SKALI 1A

NEMENDABÓK

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Grete Normann Tofteberg • Janneke Tangen
Ingvill Merete Stedøy-Johansen • Bjørnar Alseth

Skali 1A

Nemendabók
ISBN 978-9979-0-1851-3

Heiti á frummálinu: Maximum 8 Grunnbok

Kápuhönnun: 07 Gruppen AS/Kristine Steen
Mynd á kápu: Brynjar Gauti/Mbl.
Teikningar: Børre Holth
Ritstjóri norsku útgáfunnar: Åse Bergundhaugen
Leturgerð í meginmáli: Neo Sans Std, Regular, 10,5 pt.

Getty: bls. 6–7, Attia-fotografie/Image Bank; bls. 98, Wahman/Nordic photos; bls. 115 David MadisonMagnus
bls. 146–147, Tom Morrison/Gettyimages; bls. 172, Robert Decelis Ldt./Gettyimages

Shutterstock: bls. 8,13, 15, 16, 17, 23, 25, 27, 32, 33, 37 t.v., 39, 41, 44, 45 a.o.t.h., og a.n., 46, 47, 49 a.o., 53, 54, 67, 69, 70–71, 72 a.n., 75, 77, 78, 86, 87, 92, 95, 102, 103, 105, 119, 123, 131, 138 t.h. og t.v., 140, 149 a.n, 150, 155, 157, 159, 162, 166, 167, 168, 175, 177, 181, 185, 188, 189, 192, 193, 191, 195, 197, 198, 199 a.o., 201, 206, 208

Dreamstime: bls. 14, Leslie Banks; bls. 34, Michal Durinik; bls. 37 t.h., Marek Moskor; 45 a.o. t.v., Flynt; bls. 48, Galushko Sergey; bls. 64, Mauvries; bls. 72 a.o.t.v., Sarininka; bls. 72 a.o.t.h., Gors4730; bls. 76, Vadim Yerofeyev; bls. 91, Peter Spirer; bls. 109, Corepics Vof ; bls. 116, Joshua Hovey ; bls. 138 f.m., Barry Chambers ; bls. 149 a.o. Alenavlad, bls. 199 a.n., Anna1311

Aðrir: bls. 28, Sigurður Sigmundsson/Mbl; bls. 49 a.n., Ómar Óskarsson/Mbl.; bls. 99, Siegfried Kutting/Plainpictures; bls. 141, Zigy Kaluzny; bls. 170, Námsgagnastofnun/Hafdís Finnbogadóttir; bls. 209, Ómar Óskarsson/Mbl.

Wikimedia Commons (public domain): bls. 78 a.o., 97

Ritstjóri íslensku útgáfunnar: Hafdís Finnbogadóttir

1. útgáfa 2014
Námsgagnastofnun
Kópavogi

Umbrot: Námsgagnastofnun
Prentvinnsla: Prenttækni ehf.

Eftirtaldir lásu yfir handrit að hluta eða í heild og veittu góð ráð við gerð bókarinnar: Freyja Hreinsdóttir, Ingólfur Steinsson og Kristín Bjarnadóttir. Þeim og öðrum sem komu að verkinu og veittu góð ráð eru færðar bestu þakkir.

1A

SKALI

NEMENDABÓK

STÆRÐFRÆÐI FYRIR UNGLINGASTIG

Grete Normann Tofteberg • Janneke Tangen
Ingvill Merete Stedøy-Johansen • Bjørnar Alseth

Formáli

Verið velkomin í *Skala* 1A.

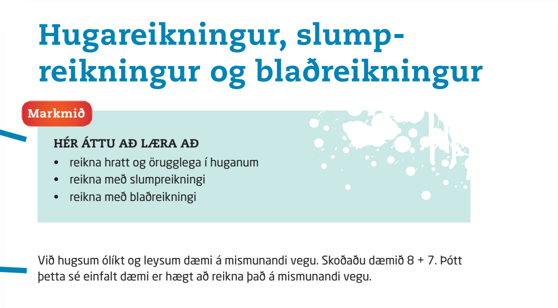
Við vonum að ykkur finnist skemmtilegt og krefjandi að læra stærðfræði með þessu námsefni.

- Stærðfræði er nytsamleg í daglegu lífi, bæði hér og nú og þegar þið verðið fullorðin.
- Í stærðfræði eru mynstur og kerfi, í henni eru röksamleg tengsl og hún hefur sitt eigið táknræna tungumál.
- Stærðfræðinám felur í sér gleði, undrun, sigra – og mikla vinnu!
- Í stærðfræðitímum leysið þið dæmi og þrautir, vinnið hagnýt verkefni, spilið spil, rökræðið um lausnir og hugsanagang og notið tölvur og ýmis hjálpargögn.

Hér getið þið séð hvernig nemendabók er byggð upp:

Markmið um hvað þú átt að læra.

Texti til útskýringar.



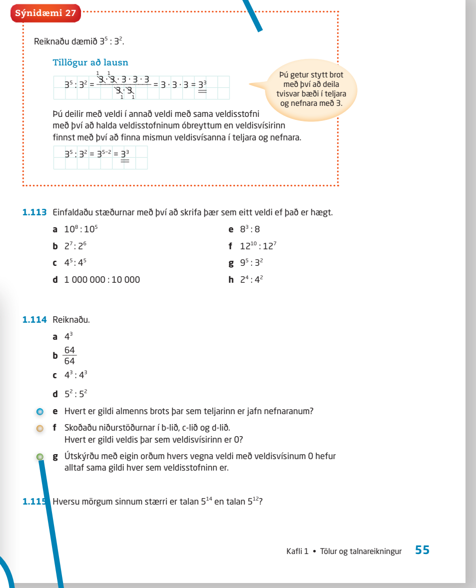
Hugareikningur, slumpreikningur og blaðreikningur

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ
- reikna hratt og örugglega í huganum
- reikna með slumpreikningi
- reikna með blaðreikningi

Við hugsum ólíkt og leysum dæmi á mismunandi vegu. Skoðaðu dæmið 8 + 7. Þótt þetta sé einfalt dæmi er hægt að reikna það á mismunandi vegu.

Sýnidæmi sem sýna þér hvernig þú getur reiknað og skrifað.



Sýnidæmi 27

Reiknaðu dæmið $3^5 : 3^2$.

Tillögur að lausn

$$3^5 : 3^2 = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{\underset{1}{\cancel{3}} \cdot \underset{1}{\cancel{3}}} = 3 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{\underline{3^3}}$$

Þú getur stytt brot með því að deila tvisvar bæði í teljara og nefnara með 3.

Þú deilir með veldi í annað veldi með sama veldisstofni með því að halda veldisstofninum óbreyttum en veldisvísirinn finnst með því að finna mismun veldisvísanna í teljara og nefnara.

$$3^5 : 3^2 = 3^{5-2} = \underline{\underline{3^3}}$$

1.113 Einfaldaðu stæðurnar með því að skrifa þær sem eitt veldi ef það er hægt.

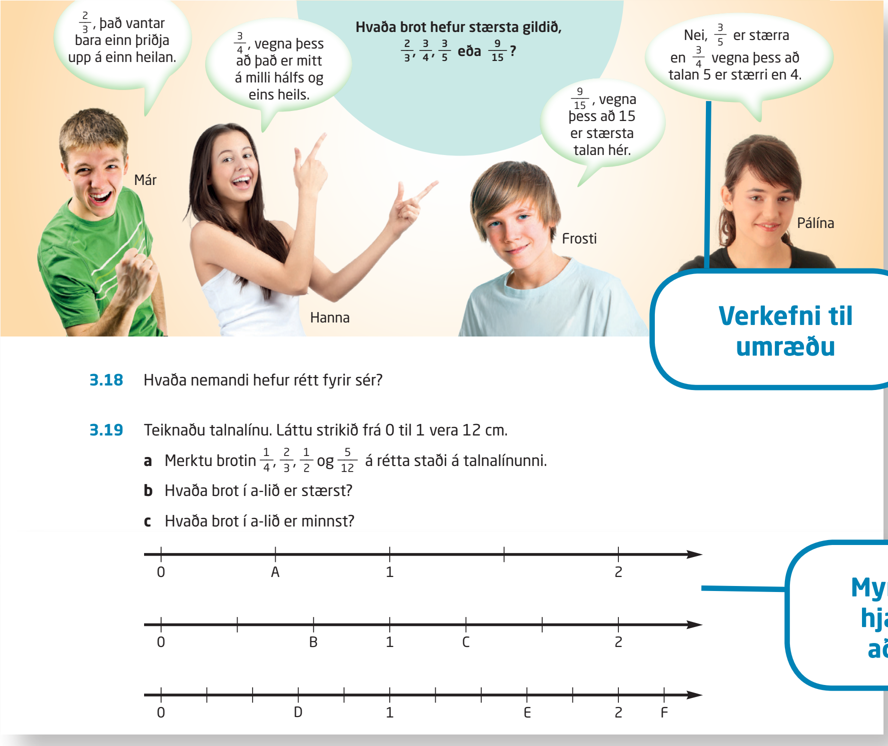
a $10^8 : 10^5$
b $2^7 : 2^6$
c $4^5 : 4^5$
d $1\,000\,000 : 10\,000$
e $8^3 : 8$
f $12^{10} : 12^7$
g $9^5 : 3^2$
h $2^4 : 4^2$

1.114 Reiknaðu.

a 4^3
b $\frac{64}{64}$
c $4^3 : 4^3$
d $5^2 : 5^2$
● **e** Hvert er gildi almenns brots þar sem teljarinn er jafn nefnaranum?
● **f** Skoðaðu niðurstöðurnar í b-lið, c-lið og d-lið.
Hvert er gildi veldis þar sem veldisvísirinn er 0?
● **g** Útskýrðu með eigin orðum hvers vegna veldi með veldisvísinum 0 hefur alltaf sama gildi hver sem veldisstofninn er.

1.115 Hversu mörgum sinnum stærri er talan 5^{14} en talan 5^{12}?

Kafli 1 • Tölur og talnareikningur 55



3.18 Hvaða nemandi hefur rétt fyrir sér?

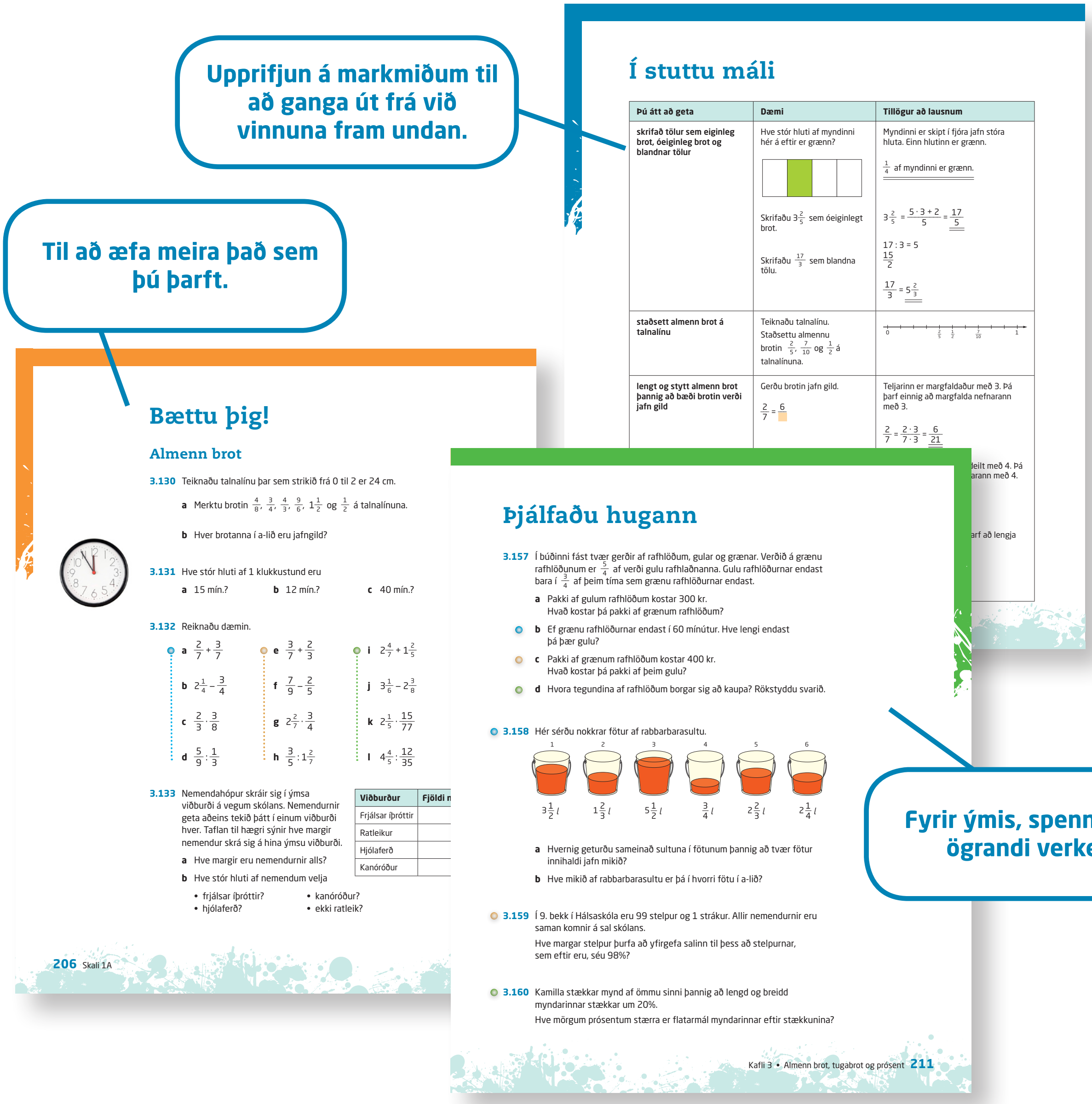
3.19 Teiknaðu talnalínu. Láttu strikið frá 0 til 1 vera 12 cm.

a Merktu brotin $\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ og $\frac{5}{12}$ á rétta staði á talnalínunni.
b Hvaða brot í a-lið er stærst?
c Hvaða brot í a-lið er minnst?

Verkefni til umræðu

Misþung verkefni.

Myndir sem hjálpa þér að skilja.



Upprifjun á markmiðum til að ganga út frá við vinnuna fram undan.

Til að æfa meira það sem þú þarft.

Fyrir ýmis, spennandi og ögrandi verkefni.

Í stuttu máli

Þú átt að geta	Dæmi	Tillögur að lausnum
skrifað tölur sem eiginleg brot, óeiginleg brot og blandnar tölur	Hve stór hluti af myndinni hér á eftir er grænn? Skrifaðu $3\frac{2}{5}$ sem óeiginlegt brot. Skrifaðu $\frac{17}{3}$ sem blandna tölu.	Myndinni er skipt í fjóra jafn stóra hluta. Einn hlutinn er grænn. $\frac{1}{4}$ af myndinni er grænn. $3\frac{2}{5} = \frac{5 \cdot 3 + 2}{5} = \frac{17}{5}$ $17 : 3 = 5$ 15 2 $\frac{17}{3} = 5\frac{2}{3}$
staðsett almenn brot á talnalínu	Teiknaðu talnalínu. Staðsettu almennu brotin $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{10}$ og $\frac{1}{2}$ á talnalínuna.	0 $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{10}$ 1
lengt og stytt almenn brot þannig að bæði brotin verði jafn gild	Gerðu brotin jafn gild. $\frac{2}{7} = \frac{6}{\square}$	Teljarinn er margfaldaður með 3. Þá þarf einnig að margfalda nefnarann með 3. $\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{6}{21}$ deilt með 4. Þá arann með 4. arf að lengja

Bættu þig!

Almenn brot

3.130 Teiknaðu talnalínu þar sem strikið frá 0 til 2 er 24 cm.

a Merktu brotin $\frac{4}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{9}{6}$, $1\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{2}$ á talnalínuna.

b Hver brotanna í a-lið eru jafngild?

3.131 Hve stór hluti af 1 klukkustund eru

a 15 mín.? **b** 12 mín.? **c** 40 mín.?

3.132 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$

b $2\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$

c $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8}$

d $\frac{5}{9} : \frac{1}{3}$

e $\frac{3}{7} + \frac{2}{3}$

f $\frac{7}{9} - \frac{2}{5}$

g $2\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{4}$

h $\frac{3}{5} : 1\frac{2}{7}$

i $2\frac{4}{7} + 1\frac{2}{5}$

j $3\frac{1}{6} - 2\frac{3}{8}$

k $2\frac{1}{5} \cdot \frac{15}{77}$

l $4\frac{4}{5} : \frac{12}{35}$

3.133 Nemendahópur skráir sig í ýmsa viðburði á vegum skólans. Nemendurnir geta aðeins tekið þátt í einum viðburði hver. Taflan til hægri sýnir hve margir nemendur skrá sig á hina ýmsu viðburði.

Viðburður	Fjöldi n
Frjálsar íþróttir	
Ratleikur	
Hjólaferð	
Kanóróður	

a Hve margir eru nemendurnir alls?

b Hve stór hluti af nemendum velja

- frjálsar íþróttir?
- hjólaferð?
- kanóróður?
- ekki ratleik?

206 Skali 1A

Þjálfaðu hugann

3.157 Í búðinni fást tvær gerðir af rafhlöðum, gular og grænar. Verðið á grænu rafhlöðunum er $\frac{5}{4}$ af verði gulu rafhlaðnanna. Gulu rafhlöðurnar endast bara í $\frac{3}{4}$ af þeim tíma sem grænu rafhlöðurnar endast.

a Pakki af gulum rafhlöðum kostar 300 kr.
Hvað kostar þá pakki af grænum rafhlöðum?

b Ef grænu rafhlöðurnar endast í 60 mínútur. Hve lengi endast þá þær gulu?

c Pakki af grænum rafhlöðum kostar 400 kr.
Hvað kostar þá pakki af þeim gulu?

d Hvora tegundina af rafhlöðum borgar sig að kaupa? Rökstyddu svarið.

3.158 Hér sérðu nokkrar fötur af rabbarbarasultu.

1 $3\frac{1}{2}\,l$
2 $1\frac{2}{3}\,l$
3 $5\frac{1}{2}\,l$
4 $\frac{3}{4}\,l$
5 $2\frac{2}{3}\,l$
6 $2\frac{1}{4}\,l$

a Hvernig geturðu sameinað sultuna í fötunum þannig að tvær fötur innihaldi jafn mikið?

b Hve mikið af rabbarbarasultu er þá í hvorri fötu í a-lið?

3.159 Í 9. bekk í Hálsaskóla eru 99 stelpur og 1 strákur. Allir nemendurnir eru saman komnir á sal skólans.

Hve margar stelpur þurfa að yfirgefa salinn til þess að stelpurnar, sem eftir eru, séu 98%?

3.160 Kamilla stækkar mynd af ömmu sinni þannig að lengd og breidd myndarinnar stækkar um 20%.

Hve mörgum prósentum stærra er flatarmál myndarinnar eftir stækkunina?

Kafli 3 • Almenn brot, tugabrot og prósent 211

Gangi ykkur vel í stærðfræði!

Með kveðju frá höfundum

Efnisyfirlit

1 Tölur og reikningur 6

2 Rúmfræði 70

3 Almenn brot, tugabrot og prósent

1

Tölur og talnareikningur

Án talna væri engin stærðfræði.
Til að skilja stærðfræði þarftu að skilja eiginleika talnanna og vita hvernig við reiknum með tölum.
Í þessum kafla verður að mestu reiknað með heilum tölum.

Stærðfræðiorð

- reikniaðgerð
- slumpreikningur
- þáttur
- rétthyrningur
- frumtala
- neikvæð tala
- veldi
- veldisstofn
- veldisvísir

?

Júlía er skotin í Ágústi og þylur „elskar mig – elskar mig ekki“ jafnóðum og hún kippir jaðarblómunum á baldursbránni af. Baldursbráin hefur 21 jaðarblóm.

Hvað þýðir það fyrir niðurstöðuna úr þessari litlu könnun Júlíu?

Hugareikningur, slumpreikningur og blaðreikningur

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- reikna hratt og örugglega í huganum
- reikna með slumpreikningi
- reikna með blaðreikningi

Við hugsum ólíkt og leysum dæmi á mismunandi vegu. Skoðaðu dæmið 8 + 7. Þótt þetta sé einfalt dæmi er hægt að reikna það á mismunandi vegu.

1.1 Reiknaðu í huganum. Útskýrðu hvernig þú hugsar.

a 7 + 9
b 15 − 8
c 23 − 14
d 11 · 6
e 12 : 4

f 27 + 15
g 63 − 38
h 12 · 5
i 9 · 35
j 72 : 4

k 89 + 172
l 502 − 198
m 96 · 3
n 112 · 12
o 105 : 5

Hugareikningur

Hugareikningur felur í sér að reikna í huganum án þess að nota hjálpargögn eins og pappír, blýant eða vasareikni. Þegar þú ætlar að reikna í huganum þarftu að skoða dæmið og ákveða hvernig þú ætlar að leysa það áður en þú byrjar að reikna. Myndin hér á eftir sýnir að þegar þú dregur tölu frá í einum *lið* og leggur sömu tölu við í öðrum lið verður *summan* óbreytt. Í stað þess að reikna 18 + 7 getur þú reiknað 20 + 5. Sama svar kemur út.

18 + 7 = 20 + 5

Liðir Tölur, sem eru lagðar saman í samlagningardæmi og tölur sem eru dregnar frá öðrum í frádráttardæmi.

Summa Svarið í samlagningardæmi. Liður + liður = summa.

Sýnidæmi 1

Reiknaðu dæmið 39 + 65.

Tillögur að lausn

1 Við drögum fyrst töluna 1 frá 65 og bætum henni við 39 til að fá heila tugi. Þar næst leggjum við tölurnar saman:

$39 + 65 = 40 + 64 = \underline{\underline{104}}$

2 Við bætum 1 við 39 og drögum 1 frá í svarinu.

$39 + 65 = 40 + 65 - 1 = 105 - 1 = \underline{\underline{104}}$

Þegar þú skráir aðferðina, sem þú notar í hugareikningi, kallast það skriflegur hugareikningur.

