvað er hjólið þitt þungt? Í daglegu tali tölum við um þyngd mismunandi hluta. Þetta kallast massi hlutanna. Grunneiningin fyrir massa er kílógramm (kg).

Sýnidæmi 11

Óli vegur 53 kg. Finndu þyngd hans í grömmum (g).

Tillaga að lausn

Í massaeiningunni kg táknar k-ið kíló. Kíló þýðir 1000.
1 kg (kílógramm) þýðir þess vegna 1000 grömm.

53 kg = (53 · 1000) g = 53 000 g

Óli vegur 53 000 g

Tengsl milli massaeininga
1 tonn = 1000 kg
1 kg = 1000 g
1 kg = 10 hg
1 hg = 100 g

3.47 Ræddu við bekkjarfélaga þinn um þetta verkefni.

a Breytið massaeiningunum.

- 0,57 tonnum í g
- 2270 kg í tonn
- 1273 hg í kg

b Búðu til þrjú verkefni fyrir bekkjarfélaga þinn þar sem breyta á einni massaeiningu í aðra. Leysið verkefni hvor annars og ræðið saman um lausnirnar.

3.48 Finndu massann

a í kílógrömmum:

- 15 tonna grafa
- 2240 g af hveiti
- 2 hg af skinku
- 114 gramma farsími
- 3591 g nýburi

b í grömmum:

- 0,1 kg af hamborgara
- 2 hg af eplum
- 7 kg af kartöflum
- 1,1 tonn af sandi
- 25 kg af sementi

Hvaða hópur kemst næst hinu rétta?

Fimm stöðvar með mæliverkefnum fyrir hópa.

Þið þurfið

- snúru
- skæri
- skeiðklukku
- stein
- vog
- stóran pappakassa

Aðferð

1 Bekkjardeildinni er skipt í fimm hópa sem koma sér fyrir á fimm stöðvum. Þeir vinna verkefnin fimm hvert á fætur öðru. Einn nemandi útskýrir og skráir niðurstöður á sameiginlegt blað sem tilheyrir hverri stöð fyrir sig.

2 Í öllum verkefnunum þarf að skrá ágiskun, mælingu og mismun á eyðublað.

Stöð A: Hvað giskið þið á að metri sé langur? Komið ykkur saman um niðurstöðuna og klippið snúru í þeirri lengd. Mælið nú snúruna með málbandi til að kanna lengd hennar og skráið lengdina. Finnið mismuninn á einum metra og snúrunni ykkar.

Stöð B: Hvað giskið þið á að ein mínúta sé löng? Eitt ykkar tekur tímann með skeiðklukku og hinir segja til um þegar þeir telja að nákvæmlega ein mínúta sé liðin. Þið skráið tímann og finnið mismuninn milli einnar mínútu og tímans sem þið giskuðuð á.

Stöð C: Giskið á hvað steinninn er þungur. Skráið ágiskunina og vigtið síðan steininn og finnið mismuninn.

Stöð D: Giskið á flatarmál kennslustofunnar ykkar. Mælið til að ganga úr skugga um rétta stærð og reiknið flatarmálið. Finnið mismuninn á hinu rétta máli og því sem þið giskuðuð á.

Stöð E: Giskið á rúmmál pappakassans og skráið ágiskunina. Þar næst mælið þið til að ganga úr skugga um rétt rúmmál, reiknið það út og finnið mismuninn á því og ágiskuninni.

Stöð	Ágiskun	Mæling	Mismunur
A Lengdin í metrum			
B Tíminn 1 mínúta			
C Massi steinsins			
D Flatarmál kennslustofunnar			
E Rúmmál pappakassans			

Stærðir og einingar fyrr og nú

Þú hefur örugglega heyrt um lengdareiningarnar alin, fet og þumlung (eða tommu). Margir nota þessar gömlu einingar. Lengd báta má mæla í fetum og byggingarefni er gjarnan mælt í tommum.

Árið 1907 var metrakerfið formlega tekið upp á Íslandi og árið 1992 var SI-kerfið lögboðið hér á landi.

Allar þessar lengdarmælingar voru líkamsmál, það er mældar með líkamanum. Það var mjög hentugt því að mælitækin voru þá alltaf við höndina.

Til dæmis var alin lengd framhandleggsins frá olnboga og að enda löngutangar. Fet er fjarlægðin milli hæls og enda stórutáar. Þumlungur var fjarlægðin þvert yfir þumalfingurinn við naglrótina.

Þessar mælieiningar eru misjafnar eftir fólki. Þess vegna urðu fet, alin og þumlungur mismunandi víðs vegar á jörðinni á mismunandi tíma. Á Íslandi hafa þessar lengdir breyst nokkrum sinnum.

Sýnidæmi 12

Andrés hafði aðgang að lítilli vík þar sem pláss var fyrir 9,5 m langan bát.

Hve mörg fet gat báturinn verið þegar 1 fet = 30,48 cm?

Tillaga að lausn

1 fet = 0,3048 m

9,5 : 0,3048 ≈ 31

<u>Bátur Andrésar gat verið 31 fet.</u>

3.49 Hve langir eru bátarnir í metrum? 1 fet = 30,48 cm.

a Þuríður formaður 8 fet

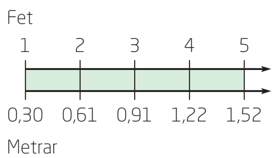
b Hrafninn 14 fet

c Sjávarhetjan 18 fet

d Söngfuglinn 23 fet

e Prinsessan 40 fet

f Dimmalimm 46 fet

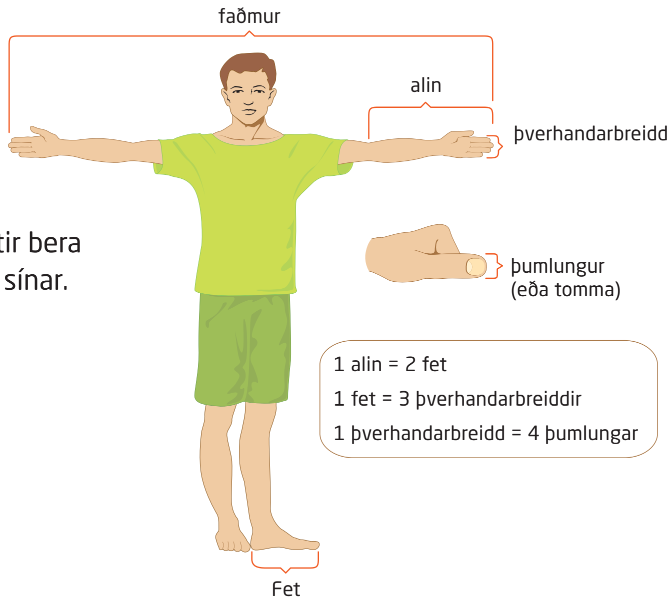


3.50 Um 1300 var notuð mælieiningin tunna til að mæla rúmmál, oftast rúmmál tunnu af korni. Tunna samsvaraði þá um það bil 62 lítrum.

Hve margar tunnur þurfti þá undir 1 m^3 af korni?

Í einum m^3 eru
10 dm x 10 dm x 10 dm
= 1000 dm^3
og 1 dm^3 = 1 lítri

Mælingameistararnir



Nemendur vinna saman tveir og tveir. Þar á eftir bera pörin í allri bekkjardeildinni saman niðurstöður sínar.

Þið þurfið

- blýant
- pappír
- reglustiku
- málband, tommustokk eða leiser-mæli

Aðferð

Þið eigið að mæla eins nákvæmlega og þið getið allar lengdirnar í töflunni hér fyrir neðan. Þið eigið að nota líkamsmálin fyrir lengd: *þumlung, þverhandarbreidd, fet, alin* og *faðm*.

1 Veljið hvaða líkamsmál þið ætlið að nota til að mæla eins nákvæmlega og hægt er.

	Lengd með líkamsmáli	Lengd breytt í einingu úr metrakerfinu	Staðfesting á mælingu með reglustiku/ málbandi	Frávik
Breidd kennaraborðsins				
Hæð dyranna				
Lengd kennarastofunnar				
Lengd blýants				
Lengd skólahússins				

2 Mælið þessar mismunandi lengdir fyrst með líkamsmáli, breytið í einingar úr metrakerfinu og fyllið út í töfluna.

3 Staðfestið lengdarmælingarnar með reglustiku eða málbandi og fyllið út í þriðja dálkinn í töflunni.

4 Finnið frávikin með því að reikna út mismuninn á mælingunum í öðrum og þriðja dálki.

5 Kjósið nú mælingameistara bekkjarins út frá því hvaða par er með lægsta frávikið í öllum mælingunum fimm.

3.51 Einn þumlungur (tomma) er 2,54 cm. Ef breidd girðingarefnis er 6 tommur hver er þá breidd þess í sentimetrum?

3.52 Olíutunna eða olíufat er mál sem segir til um hve mikilli olíu er dælt upp í Noregi. Á hverjum degi er dælt upp 1,8 milljónum olíutunna. Ein olíutunna í Noregi = 200 *l*.

Hve mikil olía er framleidd á mánuði og á ári mælt í lítrum og í tunnum? Skrifaðu tölurnar á staðalformi.

3.53 Bréf frá ferðalangi í Bandaríkjunum.

Hef upplifað stórkostlega ferð á meginlandi Ameríku.

Við lentum á flugvellinum í New York í 77 gráðum á Fahrenheit. Við leigðum Kádilják sem var 18 fet á lengd og ókum um það bil 100 mílur þangað sem við bjuggum á farfuglaheimli. Við borguðum 35 $ á mann fyrir nóttina. Á kvöldin gengum við um það bil 1000 yarda í nærliggjandi verslun þar sem við keyptum 0,5 gallon af drykkjarvatni og 2 pund af eplum.

Þýddu bandarísku mælieiningarnar yfir á íslensku með því að nota upplýsingarnar í töflunni.

	Bandarískar og íslenskar einingar
Hiti	Til að breyta fahrenheit í celsíus: °C = (°F − 32) $\cdot \frac{5}{9}$
Lengd	1 míla = 1609 m ≈ 1,61 km
	1 yard = 91,44 cm
	fet = 30,48 cm
Gengi	1 $ = 132,35 ISK (þann 25.2.2015)
Rúmmál	1 gallon (í BNA) = 3,785 *l*
Massi	1 pound (enskt pund) = 453,6 g

3.54 Búðu til samsvarandi bréf frá ferðalagi til BNA handa bekkjarfélaga þínum. Notaðu bandarísku mælieiningarnar í töflunni. Skiptist á bréfum og þýðið mælieiningarnar yfir á íslenskar mælieiningar.

Nákvæmni og námundun

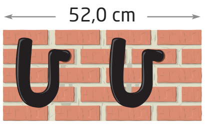
Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- meta hversu nákvæmt svar er og nota reglur um námundun
- áætla villur við mælingar
- nota mælitæki og meta hvað geti valdið villum

Mælingar eru sjaldan alveg nákvæmar. Ef þú átt að gera útreikninga sem byggjast á mælingum verður svarið ekki nákvæmara en mælingarnar sjálfar. Námundun svars, sem gefið er upp með tölu, er nauðsynleg til að svarið verði sem réttast.

Sýnidæmi 13



Á 52,0 cm breiðan vegg á að hengja upp tvo króka. Fjarlægðin milli krókanna á að vera sú sama og fjarlægðin frá hvorum krók að enda veggjarins, hvorum megin.

Tillaga að lausn

Þar sem krókarnir eiga að hanga jafn langt hvor frá öðrum og frá brúnum veggjarins þarf að skipta lengd veggjarins í þrjá jafna hluta.

52,0 cm : 3 = 17,33333 cm ≈ 17,3 cm

Það verða 17,3 cm milli krókanna.

Veggurinn mældist 52,0 cm. Í þeirri tölu eru þrír tölustafir. Við námundum þess vegna svarið að tölu með þremur tölustöfum: 17,3 cm.

3.55 Hversu nákvæmlega geturðu mælt?

a Mældu í sentimetrum, desimetrum og metrum hve breitt, langt og hátt skólaborðið þitt er. Námundaðu svörin skynsamlega.

b Finndu flatarmál borðplötunnar á skólaborðinu þínu. Finndu hvert minnsta rúmmál kassa, sem hægt er að pakka borðinu inn í, þarf að vera. Námundaðu svörin.

c Berðu útreikningana þína saman við útreikninga bekkjarfélaga þíns sem einnig hefur reiknað út lengdir, flatarmál og rúmmál samsvarandi borðs. Ræðið um hvernig megi skýra hugsanlegan mismun mælinganna og hversu mikill hann er í útreikningunum í b-lið.

Mælingar í daglegu lífi

Þegar við mælum eitthvað gefum við gjarnan upp námundaðar tölur. Þegar við segjum að gönguleiðin frá Kaldárseli kringum Valahnúka sé um 5 km löng er gönguleiðin ekki nákvæmlega 5000 metrar heldur líklega milli 4,5 km og 5,4 km. Þegar við segjum að þátttakendur í New York-maraþoninu hafi verið 36 000 talsins er sú tala einnig ónákvæm. Í rauninni voru þátttakendurnir um það bil 36 000, það er að segja ef til vill aðeins færri eða aðeins fleiri.

Í öðrum tilvikum þurfa mælingarnar að vera nákvæmari, til dæmis þegar hjúkrunarfræðingur á að mæla lyfjaskammt.

3.56 Hverjar eftirfarandi talna eru alveg nákvæmar og hverjar ónákvæmar? Ræddu við bekkjarfélaga þinn um þessi verkefni.

- **a** Ég borgaði 4721 kr. í búðinni.
- **b** Árið 2015 voru 1850 stúdentar við Háskólann á Akureyri.
- **c** Ég er 162 cm á hæð.
- **d** Ég er 14 ára.
- **e** Það eru 193 aðildarríki í Sameinuðu þjóðunum.
- **f** Árið 2014 fóru 400 002 íslenskir farþegar um Keflavíkurflugvöll.
- **g** Það eru 354 km frá Stykkishólmi til Akureyrar.
- **h** Á Ólympíumóti fatlaðra í London 2012 fékk Jón Margeir Sverrisson gullverðlaun fyrir að synda 200 metra skriðsund á tímanum 1:59,62 en hann setti heimsmet, Evrópumet og Ólympíumet í leiðinni.

3.57 Mældu fimm lengdir í kennslustofunni. Ræddu við bekkjarfélaga þinn um hversu nákvæmar mælingarnar geta verið.

3.58 Mældu tímann sem nokkur stutt atvik taka.

- **a** Mældu tímann milli þess sem maður deplar augunum.
- **b** Mældu tímann milli þess að þú smellir með fingrunum.
- **c** Mældu tímann sem það tekur að skrifa setninguna: Ég er mjög nákvæm(ur) þegar ég mæli tíma.

3.59 Notaðu eldhúsvog.

- **a** Mældu massa fimm hluta í kennslustofunni þinni.
- **b** Hvaða aðrar tegundir af vog hefðuð þið getað notað?

Ýmis verkefni

Nákvæmar mælingar

Þetta verkefni er fyrir alla bekkjardeildina.

Þið þurfið

- reglustikur eða tommustokka
- löng málbönd
- skeiðklukkur
- pappír
- blýanta

Aðferð

1 Tveir nemendur vinna saman og mæla 60 m langa braut eins nákvæmlega og þeir geta með tommustokk eða öðru metramælitæki.

2 Tveir aðrir nemendur ganga úr skugga um að rétt sé mælt og athuga hvort þeir fá sömu lengd með málbandi og ef til vill með leiser-mæli.

3 Ræðið saman um hversu nákvæmlega hefur verið mælt.

4 Einn nemandi hleypur 60 metra vegalengd en sem allra flestir nemendur taka tímann eins nákvæmlega og þeir geta með skeiðklukku. Allir skrifa niður tímann sem þeir fá.

5 Ræðið saman um hvaða tímamæling er réttust. Hversu nákvæmlega tókst ykkur að mæla tímann? Hvaða atriði geta orsakað villur í mælingunum? Hvað er hægt að gera til að fækka slíkum villum?

6 Mælið nú tímann sem það tekur annan nemanda að hlaupa þessa vegalengd.

7 Til að geta reiknað út meðalhraða nemenda þarf að skoða og meta mælingarnar. Hvaða tími er réttastur?

Reiknið meðaltímann með þremur mismunandi aðferðum:

a Notið meðaltalið af öllum tímamælingunum.

b Notið miðgildi tímans sem það tók að hlaupa vegalengdina.

c Notið „besta“ tímann.

Hver þessara niðurstaðna segir best til um meðaltímann?
Hvað þarf að gera ráð fyrir mikilli villu þegar niðurstaðan er fengin?

Hversu nákvæmlega við getum mælt til dæmis lengd, tíma, massa eða eitthvað annað fer eftir því hvaða mælitæki við notum.

Sýnidæmi 14

Hvolpur vegur 11 kg. Hversu nákvæm er þessi mæling?
Finndu talnabilið sem mælitalan getur verið námunduð úr?

Tillaga að lausn

Námundunarreglurnar gera það að verkum að massi hvolpsins er milli 10,5 kg og 11,4 kg þar sem allar mælitölur innan þessa talnabils eru námundaðar að 11 kg.

Talnabilið er [10,5, 11,4].

3.60 Finndu talnabilið sem þessar mælitölur geta verið námundaðar úr.

- **a** 4,1 kílóa köttur
- **b** 4,5 kílómetra skokkbraut
- **c** 3850 gramma nýburi
- **d** 156 cm hæð
- **e** 1570 kílóa bíll
- **f** 0,6 lítrar af ávaxtasafa
- **g** 1,3 fermetra (m^2) rúða
- **h** 950 m^2 lóð
- **i** 150 rúmmetra (m^3) kennslustofa

3.61 Finndu talnabilið sem eftirfarandi mælitölur geta verið námundaðar úr. Finndu hversu nákvæmlega þú getur gefið upp breidd 15 planka samtals þegar breidd hvers planka er samkvæmt mælingu

- **a** 2 dm
- **b** 20 cm
- **c** 20,0 cm
- **d** 200 mm
- **e** 20,00 cm
- **f** Hversu nákvæmlega finnst þér að þurfi að mæla parketplankana?

Þegar við mælum með mismunandi mælitækjum er misjafnt hversu nákvæmar mælingarnar eru. Þegar við ræðum um stærðir, sem mældar hafa verið, notum við hugtakið markverðir stafir til að vita hversu nákvæm talan er.

Mælitala er tala sem segir til um fjölda eða stærð. Í lengdarmælingu, sem er 103 cm, er 103 mælitalan og cm er mælieiningin.

Markverðir stafir eru allir tölustafirnir í tölu nema núllin til vinstri í tölunni. Þegar við eigum að nota mælitölur í frekari útreikningi þarf svarið að hafa jafn marga markverða stafi og sú mælitala sem hefur fæsta tölustafi í útreikningnum.

Sýnidæmi 15

Hve marga markverða stafi hafa mælitölurnar 1,54 m, 0,54 m og $1{,}6 \cdot 10^3$ m?

Tillaga að lausn

1,54 hefur þrjá markverða stafi.

0,54 hefur núll til vinstri, mælitalan hefur því tvo markverða stafi.

$1{,}6 \cdot 10^3$ m hefur tvo markverða stafi.

3.62 Lengdirnar eru mældar með mismunandi mælitækjum. Hve margir markverðir stafir eru í þessum mælitölum?

a 136 mm

b 14,80 m

c 254,79 m

d 0,5 cm

e 13,17 cm

f 0,05 dm

g 0,0013 km

h 13,400 km

i 62,30 cm

3.63 Hve marga markverða stafi hafa þessar mælitölur sem skrifaðar eru á staðalformi?

a $1{,}8 \cdot 10^3$ m

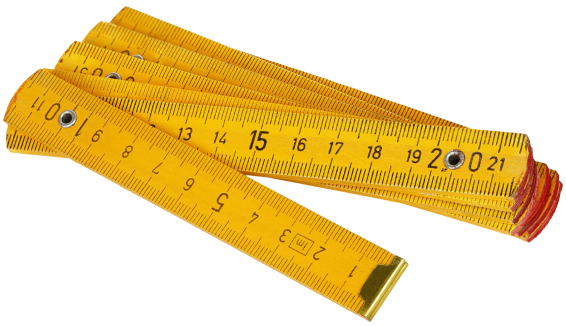
b $2{,}93 \cdot 10^8$ km

c $9{,}874 \cdot 10^4$ mil

d $8{,}4623 \cdot 10^9$ m^2

e $7{,}73 \cdot 10^5$ km^2

f $2{,}005 \cdot 10^7$ m^3



Val á mælitæki

Val á mælitækjum fer eftir því hver markmiðin með mælingunum eru. Mikilvægt er að leggja vandað mat á hvaða mælitæki sé best að nota við ákveðnar aðstæður. Sumar aðferðir og mælitæki henta til notkunar í langan tíma, önnur fyrir stuttan tíma. Sum henta til að mæla langar vegalengdir, önnur fyrir mjög stuttar.

Rennimál er mælitæki sem mælir mjög stuttar lengdir. Nákvæmnin er oftast upp á um það bil $\frac{1}{10}$ mm.

3.64 Finndu hvert af mælitækjunum í reitnum til hægri passar best ef þú ætlar að mæla

- **a** leiðina í skólann
- **b** vegalengdina milli Sauðárkróks og Hvammstanga
- **c** þykkt blýants
- **d** hæð þína
- **e** lengd kennslustofunnar
- **f** hæðina upp að lofti íþróttasalarins
- **g** lengd beltis
- **h** þykkt skrúfu

málband
tommustokkur
leiser-mælir
GPS-mælitæki
rennimál

3.65 Hvaða atriði geta valdið villum í mælingunum hér á eftir? Ræddu við bekkjarfélaga um hvað getur komið til greina.

- **a** Tveir nemendur taka tímann á bekkjarfélaga sem hleypur 100 m. Þeir fá út mismunandi tíma: 13,57 sek. og 13,76 sek.
- **b** Nemandi mælir ummál kennslustofunnar tvisvar. Niðurstöðurnar verða 34,6 m og 34,87 m.
- **c** Tveir nemendur eiga að mæla massa bakpoka. Þeir mæla á ólíka vegu og fá mismunandi niðurstöður: 23,6 kg og 25 kg.

3.66 Veldu mælitæki til að mæla

- **a** flatarmál bílastæðis
- **b** rúmmál lítils steins
- **c** tímann sem tekur að syngja eina vísu í kvæði
- **d** þykkt blaðs í bók sem er 600 blaðsíður að stærð
- **e** púls þinn á mínútu
- **f** massa einnar flúortöflu
- **g** rúmmál sorpgáms
- **h** meðaltímann sem það tekur að brenna spritttkerti

Að reikna út villur í mælingum

Þegar við mælum af ónákvæmni geta afleiðingarnar orðið alvarlegar. Orsakirnar geta verið gallar í mælitækinu eða þá að við lesum ranglega af því. Einnig er ónákvæmni til staðar þar sem mælingarnar eru ekki framkvæmdar nákvæmlega eins frá einu skipti til annars. Ef við mælum hið sama aftur og aftur fáum við oft smávægilegan mismun í niðurstöðum. Lítil villa við lengdarmælingu veldur mikilli ónákvæmni þegar reikna á flatarmál eða rúmmál. Þess vegna er mikilvægt að mæla eins nákvæmlega og mögulegt er. Þar að auki skiptir miklu máli að vita að margir aukastafir í svari gera mælinguna ekki alltaf nákvæmari.

Sýnidæmi 16

Safaverksmiðja framleiðir flöskur með safa í. Hver flaska á að innihalda 7,5 dl af safa. Verksmiðjan setti vegna mistaka 7,7 dl af safa í hverja flösku.

Hvað fólu þessi mistök í sér marga lítra af safa ef verksmiðjan framleiddi safa á 5200 flöskur?

Tillaga að lausn

Á hverja flösku setur verksmiðjan 7,7 dl − 7,5 dl = 0,2 dl of mikið.

0,2 dl er það sama og 0,02 l.

Alls verður þetta: 0,02 $l \cdot 5200 = 104$ l

$\underline{\underline{\text{Villan fól í sér 104 } l \text{ af safa.}}}$

3.67 Klukka gengur of hægt í 30 daga. Um hve mikinn tíma hefur hún seinkað sér ef hún seinkar sér um

a 5 mínútur á sólarhring?

b 2 sekúndur á klukkustund?

3.68 Hver er stærsta og minnsta lengdin miðað við mælingarvillu upp á ± 5%?

a 10 m

b 150 m

c 2 km

d 12 mílur

e $9{,}0 \cdot 10^7$ km

f $8{,}7 \cdot 10^{-3}$ km

Sýnidæmi 17

Herbergi á að verða 4,0 m á lengd og 2,0 m á breidd. Hversu miklu minna verður flatarmálið ef lengd og breidd eru mældar 5% of stuttar?

Tillaga að lausn

Flatarmál herbergisins átti að vera 4,0 m · 2,0 m = 8,0 m^2

Mæld lengd: 4,0 m · 0,95 = 3,8 m

Mæld breidd: 2,0 m · 0,95 = 1,9 m

Flatarmál herbergisins: 3,8 m · 1,9 m ≈ 7,2 m^2

Mismunur á flatarmálinu: 8,0 − 7,2 = 0,8

Ef lengdirnar eru mældar 5% of stuttar verður flatarmálið um það bil 0,8 m^2 minna eða 10% minna en ætlað var.

5% minna gefur breytiþáttinn 0,95.

3.69 Hversu miklu minna verður flatarmálið ef við mælum hvora lengd 10% of stutta?

- **a** Svefnherbergi í stærðinni 2 m · 3 m.
- **b** Kennslustofa í stærðinni 9 m · 7 m.
- **c** Íþróttasalur í stærðinni 25 m · 70 m.
- **d** Landspilda í stærðinni 250 m · 350 m.
- **e** Fylki í Bandaríkjunum sem er 600 km · 450 km að stærð
- **f** Hérað í Kanada sem er 700 km · 1100 km.

3.70 Hve miklu stærra verður rúmmálið ef við mælum hverja hlið 5% of langa?

- **a** Herbergi þar sem breiddin er 3,0 m, lengdin er 4,0 m og hæðin 2,4 m.
- **b** Kassi þar sem breiddin er 35 cm, lengdin er 70 cm og hæðin 40 cm.
- **c** Skartgripaaskja þar sem breiddin er 3,50 cm, lengdin 6,75 cm og hæðin 2,45 cm.

Hlutfallareikningur

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- bera kennsl á og reikna með hlutfallstölum í verkefnum úr daglegu lífi
- reikna með hlutfallstölum í blöndum
- reikna með vegalengdum, hraða og tíma
- reikna með massa
- reikna með gengi

Hlutföll í stærðfræði fjalla um samanburð. Hugsaðu þér að þú viljir bera saman fjölda stráka og stelpna í bekkjardeild. Ef jafn margir eru af hvoru kyni er hlutfallið „1 á móti 1“. Á móti hverjum strák er ein stelpa – og öfugt. Ef fjöldi stráka er tvöfaldur fjöldi stelpna er hlutfallið milli stráka og stelpna „2 á móti 1“, tveir strákar á móti hverri stelpu.

Ef þú segir einhverjum að hlutfallið milli fjölda stráka og stelpna í bekkjardeildinni sé „1 á móti 3“ þýðir það að þrjár stelpur séu á móti hverjum strák. Eða orðað öðruvísi: Fjöldi stelpna er þrefaldur fjöldi stráka.

Hlutföllin þrjú hér fyrir ofan má skrifa þannig: 1 : 1, 2 : 1 og 1 : 3. Einnig má skrifa þau sem almenn brot eða sem prósent.

3.71 Í lúðrasveit nokkurri er hlutfallið milli fjölda stráka og stelpna 1 : 10.

- **a** Útskýrðu hvað þetta þýðir.
- **b** Það eru fjórir strákar í lúðrasveitinni. Hve margar eru þá stelpurnar?

Þegar reiknað er með eðlismassa efnis eða þegar breyta á úr einum gjaldmiðli í annan, notum við hlutföll. Þegar við blöndum saman mörgum efnum má einnig tala um í hvaða hlutföllum efnunum er blandað.

3.72 Ræddu við bekkjarfélaga þinn um hvað það þýðir að

- **a** steinn hefur eðlismassann 2,7 g/cm^3
- **b** safaþykkni á að blanda með vatni í hlutföllunum 1 : 6
- **c** hlutfallið milli sykurs og smjörs í kökuuppskrift er 2 : 1
- **d** gengi evru er (í febrúar 2015) um það bil 150 ISK

Að finna hlutfall

Við finnum hlutfall milli tveggja talna með því að deila í aðra töluna með hinni. Hlutfall er skrifað annaðhvort sem almennt brot, $\frac{1}{4}$, með deilingarmerkinu, 1 : 4, eða sem prósent, 25%.

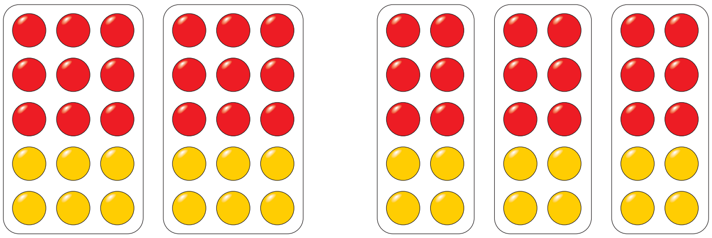
Sýnidæmi 18

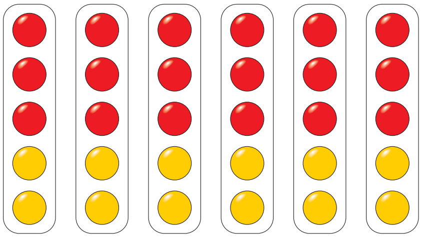
Í poka eru 18 rauðir og 12 gulir hlaupmolar. Finndu hlutfallið milli rauðra og gulra mola.

Tillaga að lausn

Hlutfallið milli rauðu og gulu hlaupmolanna er 18 : 12. Við eigum að skrifa hlutfallið á eins einfaldan hátt og mögulegt er og þess vegna fullstytta það.