3 Við skiptum tölunum í tugi og einingar og leggjum tugina saman sérstaklega og einnig einingarnar. Síðan er reiknað út endanlegt svar:

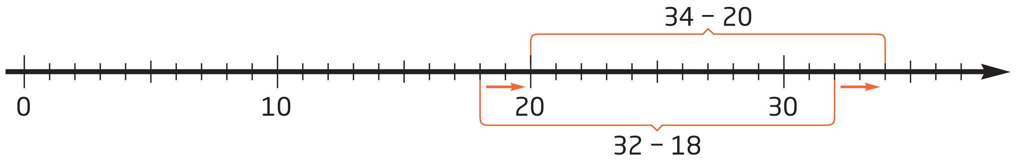
$39 + 65 = 30 + 60 + 9 + 5 = 90 + 14 = \underline{\underline{104}}$

1.2 Reiknaðu í huganum. Útskýrðu með skriflegum hugareikningi hvernig þú hugsar.

a 26 + 85
b 52 + 109
c 96 + 237
d 112 + 179
e 495 + 37
f 1203 + 165

Mismunur
Svarið í
frádráttardæmi.

Þegar við drögum frá eða bætum við jafn miklu í báðum liðum verður mismunurinn sá sami. Í myndinni hér á eftir á að reikna dæmið 32 − 18. Ef við bætum 2 við í báðum liðum verður svarið hið sama. Við getum þess vegna reiknað dæmið 34 − 20 í staðinn.



Sýnidæmi 2

Reiknaðu dæmið 52 − 29.

Tillögur að lausn

1 Dragðu 2 bæði frá 52 og 29. Mismunurinn helst óbreyttur þegar þú dregur jafn mikið frá í hvorum lið:

$$52 - 29 = 50 - 27 = \underline{\underline{23}}$$

2 Dragðu frá einum of mikið og bættu einum við á eftir:

$$52 - 29 = (52 - 30) + 1 = 22 + 1 = \underline{\underline{23}}$$

1.3 Reiknaðu í huganum. Lýstu með skriflegum hugareikningi hvernig þú hugsar.

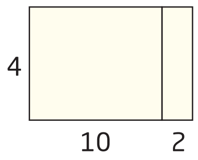
a 34 − 15
b 94 − 57
c 128 − 89

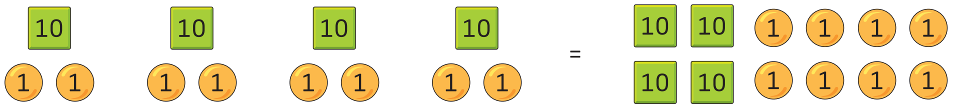
d 72 − 17
e 104 − 26
f 217 − 129

g 32 + 43 − 15
h 78 − 35 + 17
i 121 − 84 + 53

1.4 Soffía fær 7650 kr. á afmælisdaginn sinn. Hún kaupir veski á 3980 kr. Hve mikið á Soffía afgangs? Reiknaðu þetta í huganum. Útskýrðu með skriflegum hugareikningi hvernig þú hugsar.

Stundum eru ein eins stafs tala og ein tveggja stafa tala í margföldun. Þá getur þú skrifað tveggja stafa töluna sem summu tuga og eininga og margfaldað hvorn lið með eins stafs tölunni. Í margföldunardæminu 4 · 12 geturðu skrifað 12 sem 10 + 2 og margfaldað hvorn lið með 4:





$4 \cdot 12 = 4 \cdot 10 + 4 \cdot 2$

Sýnidæmi 3

Reiknaðu dæmið 62 · 9.

Tillögur að lausn

1 Skrifaðu 62 sem 60 + 2 og margfaldaðu hvorn lið með 9:

$62 \cdot 9 = 60 \cdot 9 + 2 \cdot 9 = 540 + 18 = \underline{\underline{558}}$

2 Þegar þú átt að margfalda 62 með 9 getur þú margfaldað 62 með 10 og dregið 62 frá svarinu:

$62 \cdot 9 = 62 \cdot 10 - 62 = 620 - 62 = \underline{\underline{558}}$

1.5 Reiknaðu í huganum. Útskýrðu með skriflegum hugareikningi hvernig þú hugsar.

a 32 · 11
b 68 · 5
c 9 · 115
d 60 · 12
e 7 · 21
f 17 · 50
g 32 · 6
h 57 · 19
i 84 · 9

Þegar þú átt að margfalda tölu með 5 getur þú margfaldað hana fyrst með 10 og síðan deilt með 2.

1.6 Ein smákaka kostar 39 kr.
Hve mikið þarftu að borga fyrir fimm smákökur? Reiknaðu í huganum.
Útskýrðu með skriflegum hugareikningi hvernig þú hugsar.

Sýnidæmi 4

Reiknaðu dæmið 25 · 12.

Tillögur að lausn

1 Úr því að 12 = 4 · 3 getur þú margfaldað 25 fyrst með 4 og síðan svarið með 3:

$$25 \cdot 12 = 25 \cdot 4 \cdot 3 = 100 \cdot 3 = \underline{\underline{300}}$$

2 Skrifaðu 12 sem 10 + 2 og margfaldaðu hvorn lið með 25:

$$25 \cdot 12 = 25 \cdot 10 + 25 \cdot 2 = 250 + 50 = \underline{\underline{300}}$$

Sýnidæmi 5

Reiknaðu dæmið 165 : 15.

Tillögur að lausn

Skrifaðu töluna 165 sem summu þannig að auðvelt sé að deila með 15 í að minnsta kosti einn liðinn. Þú getur valið 150 sem einn liðinn.

$$165 = 150 + 15$$

$$165 : 15 = 150 : 15 + 15 : 15 = 10 + 1 = \underline{\underline{11}}$$

1.7 Reiknaðu í huganum. Útskýrðu með skriflegum hugareikningi hvernig þú hugsar.

a $15 \cdot 42$

b $26 \cdot 19$

c $98 \cdot 51$

d $17 \cdot 24$

e $5 \cdot 19$

f $47 \cdot 4$

1.8 Reiknaðu í huganum. Útskýrðu með skriflegum hugareikningi hvernig þú hugsar.

a $52 : 4$

b $132 : 12$

c $357 : 17$

d $208 : 16$

e $228 : 4$

f $120 : 20$

1.9 Reiknaðu í huganum. Útskýrðu með skriflegum hugareikningi hvernig þú hugsar.

a $19 + 53$

b $105 - 16$

c $22 \cdot 4$

d $200 : 4$

e $112 + 88$

f $202 - 11$

g $6 \cdot 26$

h $1500 : 50$

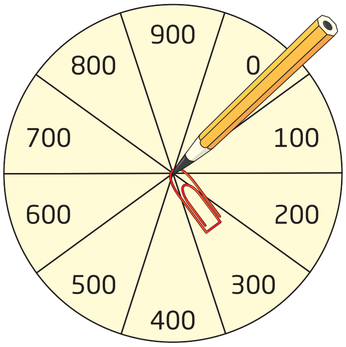
i $258 + 69$

j $953 - 806$

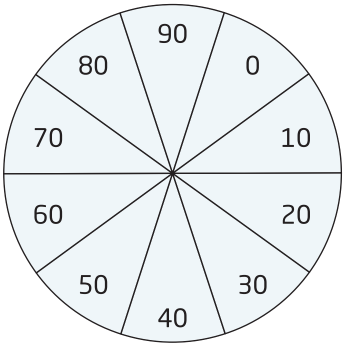
k $11 \cdot 53$

l $312 : 8$

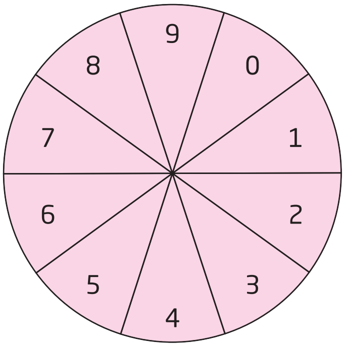
1.10 Tveir nemendur vinna saman og athuga hvort þeir fá sama svarið.
Notið talnaskífuna til að búa til eins stafs, tveggja stafa eða þriggja stafa tölur. Setja skal blýant og bréfaklemmu í miðju talnaskífunnar og snúa bréfaklemmunni. Tölur úr skífu B + C geta orðið tveggja stafa en tölur úr skífu A + B + C geta orðið þriggja stafa.



Talnaskífa A



Talnaskífa B



Talnaskífa C

a Búið til tvær tveggja stafa tölur og reiknið út summuna og mismuninn í huganum.

b Búið til eina þriggja stafa tölu og eina tveggja stafa tölu og reiknið út summuna og mismuninn í huganum.

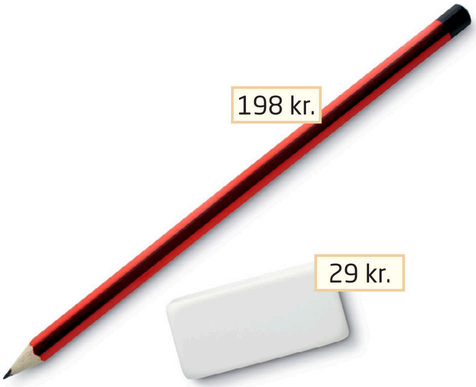
c Búið til eina tveggja stafa tölu og eina eins stafs tölu og margfaldið þær saman í huganum.

1.11 Reiknaðu í huganum:
Hve mikið kosta vörurnar?

a Fjögur strokleður

b Einn blýantur og eitt strokleður

c Þrjú strokleður og tveir blýantar



Slumpreikningur

Þegar þér nægir að fá svar sem er um það bil hið rétta geturðu reiknað með slumpreikningi. Það þýðir að þú námundar tölurnar, sem reikna á með, þannig að auðveldara verður að reikna í huganum. Til að svarið í slumpreikningi verði eins nálægt hinu rétta svari og mögulegt er þarftu að hugsa um hvernig og að hve miklu leyti þú námundar tölurnar.

Sýnidæmi 6

Friðrik kaupir 18 flugur fyrir veiðistöngina sína. Hver fluga kostar 117 kr. Um það bil hve mikið borgar Friðrik fyrir allar flugurnar samtals?

Þegar þú ætlar að leggja saman eða margfalda er skynsamlegt að námunda sumar tölur upp á við og aðrar niður á við.

Tillögur að lausn

Auðvelt er að reikna í huganum ef þú námundar 18 upp í 20 og 117 kr. niður í 100:

$20 \cdot 100 = \underline{2000}$

$\underline{\underline{\text{Friðrik borgar um það bil 2000 kr.}}}$

1.12 Lína selur fallega steina á flóamarkaði. Taflan hér á eftir sýnir hvað fimm viðskiptavinir eiga að borga og með hverju þeir borga. Skrifaðu töfluna upp og fylltu hana út. Fyrst skaltu reikna með slumpreikningi hvað viðskiptavinirnir eiga að fá til baka. Reiknaðu það síðan nákvæmlega með vasareikni.

Vörurnar kosta	Viðskiptavinurinn borgar með	Viðskiptavinurinn á að fá til baka – slumpreikningur	Viðskiptavinurinn á að fá til baka – nákvæmur útreikningur
317 kr.	500 kr.		
807 kr.	1000 kr.		
473 kr.	523 kr.		
19 kr.	1000 kr.		
61 kr.	100 kr.		

1.13 Óli kaupir hamborgara, miðlungsstóran drykk og pinnaís.
Stína kaupir pylsu í brauði, franskar kartöflur, mjúkís og lítinn drykk.
Áki kaupir tvær pitsusneiðar og stóran drykk.

a Reiknaðu með slumpreikningi um það bil hvað hvert þeirra Óla, Steinu og Áka þarf að borga.

b Reiknaðu í huganum af nákvæmni hvað hvert þeirra þarf að borga.

c Óli borgar með þúsundkalli. Reiknaðu í huganum hvað hann fær til baka.

d Reiknaðu með slumpreikningi hvort kostar meira:
- tveir hamborgarar, stór og miðlungsstór drykkur;
- tvær pylsur í brauði, tveir skammtar af frönskum kartöflum, tveir pinnaísar og tveir litlir drykkir.

e Notaðu upplýsingarnar í verðtöflunni til hægri til að búa til þrjú ný verkefni. Lestu þau upphátt fyrir bekkjarfélaga þinn sem á að reikna svarið í huganum. Síðan skiptið þið um hlutverk.

VERÐLISTI

Pitsasneið	270 kr.
Hamborgari	490 kr.
Pylsa í brauði	180 kr.
Kartöflumús	210 kr.
Franskar kartöflur	250 kr.
Mjúkís	320 kr.
Pinnaís	120 kr.
Stór drykkur	350 kr.
Miðlungsstór drykkur	250 kr.
Lítill drykkur	150 kr.

1.14 Reiknaðu með slumpreikningi.

a Í ferðalagi á bílnum ók Ester 356 km fyrsta daginn, 489 km annan daginn og 532 km þann þriðja.
Um það bil hve löng var bílferðin?

b 1 kg af vínberjum kostar 580 kr.
Hvað þarf Hanna að borga fyrir 2,6 kg af vínberjum?

c Lyfta nokkur getur borið 600 kg. Átta manns vega 56 kg, 78 kg, 105 kg, 83 kg, 67 kg, 59 kg, 71 kg og 94 kg.
Geta þessir átta farið saman í lyftuna?

d Sigurður vinnur sér inn 1980 kr. á tímann. Eina vikuna vinnur hann 23,5 klst. Um það bil hve mikið vinnur hann sér inn þessa viku?

Sýnidæmi 7

Símon er 184 cm á hæð og Jóna er 166 cm.
Um það bil hve mikill er hæðarmismunur þeirra?

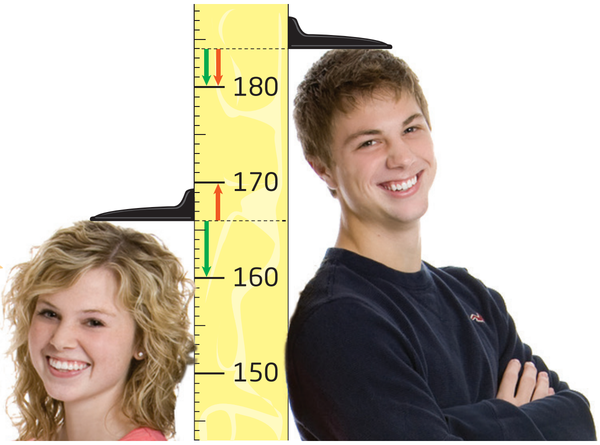
Tillögur að lausn

Það er auðveldara að reikna í huganum ef þú námundar 184 cm niður að 180 cm og 166 cm niður að 160 cm:

180 − 160 = 20

Hæðarmismunurinn er um það bil 20 cm

Þegar þú ætlar að draga frá eða deila er skynsamlegt að námunda tölurnar í sömu átt.



Grænu örvarnar í myndinni hér fyrir ofan sýna að ef þú námundar báðar tölurnar í sömu átt verður mismunur talnanna, sem búið er að námunda, mjög svipaður hinum raunverulega mismun. Ef þú ferð eftir rauðu örvunum, þegar þú námundar tölurnar, verður hæðarmunurinn of lítill.

Sýnidæmi 8

Kristín borgar 1890 kr. fyrir 3,2 kg af eplum.
Um það bil hvað kostar eitt kíló?

Tillögur að lausn

Það er auðveldara að reikna í huganum ef þú námundar 1890 kr. niður í 1800 kr. og 3,2 kg niður í 3 kg:

1800 : 3 = 600

Verðið er um það bil 60 kr./kg

1.15 Reiknaðu með slumpreikningi. Lýstu með skriflegum hugareikningi hvernig þú hugsar.

- **a** 139 + 253
- **b** 42,5 : 5,9
- **c** 13 · 27
- **d** 198 − 59
- **e** 489 + 218
- **f** 2359 + 4611
- **g** 5,9 · 2,2
- **h** 768 : 14
- **i** 809,5 : 87,3
- **j** 16 512 + 651
- **k** 9531 − 1526
- **l** 2987 · 3812

1.16 Elín fékk gjafakort í sportvöruverslun að upphæð 15 000 kr.

- **a** Gerðu þrjár mismunandi tillögur um hvaða vörur Elín getur valið sér.
- **b** Marteinn kaupir hlaupaskó, fótbolta og handbók. Um það bil hvað borgar hann mikið?
- **c** Um það bil hve mikið þarf Jenný að leggja fyrir í hverjum mánuði til að hafa ráð á að kaupa hjól og gönguskó eftir 6 mánuði?
- **d** Hassan vinnur sér inn 12 500 kr. á hverjum mánuði en honum tekst ekki að leggja fyrir meira en helminginn af launum. Hve lengi þarf hann að spara til að hafa ráð á að kaupa fjóra dýrustu hlutina í búðinni?

VERÐLISTI	
Æfingabúningur	7990 kr.
Hlaupabolur	2490 kr.
Hlaupabuxur	4990 kr.
Hlaupaskór	9990 kr.
Gönguskór	16 990 kr.
Fótbolti	2290 kr.
Handbækur	2490 kr.
Pilates-bolti	1990 kr.
Jógamotta	3290 kr.
Hjól	34 990 kr.
Hjólataska	1790 kr.

1.17 Hálfslítraflaska með gosi kostar u.þ.b. 250 kr. í sjoppu. Soffía kaupir hálfslítraflösku þrisvar í viku.

- **a** Reiknaðu með slumpreikningi hve mikla peninga Soffía notar á einu ári til að kaupa gos.
- **b** Í hver 100 g af gosi er bætt 10 g af sykri. Hálfur lítri af gosi vegur um það bil 500 g. Reiknaðu með slumpreikningi hve mikinn sykur Soffía fær á einu ári vegna gosdrykkjunnar.

1.18 Kennari ætlar að kaupa efni í púðaver handa nemendum sínum. Hver nemandi þarf 55 cm af efninu og nemendur eru 83 talsins.

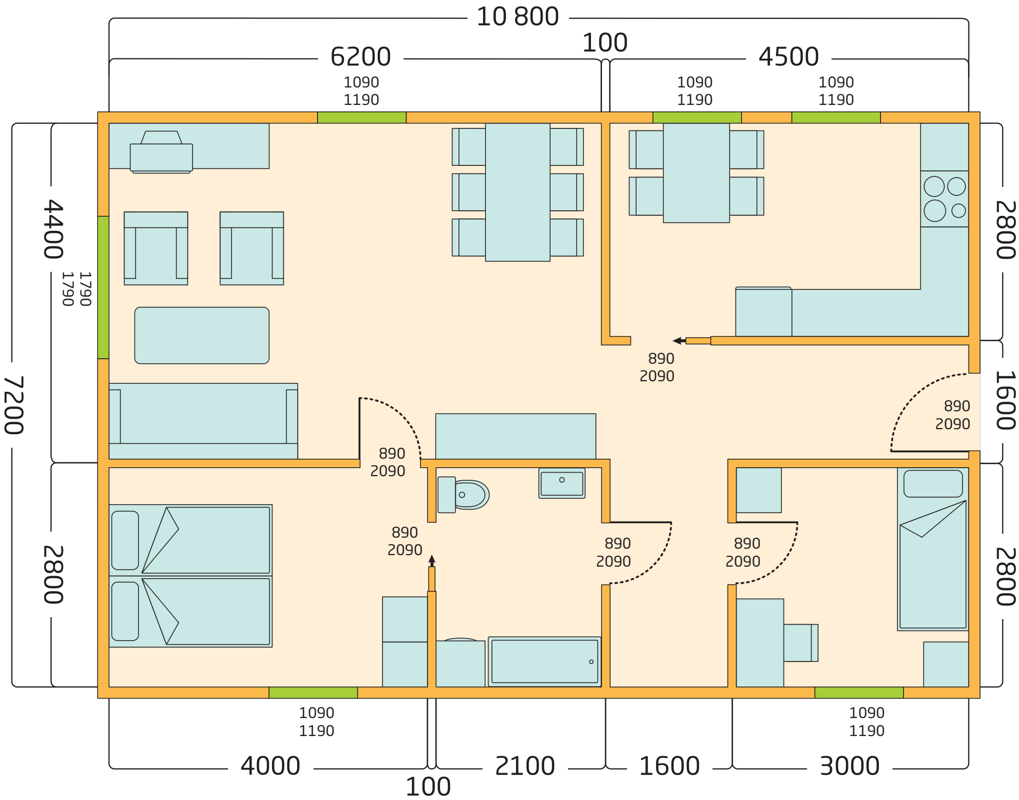
a Reiknaðu með slumpreikningi hve mikið efni kennarinn þarf að kaupa.

Efnið er afhent í ströngum með 14 m í hverjum. Einn strangi kostar 7425 kr.

b Hvað þarf kennarinn að kaupa marga heila efnisstranga?

c Um það bil hvað kostar efnið?

1.19 Best er að tveir og tveir nemendur hjálpist að við þetta verkefni. Ræðið saman um hvernig best er að leysa verkefnið þannig að slumpreikningurinn verði skynsamlegur.



a Þið eigið að reikna út um það bil hve mikla málningu þarf til að mála stofuna. Málin á teikningunni eru í millimetrum. Lofthæðin er 2,40 m. Mála á tvær umferðir. Einn lítri af málningu þekur 8–10 m^2.

Fjölskyldan, sem býr í húsinu, stækkar stofuna með því að fjarlægja vegginn milli stofunnar og svefnherbergisins við hliðina á stofunni.

b Um það bil hve mikla málningu þarf til að mála alla stofuna eftir að veggurinn hefur verið fjarlægður?

Blaðreikningur

Við notum blaðreikning til að reikna af nákvæmni – einnig með stórum tölum. Við setjum dæmin upp þannig að einingum, tugum, hundruðum o.s.frv. sé raðað hverjum undir öðrum í rétt sæti. Þá er hægt að leggja saman og draga frá í hverjum dálki fyrir sig. Í margföldun og deilingu er um fleiri en eina aðferð að ræða.

Sýnidæmi 9

Reiknaðu dæmin.

a 267 + 426 **b** 5615 − 2342

Tillögur að lausn

a 267 + 426

Hér fáum við 13 einingar. Við skiptum 10 einingum í einn tug.

		1	
	2	6	7
+	4	2	6
	6	9	3

b 5615 − 2342

			10	
	5	~~6~~	1	5
−	2	3	4	2
	3	2	7	3

Í tugasætinu eigum við að draga 4 frá en við höfum bara 1 tug. Þá tökum við 1 hundrað til láns og skiptum því í 10 tugi.

Sýnidæmi 10

Reiknaðu dæmið 53 · 16.

Tillögur að lausn

Fyrst margföldum við með einingunum, 53 · 6, og síðan með tugnum.