Við getum einnig skrifað hlutfallið milli rauðu og gulu molanna sem 9 : 6 eða 6 : 4.





Til að skrifa hlutfallið á eins einfaldan hátt og hægt er getum við stytt 18 : 12 með 6.

Hlutfallið milli rauðra og gulra mola er 3 : 2.

Röðin skiptir máli! Hlutfallið milli gulra og rauðra mola er 2 : 3.

3.73 **a** Finndu hlutfallið milli fjölda stelpna og stráka í bekkjardeildinni þinni.

b Hlutfallið milli fjölda stráka og stelpna í bekkjardeild nokkurri er 3 : 2. Hve margir nemendur geta verið í bekkjardeildinni? Finndu að minnsta kosti þrjár mismunandi bekkjarstærðir.

strákar : stelpur = blár : rauðir = 3 : 2

c Í bekkjardeild nokkurri eru 25 nemendur. Hlutfallið milli fjölda stráka og stelpna er 3 : 2.
Hve margar stelpur og hve margir strákar eru í bekkjardeildinni?

3.74 **a** Finndu hlutfallið milli fjölda fullorðinna og barna á heimili þínu.

b Finndu hlutfallið milli fjölda stelpna með sítt hár og stelpna með stutt hár í bekkjardeildinni þinni. (Þú þarft að ákveða hvað er sítt hár.)

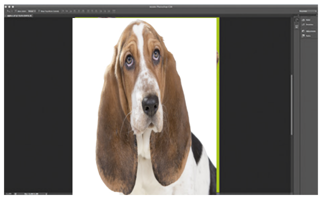
c Finndu hlutfallið milli fjölda dökkhærðra stráka og ljóshærðra stráka í bekkjardeildinni þinni. (Þú þarft að ákveða hvað er dökkt og hvað er ljóst hár.)

d Í blokk nokkurri búa 56 manns. Hlutfallið milli fullorðinna og barna er 3 : 5. Hvað búa margir fullorðnir í blokkinni og hvað eru börnin mörg?

Það eru engin heiti eða einingar í hlutfallstölum. Það er vegna þess að stærðirnar tvær, sem bornar eru saman, hafa sömu einingar.

3.75 Ef þú átt reglustiku sem er 10 cm á breidd og 1 m á lengd getur þú ekki sagt að hlutfallið sé 10 : 1. Ræddu við bekkjarfélaga þinn um hvers vegna það er rangt.

Þú hefur ef til vill reynt að aðlaga eða breyta stafrænni mynd á tölvu. Ef við hugsum ekki um hlutfallið milli hæðar og breiddar á upphaflegu myndinni getur hún orðið afar brengluð. Ef við drögum aðra hlið myndarinnar til eyðileggjum við hlutfallið milli hliðanna og myndin brenglast.



3.76 Ljósmynd er í stærðinni 10 cm · 15 cm.

a Skrifaðu hlutfallið milli breiddar og lengdar á eins einfaldan hátt og þú getur.

b Hvernig breytist stærð myndarinnar ef lengdin er tvöfölduð og hlutfallið milli lengdar og breiddar helst óbreytt?

3.77 Teiknaðu þrjá rétthyrninga þar sem hlutfallið milli hliðanna er 3 : 4.

Sýnidæmi 19

Finndu hlutfallið milli lengdar leikfangabíls, sem er 28 cm langur, og alvörubíls sem er 448 cm langur.

Tillaga að lausn

Hlutfallið milli lengdanna er 28 : 448. Við skrifum hlutfallið á eins einfaldan hátt og hægt er:

28 : 28 = 1

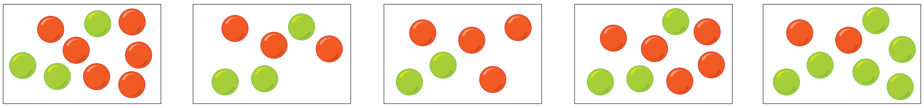
448 : 28 = 16

Hlutfallið milli lengda leikfangabílsins og alvörubílsins er 1 : 16.

Þegar við berum saman tvær stærðir verðum við að nota sömu mælieiningu.

3.78 Skrifaðu hlutfallið milli rauðu og grænu kúlnanna á eins einfaldan hátt og hægt er.
Styttu með stærsta sameiginlega þættinum.

a **b** **c** **d** **e**



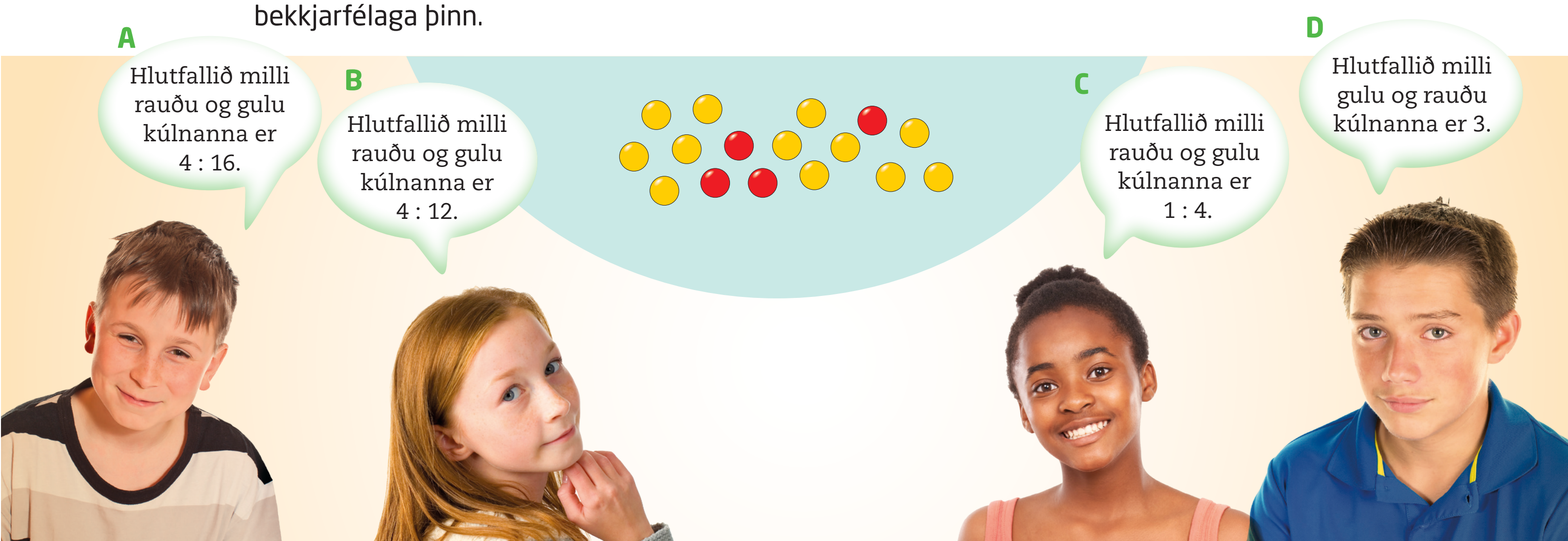
3.79 Skrifaðu hlutföllin á eins einfaldan hátt og hægt er. Styttu með stærsta sameiginlega þættinum.

a 6 : 3
b 5 : 5
c 10 : 15

d 7 : 14
e 150 : 50
f 9 : 6

g 21 : 3
h 20 : 75
i 2 : 1000

3.80 Hver hefur rétt fyrir sér? Ræddu fullyrðingarnar hér á eftir við bekkjarfélaga þinn.



Sýnidæmi 20

Í uppskrift að súkkulaðiköku á að nota $\frac{1}{2}$ l af mjólk og $\frac{1}{3}$ l af sykri.
Hvert er hlutfallið milli mjólkur og sykurs?

Tillaga að lausn 1

$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$ Hlutfallið milli mjólkur og sykurs er 3 : 2.

Tillaga að lausn 2

Við getum sett hlutfallið fram í almennum brotum:

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1 \cdot 6}{2}}{\frac{1 \cdot 6}{3}} = \frac{\frac{6}{2}}{\frac{6}{3}} = \frac{3}{2}$$

Hlutfallið milli mjólkur og sykurs er 3 : 2.

3.81 Skrifaðu hlutföllin á eins einfaldan hátt og þú getur.

a $\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$
b $\frac{1}{3} : \frac{3}{4}$
c $\frac{1}{4} : \frac{1}{8}$

d $\frac{1}{3} : \frac{5}{3}$
e $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$
f $\frac{1}{6} : \frac{1}{4}$

g $\frac{5}{4} : \frac{2}{3}$
h $\frac{4}{5} : \frac{3}{4}$
i $\frac{3}{8} : \frac{3}{5}$

3.82 Trölladeig má gera samkvæmt uppskriftinni til vinstri.
Finndu hlutfallið milli

a salts og hveitis
b vatns og hveitis
c salts og vatns

Trölladeig:
$\frac{3}{4}$ bolli salt
1,5 bolli hveiti
$\frac{3}{4}$ bolli vatn

3.83 Finndu hlutfallið milli tveggja og tveggja efna í uppskriftinni til hægri. Veldu efnin og finndu að minnsta kosti þrjú hlutföll.

Lummur:
1 bolli sykur
3 bolli hveiti
2 tsk. matarsódi
2 egg
2 bollar mjólk

8 bitar = 1 bæti (B)
1000 bæti = 1 kílóbæti (KB)
1000 KB = 1 megabæti (MB)
1000 MB = 1 gígabæti (GB)
1000 GB = 1 terabæti (TV)

3.84 Í myndavél Stínu er 1 GB minniskort.

a Hve margar myndir, sem eru um 1,5 MB að stærð, er pláss fyrir á minniskortinu?

b Eftir tiltekinn tíma hefur Stína sett 340 MB á minniskortið.
Hve mörgum sinnum fleiri myndir er pláss fyrir á minniskortinu?

c Hvert er hlutfallið milli plássins, sem búið er að nota, og plássins sem enn er laust?

Að reikna með hlutföllum

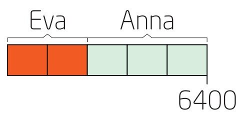
3.85 Einn júnímánuð í bæ nokkrum voru skráðir 9 rigningardagar og 21 sólardagur. Ef hlutfallið milli rigningardaga og sólardaga yfir allt árið yrði hið sama eins og þennan júnímánuð hversu margir rigningardagar og sólskinsdagar hefðu þá verið allt árið?

3.86 **a** Á skólaslitum voru 75 fullorðnir og 45 börn. Finndu hlutfallið milli fullorðinna og barna.

b 65 kórfélagar í barnakór ætla í ferð til að taka þátt í kóramóti. Hlutfallið milli fullorðinna og barna má ekki vera minna en 1 : 8. Hve margir fullorðnir þurfa að fara með í ferðina?

c Á skíðadegi skóla nokkurs þarf hlutfallið milli kennara og nemenda að vera að minnsta kosti 1 : 15. Hve margir nemendur geta farið með ef kennararnir eru 12?

3.87 Eva og Anna tóku að sér að hreinsa til í garði nágrannans. Eva vann tvo tíma og Anna þrjá. Þær fengu samtals 6400 kr. fyrir verkið.



Hvað á hvor þeirra að fá af laununum ef þær skipta þeim í sömu hlutföllum og vinnutíminn skiptist?

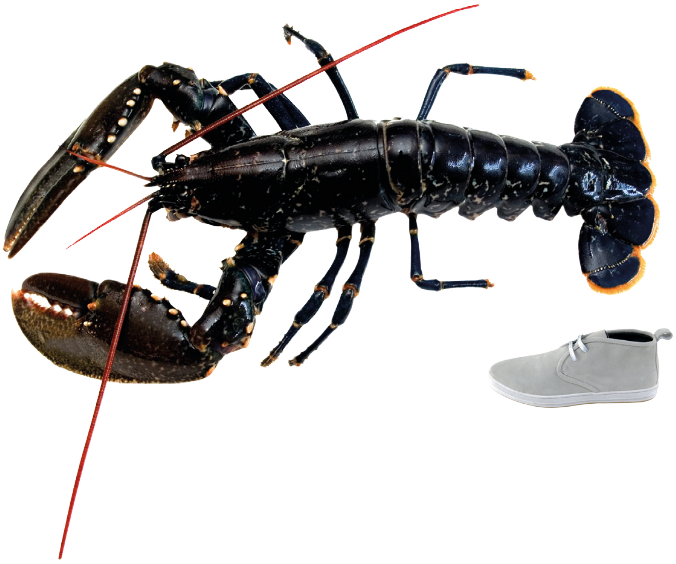
3.88 Lísa í Undralandi hefur skroppið saman og er aðeins 10 cm á hæð. Hlutfallið milli hæðar hennar nú og raunverulegar hæðar er 1 : 16

Reiknaðu út hversu há Lísa er í raunveruleikanum.

3.89 Skoðaðu myndina. Eldspýtnastokkurinn er 5 cm á lengd í raunveruleikanum.

Finndu út hvað fiskurinn er langur.

3.90 Skoðaðu myndina. Humarinn er í raunveruleikanum um það bil 48 cm langur frá hala að trjónu. Í hvaða stærð getur skórinn við hliðina á humrinum verið?



Skóstærð	Lengd
26	16 cm
28	17,2 cm
30	18,5 cm
32	20 cm
36	22,5 cm

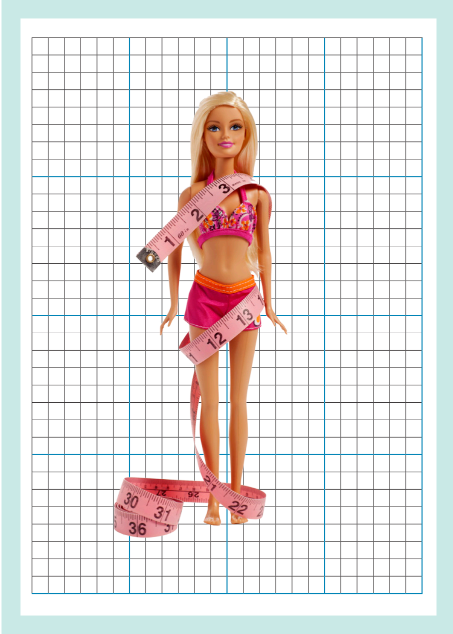
3.91 Hlutfallið milli teljara og nefnara í almennu broti er fasti í jafngildum brotum eins og $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ o.s.frv.

Við getum fundið jafngild brot með því að lengja eða stytta brotin.

Finndu tvö jafngild brot fyrir hvert af brotunum $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{7}$.

Ýmis verkefni

Hvernig lítur raunveruleg stelpa út í hlutföllum Barbie?



Þetta er hópverkefni.

Þið þurfið

- barbie-dúkku
- málband
- stór blöð
- ef til vill aðrar dúkkur eða myndir

Aðferð

1 Mældu hæð dúkkunnar, ummál um mittið, fótlengd og hársídd.

2 Hugsaðu þér að stelpa, sem notar M („medium") í fötum, eigi að vera í sömu hlutföllum og Barbie. Stelpan er 71 cm í mittið.
Finndu hve há hún ætti að vera ef hún væri í sömu hlutföllum og Barbie.

3 Hugsaðu þér að sama stelpan, sem er 168 cm á hæð, eigi að vera í sömu hlutföllum og Barbie. Finndu hvað hún á að vera margir sentimetrar í mittið til þess að vera í sömu hlutföllum og Barbie.

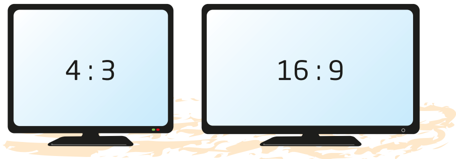
4 Teiknaðu skissu af útlínum Barbie og stelpu í fullri stærð á stóran pappír. Ræðið saman um hvernig formin og hlutföll dúkkunnar koma út fyrir manneskjur. Hvað finnst ykkur um þessi hlutföll? Geta einhverjar manneskjur verið í þessum hlutföllum?

5 Reiknaðu út hvernig strákur myndi líta út ef hann væri í hlutföllum strákanna sem tengjast Barbie, t.d. Ken. Hugsaðu þér að strákurinn hafi venjulega líkamsbyggingu og sé 180 cm á hæð.

6 Finndu út hvernig manneskja myndi líta út ef hún hefði form og hlutföll annarrar brúðu, til dæmis Bratz, Disney-prinsessu eða einhverrar annarrar þekktrar brúðu.

Sjónvarpsskjái og tölvuskjái er hægt að stilla í mismunandi breidd og hæð. Á breiðum skjá er stærðin oftast 16 : 9. Það þýðir að hlutfallið milli breiddar og hæðar er 16 : 9. Algengasta hlutfallið áður fyrr milli breiddar og hæðar var 4 : 3.

Myndir hér fyrir neðan sýnir muninn á þessum skjám. Eins og nafnið bendir til er breiðskjár breiðari en tíðkaðist áður.



Samanburður á skjá í hlutföllunum 4 : 3 og á breiðskjá í hlutföllunum 16 : 9.

3.92 Notaðu hlutföllin á skjáunum hér fyrir ofan.

a Ræddu við bekkjarfélaga þinn um hvað skjáhlutfallið merkir.

b Finndu hvaða breidd og hæð (t.d. í cm) tveir raunverulegir sjónvarpsskjáir geta haft.

c Búðu til algebrustæðu sem lýsir skjáunum hér fyrir ofan.

3.93 Ef þú horfir á kvikmynd í skjá sem er í stærðinni 16 : 9 verða oft svartir borðar bæði fyrir ofan og neðan myndina. Nú eru til sjónvörp í stærðinni 21 : 9 og þau passa mjög vel hinni breiðu stærð á kvikmyndum.

a Hversu breiðir og háir geta skjáirnir í þessum hlutföllum verið í raun og veru?

b Gefðu fjögur dæmi um skjástærðir sem passa við kvikmyndastærðina 21 : 9.

3.94 **a** Breiddin á tölvuskjá er 32 cm. Hlutfallið milli breiddar og hæðar á skjánum er 4 : 3. Teiknaðu mynd og finndu hæðina.

b Finndu aðrar breiddir og hæðir á skjám sem hafa þessi hlutföll.

c Hlutfall á skjá er 16 : 9. Breiddin er 32 cm. Finndu hæð skjásins.

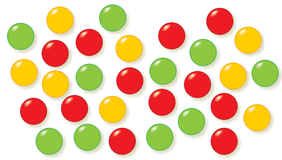
d Finndu aðrar breiddir og hæðir á skjá í hlutföllunum 16 : 9.

Athugaðu stærðina á skjá farsíma þíns, á skjá tölvunnar þinnar eða spjaldtölvu.

3.95 Breidd á iPad-2-skjá er 14,8 cm og hæðin er 19,7 cm.

Hvort hlutfallið 4 : 3 eða 16 : 9 passar betur fyrir iPad-2?

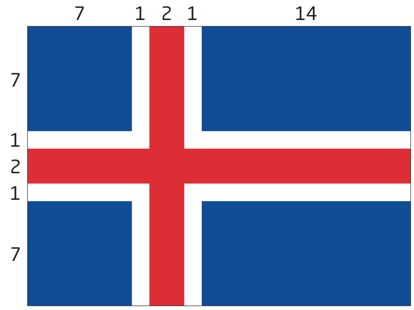
Ef fleiri en tvær tölur eru í hlutfalli hver við aðra er oftast notaður annar ritháttur. Ef við erum með poka með mislitum kúlum má skrifa hlutfall grænna, rauðra og gulra kúlna þannig: 5 : 6 : 4.



3.96 Hlutfallið milli grænna, brúnna og rauðra kúlna í poka er 5 : 4 : 3. Síðustu 32 kúlurnar eru svartar, gular og appelsínugular. Þær eru $\frac{2}{5}$ af kúlunum.

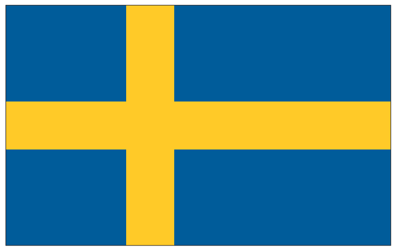
a Hve margar kúlur eru í pokanum?

b Hve margar kúlur eru grænar, brúnar og rauðar?



3.97 Finndu hlutfallið milli flatarmála litanna þriggja í íslenska fánanum.

3.98 Í sænskum lögum segir að sænski fáninn eigi að vera í hlutfallinu 10 : 16 (hæð/lengd). Innri reitirnir næst fánastönginni eiga að vera bláir og í hlutfallinu 4 : 5 (hæð/lengd). Bláu ytri reitirnir eiga að vera í hlutfallinu 4 : 9 (hæð/lengd). Breidd gula krossins á að vera helmingurinn af hæð bláu reitanna.

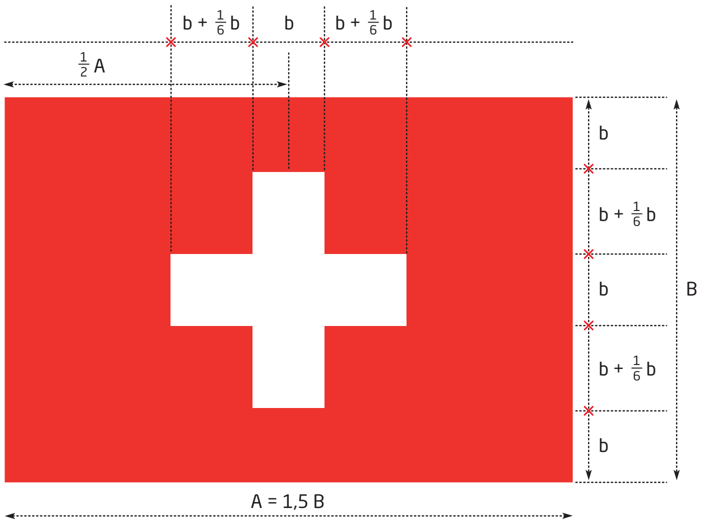


Notaðu rúðustrikað blað og teiknaðu sænska fánann út frá lýsingunni hér fyrir ofan.

Finndu hlutfallið milli flatarmáls bláu og gulu reitanna.

3.99 Svissneski verslunarfáninn er rauður rétthyrningur í hlutfallinu 2 : 3 með hvítum krossi í miðjunni. Lengd hvers arms á krossinum er $\frac{1}{6}$ lengri en breidd hans.

Teiknaðu fánann og finndu hlutfallið milli flatarmáls krossins og flatarmáls fánans í heild..



Bolluuppskrift 40 bollur

$1\frac{1}{2}$ kg hveiti
300 g smjör
3 tsk. kardemommur
50 g ger
1 *l* mjólk
300 g sykur

3.100 **a** Þú átt að baka 100 bollur eftir bolluuppskriftinni. Hvernig þarf að breyta mælitölunum í uppskriftinni?

b Hvert er hlutfallið milli gömlu og nýju mælitalnanna?

c Hugsaðu þér að þú sért með 4 kg af hveiti sem þú ætlar að nota til að baka bollur. Þú vilt nota allt hveitið. Reiknaðu út hinar mælitölurnar í uppskriftinni. Hvert er hlutfallið milli gömlu og nýju mælitalnanna?

3.101 Uppskrift nokkur passar fyrir 4 skammta af graut.

a Með hvaða tölu þarftu að margfalda til að gera 6 skammta af grautnum?

b Með hvaða tölu þarftu að margfalda til að gera 2 skammta?

3.102 Alexander ætlar að smíða fuglahús. Hann útbýr vinnuteikningu með þessum málum: hæð = 10 cm; breidd = 5 cm; dýpt = 8 cm.

Hið raunverulega fuglahús á að vera 25 cm á hæð, 12,5 cm á breidd og 20 cm á dýpt.

a Í hvaða hlutfalli er vinnuteikningin og hið raunverulega fuglahús?

Alexander skiptir um skoðun og ætlar að smíða stærra fuglahús en með sömu lögun.

b Hver verður hæð og dýpt fuglahússins ef hann smíðar 20 cm breitt hús?

c Hvert er hlutfallið nú milli vinnuteikningarinnar og raunverulega fuglahússins?

Að mæla púlsinn

Þú þarft að vinna þetta verkefni með bekkjarfélaga þínum.

Þið þurfið

- skeiðklukku
- blýant og pappír

Aðferð

1 Annar nemandinn finnur hjartslátt eða púls á úlnliðsslagæð sinni með því að nota tvo eða þrjá fingur. Þannig telur hann hjartsláttinn. Þetta kallast að mæla púlsinn. Hinn tekur tímann með skeiðklukku. Hann skráir niðurstöðuna í töflu.

2 Báðir nemendur sitja alveg rólegir og mæla púlsinn á 30 sekúndum.

3 Nú hoppar annar nemandinn jafnfætis 15 sinnum. Síðan mæla þeir púls hans í 20 sekúndur og skrá niðurstöðuna.

4 Næst skal hlaupa í 2 mínútur og lyfta hnjánum hátt.

Mæling 1: Mæla skal púlsinn í 10 sekúndur.
Síðan skal bíða í 10 sek.
Mæling 2: Mæla skal púlsinn í 10 sekúndur.
Síðan skal bíða í 10 sek.
Mæling 3: Mæla skal púlsinn í 10 sekúndur.

5 Nú skipta nemendur um hlutverk og hinn nemandinn framkvæmir púlsmælingarnar.

6 Reiknið nú út hve oft hjartað slær á mínútu í öllum fjórum mælingunum.

Hvíldarpúls er fjöldi hjartslátta á mínútu í hvíld.

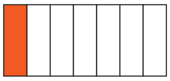
Skráið á eins einfaldan hátt og hægt er hlutfallið milli hvíldarpúls og púls eftir 15 hopp jafnfætis. Var munur í þremur síðustu mælingunum? Hvernig er hægt að útskýra það?

- Finndu hlutfallið milli hvíldarpúls og púlsins í þremur síðustu mælingunum.
- Getur þú fengið hlutfallið 1 : 2 milli hvíldarpúls og púls eftir áreynslu?
- Hvert er hlutfallið milli hvíldarpúls þíns og púls bekkjarfélagans?

Athöfn	Tíðni	Fjöldi hjartslátta	Púls á mínútu
sitja rólegur	30 sek.		
eftir 15 hopp jafnfætis	20 sek.		
eftir 2 mín. hlaup með háum hnélyftum:			
– mæling 1, bíða síðan í 10 sek.	10 sek.		
– mæling 2, bíða síðan í 10 sek.	10 sek.		
– mæling 3	10 sek.		

Blöndur

Ef við ætlum að blanda okkur ávaxtasafa mun hlutfallið milli safa og vatns segja til um hversu sterk blandan er.



Teikningin hér til vinstri sýnir hlutfallið milli safa og vatns þar sem er 1 hluti af safa og 6 hlutar af vatni. Þetta hlutfall er 1 : 6. Það verða samtals 7 hlutar af blöndu.

Sýnidæmi 21

Bifhjól notar blöndu af olíu og bensíni. Í 5 *l* af bensíni á að setja 1 dl af olíu.

a Finndu hlutfallið milli olíu og bensíns.

b Hversu mikla olíu þarf ef setja á 3 *l* af bensíni á geyminn?

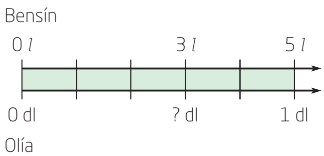
Tillaga að lausn

a 5 *l* = 50 dl

$$\frac{\text{olía}}{\text{bensín}} = \frac{1}{50}$$

HLutfallið milli olíu og bensíns er 1 : 50

b Þetta má útskýra með tvöfaldri talnalínu.



Hlutfallið milli olíu og bensíns má lesa af tvöföldu talnalínunni.
Þá mun hver lítri af bensíni þurfa $\frac{1}{5}$ dl eða 0,2 dl af olíu.

Fyrir 3 *l* af bensíni þarf þá $3 \cdot 0{,}2$ dl = 0,6 dl af olíu.

3.103 Bátavél þarf 4 dl af olíu í 10 lítra af bensíni.

a Notaðu tvöfalda talnalínu til að finna út í hvaða hlutfalli þarf að blanda olíu og bensíni fyrir þessa vél.

b Notaðu tvöfalda talnalínu til að finna út hve mikilli olíu þú þarft að blanda í bensínið fyrir þessa vél ef þú ert með 17,5 lítra af bensíni.

3.104 Kata ætlar að blanda saman hreinum safa og vatni í hlutfallinu 1 : 5.

a Teiknaðu mynd og ræddu við bekkjarfélaga hvað það þýðir að hlutfallið sé 1 : 5.

b Gerðu teikningu sem sýnir hve mikla blöndu Kata fær ef hún notar 4 dl af hreinum safa.

c Kata setur of mikið vatn í blönduna. Hún fær 2,8 *l* af blöndunni. Hvert er hlutfallið þá milli hreins safa og vatns?

d Hversu miklu meira af hreinum safa þarf Kata að setja í blönduna í c-lið ef hlutfallið milli hreins safa og vatns á að verða 1 : 5?

3.105 Á flösku með hreinum safa stendur að hlutfallið í blöndu eigi að vera 1 : 9.

a Teiknaðu mynd sem sýnir hvað blanda með 3 dl af hreinum safa verður margir desilítrar.

b Hve margir desilítrar af hreinum safa eru í 35 dl af blöndu?

3.106 Í nokkrum gömlum bifhjólum þarf að vera ákveðið hlutfall af olíu og bensíni. Vespa af ákveðinni tegund þarf olíu og bensín í hlutfallinu 1 : 50.

Hve marga desilítra af olíu þarf í 2,5 lítra af bensíni?

3.107 Í gullhring eru 580‰ af gulli og afgangurinn er kopar.

Finndu hlutfallið milli gulls og kopars og skráðu það á eins einfaldan hátt og þú getur.

3.108 Í silfurskartgrip eru 830‰ af silfri. Afgangurinn er aðrir málmar.

Finndu hlutfallið milli silfurs og annarra málma og skráðu það á eins einfaldan hátt og þú getur.