1

10	50 · 10	3 · 10
6	50 · 6	3 · 6
	50	3

2

	3	·		6	=		1	8
5	0	·		6	=	3	0	0
	3	·	1	0	=		3	0
5	0	·	1	0	=	5	0	0
5	3	·	1	6	=	8	4	8

3

	1				
	5	3	·	1	6
3	1	8			
5	3				
8	4	8			

1.20 Veldu hvort þú reiknar í huganum eða með blaðreikningi.

a 328 + 165
b 752 − 336
c 3369 − 252
d 508 + 355
e 2538 − 1451
f 54 · 7
g 600 − 444
h 62 · 5
i 26 · 19
j 324 · 63
k 24 · 8
l 12 345 · 4

Sýnidæmi 11

Alls 206 nemendur ætla í tjaldferð. Í hverju tjaldi er pláss fyrir 6 nemendur. Hve mörg tjöld þarf fyrir alla nemendurna?

Í 10 tjöldum er pláss fyrir 60 nemendur. Þá eru 146 nemendur eftir. Í 20 tjöldum er pláss fyrir 120 nemendur. Þá eru 26 nemendur eftir. Í 4 tjöldum er pláss fyrir 24 nemendur. Þá eru 2 nemendur eftir.

Tillögur að lausn

1

	2	0	6	:	6		
	−	6	0			1	0
	1	4	6				
−	1	2	0			2	0
		2	6				
	−	2	4				4
			2			3	4

2

	2	0	6	:	6	=	3	4
−	1	8						
		2	6					
	−	2	4					
			2					

Nemendur þurfa 35 tjöld.

1.21 Reiknaðu með blaðreikningi.

a 84 : 6

b 652 : 4

c 216 : 8

d 2130 : 5

e 624 : 13

f 5150 : 21

1.22 Leystu tvö dæmanna í huganum, tvö með blaðreikningi og tvö með vasareikni.

a 276 · 43

b 45 · 99

c 25 · 48

d 3807 : 9

e 3240 : 4

f 40 250 : 46

1.23 Hér má sjá tvær lausnir á dæminu 21 084 : 7. Hvor lausnin er rétt? Hvað var rangt í hinni lausninni?

A

	2	1	0	8	4	:	7	=	3	1	2
−	2	1									
		0	0	8							
			−	7							
				1	4						
			−	1	4						
					0						

B

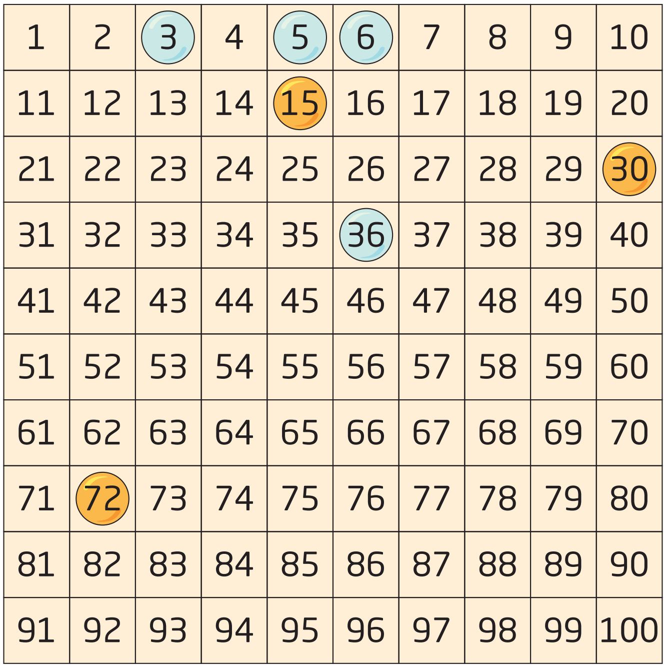
	2	1	0	8	4	:	7	=	3	0	1	2
−	2	1										
		0	0									
		−	0									
			0	8								
			−	7								
				1	4							
			−	1	4							
					0							

Þáttur eða margfeldi

Þið þurfið

- hundraðtöflu (verkefnablað 1.1.3)
- blýant eða kubba

Spilið er fyrir tvo leikmenn.



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Hér hefur verið byrjað á spilinu. Kubbar hafa verið settir á reiti á hundraðtöflunni.

Aðferð

1. Leikmenn velja til skiptis eina tölu og krossa yfir hana. Sá sem byrjar velur *slétta tölu* í fyrsta skipti. Þar á eftir merkir hann tölur sem annaðhvort eru *þáttur* í fyrri tölunni eða heilt *margfeldi* af henni. Ef fyrri talan er t.d. 32 má velja tölurnar 2, 4, 8, 16, 64 eða 96 og krossa yfir þær. Tölurnar 2, 4, 8 og 16 eru þættir í 32 en tölurnar 64 og 96 eru margfeldi af 32 (64 = 2 · 32 og 96 = 3 · 32).
2. Útskýrðu hvers vegna talan, sem þú valdir, er þáttur í eða margfeldi af tölunni á undan. Ekki má nota aftur tölu sem krossað hefur verið yfir. Sá leikmaður tapar spilinu sem getur ekki valið neina tölu.

Sléttar tölur
Allar heilar tölur sem eru deilanlegar með 2.

Þáttur Tala í margföldunardæmi: þáttur · þáttur = margfeldi.

Heilt margfeldi af tölu Svarið sem fæst þegar heil tala er margfölduð með annarri tölu.

Deilanleiki og þáttun

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- finna út með hvaða tölum er hægt að deila í aðra tölu
- þekkja muninn á frumtölum og samsettum tölum
- þátta og frumþátta tölur

Þáttur Tala í margföldunardæmi.

Þegar þú þáttar tölu skaltu finna margföldunardæmi þar sem talan er svarið. Þá finnur þú *þætti* í tölunni, það er að segja tölurnar sem þú getur deilt í töluna með. Talan 12 er þáttur í 60 vegna þess að 60 : 12 = 5.
60 : 5 = 12 þannig að 5 er annar þáttur í 60. Þegar við margföldum þættina tvo saman fáum við: 5 · 12 = 60. Þess vegna birtast þættir alltaf í pörum.

Sýnidæmi 12

Skrifaðu margföldunardæmi þar sem svarið er 35. Hvorugur þáttanna á að vera 1.

Tillaga að lausn

$$\underline{\underline{35 = 5 \cdot 7}}$$

1.24 Skrifaðu margföldunardæmi með svörunum 33, 24, 81, 15 og 42. Enginn þáttanna má vera 1.

Finndu eins mörg margföldunardæmi og þú getur fyrir hverja tölu.

Margfeldi Svar í margföldunardæmi.
Þáttur · þáttur = margfeldi.

1.25 *Margfeldi* aldurs tveggja systra er 30.

Hve gamlar geta systurnar verið?

1.26 Margfeldi tveggja talna er 48. Mismunur talnanna er 8.

Hverjar eru þessar tvær tölur?

1.27 Pétur og nokkrir vinir hans kaupa hver sinn ís. Allir ísarnir eru eins. Einn ís kostar meira en 100 kr. Samtals borga vinirnir 1190 kr.

Hve margir geta vinirnir verið?

1.28 Nokkrir vinir slá saman í gjöf sem kostar 4000 kr. Allir leggja fram sömu upphæð.

Hve margir geta vinirnir verið og hvað lætur hver af hendi rakna?
Búðu til töflu svipaða þeirri sem er hér fyrir neðan. Fylltu töfluna út.

Fjöldi vina	Upphæð frá hverjum
2	2000 kr.

1.29 Strákarnir í 8A slá saman í köku sem kostar 1800 kr.
Hvað þarf hver að borga ef strákarnir eru

a 6 talsins? **b** 9 talsins? **c** 10 talsins?

1.30 María setur 100 glerkúlur í nokkra poka, jafn margar í hvern poka.

Hve marga poka getur María notað og hve margar glerkúlur eru þá í hverjum poka?

1.31 Á flóamarkaði eru tvær tegundir af gallabuxum.
Dag nokkurn nam salan á buxum 7000 kr.

Hve margar buxur af hvorri tegund geta hafa verið seldar?

Reglur um deilanleika

Þegar við reiknum með almennum brotum viljum við oft stytta brotin – annaðhvort vegna þess að svörin verða einfaldari eða vegna þess að tölurnar, sem reikna á með, verða einfaldari. Að stytta brot felur í sér að deila í teljara og nefnara með sömu tölu. Til að geta það þarf að vita með hvaða tölu er hægt að deila í teljara og nefnara þannig að hvort svar verði heil tala. Ef til dæmis er hægt að deila í tölu með 2, þannig að svarið verði heil tala, er sagt að talan sé *deilanleg með 2*.

... er deilanleg með
Í deilingardæmi, þar sem svarið er heil tala, er talan, sem deilt er í, deilanleg með tölunni sem deilt er með.
Talan 65 er deilanleg með 5 vegna þess að 65 : 5 = 13.

1.32 Hverjar þessara talna eru deilanlegar með 2?

a 45
b 70
c 497
d 2380
e 6 678
f 12 443

1.33 Búðu til reglu um hvaða tölur eru deilanlegar með 2.

1.34 **a** Hvað kallast tölurnar sem eru deilanlegar með 2?

● **b** Hve margar jákvæðar tölur minni en 10 eru deilanlegar með 2?

● **c** Hve margar jákvæðar tölur minni en 100 eru deilanlegar með 2?

● **d** Hve margar jákvæðar tölur minni en 1200 eru deilanlegar með 2?

Til að kanna hvort tala er deilanleg með 2 er nóg að skoða tölustafinn í einingasætinu. Ástæða þessa er sú að alltaf er hægt að deila í tugtölu með 2, sama hversu margir tugirnir eru. Hið sama á við hvað hundruðin varðar: alltaf er hægt að deila í heil hundruð með 2.

326 = 300 + 20 + 6
150 150 10 10 3 3

1.35 Skoðaðu tölurnar í verkefni 1.32.

a Hverjar talnanna eru deilanlegar með 10?

b Búðu til reglu um hvaða tölur eru deilanlegar með 10.

1.36 Hverjar af eftirfarandi tölum eru deilanlegar með 4?

a 56
b 130
c 516
d 724
e 1250
f 2380

1.37 Hverjar af reglum nemendanna hér á eftir má nota til að segja til um hvort tala er deilanleg með 4?

1.38 Hverjar þessara talna eru deilanlegar með 5?

a 170
b 235
c 4315
d 5232
e 14 670
f 31 559

1.39 Búðu til reglu um hvaða tölur eru deilanlegar með 5.

1.40 Notaðu reglur um deilanleika.

a Finndu allar tölur minni en 35 og stærri en 0 sem eru deilanlegar með 5.
b Finndu allar tölur minni en 50 og stærri en 0 sem eru deilanlegar með bæði 4 og 5.
c Finndu allar tölur minni en 100 og stærri en 0 sem eru deilanlegar með bæði 2 og 5.
d Finndu allar tölur milli 100 og 200 og stærri en 0 sem eru deilanlegar með bæði 4 og 5.
e Hve margar tölur minni en 1000 og stærri en 0 eru deilanlegar með bæði 4 og 5?
f Ef tala er deilanleg með 3, 4 og 5 – með hvaða öðrum tölum getum við verið viss um að hægt sé að deila í töluna?

Þáttun og rétthyrningar

Við getum notað rétthyrninga til að sýna þætti tölu. Lengdir hliðanna í rétthyrningunum eiga að vera heilar tölur og flatarmál hvers rétthyrnings þarf að samsvara tölunni sem þátta skal.

Sýnidæmi 13

a Finndu alla þætti tölunnar 12.

Tillaga að lausn

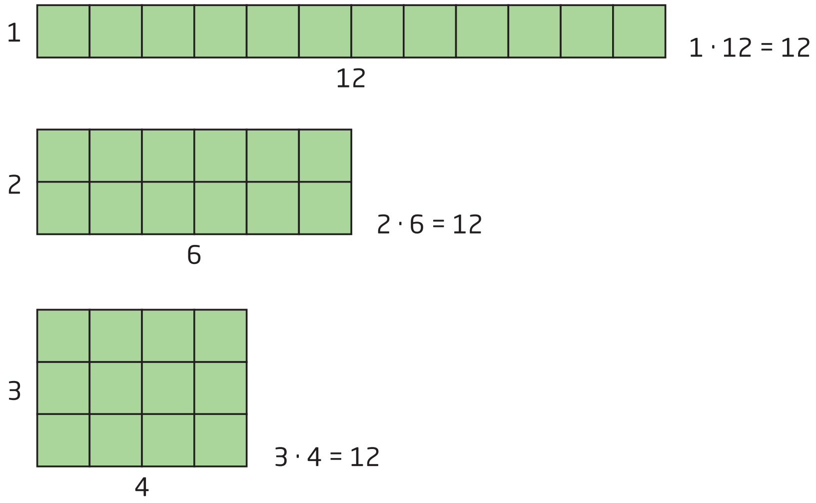
1 er þáttur í 12. Þá er 12 einnig þáttur í 12 vegna þess að 12 : 1 = 12.
2 er þáttur í 12. Þá er 6 einnig þáttur í 12 vegna þess að 12 : 2 = 6.
3 er þáttur í 12. Þá er 4 einnig þáttur í 12 vegna þess að 12 : 3 = 4

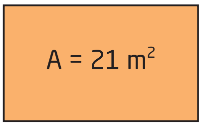
Þættir tölunnar 12 eru 1, 2, 3, 4, 6 og 12.

b Teiknaðu rétthyrning fyrir hvert þáttapar.

Tveir þættir í tölu kallast þáttapar ef margfeldi þeirra jafngildir tölunni.

Tillaga að lausn





1.41 Flatarmál rétthyrnings er 21 m^2. Allar hliðarlengdir í rétthyrningnum eru í heilum metrum og lengri en 1 m.

Hve langar eru hliðarnar í rétthyrningnum?

1.42 Finndu alla þætti í tölunum og teiknaðu rétthyrning sem passar við hvert þáttapar.

a 28 **b** 30 **c** 36

1.43 Finndu og teldu þættina.

a Finndu alla þætti talnanna 16, 32, 64, 19, 38, 76, 55, 110 og 81.

b Hve margir þættir eru í hverri tölu í a-lið?

c Geturðu séð eitthvað sameiginlegt með tölunum þar sem fjöldi þáttanna er oddatala?

Oddatala Heil tala sem er ekki deilanleg með 2.

1.44 Súkkulaðiplötu er skipt í 18 bita. Teiknaðu tvær tilllögur að því hvernig súkkulaðiplatan getur litið út.

1.45 Garður, sem er 120 m^2, er rétthyrndur þar sem hliðarlengdirnar eru heilir metrar. Allar hliðarnar eru lengri en 6 m.

Hve langar geta hliðarnar á garðinum verið?

1.46 Ólöf ætlar að byggja rétthyrningslaga hundagerði. Girðingarefnið er selt í 2 m breiðum einingum. Flatarmál gerðisins á að verða 64 m^2.

a Hve langt og breitt getur hundagerðið verið?

Ólöf vill helst kaupa eins fáa hluta af girðingarefninu og hægt er.

b Hver verður lengd og breidd hundagerðisins? Hvað kallast þetta form?

Grunnflötur byggingar er botnflöturinn sem byggingin stendur á.

1.47 Mörg hús hafa rétthyrndan *grunnflöt*.

a Hús er 24 m á lengd og 6 m á breidd.
Hvert er flatarmál grunnflatarins?

b Annað hús er 32 m á lengd og flatarmál grunnflatarins er 224 m^2.
Hver er breidd hússins?

c Bílskúr er 24 m^2.
Hvað getur bílskúrinn verið á lengd og breidd?

d Rétthyrnt hús er stækkað á lengdina með því að bæta við 36 m^2 ferningslaga viðbyggingu. Eftir stækkunina er húsið 36 m á lengd.
Hvað var húsið á lengdina áður en það var stækkað?

e Hvað er nýi grunnflötur hússins að flatarmáli?

f Hvað er viðbyggingin stór hluti af húsinu?

g Rétthyrnt hús er 216 m^2 að grunnfleti.
Hver getur breidd og lengd hússins verið?
Hliðarnar eiga að vera í heilum metrum.

h Húsið er 6 metrum lengra en það er breitt.
Hvaða mál eru þá á grunnfletinum?

i Áður en húsið var stækkað var það 5 metrum styttra á lengdina en það er nú.
Hve stór var grunnflöturinn fyrir stækkunina?

Þáttur

Þið þurfið

- talnatöflu með tölunum 1–40, 1–60 eða 1–100
- blýant

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Aðferð

1 Leikmaður 1 velur tölu í talnatöflunni, til dæmis 20, og krossar yfir hana til að sýna að búið sé að velja hana.

2 Leikmenn finna í sameiningu alla þættina í tölunni 20: 1, 20, 2, 10, 4 og 5. Þegar allir þættirnir eru fundnir fær leikmaður 1 summu þáttanna 1, 2, 10, 4 og 5 sem stig. Andstæðingurinn fær þáttinn 20 sem stig. Þá skiptast stigin þannig:

Tala	Þættir	Stig leikmanns 1	Stig leikmanns 2
20	1, 20, 2, 10, 4 og 5	1 + 2 + 10 + 4 + 5 = 22	20

3 Leikmaður 2 velur tölu á talnatöflunni, til dæmis 25. Þættir í tölunni 25 eru 1, 25 og 5. Þá verður skiptingin þessi:

Tala	Þættir	Stig leikmanns 1	Stig leikmanns 2
20	1, 20, 2, 10, 4 og 5	1 + 2 + 10 + 4 + 5 = 22	20
25	1, 25 og 5	25	1 + 5 = 6

4 Þannig heldur spilið áfram þar til búið er að velja allar tölur á talnatöflunni eða þar til tíminn, sem spila skal, er útrunninn. Sá vinnur sem á flest stig í lokin.

Frumþáttun

Allar *samsettar* tölur er hægt að frumþátta. Það felur í sér að finna margföldunardæmi með aðeins *frumtölum* þar sem svarið er hin samsetta tala. Þú athugar hverja frumtöluna eftir aðra til að finna minnstu frumtöluna sem hægt er að deila í töluna með. Þú skalt nota reglur um deilanleika sem þú hefur lært. Þú átt að finna minnsta frumþáttinn í margföldunardæminu og deila í töluna með honum. Svo athugar þú hinn þáttinn með því að finna með hvaða frumtölu er hægt að deila í hann. Sama frumtala getur verið þáttur nokkrum sinnum. Þannig heldur þú áfram þar til hægt er að skrifa töluna sem margföldunardæmi með einungis frumtölum.

Samsettar tölur Tölur sem skrifa má sem margfeldi að minnsta kosti tveggja talna sem hvorki eru talan 1 né talan sjálf.

Frumtölur Tölur sem hafa aðeins tvo þætti: töluna 1 og töluna sjálfa.

Sýnidæmi 14

Frumþáttaðu töluna 630.

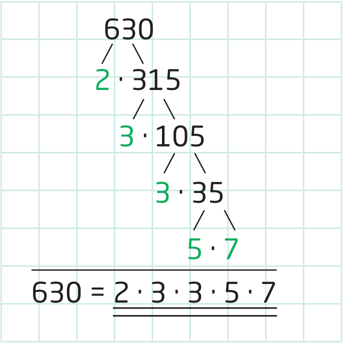
Þegar þú finnur frumtölurnar kerfisbundið á þennan hátt frá 2 og áfram verða frumtölurnar í margföldunardæminu í hækkandi röð.

Tillögur að lausn

1

$$
\begin{aligned}
630 &= 2 \cdot 315 \\
&= 2 \cdot 3 \cdot 105 \\
&= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 35 \\
&= \underline{\underline{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}}
\end{aligned}
$$

2 Þáttatré:



Talan 630 er hér skrifuð sem margföldunardæmi þar sem þættirnir eru einungis frumtölur.
Við höfum hér með frumþáttað töluna 630.

1.48 Notaðu tölurnar í reitnum til hægri.

a Finndu alla þættina í hverri tölu.

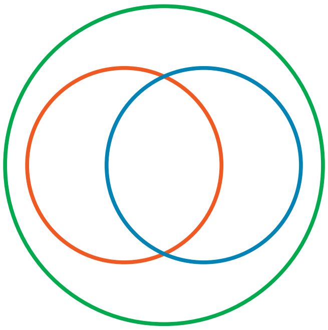
b Frumþáttaðu tölurnar.

c Hvaða tengsl eru milli frumþátta og allra annarra þátta í tölu?

15 16
18
36 50
605

1.49 Notaðu myndina til hægri. Settu heilu tölurnar frá 1 til 20 í eða fyrir utan hringina þannig:

- Rauður hringur: allar oddatölurnar
- Blár hringur: allar frumtölurnar
- Grænn hringur: allar tölurnar



1.50 Frumþáttaðu tölurnar og finndu hvaða þættir eru sameiginlegir í hverjum lið.

a 28 og 42
b 12 og 30

c 70 og 84
d 63 og 105

e 156 og 396
f 756 og 1296

1.51 Notaðu tölurnar í reitnum til hægri.

a Hverjar talnanna hafa þáttinn 5?
b Hverjar talnanna hafa þáttinn 7?
c Hverjar talnanna hafa þáttinn 13?
d Hverjar talnanna hafa þáttinn 17?

48 119
95
91 63
351 60

1.52 Frumþáttaðu tölurnar.

a 336
b 924

c 1224
d 2880

e 2352
f 4550

1.53 Hvaða tveggja stafa tala eða tölur hafa þáttinn 3 og þversummuna 3?

1.54 Skrifaðu þriggja stafa tölu sem fullnægir öllum þessum skilyrðum:

- inniheldur frumþættina 2, 3 og 5,
- hefur þversummuna 9 og
- er minni en 200.

1.55 Hvaða tala eða tölur fullnægja öllum þessum fjórum skilyrðum?

- Talan hefur þversummuna 19,
- tveir tölustafanna í tölunni eru eins,
- talan er þriggja stafa og stærri en 500,
- talan 17 er einn af þremur mismunandi frumþáttum í tölunni.

Sýnidæmi 15

Kata setur 21 bók í nokkrar hillur. Hún setur jafn margar bækur í hverja hillu. Hve margar bækur getur hún hafa sett í hverja hillu og hve margar geta hillurnar hafa verið?

Tillaga að lausn

Úr því að $21 = 7 \cdot 3$ og bæði 7 og 3 eru frumtölur er þetta eini möguleikinn á að þátta töluna 21, fyrir utan $1 \cdot 21$. Úr því að Kata setti nokkrar bækur í hverja hillu getur hún ekki hafa sett 21 bók í eina hillu.

Kata getur hafa sett 7 bækur í 3 hillur eða 3 bækur í 7 hillur.