3.109 Í silfurhring eru 925‰ af silfri.

a Hvað eru aðrir málmar í hringnum stór hluti af honum?

b Finndu hlutfallið milli annarra málma og silfurs í hringnum.

Samsettar einingar

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ
- reikna með vegalengd, hraða og tíma
- reikna með eðlismassa
- reikna með gjaldeyri

Meðalhraði, eðlismassi og gengi erlendra gjaldmiðla eru þrjár mismunandi samsettar einingar. Þær eru ekki táknaðar með eigin einingum heldur tengja þær saman tvær tegundir eininga. Meðalhraði tengir til dæmis saman vegalengd og tíma.

Hraði

Við getum notað hlutföll þegar við ætlum að reikna hraða. Með því að tvöfalda eða helminga getum við fundið út hve langt við komumst á 1 klukkustund. Þá höfum við meðalhraðann mældan í fjölda km á klukkustund (km/klst.).

Þegar við ræðum um hraða eigum við oftast við meðalhraða. Meðalhraði getur sagt til um hve marga kílómetra maður fer á einni klukkustund.

Við getum fundið meðalhraðann þegar við göngum 1 km á 10 mín. með því að nota hlutfallið milli vegalengdarinnar og tímans.

6 km á 60 mín., það er að segja 6 km á 1 klst. Meðalhraðinn verður þá 6 km/klst.

Vegalengd (km)	1	2	4	6
Tími (mín.)	10	20	40	60

Sýnidæmi 22

Marta hjólar 12 km á $\frac{1}{2}$ klst. Hún æfir sig í eina klukkustund á dag.

a Hver var meðalhraði Mörtu?

b Hve marga daga er hún að hjóla 120 km?

Tillaga að lausn

a Við notum sama hlutfall milli talnanna og tvöföldum báðar tölurnar.

Km	12	24
Klst.	$\frac{1}{2}$	1

Við sjáum að Marta hjólar 24 km á 1 klukkustund. Við segjum að meðalhraðinn sé 24 km/klst.

b Við víkkum töfluna út og höfum sama hlutfall milli talna þangað til við fáum 120 km.

Km	12	24	48	96	120
Klst.	$\frac{1}{2}$	1	2	4	5

Marta hefur hjólað í 5 klukkustundir. Þar sem hún hjólar 1 klukkustund á dag hefur hún hjólað í 5 daga.

Sýnidæmi 23

Meðalhraði í einum áfanga í boðhlaupi var 2,5 m/sek.
Hver er hraðinn mældur í km/klst.?

Tillaga að lausn 1

Í einni klukkustund eru 60 mínútur og í einni mínútu eru 60 sekúndur.
Þá eru 60 · 60 sek. = 3600 sek. í einni klukkustund.

Meðalhraðinn er 2,5 · 3600 = 9000 m/klst.

Það eru 1000 m í 1 km.

Meðalhraðinn mældur í km/klst. er $\frac{9000}{1000} = \underline{9}$

$\underline{\underline{\text{Meðalhraðinn er 9 km/klst.}}}$

1 m/sek. = $\frac{3600 \text{ m}}{1000 \text{ sek.}}$ = 3,6 km/klst.

Tillaga að lausn 2

Til að breyta meðalhraða úr m/sek. í km/klst. margföldum við með 3600 og deilum með 1000, $\frac{3600}{1000} = 3{,}6$:

2,5 · 3,6 = $\underline{9}$

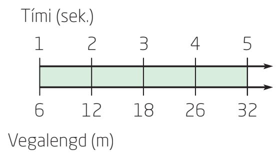
$\underline{\underline{\text{Meðalhraðinn er 9 km/klst.}}}$

1 km/klst. = $\frac{1}{3{,}6}$ m/sek.

$$\text{Meðalhraði er} = \frac{\text{vegalengd}}{\text{tíma}} \qquad h = \frac{v}{t}$$

v táknar *vegalengd*
h táknar *hraða*
t táknar *tíma*

3.110 Meðalhraði Andra í sextíu metra hlaupi var 6 m/sek.
Hve langan tíma var hann að hlaupa sextíu metrana?



3.111 Ída hljóp 400 m á 1 mín. og 5 sek. Finndu meðalhraða hennar.

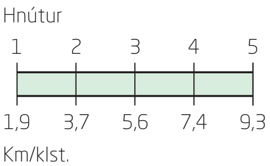
3.112 Meðalhraði sigurvegarans í maraþonhlaupi var 17 km/klst.
Maraþonhlaup er 42 195 m langt. Finndu meðaltíma sigurvegarans.

3.113 Í leikfimistímanum hlupu þrír nemendur 5 km hring. Markús var 45 mínútur, Hanna var 53 mínútur og Sara 39 mínútur.

Finndu meðalhraða þessara þriggja nemenda í m/sek. og km/klst.

3.114 Ræddu við bekkjarfélaga þinn og útskýrið hvor fyrir öðrum hvers vegna maður getur breytt m/sek. í km/klst. með því að margfalda með 3,6.

> Hraði báts er mældur í **hnútum**. Hnútur merkir eina sjómílu á klukkustund, það er að segja 1852 m á klst.



3.115 Lárus og Tómas eiga bát sem getur siglt á 20 hnúta hraða.

Hve langt komast þeir Lárus og Tómas á þessum hraða á $\frac{1}{2}$ klukkutíma?

3.116 Breyttu

a 10 km/klst. í m/sek.

b 5 m/sek. í km/klst.

c 60 km/klst. í m/sek.

d 35 m/sek. í km/klst.

e 30 hnútum í km/klst.

f 50 km/klst. í hnúta

3.117 Hver af nemendunum hefur rétt fyrir sér? Ræddu þessi verkefni við bekkjarfélaga þinn.

1 hnútur = 1.852 km/klst. og 1 m/sek. = 3,6 km/klst.

A Ég held að hraðbátur 1 sé hraðskreiðastur með 65 hnúta hraða.

B 120 er hæsta talan. Þá hlýtur 120 km/klst. að vera mesti hraðinn.

C Ég held að hraðbátur 3 sé hraðskreiðastur vegna þess að vindhraði, sem er 35 m/sek., er fárviðri.

3.118 Það eru þrumur og eldingar. Hraði ljóssins er svo mikill að við sjáum ljósið frá eldingunni um það bil um leið og eldingin á sér stað. Hljóðið fer hægar og fer á hraðanum 330 m/sek. í loftinu.

a Hversu langt í burtu er þrumuveðrið þegar tíminn milli eldingarinnar og drunanna frá þrumunni er 3 sekúndur, 7 sekúndur og 10 sekúndur?

b Eldingunni sló niður í mastur sem er í 3 km fjarlægð frá þér. Hve langur tími líður áður en þú heyrir í þrumunum?

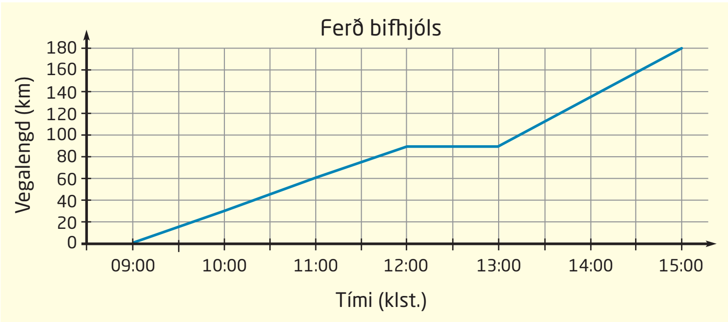
c Finndu hraða hljóðsins í km/klst.

Hraðalínurit sýnir tengslin milli vegalengdar og tíma þannig að hægt er að lesa meðalhraðann af línuritinu.

Til að sýna ferðalag er hægt að nota hraðalínurit. Á línuritinu sýnir x-ásinn tímann og y-ásinn vegalengdina. Við finnum meðalhraðann með því að reikna hve langt við erum komin eftir ákveðinn tíma.

Sýnidæmi 24

Lýstu ferð bifhjólsins sem er sýnd á línuritinu.



Því brattari sem ferillinn er því meiri er meðalhraðinn.

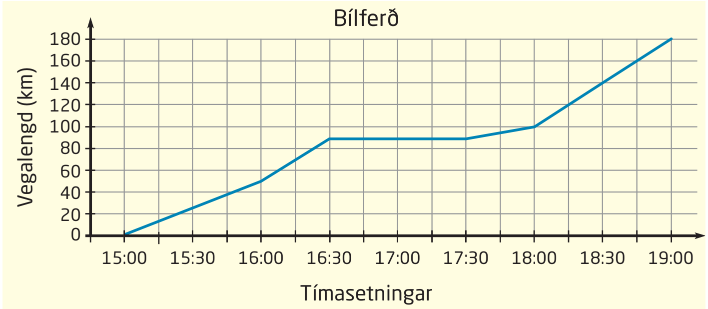
Tillaga að lausn

Vegalengdin, sem bifhjólið hefur lagt að baki frá byrjun, er 180 km.

Ferðin stendur í 6 klukkutíma. Fyrstu 3 klukkutímana er ekið á jöfnum hraða en vegalengdin er 90 km. Meðalhraðinn er þá $\frac{90 \text{ km}}{3 \text{ klst.}} = 30$ km/klst.

Frá kl. 12:00 til kl. 13:00 er ferillinn láréttur. Þá bætist ekkert við vegalengdina. Það þýðir að bifhjólamaðurinn hefur tekið sér hvíld í 1 klst. Frá kl. 13:00 sýnir ferillinn að hann ekur áfram á meðalhraðanum $\frac{90 \text{ km}}{2 \text{ klst.}} = 45$ km/klst.

3.119 Skoðaðu hraðalínuritið sem sýnir bílferð. Ræddu við bekkjarfélaga þinn og svarið spurningunum í sameiningu.



a Útskýrið upphaf bílferðarinnar.

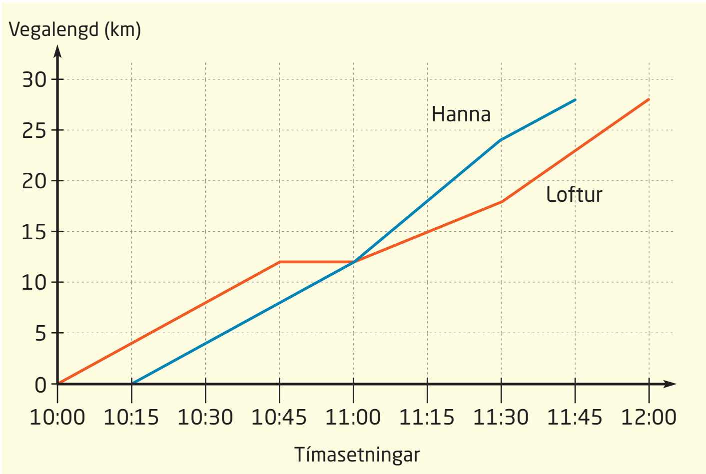
b Hvað gerist milli kl. 16:30 og kl. 17:30?

c Útskýrið hvernig þið finnið hraðann út frá línuritinu.

d Hvenær er hraðinn mestur? Finnið hver sá hraði er.

3.120 Búðu til hraðalínurit úr fjallaferð. Láttu x-ásinn tákna tímann og y-ásinn vegalengdina. Láttu síðan bekkjarfélaga þinn lýsa fjallaferðinni út frá hraðalínuritinu þínu.

3.121 Skoðaðu hraðalínuritið sem lýsir hjólaferð Hönnu og Lofts.



a Lýstu þessum tveimur hjólaferðum með orðum.

b Finndu meðalhraðann þegar hann er mestur.

c Búðu til tvær spurningar út frá línuritinu. Skipstu á spurningum við bekkjarfélaga þinn.

Hraðamælingar

A Að ganga á „óskahraða“

Þið þurfið

- málband
- skeiðklukku
- blýant
- pappír
- vasareikni

Aðferð

1. Mælið tvær mismunandi vegalengdir á skólalóðinni, aðra 50 m langa og hina 100 m.
2. Prófið að ganga með jöfnum hraða, „óskahraða“, þannig að þið gangið á hraðanum 1 m/sek. Hve langan tíma þurfið þið þá til að ganga hvora vegalengdina fyrir sig?
3. Takið tímann á fimm nemendum í bekkjardeildinni og reiknið meðalhraða hvers nemanda fyrir sig. Hver kemst næst því að ganga með óskahraðanum?

B Hver fer á mestum hraða?

Meðalhraði
er vegalengd
deilt með tíma.

Þið þurfið

- málband
- skeiðklukku
- blýant
- pappír
- vasareikni

Aðferð

Fullyrðing: Heimsmeistarinn í 10 000 m hlaupi hljóp á meiri meðalhraða alla vegalengdina en nam meðalhraða nemendanna í 9. bekk þegar þeir hlupu 20 metra.

Finnið heimsmetið í 10 000 m hlaupi. Mælið, reiknið og finnið út hvort fullyrðingin er rétt!

Eðlismassi

Teningur úr járni vegur miklu meira en teningur úr tré í sömu stærð. Við segjum að eðlismassi járns sé meiri en eðlismassi trés.

Eðlismassi er skilgreindur sem hlutfallið milli massa og rúmmáls. Öll grunnefni hafa fastan eðlismassa sem segir til um hve mikið ákveðinn hluti af efninu vegur. Einingar fyrir eðlismassa geta verið gramm á rúmsentimetra (g/cm^3), kíló á rúmdesimetra (kg/dm^3) og tonn á rúmmetra (tonn/m^3).

Tengslin milli þessara mælieininga eru þessi:
1 g/cm^3 = 1 kg/dm^3 = 1 tonn/m^3. Mælitölurnar eru hér þær sömu.

Vissir þú að rúmmetri af lofti vegur bara 1,3 kg?

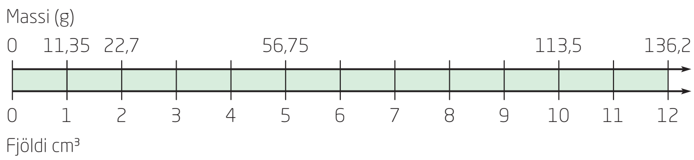
$$\text{eðlismassi} = \frac{\text{massi}}{\text{rúmmál}}$$

Sýnidæmi 25

Hvað vegur blýklumpur sem er 12 cm^3? Eðlismassi blýs er 11,35 g/cm^3.

Tillaga að lausn

Við teiknum tvöfalda talnalínu.



Við reiknum massann: 12 · 11,35 = 136,2

Massi blýklumpsins er 136,2 g.

Vissir þú að gullteningur með 10 cm langar hliðarbrúnir vegur 19,3 kg?

3.122 Notaðu sýnidæmi 25.

a Hver er massi álklumps á stærð við blýklumpinn þegar eðlismassi áls er 2,7 g/cm^3?

b Hvert er hlutfallið milli massa álklumpsins og blýklumpsins?

3.123 Gullstöng hefur massann 12,5 kg. Eðlismassi gulls er 19,3 kg/dm^3.

a Hvert er rúmmál gullstangarinnar?

b Gerðu tvær tillögur um hvernig gullstöngin getur litið út. Teiknaðu og skráðu mál á teikningarnar.

3.124 Steintegund nokkur hefur eðlismassann 2,7 kg/dm^3.

> Hlutfallið milli massa og rúmmáls er fasti.

a Hversu mikinn massa hefur steinn sem er 10 cm^3?

b Hve mikinn massa hefur steinn sem er fjórum sinnum stærri?

c Hve mikið rúmmál hefur steinn sem er 216 g?

d Hvert er rúmmál steins sem hefur tvöfaldan massa steinsins í c-lið?

e Finndu massann og rúmmálið ef hlutirnir í a-lið, b-lið, c-lið og d-lið væru úr

- kopar með eðlismassa 8,93 g/cm^3
- einangrunarplasti með eðlismassa 0,5 g/cm^3

3.125 Eðlismassi steins er 2,7 kg/dm^3.

Hver er eðlismassi sama steins mældur í g/cm^3 og í tonnum/m^3?

3.126 Járnstöng hefur rúmmálið 6 dm^3. Hún vegur 47 kg.

Finndu eðlismassa járns.

3.127 Við 0 °C hefur vatn eðlismassann 1 kg/dm^3 en andrúmsloft aðeins 0,00129 kg/dm^3. Þú skalt vinna þetta verkefni með bekkjarfélaga þínum.

a Finnið massa andrúmsloftsins í kennslustofunni ykkar.

b Hugsið ykkur að kennslustofan sé full af vatni.
Hver væri þá massi vatnsins?

c Hversu miklu meiri massa hefur vatnið, sem getur fyllt kennslustofuna, en andrúmsloftið sem er í kennslustofunni?

3.128 Fræg saga fjallar um Arkímedes sem hafði fengið það verkefni frá Hireon konungi að fletta hulunni af ákveðinni svikastarfsemi. Konungurinn hafði fengið gullsmið til að smíða kórónu sem átti að vera úr hreinu gulli. Konunginn grunaði að hann hefði verið svikinn og taldi að gullsmiðurinn hefði blandað silfri, sem er ódýrari málmur, í kórónuna. Arkímedes sökkti þá kórónunni og gullklump, sem átti að vega jafn mikið og kórónan, niður í vatn hvoru í sínu lagi. Síðan skráði hann hjá sér hve miklu vatni þessir gripir ýttu frá sér.

Útskýrðu hvað Arkímedes hefði séð ef konungurinn hefði verið svikinn.
Rökstyddu hvers vegna þetta hefði gerst.

Gengi

Gengið breytist frá einum degi til annars.

Gengi segir til um hvers virði erlendur gjaldmiðill er, mældur í öðrum erlendum gjaldmiðli. Til dæmis þýðir gengið ISK per evru að 150 íslenskar krónur eru jafn mikils virði og ein evra (1. mars 2015). Gengi evru, punds og dollara segir til um hvað ein evra, eitt pund og einn dollari kosta í íslenskum krónum.

Ef gengi dönsku krónunnar er 20,05 kr. þýðir það að ein dönsk króna er jafn mikils virði og 20,05 íslenskar krónur (ISK).

Verðið fyrir dönsku krónuna er í réttu hlutfalli við þann fjölda danskra króna sem keyptur er.

Sýnidæmi 26

Hvað þurftir þú (þann 1. mars 2015) að borga í íslenskum krónum fyrir iPod sem kostaði 1400 danskar krónur (DKK) í Danmörku? Gengið var um það bil 20,05 kr.

Tillaga að lausn

1 dönsk króna kostar 20,05 íslenskar krónur.

$1400 \cdot 20{,}05 = 28\,070$

Þú þurftir að borga 28 070 ISK fyrir iPod-inn.

3.129 Jónas ætlaði til Danmerkur í fríinu sínu. Hann þurfti að kaupa gjaldeyri. Gengið var 20,05. Finndu hve mikið Jónas fékk

a þegar hann keypti danskar krónur (DKK) fyrir 40 000 íslenskar krónur (ISK);

b þegar hann skipti 500 DKK aftur í íslenskar krónur eftir fríið.

3.130 **a** Hvert var gengi evrunnar ef jakki kostaði 60 evrur eða 9000 ISK?

b Hvert var gengi Bandaríkjadollars (USD) ef heyrnartól kostaði 40 dollara eða 5320 ISK?

3.131 Hanna ætlaði að kaupa spjaldtölvu og hún kannaði verðið í nokkrum löndum.

Í hvaða landi hefði hún átt að kaupa spjaldtölvuna?

Gjaldmiðill	Verð	Gengi
japanskt jen (JPY)	44 800 JPY	1,12
Bandaríkjadollari	599 USD	133,64
Enskt pund (GBP)	399 GBP	206,35
Norsk króna (NOK)	5150 NOK	17,45

3.132 Gengi sænsku krónunnar (SEK) þann 1. mars 2015 var 16,00 kr.

a Magnús ætlaði að kaupa hjól í Svíþjóð. Það kostaði 2300 SEK.
Hvað var það mikið í íslenskum krónum?

b Hann keypti sér einnig skíði. Þegar hann kom heim sá hann að alls höfðu verið teknar út 73 024 kr. af bankareikningnum hans.

Hvað kostuðu skíðin í Svíþjóð?

3.133 Emil var á ferðalagi í Sviss.

a Hann borgaði 125 svissneska franka (CHF) fyrir bakpoka. Þegar hann kom heim sá hann að dregnar höfðu verið frá bankareikningnum hans 17 573 kr.
Hvert var þá gengið á svissneska frankanum (CHF)?

b Sama dag keypti hann myndavél. Notaðu gengið, sem þú fannst í a-lið, og finndu hve margar íslenskar krónur voru dregnar frá bankareikningnum hans þegar myndavélin kostaði 169 CHF.

3.134 Lísa og Alma fóru til Englands og keyptu bresk pund fyrir ferðina. Þjónustugjaldið fyrir að skipta peningum var 450 kr. Gengi breska pundsins var 206,35.

a Hve mörg heil pund fengu stelpurnar ef þær skiptu 20 000 íslenskum krónum?

b Hve mörg heil pund hefðu stelpurnar fengið ef þær hefðu skipt 50 000 íslenskum krónum?

c Hve mörg prósent af upphæðinni var gjaldið í a-lið og b-lið?

Í stuttu máli

Þú átt að geta	Dæmi	Tillögur að lausnum
breytt klukkustundum, mínútum og sekúndum í tugabrot	Ferð á sjóskíðum stóð í 2 mín. og 40 sek. Breyttu tímanum í mínútur. Skóladagurinn stóð í 5 klst. og 45 mínútur. Breyttu tímanum í klukkustundir.	2 mín. og 40 sek. = 2 mín. + $\frac{40}{60}$ mín. = 2 mín. + 0,7 mín. = $\underline{\underline{\text{2,7 mín.}}}$ 5 klst. og 45 mín. = 5 klst. + $\frac{45}{60}$ klst. = 5 klst. + 0,75 klst. = $\underline{\underline{\text{5,75 klst.}}}$
reiknað út tímamismun	Strætó milli Hafnar í Hornafirði og Reykjavíkur fer af stað frá Höfn kl. 11:55 og kemur til Reykjavíkur kl. 18:45. Hve lengi er strætó á leiðinni?	**Tillaga 1:** $\begin{array}{r} 1\overset{60}{\cancel{8}}:45 \\ -\ 11:55 \\ \hline 6:50 \\ \hline \end{array}$ **Tillaga 2:** 11:55 til 12:00 = 5 mín. 12:00 til 18:00 = 6 klst. 18:00 til 18:45 = 45 mín. Samtals 6 klst. og 50 mín. $\underline{\underline{\text{Strætó er 6 klst. og 50 mín. á leiðinni}}}$ $\underline{\underline{\text{frá Höfn í Hornafirði til Reykjavíkur.}}}$
breytt tímanum eftir tímabeltum	Pernille og Hr. Nelson ætla að ferðast frá Ósló til New York. Brottför er kl. 10:25 frá Ósló og flugvélin lendir í New York kl. 12:50. Hve mörg tímabelti eru milli Óslóar og New York ef ferðin tekur 8 klst. og 25 mín.	Flugvélin mun lenda í New York 8 klst. og 25 mín. eftir kl. 10:25 að norskum tíma. 10:25 + 8:25 = 18:50 18:50 að norskum tíma samsvarar 12:50 að bandarískum tíma. 18:50 − 12:50 = 06:00 $\underline{\underline{\text{Það eru 6 tímabelti milli Óslóar og New York.}}}$

Þú átt að geta	Dæmi	Tillögur að lausnum
notað réttar mælieiningar	Hvaða mælieiningu velur þú ef þú átt að • vigta tvö epli • vigta þig • vigta bíl	Tvö epli vega minna en 1 kg. Þegar svo er eru venjulega notuð grömm. Til að vigta fólk eru oftast notuð kílógrömm. Bíll vegur oft milli 1000 og 2000 kg. Þá eru venjulega notuð tonn.
breytt mismunandi mælieiningum til að mæla lengd, flatarmál og rúmmál úr einni mælieiningu í aðra	Breyttu • 1,2 km í metra • 230 dm^2 í m^2 • 12,5 dm^3 í cm^3	1 km = 1000 m 1,2 km = 1,2 · 1000 $\underline{\underline{1200 \text{ m}}}$ $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$ $230 \text{ dm}^2 = \frac{230}{100} = \underline{\underline{2{,}3 \text{ m}^2}}$ $1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$ $12{,}5 \text{ dm}^3 = 12{,}5 \cdot 1000 = \underline{\underline{12\,500 \text{ cm}^3}}$
reiknað með einingum fyrir massa og breytt úr einni mælieiningu í aðra	Lítill bíll vegur 850 kg. Finndu þyngdina í tonnum.	1 tonn = 1000 kg. $850 \text{ kg} = \frac{850}{1000} = 0{,}85 \text{ tonn}$ $\underline{\underline{\text{Bíllinn vegur 0,85 tonn.}}}$
valið og notað rétt mælitæki	Mældu lengd leiðar þinnar í skólann og tímann sem það tekur að hlaupa 100 m.	Til að mæla langar vegalengdir er gott að nota stafrænt mælitæki. Til að mæla tímann í 100 m hlaupi má nota stafræna skeiðklukku.
metið hversu nákvæmt svar er og notað reglur um námundun	Finndu rúmmál herbergis sem mælist í þessari stærð: lengd = 2,8 m, breidd = 2,2 m og hæð = 2,4 m.	$R = l \cdot b \cdot h = 2{,}8 \text{ m} \cdot 2{,}2 \text{ m} \cdot 2{,}4 \text{ m}$ $= 14{,}783 \text{ m}^3$ Við sjáum að mælitölurnar fyrir *l*, *b* og *h* eru skráðar með tveimur tölustöfum. Þá notum við einnig tvo tölustafi í svarinu. 14,783 m^3 eru því námundaðir að 15 m^3. $\underline{\underline{\text{Rúmmál herbergisins er um það bil 15 m}^3\text{.}}}$

Þú átt að geta	**Dæmi**	**Tillögur að lausnum**
reiknað vegalengd, hraða og tíma	**a** María er á bifhjóli og ekur 90 km vegalengd á 2 klst. og 15 mín. Hver var meðalhraði Maríu?	**a** Meðalhraðinn = $\frac{\text{vegalengd}}{\text{tíma}}$ Tíminn var 2 klst. og 15 mín. Það samsvarar 2 klst. + $\frac{15}{60}$ klst. = 2,25 klst. Meðalhraðinn = $\frac{\text{vegalengd}}{\text{tíma}} = \frac{90\text{ km}}{2{,}25\text{ klst.}}$ = 40 km/klst. Meðalhraði Maríu var 40 km/klst.
	b Pétur ekur á meðal-hraðanum 35 km/klst. Hvað kemst hann langt á jafn löngum tíma og María?	**b** Vegalengd = hraði · tími = 35 km/klst. · 2,25 klst. ≈ 79 km Pétur ók um það bil á hraðanum 79 km/klst.
	c Harpa ók 13,5 km vegalengd. Hún ók á jöfnum hraða, 45 km/klst. Hvað var Harpa lengi á leiðinni?	**c** Tími = $\frac{\text{vegalengd}}{\text{hraði}} = \frac{13{,}5}{45}$ = 0,3 klst. 0,3 klst. = 0,3 · 60 mín. = 18 mín. Harpa var 18 mín. á leiðinni.
áætlað villur í mælingum	Massi steins er 230 g. Áætlaðu villur í mælingunni.	Vogin getur hafa verið ónákvæm. Vogin, sem notuð var til að vigta steininn, mælir ekki alveg nákvæmlega. Hún mælir ef til vill aðeins fimmta hvert gramm. Þess vegna er þessi vigtun mjög ónákvæm. Massinn getur verið milli 227,5 og 232,4 g.
notað mælitæki og metið hugsanlegar villur við raunverulegar mælingar	Við mælum þykkt á bók með reglustiku. Bókin er 2,3 cm á þykkt.	Mæling þykktarinnar er ekki alveg nákvæm. Ónákvæmnin liggur í síðasta tölustafnum. Bókin er milli 2,25 og 2,34 cm á þykkt. Til að mæla þykktina af meiri nákvæmni má nota rennimál eða skífmál. Einnig má mæla af meiri nákvæmni ef við mælum bókastafla með t.d. 10 bókum og deilum síðan með 10.
reiknað eðlismassa	**a** Blýlóð, sem notað er við köfun, hefur massann 2 kg og eðlismassa 11,35 kg/dm^3. Hvert er rúmmál lóðsins?	**a** Rúmmál blýlóðsins er: $\frac{\text{massinn}}{\text{eðlismassi blýs}} = \frac{2}{11{,}35} = 0{,}18$ Rúmmál blýlóðsins er 0,18 dm^3.
	b Gullklumpur hefur massann 4,8 g og rúmmálið er 0,25 cm^3. Hver er eðlismassi gulls?	**b** Eðlismassi = $\frac{4{,}8\text{ g}}{0{,}25\text{ cm}^3}$ = 19,2 g/cm^3 Eðlismassi gulls er um það bil 19 g/cm^3.