1.56 Í konfektkassa eru 36 konfektmolar. Molarnir eru af mismunandi tegundum en jafn margir molar eru af hverri tegund.

Hve margar tegundir koma til greina og hve margir molar af hverri tegund?

1.57 Nokkrir vinir eiga jafn marga hunda hver. Hundarnir eignast jafn marga hvolpa hver. Hvolparnir eru 18 talsins.

Hve margir geta vinirnir verið og hve marga fullvaxna hunda geta þeir hafa átt?

1.58 Alls 24 gullfiskum er skipt á fleiri en 3 fiskabúr, jafn mörgum í hvert búr.

Hve mörg geta fiskabúrin verið og hve margir fiskar eru þá í hverju fiskabúri?

Sýnidæmi 16

Eftirfarandi saga gerðist í gamla daga:

Nokkrir vinir keyptu sér kakó og bollur. Kakóið kostaði 7 kr. og bollurnar 5 kr. stykkið. Allir keyptu það sama. Samtals borguðu vinirnir 203 kr.

a Hve margir geta vinirnir hafa verið og hve mikið kann hver þeirra að hafa borgað?

b Hve marga kakóbolla og hve margar bollur keypti hver þeirra?

Tillaga að lausn

a Kakóið og bollurnar kostuðu samtals 203 kr. Talan 7 er minnsta frumtalan sem 203 er deilanleg með. Úr því að $203 : 7 = 29$ þá er $203 = 7 \cdot 29$. Talan 29 er frumtala og því er ekki hægt að þátta hana meira. Einn möguleikinn er að 29 vinir hefðu borgað 7 kr. hver en þá hefðu þeir ekki keypt neinar bollur!

Það voru því 7 vinir sem borguðu 29 kr. hver fyrir kakó og bollur.

b Úr því að kakóbolli kostaði 7 kr. og bollurnar 5 kr. stykkið þarf að athuga hvernig skrifa má 29 sem summu tölu í 7-töflunni og tölu í 5-töflunni:

$$29 = 14 + 15 = 2 \cdot 7 + 3 \cdot 5$$

Vinirnir sjö keyptu 2 kakóbolla og 3 bollur hver.

1.59 Frumþáttaðu töluna 35. Búðu til reikningssögu sem passar við dæmið.

1.60 Stína á nokkur barnabörn. Hún keypti 85 mandarínur og skipti þeim jafnt á milli þeirra. Hvert barnabarn fékk fleiri en 10 mandarínur

Hve mörg barnabörn á Stína?

1.61 Kristófer og Kristín eiga lóð sem er í laginu eins og bókstafurinn L. Flatarmálið er 1270 m^2.

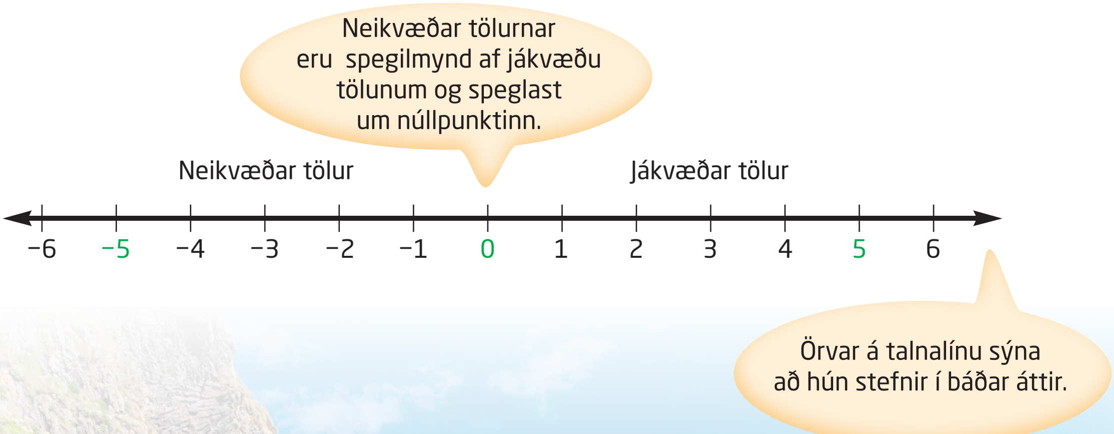
Hvaða mál geta verið á lóðinni? Teiknaðu skissur og skráðu málin inn á skissurnar. Finndu að minnsta kosti þrjár mismunandi lausnir.

Tölur báðum megin við núll

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ
- reikna með neikvæðum tölum
- nota fleiri en eina reikniaðgerð í sama dæminu

Fram að þessu hefur þú aðeins reiknað með jákvæðum tölum en talnalínan byrjar ekki við núll. Hún er óendanleg í báðar áttir. Vinstra megin við núll eru neikvæðu tölurnar. Þær eru skrifaðar með mínustákni fyrir framan.
Núllið skilur á milli jákvæðu og neikvæðu talnanna og það er því hvorki jákvæð né neikvæð tala. Þú getur hugsað þér að núll sé hlutlaus tala.

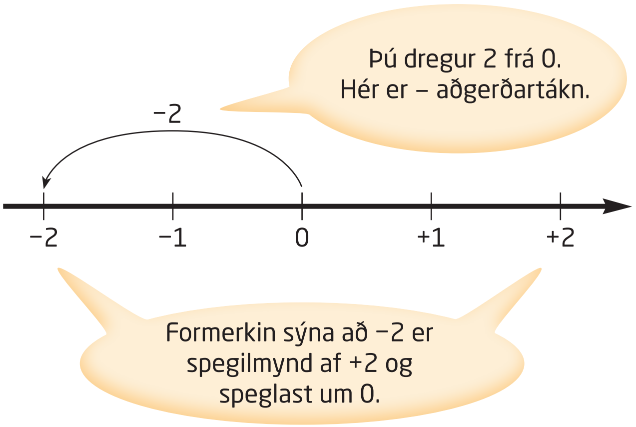


1.62 Hvenær er eðlilegt að nota neikvæðar tölur?

a Niðurstöðutölur á bankareikningi
b Flatarmál þríhyrnings
c Hæð undir sjávarmáli
d Aldur
e Tími
f Hitastig

Aðgerðartákn og formerki

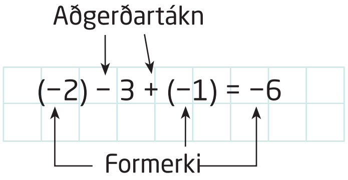
Þú hefur vanist að nota merkin + og − sem tákn fyrir samlagningu og frádrátt. Þegar þau eru notuð á þann hátt eru þau aðgerðartákn og segja til um hvaða reikniaðgerð nota skal. En einnig má nota + og − til að tákna hvorum megin við 0 á talnalínunni tiltekin tala er. Þegar táknin eru notuð þannig kallast þau formerki. Formerki tölu segir til um hvort talan er jákvæð eða neikvæð. Sé tala án formerkis merkir það að hún sé jákvæð.



Sýnidæmi 17

Skoðaðu dæmið (−2) − 3 + (−1) = −6. Hvaða tákn eru formerki og hver þeirra eru aðgerðartákn?

Tillaga að lausn



1.63 Hvaða tákn eru aðgerðartákn og hver þeirra eru formerki í eftirfarandi dæmum?

a 5 − 2 = 3

b (−12) + 16 = 4

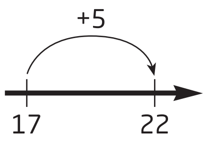
c 8 − (+2) = 6

d (−8) + 7 − 3 = −4

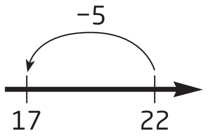
Reikningur með neikvæðum tölum

Þegar við eigum að nota samlagningu og frádrátt getur verið gagnlegt að sjá fyrir sér hvar á talnalínunni svörin liggja.

- Þegar við bætum jákvæðri tölu við verður svarið hægra megin við tölurnar sem lagðar eru saman.
- Þegar við drögum jákvæða tölu frá annarri tölu verður svarið vinstra megin við þá tölu á talnalínu.



17 + 5 = 22



22 − 5 = 17

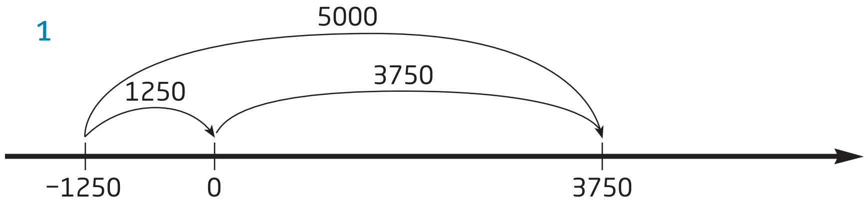
Sýnidæmi 18

Staðan á bankareikningi Kristófers er −1250 kr. Hann vinnur sér inn 5000 kr. og leggur peningana inn á bankareikninginn sinn.

Hver er þá staðan á bankareikningi Kristófers?

Tillögur að lausn

1



−1250 + 5000 = 3750

Staðan á bankareikningnum er 3750 kr. eftir að Kristófer hefur lagt inn 5000 kr.

2

5000 − 1250 = 3750

Staðan á reikningnum er 3750 kr. eftir að 5000 kr. hafa verið lagðar inn.

Þegar Kristófer leggur 5000 kr. inn á bankareikning sinn dregst skuldin frá og hann á 3750 kr. eftir.

Þegar þú leggur saman er hægt breyta röð liðanna. Sýnidæmi 18 sýnir að

−1250 kr. + 5000 kr. = 5000 kr. + (−1250 kr.) = 5000 kr. − 1250 kr. = 3750 kr.

Að leggja neikvæða tölu við aðra tölu gefur sama svar og að draga samsvarandi jákvæða tölu frá.

1.64 Reiknaðu dæmin.

a 2 − 5
b (−5) + 12
c 17 + (−9)
d −120 − 40
e −21 + (−18)
f 16 + (−16)
g 24 + (−36)
h −13 + (−9)
i (−54) − 31

1.65 Notaðu dæmin í rammanum til hægri.

a Skoðaðu vel talnamynstrin í svörum dæmanna og ljúktu við að reikna þau.

b Athugaðu sérstaklega fjögur neðstu dæmin í a-lið. Geturðu búið til svipuð dæmi með öðrum formerkjum sem gefa sömu svör?

c Skrifaðu setningu um niðurstöðuna. Byrjaðu þannig: „Að draga neikvæða tölu frá annarri tölu …“

12 − 12 = 0
12 − 9 = 3
12 − 6 = 6
12 − 3 =
12 − 0 =
12 − (−3) =
12 − (−6) =
12 − (−9) =
12 − (−12) =

1.66 Í gær var 4° hiti á skíðasvæðinu. Í dag er 6 gráðum kaldara. Hvert er hitastigið í dag?

Sýnidæmi 19

Taktu til í aðgerðartáknunum og formerkjunum áður en þú reiknar!

Reiknaðu gildi stæðunnar 12 + (−8) − (−5).

Tillaga að lausn

$12 + (-8) - (-5) = 12 - 8 + 5 = \underline{\underline{9}}$

Stæða Stærð í einum eða fleiri liðum, með eða án breytu.

1.67 Reiknaðu gildi stæðanna.

a 2 − (−4)
b −4 − 2
c 17 + (−16)
d −7 − (−3)
e 8 + (−15)
f −12 − (−12)

1.68 Reiknaðu.

a 7 − (−9) + (−16)
b −14 + (−7) − (−12)
c (−25) + (−8) − (−19) − 7
d 17 − 12 + (−14) − (−6) + 3
e 27 − 153 − (−25) + 101
f (−64) − 120 − (−23) + 106

1.69 Reiknaðu.

a 32 + (−106) + 84 − (−91)
b (−64) + 30 − (−5) − 112
c −212 −(−508) − 67 + (−89) − (−33)
d 1300 − (−250) + (−675) − 912
e (−450) − 634 − (−1650) − 99
f −912 − 76 − (− 984) + 104

1.70 Mánudag nokkurn var hitastigið úti −7 °C
Daginn eftir hafði hitinn lækkað um 8 gráður.
Hvert var hitastigið þá?








Hvor kemst næst núlli?

Þið þurfið

- tvo teninga í mismunandi litum
- töflu eins og þá sem er hér á eftir

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Aðferð

1 Þið þurfið að ákveða hvor teningurinn er jákvæður og hvor neikvæður.

2 Leikmaður 1 kastar báðum teningunum og leggur saman tölurnar sem koma upp. Munið eftir formerkjunum! Ef leikmaður 1 vill má hann kasta öðrum teningnum aftur og bæta þeirri tölu við sem upp kemur. Leikmaðurinn skrifar dæmið í töfluna. Nú á leikmaður 2 leik. Hvor leikmaður kastar sex sinnum. Sá vinnur sem er með heildarsummu sem er nær núlli.

Leikmaður 1		Leikmaður 2	
Dæmi	**Summa**	**Dæmi**	**Summa**
3 + (−5)	−2	6 + (−1) + (−3)	2
1 + (−6) + 4			
Heildarsumma		**Heildarsumma**	

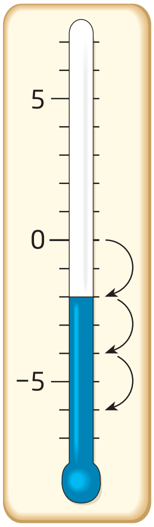
Margföldun og deiling með neikvæðum tölum

Sýnidæmi 20

Dag nokkurn er var hitastigið úti −2 °C. Næsta dag var hitastigið þrisvar sinnum lægra.

Hvert var þá hitastigið þann dag?

Tillaga að lausn



Þegar þú margfaldar neikvæða tölu með jákvæðri tölu verður svarið neikvætt.

$-2 \cdot 3 = \underline{-6}$

Hitastigið úti næsta dag var −6 °C.

Sýnidæmi 21

Dag nokkurn var hitastigið úti −6 °C. Næsta dag var helmingi minni kuldi.

Hvert var hitastigið þann dag?

Þegar þú deilir í neikvæða tölu með jákvæðri tölu verður svarið neikvætt.

Tillaga að lausn

$-6 : 2 = \underline{-3}$

Hitastigið úti næsta dag var −3 °C.

1.71 Dag nokkurn var hitastigið á Grímsstöðum á Fjöllum −19 °C. Einn dag í janúar 1918 varð þar tvöfalt kaldara og er það kuldamet hér á landi.

Hversu kalt var þá?

1.72 Kafari er á 4 metra dýpi þegar hann ákveður að kafa þrisvar sinnum dýpra.

a Hve djúpt fer kafarinn þá? Notaðu neikvæðar tölur til að tákna metra undir sjávarmáli.

b Eftir 15 mínútur ákveður kafarinn að fara á helmingi minna dýpi. Á hvaða dýpi verður hann þá?

1.73 Georg gamli er í skuld við bankann. Á yfirliti frá bankanum stendur −510 000 kr. Börnin hans þrjú ákveða að taka skuldina á sig.

Hve mikla skuld fær hvert af börnum Georgs?

> Í sýnidæmum og verkefnum hér að framan sést að þegar við margföldum saman jákvæða og neikvæða tölu eða deilum með annarri í hina verður svarið neikvætt. Ekki skiptir máli hvor talan er neikvæð.
>
> $a \cdot (-b) = (-a) \cdot b = -(a \cdot b)$
> $a : (-b) = (-a) : b = -(a : b)$

Þegar við margföldum skiptir röð þáttanna engu máli.

1.74 Reiknaðu.

a $3 \cdot (-8)$
b $(-25) \cdot 6$
c $56 : (-7)$
d $(-64) : 8$
e $3 \cdot (-11)$
f $2500 : (-50)$
g $(-20) \cdot 600$
h $96 : (-8)$
i $63 : (-9)$
j $32 \cdot (-3)$
k $(-17) \cdot 10$
l $210 : (-3)$

Það þýðir að ekki skiptir máli fyrir svarið hvor þátturinn er neikvæður. Svarið verður hið sama.

1.75 Notaðu dæmin í rammanum til hægri.

a Skoðaðu svörin í þremur fyrstu línunum. Hvað hækkar hvert svar mikið?

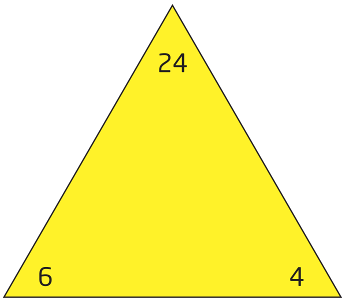
b Haltu áfram með talnamynstrið og skrifaðu svörin við dæmunum í 4. og 5. línu.

c Haltu áfram með talnamynstrið og skrifaðu svörin við dæmunum í 6., 7. og 8. línu.

d Skoðaðu svörin sem þú fékkst í b-lið og c-lið.
Reiknaðu dæmið $(-5) \cdot (-3)$.

$(-2) \cdot 4 = (-8)$
$(-2) \cdot 3 = (-6)$
$(-2) \cdot 2 = (-4)$
$(-2) \cdot 1 =$
$(-2) \cdot 0 =$
$(-2) \cdot (-1) =$
$(-2) \cdot (-2) =$
$(-2) \cdot (-3) =$

Við getum notað margföldunarþríhyrning til að sýna tengslin milli margföldunar og deilingar. Þríhyrningurinn hér til hægri hefur að geyma þessi þrjú dæmi:

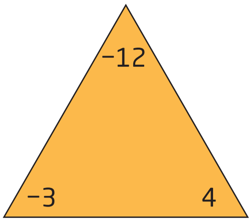


$6 \cdot 4 = 24$

$24 : 4 = 6$

$24 : 6 = 4$

1.76 Úr dæminu $(-3) \cdot 4 = -12$ má búa til þennan þríhyrning.
Skrifaðu svarið við deilingardæmunum í þessum þríhyrningi.



a $(-12) : 4 =$

b $(-12) : (-3) =$

Þegar við margföldum eða deilum með tveimur neikvæðum tölum verður svarið jákvætt.

$(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$
$(-a) : (-b) = a : b$

1.77 Hvaða tölu vantar?

a $\square \cdot 1 = 16$

b $(-4) \cdot \square = (-12)$

c $4 \cdot \square = 0$

d $(-8) \cdot \square = 24$

e $\square \cdot 7 = (-42)$

f $(-5) \cdot 6 = \square$

1.78 Hvaða tölu vantar?

a $\square : (-2) = (-21)$

b $(-40) : \square = 8$

c $28 : \square = 7$

d $\square : 34 = (-10)$

e $\square : 6 = (-8)$

f $(-25) : \square = 1$

1.79 Hvaða tölu vantar?

a $\square \cdot 3 \cdot (-4) = (-48)$

b $2 \cdot \square \cdot 5 = (-60)$

c $4 \cdot \square \cdot (-4) = 64$

d $(-8) \cdot (-2) \cdot \square = (-48)$

1.80 Reiknaðu.

a $5 \cdot 6$

b $(-5) \cdot 6$

c $(-5) \cdot (-6)$

d $72 : (-4)$

e $(-11) \cdot (-11)$

f $(-810) : 9$

g $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$

h $6 \cdot (-7) \cdot 2$

i $((-12) \cdot 4) : (-6)$

1.81 Reiknaðu.

a $30 : 5$

b $30 : (-5)$

c $(-30) : (-5)$

d $32 \cdot (-5)$

e $(-96) : (-12)$

f $85 : (-17)$

g $(120 : (-6)) \cdot (-3)$

h $((-64) : (-16)) \cdot (-7)$

i $560 : (-10) : (-8)$

1.82 Veldu rétt merki: >, < eða =.

a $(-3) \cdot (-7) \quad \square \quad 3 \cdot (-7)$

b $5 \cdot 4 \quad \square \quad (-5) \cdot (-4)$

c $20 : (-4) \quad \square \quad (-10) : 2$

d $8 \cdot (-4) \quad \square \quad 8 : (-4)$

e $(-14) : (-2) \quad \square \quad (-14) \cdot (-2)$

f $9 \cdot 3 \quad \square \quad (-9) \cdot 3$

Röð reikniaðgerða

Reikniaðgerð segir til um hvaða reikning á að framkvæma. Þú hefur lært fjórar mismunandi reikniaðgerðir: samlagningu, frádrátt, margföldun og deilingu.

Til þess að við fáum öll sama rétta svarið, þegar reiknuð eru dæmi með mörgum *reikniaðgerðum*, verða að vera reglur um röð þeirra í útreikningunum.

- Það á að margfalda og deila áður en við leggjum saman eða drögum frá.
- Nota skal sviga til að sýna að framkvæma eigi ákveðna reikniaðgerð á undan annarri ef þess er þörf. Það þýðir að ef þú átt að leggja saman áður en þú margfaldar verður þú að setja sviga utan um samlagningardæmið.

Sýnidæmi 22

Inga kaupir buxur á 6790 kr. og þrjá boli á 1790 kr. stykkið.

Hvað þarf Inga að borga?

Tillaga að lausn

$6790 + 3 \cdot 1790 = 6790 + 5370 = \underline{12160}$

$\underline{\underline{\text{Inga þarf að borga 12 160 kr. fyrir fötin.}}}$

1.83 Skoðaðu dæmið í sýnidæmi 22.

a Hvert verður svarið ef þú reiknar í þeirri röð, sem tölurnar eru settar fram, án þess að taka tillit til reglunnar um að fyrst á að margfalda og síðan leggja saman?

b Hvað þyrfti Inga að kaupa ef svarið þitt í a-lið væri rétt?

1.84 Reiknaðu.

a $25 - 3 \cdot 7$

b $(25 - 3) \cdot 7$

c $3 \cdot (8 + 12)$

d $3 \cdot 8 + 12$

e $(15 - 8) \cdot 5$

f $15 - 8 \cdot 5$

1.85 Reiknaðu.

a $((-3) + 7) \cdot (-4)$

b $7 \cdot (8 - 15) - (-9) \cdot (-2)$

c $17 - (5 - 9) \cdot 3$

d $(-6) \cdot (-4) - (-8) \cdot (-3)$

1.86 Reiknaðu.

a $36 : (3 - 7) - 8$

b $(-6) \cdot (-3) + 17 - (-5) \cdot (-3)$

c $((-27) - (15)) : (-6) + (-7) \cdot (-4)$

d $(-34) + (-7) \cdot (-8) - (-17) \cdot 3$

Sýnidæmi 23

Lísa kaupir þrjá geisladiska og þrjá DVD-diska.
Hvað þarf Lísa að borga alls?