Þú átt að geta	Dæmi	Tillögur að lausnum
reiknað með hlutfallstölum í blöndum	Elías blandar saman sementi, vatni og þurrum sandi til að búa til steypu. Hlutföllin eru 1 : 1 : 4. Hve mikið sement, vatn og þurran sand þarf Elías til að búa til 120 l af steypu?	Samtals þarf 1 + 1 + 4 hluta, það er að segja 6 hluta af blöndu. Í hverjum hluta er þá $\frac{120}{6} = 20$ Í 120 l af steypu þarf 20 l af sementi, 20 l vatni og (4 · 20) = 80 l af sandi.
reiknað með gengi	**a** Jón fór til Þýskalands og keypti iPad á 350 €. Hvað kostaði hann í íslenskum krónum ef gengið var 150 ISK? **b** Tómas notaði kredit-kort og keypti iPad í Danmörku. Þegar hann kom heim sá hann að dregnar höfðu verið af reikningnum hans 63 000 kr. Hvert var gengið á dönsku krónunni ef iPad-inn kostaði 3000 DKK?	**a** 1 evra kostaði 150 ISK. Þá kostuðu 350 €: 350 · 150 ISK = 52 500 ISK iPad-inn kostar 52 500 ISK. **b** Hlutfallið milli ISK og DKK var $\frac{63\,000}{3000} = 21$ Gengi einnar DKK = 21 ISK.
borið kennsl á og reiknað með hlutfallstölum í verkefnum úr daglegu lífi	**a** Í skýringarmyndum og líkönum fyrir hús-byggingu stendur að líkanið sé í hlutfallinu 1 : 50. Hversu há er hin raunverulega bygging ef líkanið er 10 cm á hæð? **b** Hve há þurfa líkönin af fólkinu við þetta líkan af byggingunni að vera ef þau eiga að tákna fullorðið fólk sem er um það bil 1,8 m á hæð?	**a** Hlutföllin 1 : 50 þýða að byggingin er 50 sinnum hærri í raunveruleikanum en líkanið. 10 cm · 50 = 500 cm = 5 m Byggingin á að vera 5 m á hæð. **b** Fólkið þarf að vera 50 sinnum minna á myndinni en það er í raunveruleikanum. $\frac{1{,}8 \text{ m}}{50} = 0{,}036 \text{ m} = 3{,}6 \text{ cm}$ Líkönin af fólkinu þurfa að vera um það bil 3,6 cm hæð.

Bættu þig!

Tímaútreikningar

3.135 Finndu hvað þetta eru margar mínútur:

a 9 klst.
b 7,5 klst.
c 4,5 klst.
d 5 klst. 14 mín.
e 3 klst. 10 mín.
f 6 klst. 36 mín.
g $2\frac{1}{2}$ klst.
h $4\frac{1}{2}$ klst.
i $1\frac{3}{4}$ klst.

3.136 Finndu hvað tíminn er langur

a frá kl. 11:30 til kl. 15:15
b frá kl. 08:15 til kl. 12:00
c frá kl. 07:30 til kl. 16:00
d frá kl. 22:20 til kl. 01:15
e frá kl. 19:22 til kl. 07:00
f frá kl. 23:23 til kl. 13:17

3.137 Finndu hve margir dagar eru

a þar til þú átt afmæli
b til aðfangadags jóla
c til 17. júní
d til 1. júlí
e milli 15. janúar og 12. október
f milli 17. júní og aðfangadags jóla

3.138 Reiknaðu tímann

a frá því þú fórst á fætur í morgun þar til nú
b frá 5. desember í fyrra til dagsins í dag
c frá árinu 470 f.Kr., þegar Sókrates fæddist, þar til þú fæddist

3.139 Á hvaða tímabili getur þú hringt í vin í New York ef þú átt að hringja þegar hvorugur ykkar á að vera sofandi, það er að segja milli kl. 23:00 og kl. 07:00 á staðartíma beggja?

Staður	UTC (Samræmdur heimstími)
New York	−5 klst.
Ísland	+0 klst.

Mælieiningar

3.140 Breyttu einingunum í metra.

a Milli Gerpis, austasta odda Íslands, og Bjargtanga, vestasta odda Íslands, eru 517 km.

Breyttu í metra og millimetra.

b Strandlengja Íslands er talin vera 6088 km löng.

Breyttu í desimetra og sentimetra.

c Skrúfa er 6,3 cm löng með 0,6 cm breiðum haus.

d Blýantur er 17,4 cm á lengd og þvermál hans er 0,8 cm.

3.141 Breyttu einingunum.

a Farsími er 0,8 cm á þykkt. Hvað eru það margir mm?

b Sólpallur er ferningslaga og hliðarlengd hans er 360 cm. Hvað er pallurinn margir m^2?

c Rúmmál kökubox er 2400 cm^3. Hvað eru það margir dm^3?

d Tréplata er 9 mm á þykkt. Hvað er stafli með 40 tréplötum margir metrar?

e Í íbúðablokk eru 12 íbúðir. Hverri íbúð tilheyrir sólpallur sem er 360 cm · 220 cm. Hvað þarf marga fermetra af gólfefni til að þekja alla sólpallana?

f Mældu rúmmál kennslustofunnar þinnar og finndu hve margir lítrar af lofti eru á hvern nemanda.

g Eitt ljósár er sú vegalengd sem ljósið fer á einu ári á hraðanum 300 000 km/sek. Hvað er eitt ljósár margir kílómetrar á lengd?

h Byggingameistari ætlar að byggja blokk með 24 íbúðum með baði. Á hverju baði eru flísar á gólfi og veggjum. Baðið er í stærðinni 320 cm · 180 cm og veggirnir eru 240 cm háir. Hve marga fermetra af flísum þarf byggingameistarinn að kaupa?

3.142 Notaðu mælieiningarnar fyrir rúmmál í töflunni. Notaðu einnig námundun. Breyttu eftirfarandi rúmmálseiningum í lítra.

1 breskt gallon	4,5 *l*
1 pint	0,57 *l*
1 quart	1,14 *l*
1 síldartunna	120 *l*

a 2 gallon

b 9 pint og 4 quart

c 7 gallon og 3 pint

d 3,5 tunnur

Nákvæmni og námundun

3.143 Finndu bilið sem þessar mælitölur geta verið námundaðar úr.

a Hundur vegur 14,2 kg

b Hlaupabraut er 12,6 km á lengd

c Rófupoki vegur 2385 g

d Hæð vita er 34,3 m.

e Flutningabíll vegur 5570 kg

f Svefnherbergi er 11,7 m^2.

g Flatarmál fótboltavallar er 5775 m^2.

h Rúmmál sundlaugar er 110 m^3

3.144 Lengdirnar eru mældar með mismunandi mælitækjum. Hversu marga marktæka stafi hafa þessar mælitölur?

a 1236 m

b 114,80 cm

c 254,79 km

d 0,5 m

e 0,01 dm

f 0,050 dm

g 0,013 km

h $1,34 \cdot 10^4$ m

i $5,390 \cdot 10^2$ mm

3.145 Hver mælitala í verkefninu hér á undan er hliðarlengdin í ferningi.

a Reiknaðu flatarmál þriggja af ferningunum.

b Hve margir marktækir stafir eru í flatarmálinu í samanburði við lengdirnar?

c Hugsaðu þér að málin sýni lengd hliðarbrúnar í teningi. Reiknaðu rúmmál þriggja af teningunum.

d Hve margir marktækir stafir eru í rúmmálinu í samanburði við lengdirnar?

skeiðklukka
baðvog
eldhúsvog
vörubrettavog
búðarvog
vog fyrir tilraunastofu

3.146 Þú átt að mæla massa og tímann sem lýst er hér fyrir neðan. Finndu hvert mælingartækjanna hentar best þegar þú átt að mæla

a tímann í ratleik

b lyfjaskammt eins dags

c tímann í maraþonhlaupi

d massa stórrar bátsvélar

e massa ávaxtanna í ávaxtaborði verslunar

f massa demants

g afla fiskibáts

h hveiti í bolludeig

i massa ferðatösku í fríinu

Samsettar einingar og hlutfallareikningur

3.147 Útskýrðu tengslin milli eininganna km/klst. og m/sek.

Notaðu það til að breyta hraðanum 25 m/sek. í km/klst.

3.148 Þegar þú ekur frá Breiðdalsvík til Seyðisfjarðar á meðalhraðanum 66 km/klst. ertu 1 klst. og 40 mín. á leiðinni.

Hve margir kílómetrar er þessi vegalengd?

3.149 Finndu rétt hlutfall. Skrifaðu dæmin upp og fylltu í eyðurnar þannig að hlutfallið verði hið sama.

a 2 : 3 = 6 : ___

b 4 : 5 = ___ : 20

c 1 : 7 = 3 : ___

d 4 : 9 = 20 : ___

e 7 : 8 = 21 : ___

f 9 : 2 = 90 : ___

g 21 : 14 = 33 : ___

h 18 : 24 = ___ : 16

i 165 : 5 = 66 : ___

3.150 Notaðu töfluna yfir gengi erlendra gjaldmiðla.

Hvað færðu mikið af hverjum gjaldmiðli fyrir 40 000 ISK?

Erlendir gjaldmiðlar	Gengi 4.3.2015
1 japanskt jen (JPY)	1,1286
1 evra (EUR)	149,59
1 breskt pund (GBP)	206,21
1 dollar (USD)	135,14
1 dönsk króna (DKK)	20,068
1 norsk króna (NKK)	17,295

3.151 Kílóverð á rækjum er 940 kr. Finndu verðið á

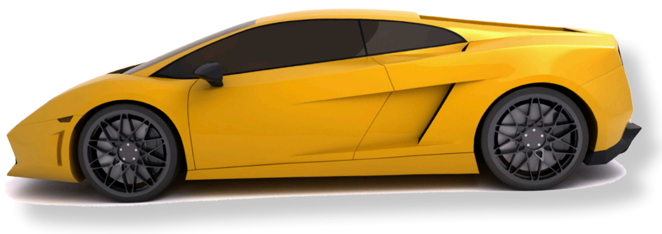
a 3 kg

b 2,5 kg

c 2,25 hg

3.152 Hinn glæsilegi sportbíll Lamborghini er 4780 mm á lengd. Ætlunin er að búa til líkan af bílnum í stærðinni 1 : 18.

Hver verður lengd líkansins?



3.153 Líkan af bíl er 6,5 cm á lengd. Líkanið er gert í stærðinni 1 : 64.

Hversu langur er bíllinn í raunveruleikanum?

„Motorcross“ er kappakstur þar sem ekin er stutt, um það bil 1500 m, hringlaga keppnisbraut með manngerðum stökkpöllum, beygjum og þvottabrettum.

Í **„trial“**-íþróttinni eru notuð hægfara keppnisbifhjól og ökumaðurinn leysir erfiðar þrautir og fer yfir torfærur og hindranir sem settar hafa verið upp.

„Roadracing“ er kappakstur á bifhjólum á malbikaðri hringlaga keppnisbraut.

3.154 Finndu hvað mínúturnar hér á eftir eru stór hluti af einni klukkustund.

- **a** 10 mín.
- **b** 12 mín.
- **c** 6 mín.
- **d** 20 mín.
- **e** 45 mín.
- **f** 50 mín.
- **g** 18 mín.
- **h** 55 mín.
- **i** 24 mín.

3.155 Sportbátur hefur utanborðsmótor sem gengur fyrir bensíni. Til að smyrja mótorinn þarf að bæta olíu í bensínið. Hvaða hlutfall á að vera milli olíu og bensíns ef eftirfarandi er gefið upp:

- **a** 1 dl olíu á móti 10 lítrum af bensíni?
- **b** 2 dl af olíu á móti 10 lítrum af bensíni?
- **c** blanda með 2,5% af olíu?

3.156 Rúnar æfir svokallaða „trial“ bifhjólaíþrótt. Til að fá fulla virkni mótorsins þarf að nota minni olíu í bensínið en gert er í „motorcross“ eða „roadracing“.

- **a** Bensíngeymir Rúnars tekur rúmlega 5 lítra. Hvernig er hlutfallið milli olíu og bensíns ef hann setur í geyminn 5 lítra af bensíni og 75 cm^3 af olíu?
- **b** Hvernig er hlutfallið milli olíu og bensíns ef blandan á að innihalda 2% af olíu?
- **c** Hvað merkir það ef blandan á að vera 1 : 33, 1 : 50 eða 1 : 75?
- **d** Þegar hlutfall olíu og bensíns í blöndunni er 1 : 16 mældist mesti vélarkrafturinn í 125 cm^3 vél í „roadracing“. Geymirinn tekur 17 lítra. Hve mikið af bensíni og olíu er best að setja á þennan geymi?

3.157 Líkan af skipi er einn hundraðasti af raunverulegri stærð skipsins.

Hversu langt er skipið í raunveruleikanum þegar líkanið er 8 dm á lengd?

3.158 Mála á gólf sem er 1200 dm^2. Á hvern fermetra þarf 2 dl af lakki.

Hve marga desilítra af lakki þarf til að lakka allt gólfið tvisvar?

Þjálfaðu hugann

3.159 Hugsaðu þér að þú sért með tvö tímaglös. Annað tímaglasið mælir nákvæmlega 7 mínútur. Hitt tímaglasið er stærra og mælir nákvæmlega 11 mínútur.

Útskýrðu hvernig þú getur mælt nákvæmlega 15 mínútur með þessum tveimur tímaglösum.

3.160 Hugsaðu þér að þú sért með tvö mæliglös sem desilítrar eru ekki merktir á. Þegar mæliglösin eru full taka þau 5 dl og 3 dl.

Útskýrðu hvernig þú getur með þessum tveimur mæliglösum mælt nákvæmlega 7 dl.

3.161 Hugsaðu þér að þú sért með tvö tímaglös. Annað tímaglasið mælir nákvæmlega 4 mínútur og hitt er stærra og mælir nákvæmlega 7 mínútur.

Útskýrðu hvernig þú getur mælt nákvæmlega 9 mínútur með þessum tveimur tímaglösum.

3.162 Sjómaðurinn kom heim og sagði konunni sinni hvað hann hafði veitt stóran fisk. Hausinn var 15 cm og sporðurinn var jafn langur og helmingurinn af bolnum plús lengd haussins. Allur bolurinn var jafn langur og sporðurinn og hausinn til samans.

Hve langur var fiskurinn?

3.163 Hópur kennara og hópur foreldra voru á fundi. Meðalaldur foreldranna var 50 ár og kennaranna 35 ár. Meðalaldur allra fundarmanna var 40 ár.

Hvert var hlutfallið milli fjölda foreldra og fjölda kennara?

3.164 Ari á níu jafn stórar gullmyntir en honum er sagt að ein þeirra sé fölsk.

Hvernig getur hann fundið út hvaða mynt er fölsk með því að vigta myntirnar aðeins tvisvar á skálavog?