Tillögur að lausnum

1 Reiknaðu fyrst hvað Lísa þarf að borga fyrir einn geisladisk og einn DVD-disk. Síðan margfaldar þú svarið með 3:

$$3 \cdot (1490 + 2200) = 3 \cdot 3690 = \underline{11\,070}$$

Lísa borgar samtals 11 070 kr.

2 Reiknaðu fyrst hvað þrír geisladiskar kosta og síðan hvað þrír DVD-diskar kosta. Síðan leggur þú saman svörin:

$$3 \cdot 1490 + 3 \cdot 2200 = 4470 + 6600 = \underline{11\,070}$$

Lísa borgar samtals 11 070 kr.

Úr því að þú
margfaldar áður
en þú leggur saman
þarftu ekki að
nota sviga.

1.87 Ólafur skokkar 6 km þrjá daga í röð áður en hann skiptir um braut og skokkar 8 km þrjá daga í röð.

Hve langt skokkar Ólafur alls þessa sex daga?

1.88 Skrifaðu að minnsta kosti tvö mismunandi dæmi við hvora reikningssögu hér á eftir.

a Jónas og þrír vinir hans skipta 10 000 kr. jafnt á milli sín. Hver þeirra kaupir geisladisk á 1980 kr.

Hve mikið á hver þeirra afgangs?

b Stína vinnur sér inn 2000 kr. á dag í fimm daga. Hvern dag kaupir hún brauðsneið á 250 kr. og gosflösku á 170 kr.

Hvað á Stína afgangs eftir fimm daga?

Beint í mark

Þið þurfið

- þrjá teninga
- ritföng

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Aðferð

1 Leikmenn velja tölu sem verður keppimarkið, t.d. 25.

2 Leikmaður 1 kastar öllum teningunum þremur í einu. Hann notar allar tölurnar þrjár, leggur saman, dregur frá, margfaldar og/eða deilir með tölunum, sem upp koma á teningunum, og býr til dæmi þar sem svarið er eins nálægt keppimarkinu og hægt er. Leikmaðurinn skráir dæmið og setur sviga ef þess þarf.

Leikmaður 2 fer eins að og leikmaður 1.

Ef annar leikmaðurinn hittir keppimarkið fær hann 3 stig. Ef hvorugur leikmanna hittir markið fær leikmaðurinn, sem er nær markinu, 2 stig. Hitti báðir leikmenn markið fá þeir 1 stig hvor. Séu báðir leikmenn jafn langt frá markinu fær hvorugur stig.

3 Sá vinnur sem er á undan að fá að minnsta kosti 10 stig.

Dæmi um eina umferð í spilinu *Beint í mark* þar sem keppimarkið er 25.
Leikmaður 1 fær upp tölurnar 3, 5 og 6.
Tillaga að dæmi: $6 \cdot 5 - 3 = 27$

Leikmaður 2 fær upp tölurnar 2, 3 og 5.
Tillaga að dæmi: $(2 + 3) \cdot 5 = 25$

Leikmaður 2 vann þessa umferð og fær 3 stig þar eð hann hitti beint í mark.

Vasareiknir og röð reikniaðgerða

Í reitnum til hægri sérðu tvö dæmi. Reiknaðu fyrst svörin í huganum. Þar næst skaltu prófa að slá dæmin inn á vasareikninn. Hvað gerist? Ræðið saman í bekkjardeildinni um þetta.

$3 \cdot 2 + 4$

$4 + 3 \cdot 2$

Minni vasareiknisins má líkja við falinn glugga sem hægt er að gefa ákveðið gildi.

Einhverjir vasareiknar fylgja ekki samþykktum reglum um rétta röð aðgerða í útreikningum. Þá er hægt að nota minnið á vasareikninum, einkum takkana: M+, M–, RM og CM.

Vasareiknir hefur tvo glugga en þú sérð bara einn. Minnið er í glugganum sem ekki sést. Í báðum gluggunum er einungis pláss fyrir eina tölu. Áður en þú byrjar að reikna er gildið núll í báðum gluggunum.

Takkinn M+ bætir tölu við gildið í minninu. M+

Takkinn M– dregur tölu frá gildinu í minninu. M–

Takkinn RM flytur afrit af tölunni í minninu yfir í sýnilega gluggann. RM

Takkinn CM breytir gildi minnisins aftur í núll. Á nokkrum vasareiknum eru RM og CM á sama takka. Þá þarf að ýta tvisvar á takkann til að breyta gildinu í minninu aftur í núll. CM

1.89 Finndu tvö dæmi sem gefa sama svar? Geturðu fundið fleiri slík pör?

a $5 + 2 \cdot 9$

b $9 - 2 \cdot 5$

c $2 \cdot 5 - 9$

d $2 + 5 \cdot 9$

e $9 \cdot 2 + 5$

f $5 \cdot 9 + 2$

1.90 Jón slær inn á vasareikninn $8 + 6 \cdot 3$ og Dísa slær inn

8 M+ $6 \cdot 3$ M+ RM

Hvernig líta dæmin tvö út ef báðir vasareiknarnir reikna rétt? Hver eru svörin?

Sýnidæmi 24

Notaðu minnið á vasareikninum til að reikna dæmið $126 \cdot 3 + 212 \cdot 7$. Búðu til svokallaðan „takkarenning“.

Takkarenningurinn sýnir hvernig þú getur slegið dæmið inn á vasareikninn.

Tillaga að lausn

Í dæminu $126 \cdot 3 + 212 \cdot 7$ eru tveir liðir: $126 \cdot 3$ og $212 \cdot 7$. Þú slærð hvern lið inn svo að hann sjáist í glugganum og setur millisvörin í minnið.

126	x	3	M+	212	x	7	M+	RM

$$126 \cdot 3 + 212 \cdot 7 = \underline{\underline{1862}}$$

1.91 Notaðu vasareikni til að finna svörin. Búðu til takkarenninga.

a $45 + 13 \cdot 27$

b $316 - 14 \cdot 8$

c $815 - 14 \cdot 29 + 397$

d $35 \cdot 14 + 87 \cdot 24 - 112 \cdot 9$

e $88 \cdot 36 - 378 : 9 + 212 \cdot 14$

f $316 \cdot 12 - 68 \cdot 37 + 9 \cdot 119$

1.92 Jónas selur veiðibúnað. Dag nokkurn selur hann 4 flugustangir, 16 flugur, 1 fluguveiðisett, 36 spúnabox og 2 veiðivesti.

a Skrifaðu dæmi sem sýnir fyrir hve háa upphæð Jónas selur þennan dag.

b Notaðu vasareikni til að finna svarið við dæminu í a-lið.

c Notaðu verðlistann til hægri til að búa til svipuð dæmi. Þú og bekkjarfélagi þinn skiptist á dæmum og notið vasareikni til að reikna út hvað vörurnar kosta.

VERÐLISTI	
Fluga	420 kr.
Veiðigleraugu	4490 kr.
Flugustöng	28 980 kr.
Kaststöng	9900 kr.
Fluguhjól	11 900 kr.
Fluguveiðisett	38 900 kr.
Veiðivesti	13 900 kr.
Spúnabox	890 kr.

d Notaðu töflureikni til að reikna sömu dæmin og í b-lið og c-lið. Ræddu við bekkjarfélaga þinn um hvort hjálpartækið, vasareikni eða töflureikni, þér finnst betra að nota.

1.93 Marteinn á 15 670 kr. í veskinu sínu. Hann kaupir þrjú sokkapör og tvennar nærbuxur.

Hve mikið á hann eftir af peningunum?

1.94 Heiða vinnur tvo laugardaga og vinnur sér inn 9600 í hvort skipti. Hún kaupir eins marga DVD-diska fyrir peninga sína og hún getur. Einn DVD-diskur kostar 3960 kr.

Hve mikla peninga á hún eftir?

1.95 María erfir 485 000 kr. Hún kaupir borðstofuborð og átta stóla. Borðið kostar 187 000 kr. og stólarnir 14 900 kr. hver. Þar næst kaupir hún sex silfurgaffla á 11 600 kr. stykkið. Afganginn af peningunum leggur hún í banka.

a Notaðu vasareikni til að reikna út hve mikla peninga María setur í bankann. Búðu til takkarenning.

b Notaðu töflureikni til að reikna út hve marga silfurgaffla María hefði getað keypt, án þess að nota meira af peningum en hún á, ef hún ákveður einnig að kaupa 12 stóla.

1.96 Magnús, Fríða og Anna selja bollur á bolludaginn. Magnús selur 19 fleiri en Fríða og Fríða selur 27 færri en Anna. Samtals selja þau 238 bollur.

a Hver selur flestar bollur?

b Hve mörgum bollum fleiri selur Anna en Magnús?

c Fyrstu 185 bollurnar eru seldar á 300 kr. stykkið, afgangurinn á 200 kr. stykkið.
Hvað vinna krakkarnir sér inn samtals?

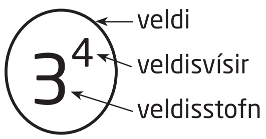
d Hve margar bollur selur hvert þeirra?

Veldi

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- skrifa tölur sem veldi
- margfalda og deila með veldi þar sem veldisstofn er sá sami
- reikna með veldi og fleiri reikniaðgerðum í sama dæminu



Veldi er notað til að stytta ritháttinn á margföldunardæmi með sama þættinum, t.d. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$. Veldi samanstendur af veldisstofni og veldisvísi.

Veldisvísirinn í veldi sýnir hve oft margfalda skal veldisstofninn með sjálfum sér. Veldisstofninn í veldi sýnir hvaða tölu á að margfalda með sjálfri sér aftur og aftur. Það merkir til dæmis að margföldunardæmið $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ má skrifa á styttra formi þannig: 10^4. Veldið 10^4 er lesið sem „tíu í fjórða veldi“ eða bara „tíu í fjórða“.

Gildi veldis fæst með því að margfalda veldisstofninn með sjálfum sér eins oft og veldisvísirinn segir til um.

Sýnidæmi 25

Skrifaðu 5^4 sem margföldunardæmi og reiknaðu það.

Tillaga að lausn

$$5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = \underline{\underline{625}}$$

1.97 Skrifaðu veldin og reiknaðu gildi þeirra.

a Veldisstofninn er 4 og veldisvísirinn er 3.

b Veldisstofninn er 2 og veldisvísirinn er 4.

c Veldisstofninn er 10 og veldisvísirinn er 3.

d Veldisstofninn er 8 og veldisvísirinn er 2.

1.98 Í þessu verkefni áttu að telja ættinga þína hvort sem þú þekkir þá eða ekki og jafnvel þótt þeir séu ekki enn á lífi.

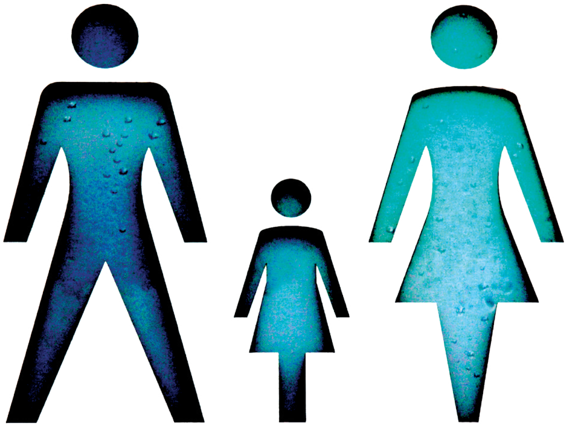
Ættingjar	**Fjöldi**
Þú	1
Líffræðilegir foreldrar þínir	2
Líffræðilegir afar og ömmur	4
Líffræðilegir langafar og langömmur	

a Haltu áfram með töfluna hér fyrir ofan og reiknaðu út hve marga líffræðilega langafa og langömmur, langalangafa og langalangömmur svo og langalangalangafa og langalangalangömmur þú átt.

b Útskýrðu hvernig þú getur fundið út hve marga langalangalangafa og langalangalangömmur þú átt.

c Skrifaðu tölurnar í töflunni sem margföldunardæmi aðeins með þættinum 2.

d Skrifaðu tölurnar í töflunni sem veldi þar sem veldisstofninn er 2.



1.99 Reiknaðu.

a 2^5

b 5^3

c 3^4

d 12^2

e 7^3

f 10^6

1.100 Veldu rétt merki: <, > eða =

a 2^3 ☐ 3^2

b 3^4 ☐ 4^3

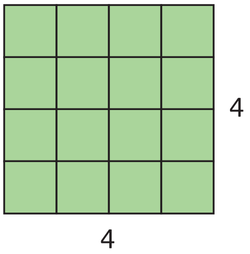
c 2^4 ☐ 4^2

d 2^5 ☐ 5^2

e 8^2 ☐ 4^3

f 3^3 ☐ 5^2

Ferningstölur



Hér til vinstri sérðu ferning. Ferningur er ferhyrningur þar sem allar hliðarnar eru jafn langar og öll hornin eru 90°. Í ferningnum til vinstri eru allar hliðarnar 4 einingar á lengd. Þá verður flatarmál ferningsins 4 · 4 = 16. Þú getur einnig séð það ef þú telur litlu ferningana sem stóri ferningurinn er gerður úr.

Ferningstala
Svarið sem kemur út þegar tala er margfölduð með sjálfri sér.

1.101 Búðu til töflu svipaða þeirri sem er hér á eftir. Fylltu töfluna út allt upp í hliðarlengdina 10.

Hliðarlengd	Flatarmál fernings
1	1
2	4
3	
4	

Allar tölurnar í dálkinum „flatarmál fernings“ eru ferningstölur.

1.102 Notaðu ferningstölur.

a Hver er aldur þinn og allra fjölskyldumeðlima þinna næst þegar þið eigið „ferningstöluafmæli?“

● **b** Hvaða tvær ferningstölur hafa summuna 25?

● **c** Finndu annað dæmi en í b-lið þar sem summa tveggja ferningstalna er einnig ferningstala.

● **d** Hve margar ferningstölur eru milli 0 og 10 000?

Þegar tala er tvisvar þáttur í sömu tölu kallast sá þáttur „tvöfaldur þáttur“.

1.103 Finndu alla þætti talnanna. Athugaðu einnig hvað tölurnar hafa marga eins þætti. Skrifaðu töluna sem margfeldi af veldum ef það er hægt.

a 36
b 63
c 196
d 102
e 225
f 147

1.104 Ferningstöluna 64 má skrifa sem 8^2. Finndu tvær aðrar leiðir til að skrifa 64 sem veldi.

1.105 Tölurnar 121 og 12 321 eru ferningstölur.

a Hver er veldisstofninn í hvorri tölu?

b Skoðaðu tölurnar tvær hér á undan. Komdu með tillögu um ferningstölu með 7 tölustöfum. Notaðu vasareikni til að ganga úr skugga um að tillaga þín sé rétt.

Veldi með veldisstofninum 10

Allar tölur, þar sem fyrsti tölustafurinn er 1 og allir aðrir tölustafir eru 0, má skrifa sem veldi af 10. Þá er talan 10 veldisstofninn:

$100 = 10 \cdot 10 = 10^2$

$1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$

$10\,000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4$

1.106 Skrifaðu tölurnar 100 000, 1 000 000 og 10 000 000 sem veldi af 10. Athugaðu fjölda núlla í tölunum og gildi veldisvísanna. Útskýrðu það sem þú sérð.

1.107 Ein trilljón er skrifuð með tölustafnum 1 og 18 núllum. Skrifaðu trilljón sem veldi með veldisstofninum 10.

1.108 Á hverju ári eru borðuð 100 000 000 kg af kartöflum í Noregi.

a Skrifaðu töluna sem veldi af 10.

b Það eru 1000 kg í einu tonni. Skrifaðu fjölda tonna af kartöflunum í a-lið sem veldi af 10.

1.109 Rúmmál jarðar er um það bil 1 000 000 000 000 km^3.

a Skráðu rúmmál jarðar sem veldi af 10.

Rúmmál tunglsins er um það bil 10^9 km^3.

b Hvað er rúmmál jarðar mörgum sinnum stærra en rúmmál tunglins?

1.110 HIV-veira inniheldur um það bil 100 000 000 frumeindir.

a Skrifaðu töluna sem veldi þar sem 10 er veldisstofninn.

Rúmmál bakteríu er um það bil 10 000 sinnum stærri en ein HIV-veira.

b Um það bil hve margar frumeindir eru í einni bakteríu?

Margföldun og deiling með veldum

Þú hefur nú lært hvernig skrifa má tölu, sem er margfölduð með sjálfri sér tvisvar eða oftar, sem veldi. Nú áttu að finna reiknireglur fyrir margföldun og deilingu velda með sama veldisstofni.

Sýnidæmi 26

Reiknaðu dæmið $2^2 \cdot 2^3$.

Tillögur að lausn

$$2^2 \cdot 2^3 = (2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{\underline{2^5 = 32}}$$

Þar sem veldisvísirinn sýnir hve oft þú átt að margfalda veldisstofninn með sjálfum sér getur þú fundið margfeldi tveggja velda með sama veldisstofni með því að halda honum óbreyttum en veldisvísirinn finnst með því að leggja saman veldisvísa þáttanna.

$$2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = \underline{\underline{2^5}}$$

1.111 Einfaldaðu stæðurnar með því að skrifa þær sem eitt veldi ef það er hægt.

a $3^4 \cdot 3^6$

b $4^2 \cdot 4^3 \cdot 4^4$

c $2^3 \cdot 3^2$

d Hvenær geturðu lagt saman veldisvísana og hvenær þarftu að reikna út hvert veldi fyrir sig?

1.112 Í vatni nokkru er komið fyrir tveimur þörungum. Þeir fjölga sér á hverjum degi þannig að þeir verða tvöfalt fleiri en daginn áður.

a Hve margir eru þörungarnir eftir 2, 3, 4 og 10 daga?

b Eftir hve marga daga verða þörungarnir 10 000 eða fleiri?

c Hve margir eru þörungarnir daginn á undan og eftir atburðinum í b-lið?

Sýnidæmi 27

Reiknaðu dæmið $3^5 : 3^2$.

Tillögur að lausn

$$3^5 : 3^2 = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{\underset{1}{\cancel{3}} \cdot \underset{1}{\cancel{3}}} = 3 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{\underline{3^3}}$$

Þú getur stytt brot
með því að deila
tvisvar bæði í teljara
og nefnara með 3.

Þú deilir með veldi í annað veldi með sama veldisstofni með því að halda veldisstofninum óbreyttum en veldisvísirinn finnst með því að finna mismun veldisvísanna í teljara og nefnara.

$$3^5 : 3^2 = 3^{5-2} = \underline{\underline{3^3}}$$

1.113 Einfaldaðu stæðurnar með því að skrifa þær sem eitt veldi ef það er hægt.

a $10^8 : 10^5$

b $2^7 : 2^6$

c $4^5 : 4^5$

d $1\,000\,000 : 10\,000$

e $8^3 : 8$

f $12^{10} : 12^7$

g $9^5 : 3^2$

h $2^4 : 4^2$

1.114 Reiknaðu.

a 4^3

b $\frac{64}{64}$

c $4^3 : 4^3$

d $5^2 : 5^2$

● **e** Hvert er gildi almenns brots þar sem teljarinn er jafn nefnaranum?

● **f** Skoðaðu niðurstöðurnar í b-lið, c-lið og d-lið.
Hvert er gildi veldis þar sem veldisvísirinn er 0?

● **g** Útskýrðu með eigin orðum hvers vegna veldi með veldisvísinum 0 hefur alltaf sama gildi hver sem veldisstofninn er.

1.115 Hversu mörgum sinnum stærri er talan 5^{14} en talan 5^{12}?

Reglur um röð reikniaðgerða

Þú lærðir um rétta röð reikniaðgerða fyrr í þessum kafla. Nú áttu að læra um röðina þegar veldi koma fyrir í dæmunum.

1. Ef dæmið inniheldur sviga reiknar þú fyrst út úr sviganum.
2. Þar næst reiknar þú gildi veldisins.
3. Síðan margfaldar þú og deilir.
4. Loks leggur þú saman og dregur frá.

Sýnidæmi 28

Reiknaðu dæmið $2 + 5 \cdot 3^2$.

Tillögur að lausn

Notaðu reglurnar um röð reikniaðgerða í útreikningunum. Þá færðu:

$$2 + 5 \cdot 3^2 = 2 + 5 \cdot 9 = 2 + 45 = \underline{\underline{47}}$$

Hér byrjum við á að reikna út gildi veldisins: $3^2 = 9$.

Sýnidæmi 29

Reiknaðu dæmið $(2 + 5) \cdot 3^2$.

Hér reiknum við fyrst út úr sviganum, síðan reiknum við gildi veldisins.

Tillögur að lausn

$$(2 + 5) \cdot 3^2 = 7 \cdot 3^2 = 7 \cdot 9 = \underline{\underline{63}}$$

1.116 Reiknaðu án þess að nota vasareikni.

a $5 + 3 \cdot 2^3$

b $(5 + 3) \cdot 2^3$

c $4 \cdot 3 + 2 \cdot 5^2$

d $4 \cdot (3 + 2) \cdot 5^2$

e $6 - 2 \cdot 3^2$

f $(6 - 2) \cdot 3^2$

g $4^2 - 3 \cdot 4 + 2^3$

h $4^2 - 3 \cdot (4 + 2^3)$

i $25 - 3 \cdot 2^3$

j $3 \cdot 2^3 - 25$

k $3 \cdot (25 - 2^3)$

l $(2^3 - 25) \cdot 3$

1.117 Reiknaðu.

a $5 - 3^3 \cdot 2 + 8$

b $(5 - 3^3) \cdot (2 + 8)$

c $(5 - 3^3) \cdot 2 + 8$

d $(5 - 3)^3 \cdot (2 + 8)$

e $(5 + 8) \cdot 2 - 3^3$

f $(5 + 8 \cdot 2 - 3)^3$

1.118 Reiknaðu.

a $(5 + 3^2) : 7$

b $60 : (5^2 - 5)$

c $(1 + 2^3) : 3^2$

d $\dfrac{16 - 2^3}{3^2 - 1}$

e $\dfrac{(9 - 5)^2}{13 - 3^2}$

f $\dfrac{2 \cdot 3^3 + 10}{2^5}$

g $\dfrac{2 \cdot 3^2 - 4}{2^3 - 1}$

h $\dfrac{(3^3 - 5^2) \cdot 6}{2 \cdot 5 - 4}$

i $\dfrac{-3^2 + 2 \cdot 5}{(-2)^2 + 2 \cdot 3}$

1.119 Settu sviga í dæmin þannig að þau verði rétt.

a $5 \cdot 3 + 2 = 25$

b $5 + 3 \cdot 2 = 16$

c $14 - 12 - 6 = 8$

d $5 + 2 \cdot 12 - 10 = 14$

e $7 \cdot 8 - 6 : 2 = 25$

f $8^2 - 4 : 12 = 5$

g $3 + 4^2 - 1 = 48$

h $9 - 2 - 5^2 = 0$

i $2^8 : 20 - 4 - 6 : 2 = 5$

1.120 Reiknaðu.

a $2 \cdot (28 - 2^5)$

b $6^2 : 3^2 + 4$

c $5^3 + 7^2 \cdot 2$

d $48 : 2^4 + 3^2 \cdot (-2)$

e $(3^3 - 2^4) \cdot 3 + 2^2$

f $72 - (5^3 - 4^3)$

g $(4^3 - (2^6 - 3^4)) : 9^2$

h $(-2) \cdot (2^7 - 9^2 - 7)$

i $(100 - 6^2) : 2^3$

1.121 Notaðu tölustafina 0–9. Í hverju dæmi áttu að setja fjóra mismunandi tölustafi í tómu reitina fjóra.

a $(\square + \square) \cdot (\square - \square) = 30$

b $(\square \cdot \square) \cdot (\square + \square) = 25$

c $(\square \cdot \square) - (\square + \square) = 16$

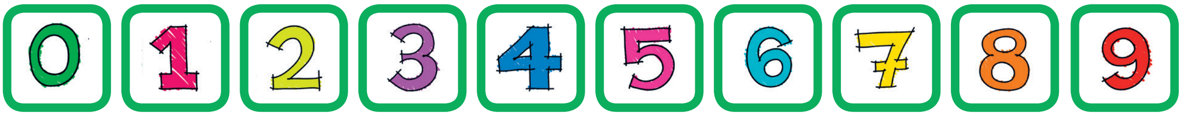
d $(\square + \square) \cdot (\square^2 + \square) = 88$

e $(\square : \square) \cdot (\square : \square) = 8$

f $(\square + \square) \cdot (\square - \square) = (-3)$

g $(\square^3 - \square) \cdot (\square - \square) = 100$

h $(\square \cdot \square) - (\square^2 - \square^2) = 1$



Veldi með neikvæðum veldisstofni

Þegar veldisstofninn er neikvæð tala þarf að nota sviga til að sýna að formerkið á við veldisstofninn en ekki allt veldið.

Sýnidæmi 30

a Reiknaðu dæmið $(-2)^4$.

Tillögur að lausn

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = \underline{\underline{16}}$$

b Reiknaðu dæmið -2^4.

Tillögur að lausn

$$-2^4 = -\ 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{\underline{-16}}$$

-2^4 þýðir 2^4 með mínusmerki fyrir framan

1.122 Reiknaðu.

a $(-3)^3$

b $(-3)^4$

c -3^5

d $(-1)^{12}$

e $(-1)^{93}$

f -1^{100}

1.123 Notaðu niðurstöðurnar úr verkefni 1.122 til að finna svörin.

a Hvað geturðu sagt um gildi veldis þar sem veldisstofninn er neikvæð tala og veldisvísirinn er slétt tala?

b Hvað geturðu sagt um gildi veldis þar sem veldisstofninn er neikvæð tala og veldisvísirinn er oddatala?

1.124 Reiknaðu dæmin.

a $-2^3 \cdot (-2)^4$

b $(-1)^3 \cdot (-1)^2$

c $-3^2 \cdot (-2)^2$

d $(-4)^2 \cdot 4$

e $-4^2 \cdot 4$

f $2^5 : (-2)^5$

g $(-1)^9 \cdot (-3)^3 \cdot (-2)$

h $-2^4 : (-2)^3$

i $(-8^2 : (-2)^3) \cdot (-4)$

Fjórir í röð

Þið þurfið

- spilapeninga

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

5^2	1^5	3^2
-2^2	$(-2)^2$	-1^2
-3^2	2^3	2^4

Aðferð
Leikmaður 1 velur tvö mismunandi veldi úr töflunni efst á blaðsíðunni og margfaldar þau saman. Hann merkir svarið með því að leggja spilapening á svarið í töflunni hér til hægri.

Leikmaður 2 fer eins að. Þannig skiptast þeir á.

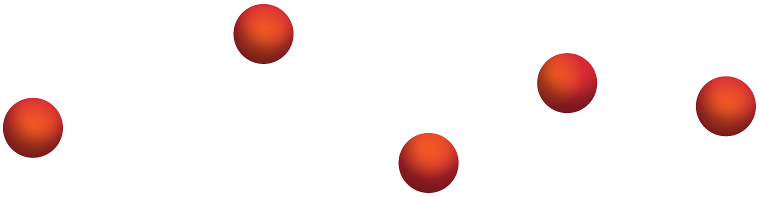
Sá vinnur sem er á undan að fá fjóra í röð annaðhvort lárétt, lóðrétt eða á ská.

400	−36	−144	72	−225	32
8	128	9	−64	144	−25
64	25	4	9	−1	4
100	−16	−32	16	28	200
−72	−9	−16	−8	−100	−4
−4	−81	225	36	−9	−36

Afbrigði
Leikmaður 1 velur tvö veldi úr töflunni efst á blaðsíðunni og finnur summu þeirra. Hann merkir svarið með því að leggja spilapeninga á töfluna hér til hægri.

Leikmaður 2 endurtekur leikinn. Sá vinnur sem er á undan að fá fjóra í röð, lárétt, lóðrétt eða á ská.

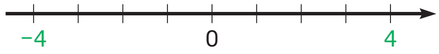
9	24	0	7	12	16
5	15	4	10	−3	−1
20	−8	1	26	7	−13
0	21	24	−5	5	−7
51	13	17	33	29	−10
3	0	34	−5	8	12



Í stuttu máli

Þú átt að geta	Dæmi	Tillögur að lausnum
reiknað hratt og örugglega í huganum Skoðaðu dæmið og taktu ákvörðun um hvernig þú vilt leysa það áður en þú byrjar að reikna.		
Þú getur skipt tölunum í tugi og einingar.	Reiknaðu dæmið 58 + 64.	58 + 64 = 50 + 60 + 8 + 4 = 110 + 12 = 122
Þú getur bætt við og fengið heilan tug í einum lið með því að draga jafn mikið frá í öðrum lið.	Reiknaðu dæmið 58 + 64.	58 + 64 = 60 + 62 = 122
Þú getur bætt við eða dregið frá jafn mikið í hvorum lið í frádrætti.	Reiknaðu dæmið 58 − 39.	58 − 39 = 59 − 40 = 19
Þú getur reiknað með einfaldari tölum og bætt við eða dregið frá eftir á, jafn mikið og vantaði á nákvæmnina.	Reiknaðu dæmið 58 − 39.	58 − 39 = 58 − 38 − 1 = 20 − 1 = 19
reiknað með slumpreikningi Slumpreikningur felst í að námunda tölurnar áður en maður reiknar.		
Þegar þú leggur saman eða margfaldar er gagnlegt að námunda nokkrar tölur upp á við og aðrar tölur niður á við.	Sigríður kaupir samloku á 479 kr. og safa á 368 kr. Reiknaðu með slumpreikningi hvað hún þarf að borga.	Það er auðvelt að reikna í huganum ef þú námundar 479 kr. upp í 500 kr. og 368 kr. niður í 350 kr. 500 + 350 = 850 Sigrún borgar um það bil 850 kr.
Þegar þú dregur frá eða deilir er skynsamlegt að námunda tölurnar í sömu átt.	Óskar á 2640 kr. og ætlar að kaupa bollur. Bollan kostar 205 kr. Reiknaðu með slumpreikningi hve margar bollur Óskar getur keypt.	Þú getur námundað 2640 kr. niður í 2600 kr. og 205 kr. niður í 200 kr. 2600 : 200 = 13 Óskar getur keypt 13 bollur.

Þú átt að geta	**Dæmi**	**Tillögur að lausnum**
reiknað með blaðreikningi		
Í samlagningu og frádrætti setjum við tölurnar upp lóðrétt, einingu undir einingu o.s.frv. og hver dálkur reiknaður fyrir sig. Ef farið er yfir tug þarf að skipta tug með því að geyma eða taka til láns.	337 + 96 652 − 317	$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1} \\ 337 \\ +\ \ 96 \\ \hline 433 \\ \hline\hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 10} \\ 6\cancel{5}2 \\ -\ 317 \\ \hline 335 \\ \hline\hline \end{array}$
Í margföldun margföldum við fyrst með einingunum, síðan með tugunum.	34 · 27	$\begin{array}{rl} {\scriptstyle 2} & \\ \underline{34} & \cdot\ 27 \\ 238 & \\ \underline{68} & \\ \underline{\underline{918}} & \end{array}$
Í deilingu getum við fyrst skipt stærstu tölustöfunum og síðan tölustöfunum í hverju sæti fyrir sig, einingunum síðast.	145 : 4	$145 : 4 = \underline{\underline{36\text{, og 1 í afgang}}}$ $\underline{12}$ 25 $\underline{24}$ 1
fundið út með hvaða tölum er hægt að deila í aðra tölu		
Ef tölustafurinn í einingasætinu er 0, 2, 4, 6 eða 8 er hægt að deila í töluna með 2.	Hvor talan 159 eða 218 er deilanleg með 2?	Talan 218 er deilanleg með 2 vegna þess að síðasti tölustafurinn er 8.
Ef talan, sem tölustafirnir í tugasætinu og einingasætinu mynda, er deilanleg með 4 er öll talan deilanleg með 4.	Hvers vegna er talan 868 deilanleg með 4?	Tölustafirnir í tugasætinu og einingasætinu mynda töluna 68. Talan 68 er deilanleg með 4. 68 : 4 = 17. Þá er talan 868 deilanleg með 4.
Ef 0 eða 5 er í einingasæti tölu er hún deilanleg með 5.	Er talan 9864 deilanleg með 5?	Talan 9868 er ekki deilanleg með 5 vegna þess að tölustafurinn í einingasætinu er 4. Þú færð 4 í afgang ef þú deilir í 9864 með 5.
séð mismuninn á frumtölu og samsettri tölu		
Frumtala er tala sem hefur bara þættina 1 og töluna sjálfa. Samsett tala er tala sem er ekki frumtala.	Hvers vegna er talan 24 samsett tala?	Talan 24 er samsett vegna þess að þú getur margfaldað saman tvær náttúrulegar tölur sem hvorki eru 1 eða 24, og fengið svarið 24, t.d.: 24 = 3 · 8

Þú átt að geta	Dæmi	Tillögur að lausnum
þáttað og frumþáttað tölu		
Margfeldi er svarið við margföldunardæmi. Þáttur · þáttur = margfeldi	Hvers vegna getum við sagt að 12 sé þáttur í 60?	12 er þáttur í 60 vegna þess að 60 : 12 = 5.
Þegar þú þáttar tölu finnur þú tölurnar sem margfaldaðar saman mynda töluna sem þú þáttar.	Þáttaðu töluna 24 á þrjá mismunandi vegu.	$24 = \underline{\underline{2 \cdot 12}}$ $24 = \underline{\underline{3 \cdot 8}}$ $24 = \underline{\underline{4 \cdot 6}}$
Frumþáttun felur í sér að skrifa tölu sem margfeldi frumtalna eingöngu.	Frumþáttaðu töluna 72.	$72 = 2 \cdot 36$ $= 2 \cdot 2 \cdot 18$ $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9$ $= \underline{\underline{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3}}$
reiknað með neikvæðum tölum		
Neikvæðu tölunum er raðað á talnalínu sem spegilmynd af jákvæðu tölunum um 0-punktinn. Talan 0 er hvorki jákvæð né neikvæð. Tala breytist ekki þegar 0 er lagt við hana eða dregið frá henni.	Merktu tölurnar −4 og 4 á talnalínuna.	
Þegar þú bætir neikvæðri tölu við aðra tölu færðu sama svar og þegar þú dregur samsvarandi jákvæða tölu frá.	Reiknaðu dæmið 15 + (−7).	$15 + (-7) = 15 - 7 = \underline{\underline{8}}$
Þegar þú dregur neikvæða tölu frá annarri tölu færðu sama svar og þegar þú bætir samsvarandi jákvæðra tölu við.	Reiknaðu dæmið 15 − (−7).	$15 - (-7) = 15 + 7 = \underline{\underline{22}}$
Þegar þú margfaldar saman jákvæða og neikvæða tölu eða deilir með annarri í hina verður svarið neikvætt.	Reiknaðu dæmið 3 · (−4).	$3 \cdot (-4) = \underline{\underline{-12}}$
	Reiknaðu dæmið (−63) : 7.	$(-63) : 7 = \underline{\underline{-9}}$
Þegar þú margfaldar saman tvær neikvæðar tölur eða deilir með annarri í hina verður svarið jákvætt.	Reiknaðu dæmið (−3) · (−4).	$(-3) \cdot (-4) = \underline{\underline{12}}$
	Reiknaðu dæmið (−72) : (−9).	$(-72) : (-9) = \underline{\underline{8}}$

Þú átt að geta	Dæmi	Tillögur að lausnum
skrifað tölu sem veldi		
Veldi er notað til að stytta ritháttinn á margföldunardæmi með sama þættinum.	Hvað merkja tölurnar í veldinu 4^3?	Margfalda á töluna 4 þrisvar með sjálfri sér.
	Reiknaðu gildi veldisins 4^3.	$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = \underline{\underline{64}}$
Veldi með veldisstofninum 10 kallast veldi af 10.	Skrifaðu 10 000 sem veldi af 10.	$10\,000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = \underline{\underline{10^4}}$
Þú færð ferningstölu sem svar þegar þú margfaldar heila tölu með sjálfri sér. Allar ferningstölur má skrifa sem veldi með veldisvísinum 2.	Hvers vegna er talan 49 ferningstala?	Talan 49 er ferningstala vegna þess að $49 = 7 \cdot 7 = 7^2$.
margfaldað og deilt með veldum sem hafa sama veldisstofn		
Þú finnur margfeldi tveggja velda með sama veldisstofni með því að halda veldisstofninum óbreyttum en veldisvísirinn verður summa veldisvísa þáttanna.	Skrifaðu sem eitt veldi: $5^7 \cdot 5^4$.	$5^7 \cdot 5^4 = 5^{7+4} = \underline{\underline{5^{11}}}$
Þú deilir með veldi í annað veldi með sama veldisstofni með því að halda veldisstofninum óbreyttum en veldisvísirinn verður mismunur veldisvísanna í teljara og nefnara.	Skrifaðu sem eitt veldi: $7^{17} : 7^9$.	$7^{17} : 7^9 = 7^{17-9} = \underline{\underline{7^8}}$
reiknað með veldum og með fleiri en einni reikniaðgerð í sama dæminu		
Reiknaðu fyrst gildi veldanna.	Reiknaðu dæmið $2 + 5 \cdot 3^2$.	$2 + 5 \cdot 3^2 = 2 + 5 \cdot 9 = 2 + 45 = \underline{\underline{47}}$
Þú átt að margfalda og deila áður en þú leggur saman eða dregur frá.		
Þú getur notað sviga til að sýna hvaða reikniaðgerð á að framkvæma á undan annarri aðgerð.	Reiknaðu dæmið $(2 + 5) \cdot 3^2$.	$(2 + 5) \cdot 3^2 = (2 + 5) \cdot 9 = 7 \cdot 9 = \underline{\underline{63}}$

Bættu þig!

Hugareikningur, slumpreikningur og blaðreikningur

1.125 Eitt árið var hjólreiðakeppnin Tour de France alls 3642 km á lengd. Reiknaðu með slumpreikningi hve langur hver áfangi er að meðaltali ef keppnin tekur 23 daga og hvíldardagar eru tveir.

1.126 Áfangar nr. 17, 18 og 19 í Tour de France-keppninni eru 174 km, 198 km og 52 km á lengd.

a Reiknaðu í huganum hve langt hjólreiðakapparnir hjóla samtals á þessum áföngum.

b Reiknaðu í huganum hvað 18. áfangi er miklu lengri en 19. áfangi.

c Hjólreiðakapparnir hjóla samtals 526 km á 17., 18., 19. og 20. áfanga. Reiknaðu í huganum hvað 20. áfangi er langur.

1.127 Á hárgreiðslustofu kostar herraklipping 2100 kr. en dömuklipping 4400 kr. Reiknaðu með slumpreikningi hve mikill kostnaðurinn á ári er fyrir

a strák sem lætur klippa sig annan hvern mánuð;

b strák sem lætur klippa sig fjórða hvern mánuð;

c fyrir stelpu sem lætur klippa sig annan hvern mánuð;

d fyrir stelpu sem lætur klippa sig þriðja hvern mánuð.

1.128 Pétur ætlar að fara 15 sinnum í ræktina.
Eitt skipti kostar 1500 kr.

a Reiknaðu í huganum hvað Pétur þarf að borga í ræktina.

b Aðgangskort fyrir hálft ár kostar 18800 kr.
Reiknaðu með slumpreikningi hvað Pétur getur sparað með því að kaupa slíkt kort í stað þess að borga aðgang í hvert skipti.

Deilanleiki og þáttun

1.129 Skráðu eins stóran tölustaf og hægt er í eyðurnar þannig að fullyrðingarnar verði sannar.

a Talan 74 ☐ er deilanleg með 2.

b Talan 831 ☐ 8 er deilanleg með 4.

c Talan 65 ☐ 5 er deilanleg með 5.

d Talan 45 ☐ ☐ er deilanleg með 4 og 5.

1.130 Notaðu tölurnar hér á eftir.

● 18 ● 63 ● 156

a Finndu alla þætti talnanna.

b Teiknaðu rétthyrninga sem lýsa öllum þáttapörunum.

● **1.131** Hjarta í prjónamynstri nær yfir 11 lykkjur. Gengur mynstrið upp ef þú prjónar peysu með

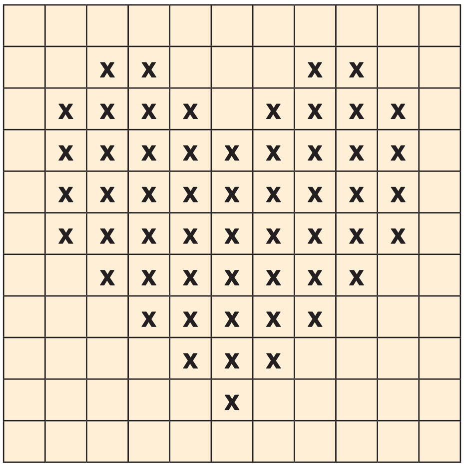
a 258 lykkjum?

b 253 lykkjum?

c 275 lykkjum?

d 297 lykkjum?

e Finndu hvaða lykkjufjöldi, sem mynstrið gengur upp í, er næstur í liðum a–d.



		x	x				x	x		
	x	x	x	x		x	x	x	x	
	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
		x	x	x	x	x	x	x		
			x	x	x	x	x			
				x	x	x				
					x					

1.132 Ummál hjólbarða á vélhjóli er 130 cm. Verksmiðjan, sem framleiðir hjólbarðana, býr til mynstur í hvern hjólbarða sem „gengur upp í" ummálið.

a Hvert af eftirfarandi lengdarmálum getur verið „mynsturlengd?"

8 cm 10 cm 13 cm 15 cm

b Eru fleiri mögulegar „mynsturlengdir" en þær sem þú fannst í a-lið? Ef svo er – hvaða lengdir eru það?

1.133 Í perlukeðju er ákveðið litamynstur.
Hve margar perlur geta verið í litamynstrinu ef í allri keðjunni eru 85 perlur og mynstrið gengur upp? Finndu fleiri en eina lausn.

1.134 Þegar ártal er deilanlegt með 4 er árið hlaupár. Ef tveir síðustu tölustafirnir í ártalinu eru 00 verður ártalið að vera deilanlegt með 400 ef um hlaupár er að ræða.
Hver af eftirfarandi ártölum eru hlaupár?

a 1776
b 1900
c 1986
d 2000
e 2024
f 2050

1.135 Marteinn er hrifinn af Jórunni. Hann veit að hún hefur gaman af stærðfræði. Til að hún taki eftir honum réttir hann henni þennan miða:

> Sendu mér textaskilaboð ef þér tekst að finna gemsanúmerið mitt með því að leysa þessa gátu.
>
> - Símanúmerið samanstendur af 7 tölustöfum.
> - Fyrsti og síðasti tölustafurinn er sá sami.
> - Tölustafurinn í miðjunni er þáttur í þessum tölustaf.
> - Tölustafur nr. 2 er stærri en 4 og hann er ferningstala tölunnar í miðjunni.
> - Mismunur tölustafa nr. 2 og 3 er 1.
> - Tölustafur nr. 5 er þáttur í öllum tölum.
> - Tölustafirnir 3 og 9 koma bara einu sinni fyrir hvor í símanúmerinu.
> - Næstsíðasti tölustafurinn segir til um fjölda lita í regnboganum.

a Hjálpaðu Jórunni að finna símanúmer Marteins.

b Búðu til talnagátu þar sem svarið er símanúmerið þitt.
Þú og bekkjarfélagi þinn getið skipst á talnagátum og leyst gátu hvor annars.
Kannið hvort lausnirnar eru réttar.

Tölur báðum megin við núll

1.136 Raðaðu tölunum í rammanum til hægri frá hæsta gildi til hins lægsta.

12	36	−47	−1820	−15
−2	912	−246	1814	64

1.137 Maríanadjúpið í Kyrrahafi er um það bil 11 000 m á dýpt og er lægsti staður á jörðinni. Hæsta fjall jarðar, Mount Everest, er um það bil 8800 m yfir sjávarmáli. Hver er hæðarmismunur milli Maríanadjúpsins og Mounts Everests?

1.138 Þegar þú verður 18 ára getur þú fengið kreditkort ef þú ert með reikning í bankanum sem reglulegar greiðslur eru lagðar inn á. Þóra og Amir eiga hvort sitt kreditkort. Á bankareikningi Þóru eru 12 500 kr.

Hvað stendur í yfirlitinu frá bankanum ef hún

a kaupir jakka á 14 700 kr.?

b verslar fyrir 8300 kr.?

c leggur inn á reikninginn sinn 7800 kr.?

Á bankareikningi Amirs stendur −1400 kr.

d Hvað stendur á bankayfirlitinu ef hann gerir annaðhvort það sem stendur í a-lið, b-lið eða c-lið?