Orðskýringar

A	Skýringar
afsláttur	lækkun á vöruverði
atburður	í líkindareikningi: mengi af útkomum sem uppfyllir tiltekin skilyrði; dæmi: ef atburðurinn er: „upp kemur oddatala á teningi“ er atburðurinn mengið {1, 3, 5} eða safnið: 1, 3, 5;
B	
biti	er tölustafur í tvíundakerfinu; biti getur verið annaðhvort 0 eða 1
botnpunktur	punktur á grafi sem hefur lægra fallgildi en allir punktarnir í grendinni
breyta	stærð sem getur tekið ólík gildi innan þess talnabils sem fall er skilgreint fyrir, tákn (oftast bókstafur) til að tákna ótiltekna stærð
bæti	hópur sem samanstendur af 8 bitum
D	
daglína	180° lengdarbaugur í Kyrrahafinu sem aðskilur tvær dagsetningar
E	
empírískt fall	fall þar sem fallgildin byggast á tilraunum, mælingum, reynslu eða athugunum
F	
fall	regla sem sýnir tengslin milli tveggja stærða sem geta haft mismunandi gildi en eru háðar hvor annarri; önnur stærðin, oftast táknuð með x, er nefnd „óháð breyta“
fallgildi	talan sem fæst þegar reiknað er gildi fallstæðu fyrir ákveðið gildi á óháðu breytunni sem oft er nefnd x
fastaliður	fallgildið þegar óháða breytan $x = 0$. Í línulega fallinu $y = ax + b$ er b fastaliðurinn
ferilhorn	horn með topppunkt á hringferli og arma sem eru annaðhvort báðir sniðlar hringsins eða annar armurinn sniðill og hinn snertill
ferill	mengi punkta í fleti sem má t.d. tákna með því að draga blýantsodd eftir blaði án þess að blýantinum sé lyft frá blaðinu
ferningsrót	talan sem margfölduð með sjálfri sér verður hin uppgefna tala; ferningsrótin af 16 er 4 vegna þess að $4 \cdot 4 = 16$
ferningstala	svarið þegar heil tala er margfölduð með sjálfri sér. Allar ferningstölur má skrifa sem veldi þar sem veldisvísirinn er 2
ferningur	ferhyrningur þar sem öll hornin eru 90° og allar hliðarnar jafn langar
flatarmál	stærð flatar sem rúmfræðileg mynd þekur
fyllimengi	ef mengið A er hlutmengi í menginu B inniheldur fyllimengi A öll stök sem eru í B en ekki í A

G	
geiri	hluti af hringfleti sem afmarkast af tveimur geislum og boganum milli þeirra
geisli	strik frá miðju hrings að hringferlinum
gengi	gildi tiltekins gjaldmiðils gagnvart öðrum gjaldmiðli
gildistafla	sýnir gildi óháðu breytunnar x og samsvarandi fallgildi
gjaldmiðill	það sem greitt er með í viðskiptum; peningar sem ríki ákveður sem grunneiningu í viðskiptum
grunnlína	ein hlið marghyrnings; hæð marghyrnings er dregin hornrétt á grunnlínuna
H	
hagstæðar útkomur	fjöldi mögulegra útkoma sem ætlunin er að reikna líkurnar á
hallatala	breyting á y-gildi þegar x-gildið hækkar um eina einingu í línulega fallinu $y = ax + b$; talan a fyrir framan x-ið er hallatalan
háð útkoma	þegar útkoma viðburðar eða tilraunar er háð útkomu annars viðburðar/tilraunar eða annarra viðburða/tilrauna
heiti á hólfi/reit	heiti á hólfi eða reit í töflureikni; hólfið efst til vinstri hefur heitið A1; heiti á hólfi kallast einnig hólfatilvísun eða tilvísun í hólf
hjálparmynd	skissa af mynd sem mál eru skráð inn á, notuð til hjálpar í rúmfræðiteikningum og útreikningum
hlutfall	samanburður á tölum, oft táknað með : eða brotastriki, þ.e. ritað sem almennt brot; fjórar tölur eru sagðar vera í sama hlutfalli, ef t.d. $3 : 4 = 6 : 8$
hlutfallstölur	x og y eru hlutfallstölur ef y/x er fasti
hlutmengi	hluti af heilu mengi
hnútur	mælieining fyrir hraða skipa og báta; einn hnútur er 1 sjómíla á klst. (1 sjómíla = 1,852 km)
hornalína	strik milli tveggja horna í marghyrningi, þó ekki milli samliggjandi horna
hólfatilvísun	tilvísun í hólf (reit) í töflureikni; hólfið efst til vinstri hefur hólfatilvísunina A1, sjá einnig: heiti á hólfi
hraðalínurit	línurit sem sýnir tengslin milli vegalengdar og tíma þannig að hægt er að lesa meðalhraðann af línuritinu; tími er óháð breyta en vegalengd afleidd breyta
hringur	allir punktar sem eru í ákveðinni fjarlægð frá sameiginlegum miðpunkti
hæð	hæð í þríhyrningi eða ferhyrningi er strik sem stendur hornrétt á grunnlínuna (eða á framlengingu hennar) og sýnir stystu fjarlægð frá grunnlínu að mótlægu horni eða samsíða línu

I	
innritaður hringur	allar hliðar þríhyrnings eru snertlar hringsins; miðja eða miðpunktur hringsins er skurðpunktur helmingalína horna þríhyrningsins (en helmingalína horns skiptir því í tvö jafnstór horn)
J	
jafnar líkur	þá eru sömu líkur á öllum mögulegum útkomum;
K	
keila	þrívítt form sem samanstendur af grunnfleti sem er hringur og hliðarfleti sem er hringgeiri og vefst upp í topppunkt
krosstafla	tafla með línum og dálkum, notuð til að hafa yfirlit yfir tvo óháða viðburði eða tilraunir
kúla	er þrívítt form og allir punktar á yfirborði þess eru í sömu fjarlægð frá miðju
L	
langhlið	er lengsta hliðin í rétthyrndum þríhyrningi
lengdarbaugar	hugsaðar boglínur sem liggja frá Norðurpólnum til Suðurpólsins; þær skipta jörðinni í tímabelti
líkur	möguleikinn á að ákveðinn atburður eigi sér stað
línulegt fall	fallið er á forminu $f(x) = ax + b$ þar sem a og b eru fastar; grafið er bein lína
lota í tugabroti	síendurtekin runa tölustafa í óendanlegri aukastafarunu tugabrots
lotubundið tugabrot	tugabrot með lotu í aukastafarunu þess; allar ræðar tölur hafa endanleg eða lotubundin tugabrot
M	
margföldunarreglan	fjöldi mögulegra útkoma úr fleiri en einum viðburði eða tilraunar er margfeldið af fjölda mögulegra útkomna hvers einstaks viðburðar eða tilraunar
markverðir stafir	fjöldi tölustafa í tölu að frátöldum núllum til vinstri í tölunni
eðlismassi	ákveðinn massi af efni deilt með rúmmáli efnisins
meðalhraði	vegalengd deilt með tíma
mengi	vel skilgreint safn hluta sem nefnast stök
mengjahringur	lokaður ferill í teikningu sem notaður er til að afmarka mengi
miðjuhorn	horn þar sem armarnir eru tveir geislar og topppunkturinn er í miðpunkti hringsins
miðstrengur	strengur í hring gegnum miðpunkt hringsins
mæla	að tengja talnagildi við mælanlegan hlut
mælieining	stærð sem notuð er til að tilgreina gildi einhvers sem hefur verið mælt
mælitala	tala sem segir til um stærð safns eða hlutar

mælitæki	tæki sem hægt er að mæla eitthvað með
N	
námundunargildi	það gildi sem tala tekur eftir að hún hefur verið námunduð
náttúrlegar tölur	allar heilar tölur sem eru stærri en 0
Ó	
óháðir atburðir	þegar útkoma atburðar er óháð því sem gerist í öðrum atburði eða atburðum
óháð tilvik	þegar útkoma í tilviki er óháð því sem gerist í öðru tilviki eða tilvikum
ójafnar líkur	þá eru ekki sömu líkur á öllum mögulegum útkomum; þetta er oft sýnt með líkindatré
ónákvæmni mælinga	við allar mælingar gætir óvissu og orsakast af mælingaraðferðum og mælitækjum
óræðar tölur	allar tölur sem ekki er hægt að skrifa sem almenn brot; allar ferningsrætur, sem eru ekki heilar tölur, eru óræðar
P	
P.M.	post meridiem – Orðin eru latnesk en „meridies“ merkir hádegi, kl. 12:00. Alþjóðlegt tákn sem táknar „eftir hádegi“, á íslensku skammstafað: e.h.
píramídi	þrívítt form sem samanstendur af grunnfleti sem er marghyrningur og þríhyrndum hliðarflötum sem koma saman í sameiginlegum topppunkti
prómill	hluti af 1000; þá er 1‰ jafnt og 1/1000; 1000‰ samsvara einum heilum
prósent	hluti af 100; 1% er jafnt og 1/100; 100% samsvara einum heilum
prósentustig	mismunurinn milli tveggja prósentutalna; er oft notað í skoðanakönnunum
punktarit	graf falls sem er aðeins skilgreint fyrir stök gildi þannig að ekki er hægt að draga feril eða línu milli punktanna
R	
rauntölur	allar tölur á talnalínunni
rétthyrningur	ferhyrningur þar sem öll hornin eru 90°
rúmfræðilegur staður	punktur eða punktamengi sem hafa ákveðna eiginleika; hringur og miðþverill eru dæmi um rúmfræðilega staði
rúmmál	stærð rýmis þrívíðs hlutar eða myndar
ræðar tölur	allar tölur sem skrifa má sem almenn brot
S	
sammengi	í sammengi tveggja mengja, A og B, eru öll stök sem eru samtals í A eða B; táknið er ∪
samsíðungur	ferhyrningur þar sem tvær og tvær hliðar eru jafn langar og samsíða
SI-forskeyti	notuð til að búa til einingar sem hafa aðra stærð en grunneiningin

SI-kerfið	alþjóðlegt einingakerfi sem byggt er á tugakerfinu og tugveldum
sívalningur	réttur sívalningur er þrívítt form sem samanstendur af botnfleti og toppfleti sem eru hringir og hliðarfleti sem er rétthyrningur
skipta tölu upp eftir sætum	að skipta tölu í einingar, tugi, hundruð o.s.frv. og skrifa hana sem summu þessara talna, það er sem summu heilla tugvelda, til dæmis: 358 = 300 + 50 + 8
skammhlið	heiti á styttri hliðunum í rétthyrndum þríhyrningi
slumpreikningur	að námunda tölur áður en þær eru notaðar í reikningi þannig að auðvelt sé að reikna í huganum
snertill	lína sem snertir feril einungis í einum punkti. Í hring er snertill alltaf hornrétt á geisla
snið	lýsing á stærð, formi eða tegund innihalds, notað í töflureikni; tölur má skrifa með margvíslegu sniði; ritháttурinn 3400 og $3{,}4 \cdot 10^3$, eru tvö snið sömu tölu; 3,4E + 3 er aðeins notað í reiknivélum.
sniðmengi	sniðmengi mengjanna A og B er mengi allra staka sem eru bæði í A og B. Táknið er $\cap$
sniðill	lína sem gengur gegnum hring og sker hringferilinn á tveimur stöðum
staðalform	tala er skrifuð á staðalformi þegar hún er skrifuð með tugabroti milli 1 og 10 og margfölduð með tugveldi
stafrænn	eining sem túlkar eða vistar upplýsingar sem skráðar eru með tveimur gildum, 0 („af“) og 1 („á“)
stak	einn þeirra hluta sem tilheyra tilteknu mengi
strengur	strik sem liggur frá einum punkti til annars á hringferli
sætiskerfi	talnakerfi þar sem sætið, sem tölustafurinn er í, ræður gildi tölustafsins. Tugakerfið er sætiskerfi
T	
talnabil	allar tölur á talnalínunni sem liggja milli tiltekinna tveggja talna
talnakerfi	kerfi þar sem mismunandi tákn og samsetningar þeirra tákna tölur og fjölda; tugakerfið og rómverskar tölur eru dæmi um ólík talnakerfi
talningarfræði	útreikningur á fjölda möguleika
talningartré	framsetning til að sýna mismunandi samsetningarmöguleika tveggja eða fleiri viðburða eða tilrauna
teningstala	fæst þegar heil tala er margfölduð þrisvar með sjálfri sér. Allar teningstölur má skrifa sem veldi þar sem veldisvísirinn er 3
tímabelti	jörðinni er skipt í 24 megintímabelti
tilvísun í hólf	hólfatilvísun í töflureikni. Hólfið efst til vinstri hefur hólfatilvísunina A1, sjá einnig: heiti á hólfi

topppunktur	punktur á grafi sem hefur stærra fallgildi en allir punktarnir í grenndinni
trapisa	ferhyrningur með tvær samsíða hliðar
tvíundakerfi	í því eru aðeins notaðir tveir tölustafir, 0 og 1
U	
ummál	lengd strika eða ferils sem umlykur rúmfræðilega mynd eða form
umritaður hringur	umlykur marghyrning þannig að öll horn hans liggja á hringferlinum. Í þríhyrningum er miðja umritaða hringsins í skurðpunkti miðþverla hliðanna
Ú	
útkoma	í líkindareikningi: möguleg niðurstaða einhvers viðburðar, gjörnings, tilviks eða tilraunar
útkomurúm	í líkindareikningi: allar mögulegar útkomur einhvers viðburðar, gjörnings, tilviks eða tilraunar
V	
tugveldaritháttur (veldisvísaform)	stafrænt form tölu sem skrifuð er sem tugabrot milli 1 og 10, þar næst er skráð bókstafurinn E og tala sem er veldisvísir tugveldisins sem um ræðir; talan 3,4E+3 er veldisvísaform tölunnar 3400
Vennmynd	mengjamynd þar sem mengi eru teiknuð sem svæði afmörkuð af lokuðum ferlum, notuð til að lýsa innbyrðis afstöðu mengja og aðgerða sem verka á þau; hver lokaður ferill inniheldur eitthvað sem hefur tiltekna eiginleika
Y	
yfirborðsflatarmál	summa flatarmála allra flata í þrívíðu formi eða mynd
Þ	
þvermál	lengd miðstrengs í hring

TIL NEMANDA

Þessi bók er eign skólans þíns og þú hefur hana að láni. Bækur eru dýrar og því mikilvægt að farið sé vel með þær. Gættu þess vel að skrifa ekki í þessa bók.

Skóli			Bók nr.	
			Tekin í notkun	
Nemandi/bekkur	Útlán: (dags.)	Ástand	Skil: (dags.)	Ástand

1) Nafn nemanda skal greinilega skrifað í línurnar hér að ofan.
2) Ástandi bókar við útlán og skil skal lýst þannig:
   N: ný bók, G: gott, S: sæmilegt, L: lélegt.

SKALI 2A

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Skali býður upp á innihaldsríka og lifandi stærðfræðikennslu.
Nemendur öðlast bæði skilning og færni með því að vera virkir og leitandi þegar þeir vinna við stærðfræði. Nemendur og kennarar nota *Skala* til að lesa stærðfræði, vinna verkefni, rökræða lausnaleiðir og fást við stærðfræðilegar áskoranir á rannsakandi og skapandi hátt. *Skali* vekur áhuga nemenda með því að tengja stærðfræði við daglegt líf og bjóða upp á fjölbreytilega kennslu.

Í Skala er lögð áhersla á

- hið faglega innihald, rökrétta uppbyggingu námsefnisins og framvindu námsins
- skýr og nákvæm markmið
- hagnýt dæmi og verkefni
- aðlögun námsefnisins að þörfum allra nemenda í sameiginlegu námssamfélagi þeirra
- nákvæmar leiðbeiningar og stuðning við kennara áður en kennsla hefst, meðan á henni stendur og eftir að henni lýkur

Skali 2 samanstendur af tveimur nemendabókum, tveimur æfingaheftum og tveimur kennarabókum. Kennarabækurnar eru gefnar út á Skalavefnum og þar eru auk þess að finna verkefnahefti, lausnir og annað fylgiefni með flokknum.

Höfundar:
Bjørnar Alseth
Grete Normann Tofteberg
Ingvill Merete Stedøy-Johansen
Janneke Tangen

NÁMSGAGNASTOFNUN
7382

ISBN 978-9979-0-2010-3
9 789979 020103