● **1.139** Reiknaðu.

a 12 − 18

b (−8) + 14 − 3

c 3 · (−8) + 4

d 5 − 3 · 2

e (−2) + 5 · (−3)

f 12 − 3 · (−4)

● **1.140** Reiknaðu.

a (−9) − 3 − (−12)

b 7 · (−3) + (−5) · (−4)

c ((−8) − 12) · (−5)

d (−48) : 6 + (−63) : (−9)

● **1.141** Reiknaðu.

a ((−169) : 13 + 3) · 17

b (−240) : (−8) − 25 − (−12) · (−3)

c (5 + (−7) · (−4)) : (−11)

d ((−3) · (−8) · (−5) − (−78)) : (−6)

Veldi

1.142 Skráðu sem veldi.

a $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

b $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

c $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

d $10 \cdot 10 \cdot 10$

e $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

f $m \cdot m$

1.143 Reiknaðu veldin.

a 11^0, 11^1, 11^2, 11^3 og 11^4.

b Er eitthvað sérstakt við tölurnar í a-lið?

c Hverjar talnanna 11^0, 11^1, 11^2, 11^3 og 11^4 eru ferningstölur?

d Hvers vegna eru þær ferningstölur?

1.144 Hve margar ferningstölur minni en 100 eru ferningstölur af ferningstölu? Veldu eina slíka tölu og skrifaðu hana á tvo mismunandi vegu.

1.145 Reiknaðu í huganum og skrifaðu svörin.

a $3 + 5 \cdot 2^2$

b $3 + (5 \cdot 2)^2$

c $(3 + 5) \cdot 2^2$

d $(3 + 5 \cdot 2)^2$

e $2 - 1 \cdot 2^3$

f $2 - (1 \cdot 2)^3$

g $(2 - 1) \cdot 2^3$

h $(2 - 1 \cdot 2)^3$

i $5 - 2 \cdot 3 + 3^2$

j $(5 - 2) \cdot 3 + 3^2$

k $(5 - 2 \cdot 3 + 3)^2$

l $(5 - 2) \cdot (3 + 3)^2$

1.146 Skrifaðu veldin í röð frá lægsta gildinu til þess hæsta.

$2^3 \quad -2^4 \quad -3^2 \quad (-2)^4 \quad (-3)^2 \quad -2^3$

1.147 Skráðu tölurnar sem veldi af 10.

a 10 000

b 1

c Hundrað milljónir

Þjálfaðu hugann

1.148 Í Fuglavinalandi eru fjórir bæir sem hafa fugla fyrir tákn. Þú færð að vita eftirfarandi um bæina.

- Lóan tilheyrir stærri bæ en svanurinn og minni bæ en örninn.
- Háibær hefur 4000 fleiri íbúa en Lágibær.
- Vesturbær er stærsti bærinn og hefur 42 000 fleiri íbúa en minnsti bærinn.
- Músarindill er tákn minnsta bæjarins.
- Austurbær er næststærsti bærinn og hefur 1000 fleiri íbúa en Háibær.
- Örninn er tákn bæjarins þar sem eru 66 000 íbúar.

Gerðu töflu svipaða þessari og flokkaðu bæina frá þeim stærsta til þess minnsta. Skráðu einnig allar aðrar upplýsingar í töfluna.

Bær	Íbúafjöldi	Fuglar sem tákn bæjarins

1.149 Vegurinn frá Vík í Mýrdal að Fagurhólsmýri er um það bil 161 km á lengd. Íbúar á Íslandi voru 1. janúar 2013 tæplega 322 000 talsins. Hugsaðu þér að allir íbúar Íslands hafi hafi stillt sér upp í langri röð og haldist í hendur eftir þessum vegi. Hver íbúi tekur um það bil 0,5 metra. Hefði þessi röð náð frá Vík að Fagurhólsmýri?

1.150 Íbúafjöldi jarðar er um það bil 7 048 000 000 (í október 2012). Hugsaðu þér að þú heilsir 50 mönnum með handabandi sem hver og einn heilsar öðrum 50 mönnum sem aftur heilsa 50 enn öðrum mönnum.

Við númerum fyrstu 50 handabönd þín númer 1 og handabönd allra þessara 50 persóna nr. 2. Hvaða númer verður á handaböndunum þegar allir íbúar jarðar hafa heilsað einhverjum með handabandi?

2

Rúmfræði

Rúmfræði felur í sér að teikna, búa til og kanna myndir og form. Í þessum kafla áttu að rannsaka horn og línur og athuga hvernig þú færð fram mynstur með speglun og snúningi.

Stærðfræðiorð

punktur
lína
hálflína
strik
horn
rúmfræðiteikning
þverill
samsíða
marghyrningur
hornalína
hringur, hringferill
samhverfa
hnitakerfi
hliðrun

?

Þú hefur sjö litla pinna sem eru 10 cm, 6 cm, 5 cm, 4 cm, 3 cm, 2 cm og 1 cm á lengd.

Finndu allar mögulegar samsetningar af þremur pinnum sem hægt er að mynda þríhyrning með.

Byggingarefni í rúmfræði

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- teikna og þekkja punkta, línur, hálflínur og strik og lýsa þessum fyrirbærum
- útskýra hvað átt er við með hugtakinu horn
- mæla og teikna horn og áætla stærð horna
- þekkja og nota eiginleika topphorna, grannhorna, lagshorna, einslægra horna, réttra horna, hvassra horna og gleiðra horna

Þessi kafli fjallar um rúmfræði í tveimur víddum, þ.e. tvívíðar myndir. Það merkir að allar myndir og mynstur, sem þú munt fást við, eru flöt.

Víddir Í rúmfræði eru myndir og form með eina, tvær og þrjár víddir.

SPÍRUR

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Þið þurfið

- blýanta í tveimur litum
- autt blað

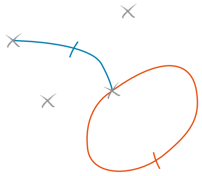
Aðferð

1 Leikmenn teikna fjóra punkta af handahófi á blaðið.

2 Leikmenn koma sér saman um hver eigi að byrja. Leikmaður 1 dregur feril milli tveggja punkta og merkir nýjan punkt um það bil á miðju ferilsins.

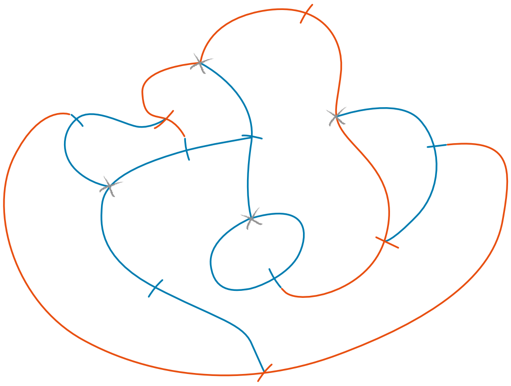
3 Leikmaður 2 velur tvo punkta, dregur feril á milli þeirra og merkir nýjan punkt á þann feril. Þannig halda leikmenn áfram til skiptis samkvæmt eftirfarandi reglum:

  - Ekki mega liggja meira en þrír ferlar frá sama punkti.
  - Ferlarnir mega ekki skera hver annan.
  - Ferill má hefjast og enda í sama punkti eins og rauði ferillinn hér til hægri sýnir.



4 Þegar ekki er hægt að draga fleiri leyfilega ferla er spilinu lokið. Sá vinnur sem dregur síðasta ferilinn.

Dæmi um eina umferð í Spírum
Annar leikmaðurinn hefur teiknað rauða ferla
og hinn bláa ferla.



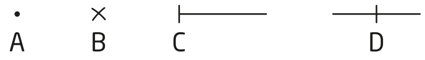
Spilinu er lokið þótt eftir séu tveir punktar sem ekki hafa verið notaðir. Ef leikmaður dregur feril milli þessara tveggja punkta sker hann annan feril. Það er ekki leyfilegt.

Punktur, lína, ferill, hálflína og strik

Heldur þú að . sé punktur? Þetta lítur út eins og punktur. Við köllum þetta reyndar punkt. Eru allir punktarnir hérna fyrir neðan punktar?

Enginn af deplunum hér á undan er punktur í stærðfræðilegum skilningi. Þetta eru litlir hringir sem búið er að fylla upp í. Punktur er nefnilega aðeins „staður“ í rúminu og hefur enga stærð, segja má að hann segi til um staðsetningu. Þegar þú teiknar punkt er teikningin lítið svæði og ekki aðeins ákveðinn staður. Þar með er það sem þú teiknar eiginlega ekki punktur. Þetta er mjög skrítið en einnig mjög mikilvægt. Í stærðfræði verða orðin, sem við notum, að hafa afar skýra merkingu.

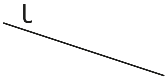
Hér á eftir sérðu nokkur dæmi um hvernig við teiknum punkta. Venjulega er notaður stór bókstafur til að gefa punkti heiti.



Punkt má nota til að búa til allar aðrar rúmfræðilegar myndir. Ferill er „sporið“ eftir punkt sem hreyfir sig á sléttu eða fleti.

Lína er beinn ferill. Lína hefur enga byrjun eða endi og heldur áfram í það óendanlega. Lína hefur heldur enga breidd.

boginn ferill



lína

Venja er að nota litla bókstafi til að tákna línur, til dæmis *l* eða *m*.

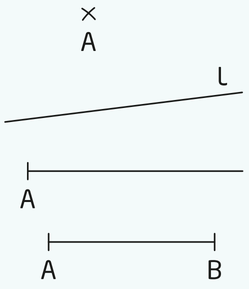
Ef þú teiknar boginn feril geturðu ekki notað reglustiku en það þarftu að gera ef þú teiknar línu.

Punktur: Staður í rúminu, staðsetning.

Lína og ferill: Safn samhangandi punkta. Líta má á feril sem slóð eftir punkt. Ef punkturinn hreyfist eftir óendanlega langri beinni braut kallast hann lína.

Hálflína: Sá hluti línu sem liggur öðrum megin við tiltekinn endapunkt ásamt punktinum sjálfum.

Strik: Línubútur sem afmarkast af tveimur endapunktum.



Strik með endapunktunum A og B kallast AB.

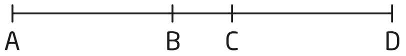
2.1 Tveir og tveir nemendur vinna þetta verkefni saman. Annar nemandinn teiknar mynd sem samsett er úr hálflínum, línum og strikum en hinn má ekki sjá teikninguna.

- **a** Þið eigið að sitja þannig að þið snúið bökum saman. Annar útskýrir hvernig myndin hans er. Hinn á að reyna að teikna myndina eftir lýsingunni. Því næst berið þið saman myndirnar og ræðið árangurinn.
- **b** Nú skiptið þið um hlutverk og endurtakið leikinn.

Sýnidæmi 1

Skráðu heiti allra strikanna sem eru á myndinni hér á eftir.

Hve mörg eru strikin alls?

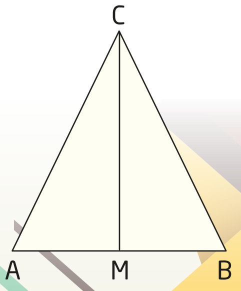


Tillaga að lausn

Strikin, sem hafa endapunktinn A til vinstri, eru AB, AC og AD. Þetta eru 3 strik. Strikin, sem hafa endapunktinn B til vinstri, eru BC og BD. Þetta eru 2 strik. Þá er bara eftir strikið CD sem hefur endapunktinn C til vinstri. Það er eitt strik. Ekkert strik hefur endapunktinn D til vinstri.

Strikin eru 3 + 2 + 1 = 6.

2.2 Skráðu heiti strikanna sex í myndinni.



2.3 Í þessu verkefni áttu að rannsaka hvað þú getur fundið mörg strik á striki með 1, 2, 3, 4 eða 5 punktum milli endapunktanna.

a Búðu til töflu eins og þessa:

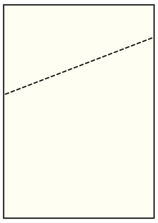
Fjöldi punkta	1	2	3	4	5
Fjöldi strika					

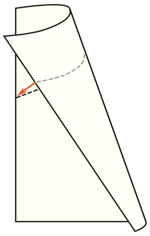
b Útskýrðu hvernig reikna má út fjölda strika.

c Hve mörg strik getur þú fundið á striki með 6 punktum milli endapunktanna?

d Hve mörg strik getur þú fundið á striki með 12 punktum milli endapunktanna?

e Hve mörg strik getur þú fundið á striki með 20 punktum milli endapunktanna?





2.4 Notaðu autt blað sem hvorki er með línum né rúðum.

a Brjóttu blaðið þannig að brotið verði skástrik einhvers staðar á blaðinu.

b Brjóttu blaðið þvert á strikið í a-lið þannig að þú fáir nýtt strik sem er hornrétt á fyrra strikið.

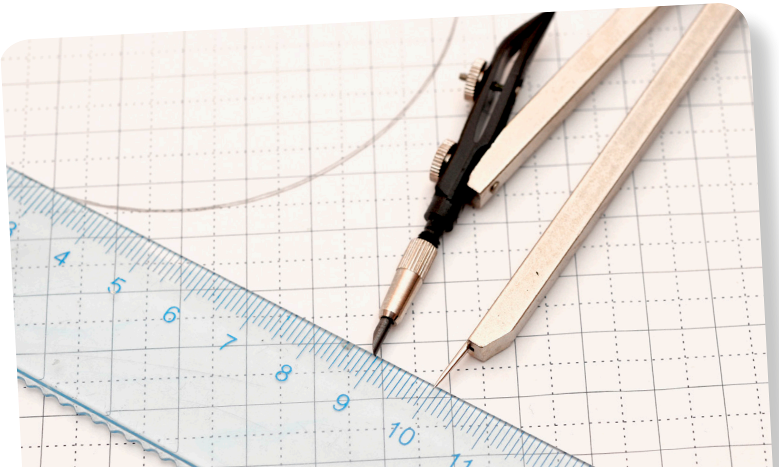
c Brjóttu blaðið einu sinni enn, nú þvert á strikið í b-lið.

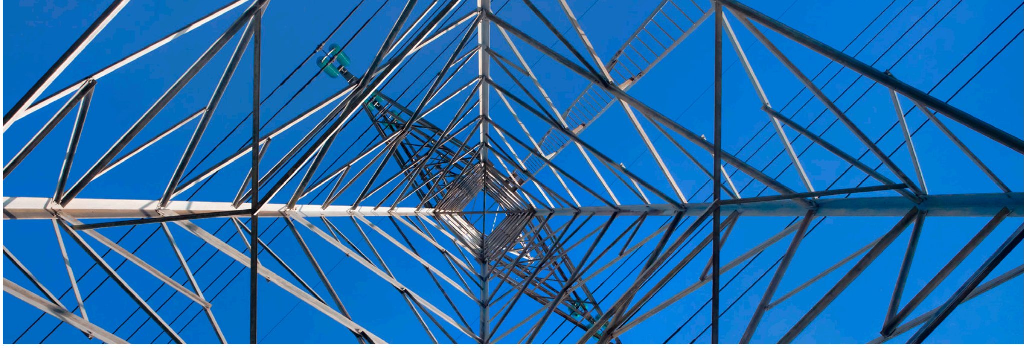
d Hvað geturðu sagt um fyrsta og síðasta strikið sem þú bjóst til með brotunum?

2.5 Teiknaðu strikið AB.

a Dragðu hálflínu. Notaðu hringfara til að mæla lengd AB. Notaðu hann til að afrita strikið AB á hálflínuna frá upphafspunktinum.

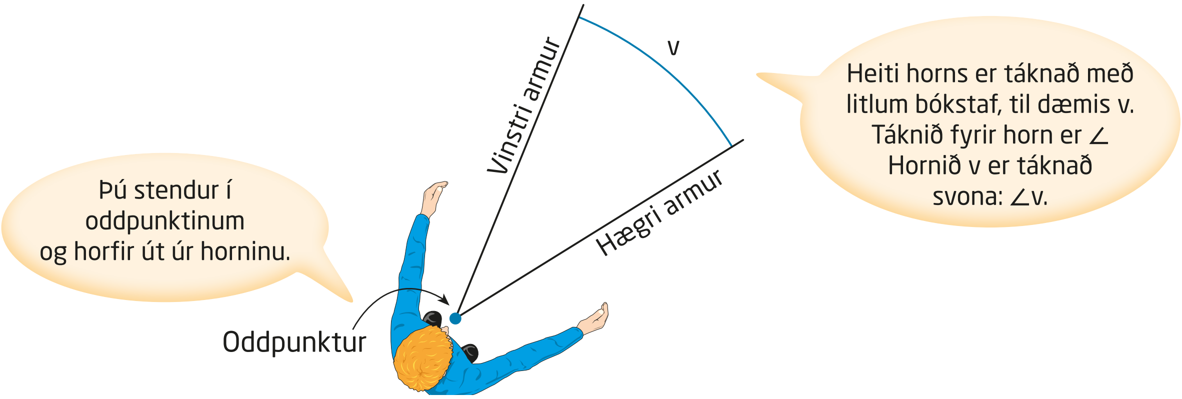
b Teiknaðu aðra hálflínu. Notaðu hringfara til að merkja á hálflínuna strik sem er tvöfalt lengra en AB.



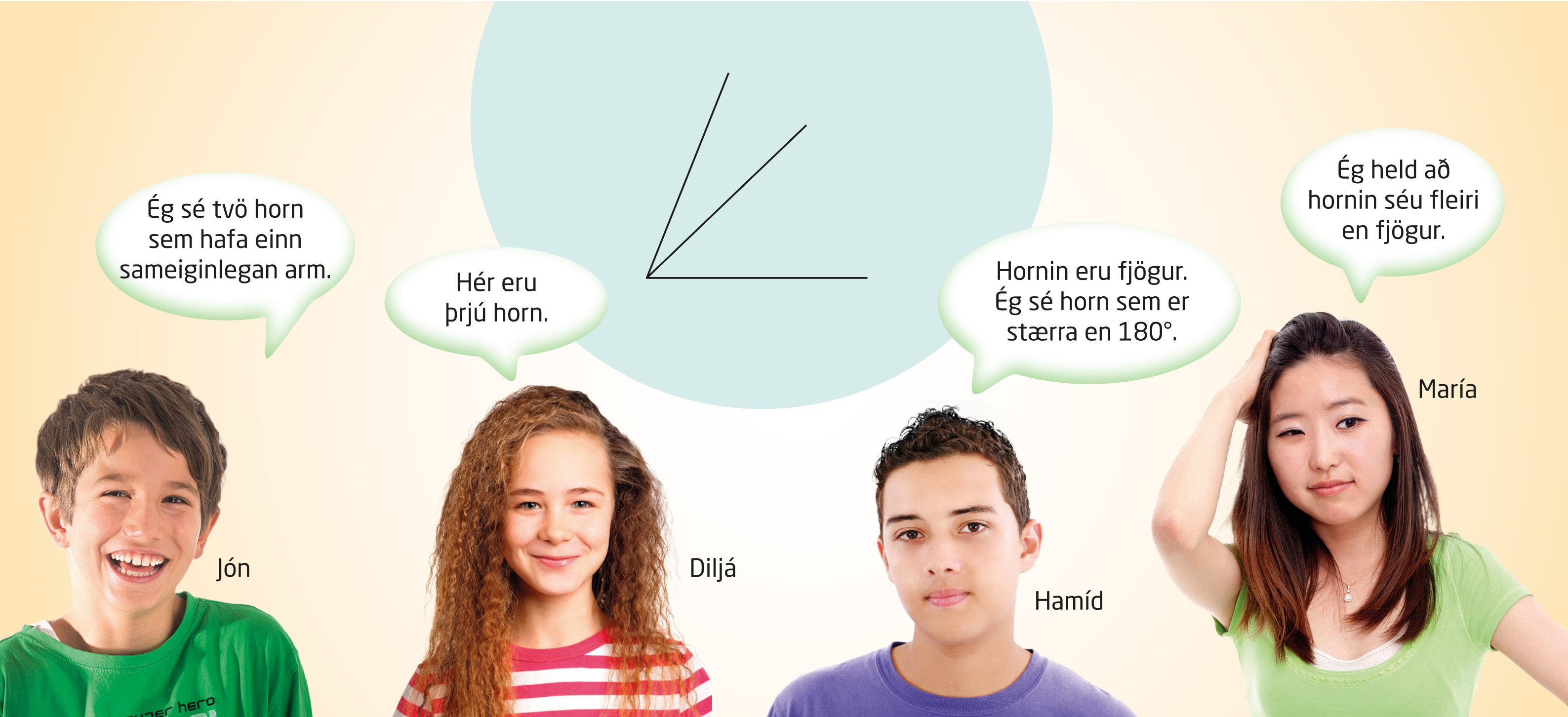


Horn

Horn myndast milli tveggja hálflína sem hafa sameiginlegan upphafspunkt. Hálflínurnar kallast hægri og vinstri armur hornsins. Upphafspunktur hálflínanna, kallast oddpunktur hornsins. Hornið markast af hluta af hringboga milli arma hornsins.

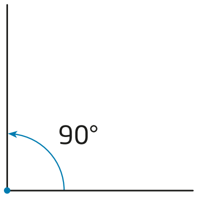


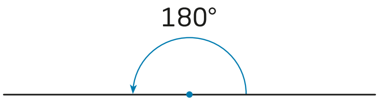
2.6 Hve mörg horn eru á myndinni hér fyrir neðan?
Hver nemendanna hefur rétt fyrir sér, Jón, Diljá, Hamíd eða María?

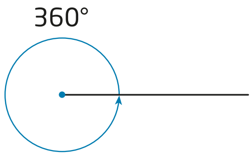


Fyrir mörg þúsund árum tóku Babýloníumenn eftir hreyfingum reikistjarna og annarra stjarna. Með hliðsjón af þessu bjuggu þeir til dagatal með 360 dögum á ári. Þeir tóku út frá þessu þá ákvörðun að í öllum öðrum tilvikum skyldi heill hringur einnig vera 360 einingar eða 360 gráður. Horn eru því mæld í gráðum. Sú eining er ekki sama tegund og gráða sem tilgreinir hitastig en einingarnar heita sama nafni. Við notum lítinn hring, °, til að tákna gráður.

Hér fyrir neðan sérðu horn sem eru 90°, 180° og 360°. Þau samsvara fjórðungi úr hring, hálfum hring og heilum hring.







2.7 Eftir eitt stökk á snjóbretti á brettið að snúa í rennslisáttina, annaðhvort í sömu átt og áður eða í öfuga átt.

a „Fimm hundruð og fjörutíu" er hopp þar sem snjóbrettamaðurinn fer einn og hálfan hring áður en hann kemur niður. Hve margar gráður hringsnýst hann?

b Hve marga hringi fer sá sem snýst 900°?

c Nokkrir snjóbrettamenn geta farið fjóra hringi í einu stökki. Hve margar gráður snúast þeir?

2.8 Myndin til hægri sýnir parísarhjól.

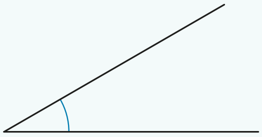
a Finndu hve margir vagnar eru á hjólinu og hvert hornið er milli tveggja vagna, sem eru hlið við hlið. Mundu að einn hringur er 360° og að parísarhjólinu er skipt í jafn stór horn.

b Finndu hornið milli vagns númer 1 og vagns númer 4.

c Teiknaðu parísarhjól með 8 vögnum sem raðað er jafnt á hringinn.
Hve margar gráður eru á milli vagnanna?

Hvasst horn

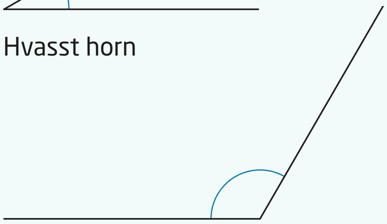
Horn sem er minna en 90°.



Hvasst horn

Gleitt horn

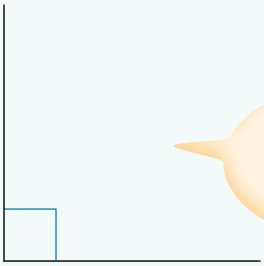
Horn sem er milli 90° og 180°.



Gleitt horn

Rétt horn

Horn sem er nákvæmlega 90°.



Rétt horn eru
merkt með
litlum ferhyrningi.

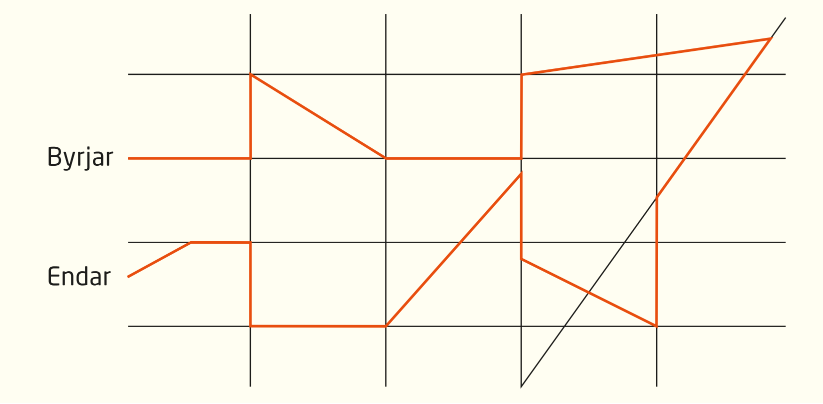
Rétt horn

Beint horn

Horn sem er 180°.

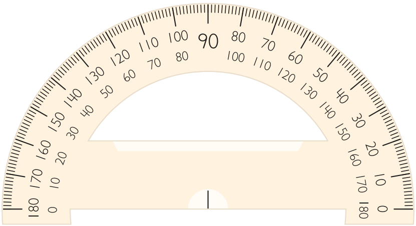
Beint horn

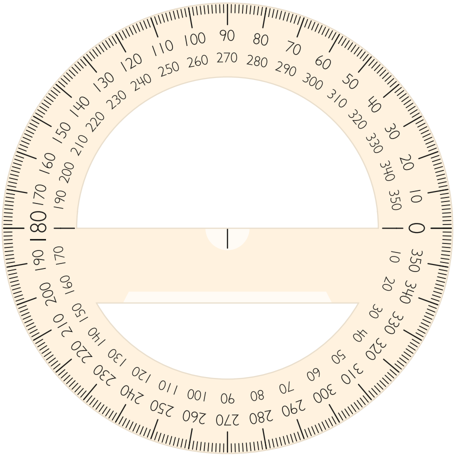
2.9 Magnús ber út blöð. Rauðu strikin sýna leiðina sem hann fer venjulega. Fyrir hve mörg hvöss, rétt og gleið horn fer Magnús þegar hann fer þessa leið?



Hornamælingar

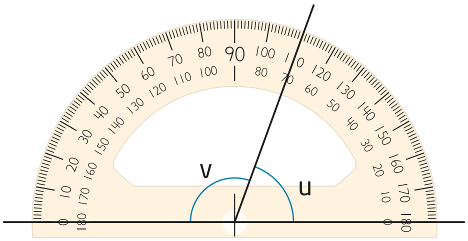
Nú áttu að læra að teikna og mæla horn með gráðuboga.
Hér á eftir sérðu tvo mismunandi gráðuboga.





Sýnidæmi 2

Lestu stærð hornanna u og v á gráðuboganum.



Flestir gráðubogar hafa tvo kvarða. Annar kvarðinn mælir hornið til hægri en hinn hornið til vinstri.

Tillaga að lausn

Hornið u er hvasst horn og stærð þess á að lesa af innri kvarðanum á þessum gráðuboga. Hann sýnir 70°.

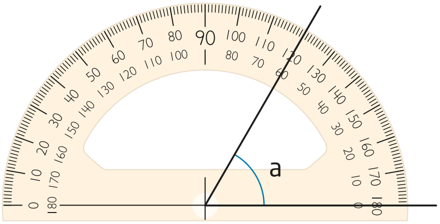
$\angle u = 70^\circ$

Hornið v er gleitt horn. Stærð þess á að lesa af ytri kvarðanum á gráðuboganum. hann sýnir 110°.

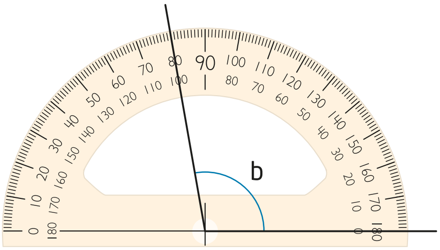
$\angle v = 110^\circ$

2.10 Lestu stærð hornsins af gráðuboganum.

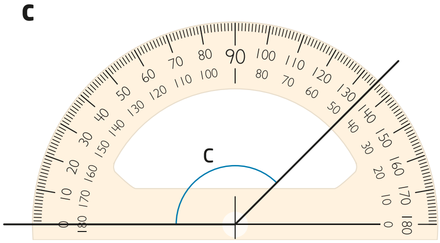
a



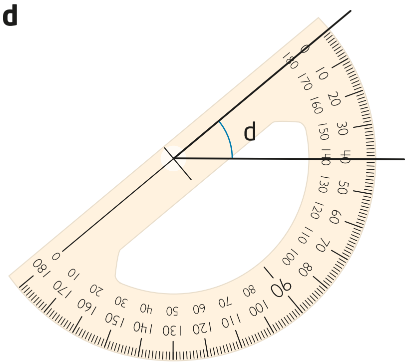
b



c



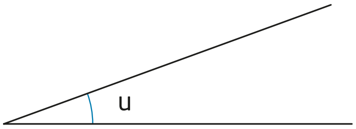
d

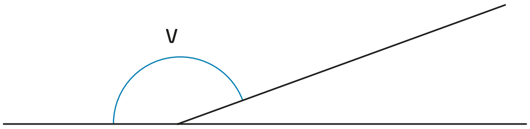


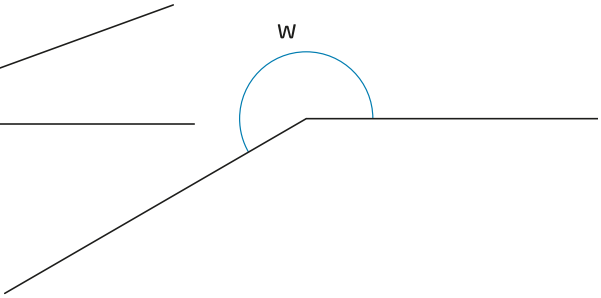
Mundu að nota kvarðann sem hefur 0 á öðrum armi hornsins.

2.11 **a** Hvað heldur þú að hornin séu stór? Skráðu ágiskun þína.

b Mældu hornin með gráðuboga og skráðu hve mörgum gráðum munaði frá ágiskuninni í a-lið.



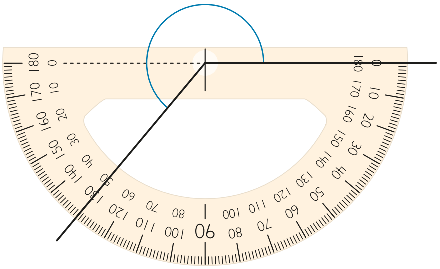




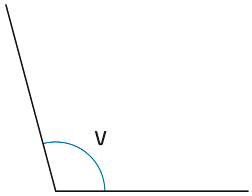
Gráðubogi, sem er eins og hálfhringur í laginu, hefur kvarða sem er aðeins frá 0° til 180°. Einnig má nota hann til að mæla horn sem eru stærri en 180°. Það má gera á fleiri en einn veg. Líklega er auðveldast að mæla hve miklu meira en 180° hornið er.

Við lengjum annan arm hornsins, sjá brotnu línuna á myndinni, þannig að við fáum beina línu, 180°. Síðan mælum við hornið frá brotnu línunni að hinum armi hornsins. Það horn er 50°.

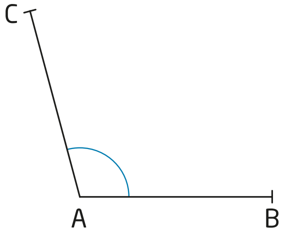
Samtals verður hornið þá 180° + 50° = 230°.



Fram að þessu höfum við notað litla bókstafi sem heiti á hornum og skrifað ∠v til að tákna hornið á myndinni hér til hægri.

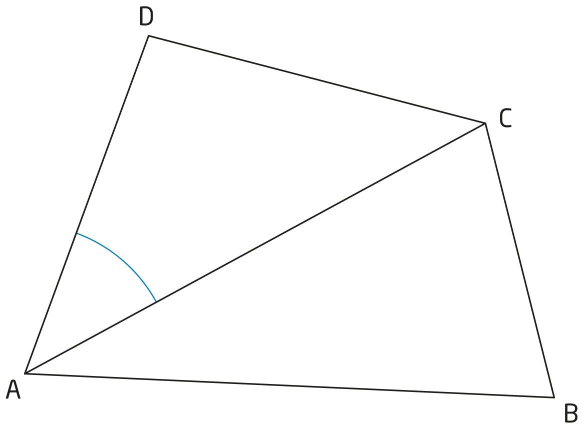


Oddpunktur hornsins á myndinni hér fyrir neðan kallast A og armar hornsins eru strikin AB og AC. Þá skrifum við ∠BAC sem heiti á horninu.



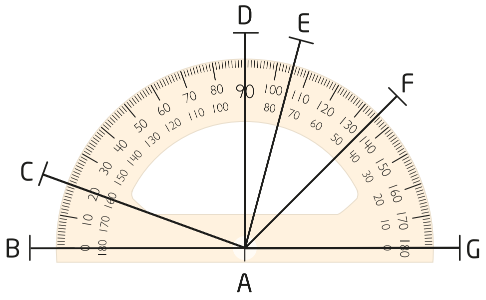
Hornið, sem merkt er á myndinni, er ∠BAC.

Bókstafurinn í miðjunni er alltaf oddpunktur hornsins. Þetta kemur einkum að gagni þegar nefna á heiti horna í rúmfræðilegum myndum. Hornið, sem merkt er á myndinni hér fyrir neðan, er ∠CAD. Ef aðeins er um að ræða eitt horn á mynd með ákveðnum oddpunkti, eins og B, nægir að skrifa ∠B.



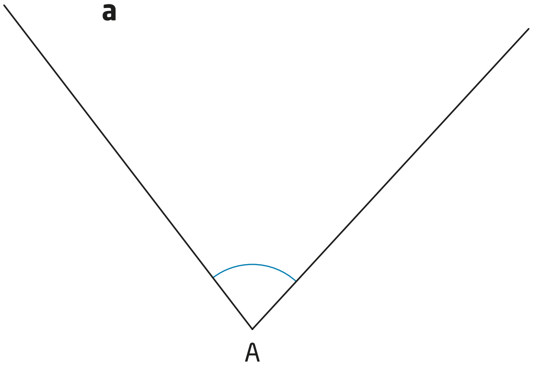
2.12 Lestu stærð hornanna af gráðuboganum.

- **a** ∠BAC
- **b** ∠DAG
- **c** ∠EAG
- **d** ∠EAF
- **e** ∠FAB
- **f** ∠EAC

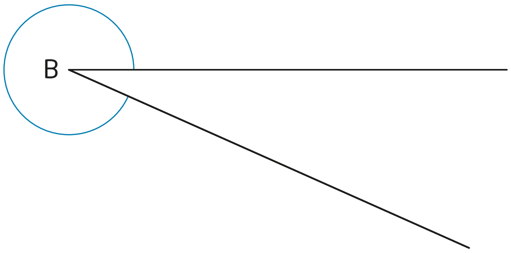


2.13 Notaðu gráðuboga og mældu hornin.

a



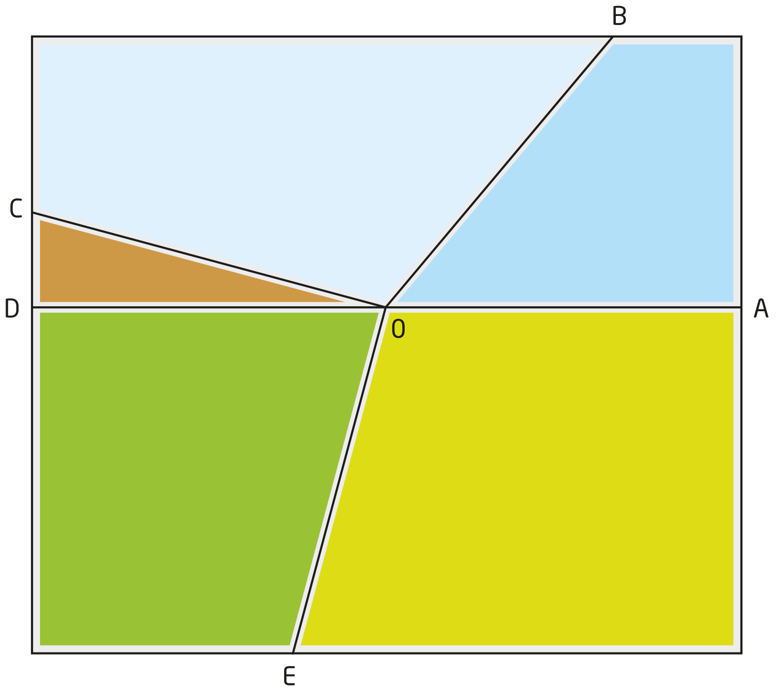
b



2.14 Notaðu gráðuboga og mældu hornin.

a ∠AOB **c** ∠COD **e** ∠BOE

b ∠BOD **d** ∠EOA **f** ∠DOC

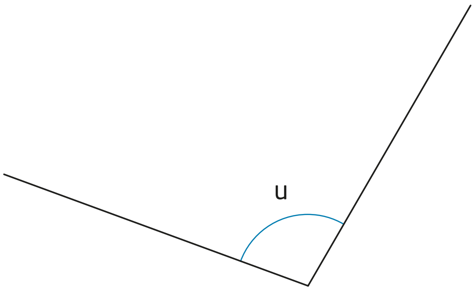


2.15 Hilda mældi hornið u með gráðuboga og skrifaði:

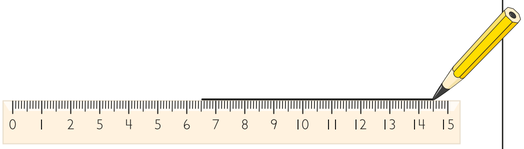
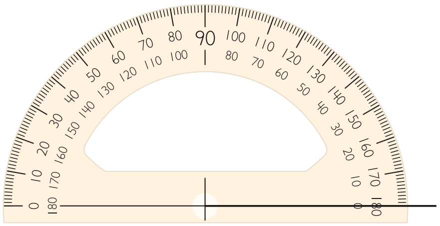
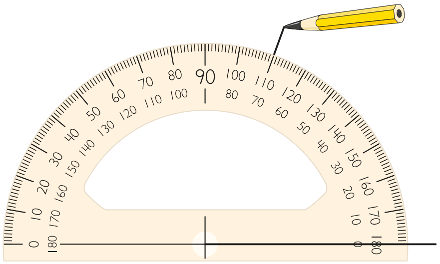
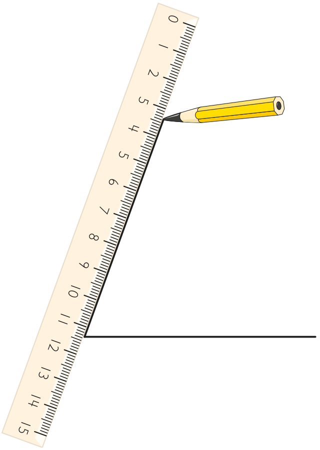
∠u = 83°

a Hvernig getur þú séð, án þess að mæla, að Hildur hafði rangt fyrir sér?

b Hver getur ástæðan verið fyrir svari Hildar?



Að teikna horn af ákveðinni stærð

Þrep	Lýsing	Mynd
1	Teikna annan arm hornsins með blýanti og reglustiku. Merkja endapunktinn.	
2	Leggja gráðubogann eftir arminum og láta miðju hans vera í endapunktinum.	
3	Setja merki þar sem hinn armur hornsins á að vera. Hér er það við 70°.	
4	Fjarlægja gráðubogann og teikna hinn arm hornsins með blýanti og reglustiku frá oddpunktinum og gegnum merkið.	

Rúmfræðiteikningar eru gerðar með hringfara og reglustiku. Gráðubogi er notaður til að teikna og mæla horn.

2.16 Notaðu gráðuboga og teiknaðu hornin.

a 65°	**c** 85,5°	**e** 400°
b 20°	**d** 105°	**f** 235°

Hornameistarinn

Spilið er fyrir tvo leikmenn eða tvö lið með tveimur leikmönnum í hvoru.

Þið þurfið

- blýant
- gráðuboga
- reglustiku
- auð blöð
- reikningshefti

Aðferð

1 Hvor leikmaður teiknar töflu svipaða töflunni hér á eftir.

Horn nr.	Ég held að hornið sé	Rétt mál hornsins	Mismunur	Stig
1				
2				
3				
4				
5				
			Stigafjöldi	

2 Hvor leikmaður teiknar fimm horn á annað blað og númerar þau frá 1 til 5. Hann mælir hornin með gráðuboga og skráir í reikningsheftið sitt hve stórt hvert þeirra er. Best er að námunda að heilum gráðum.

3 Leikmenn skiptast á hornablöðum og skrá í töflu hvað þeir halda að hornin séu stór. Þeir nota heilar gráður.

4 Leikmenn skiptast aftur á hornablöðunum og á töflum. Hvor um sig kannar svör hins og fyllir út það sem eftir er af töflu mótspilara. Stigin reiknast þannig:
4 stig ef munar minna en 3° á réttu svari
3 stig ef munar milli 4° og 8° á réttu svari
2 stig ef munar milli 9° og 12° á réttu svari
1 stig ef munar milli 13° og 15° á réttu svari

5 Nú skiptast leikmenn aftur á töflum og ganga úr skugga um að mótspilari hafi gert allt rétt. Sá vinnur sem hefur fleiri stig.

6 Að lokum skal safna saman niðurstöðum allra og kjósa hornameistara.

Snúningur – jákvæð og neikvæð horn

Þú hefur séð að horn myndast af snúningi. Við segjum að snúningurinn sé jákvæður þegar hann er í öfuga átt við stefnu vísanna á klukkunni. Þess vegna er talað um jákvæð og neikvæð horn þegar snúningi er lýst.

Dansarinn hefur snúist um 270°.

Dansarinn hefur snúist um −270°.

2.17 Myndin til vinstri sýnir klukku með vísum.

● **a** Finndu um hve margar gráður stóri vísirinn hefur snúist á

- 15 mín.
- 10 mín.
- 1 mín.
- 45 mín.
- 60 mín.
- 80 mín.

● **b** Finndu hve margar mínútur hafa liðið þegar stóri vísirinn hefur snúist

- 6°
- 180°
- 150°
- 66°
- 720°
- 1080°

● **c** Finndu hve margar mínútur eða klukkustundir hafa liðið þegar litli vísirinn hefur snúist

- 6°
- 60°
- 66°
- 90°
- 180°
- 360°

2.18 Búðu til verkefni um klukku og horn handa bekkjarfélaga.

2.19 Klukka með vísum sýnir 9:00. Teiknaðu myndir við a-, b-, c- og d-lið.

a Hvað er hornið milli litla vísis og stóra vísis stórt?

b Hve margar gráður snýst litli vísirinn á einum klukkutíma?

c Hve margar gráður snýst stóri vísirinn á einum klukkutíma?

d Hvað er hornið milli litla og stóra vísis stórt þegar klukkan er 10:00?

2.20 Talnahringurinn á myndinni tilheyrir peningaskáp sem þig langar að opna. Þú færð ekki að vita tölurnar í kóðanum en þér er sagt hvaða horn þú þarft að búa til með snúningi til að tákna hverja tölu. Snúa á hjólinu frá þeim stað sem það er statt hverju sinni. Tölurnar eru frá 0 til 99.

Í kóðanum eru sex tölustafir. Finndu kóðann með því að snúa hjólinu þannig:

a 90° , 180° , -90°, 270°, -180°, 90°

b -36°, 72°, 18°, -270°, 90°, -36°

2.21 Þú þekkir talnakóðann sem þarf til að opna peningaskápinn á bls. 86. Í stað þess að skrifa kóðann niður skaltu skrifa stærð hornanna sem snúa þarf skífunni til að fá hverja tölu. Þá er erfiðara fyrir fólk að þýða kóðann, einkum fólk sem veit ekki muninn á jákvæðum og neikvæðum hornum!

Hvaða horn áttu að skrifa þegar kóðinn er:

a 75, 25, 50, 75, 50, 25 **b** 10, 5, 80, 45, 20, 60

2.22 Á hjólalásnum á myndinni eru fjórar skífur. Hverri þeirra er hægt að snúa óháð hinum skífunum. Á hverri skífu eru tölurnar 0 til 9. Þú átt að reikna með að skífunum sé snúið miðað við upphafsstöðuna 0000.

a Finndu hornin sem þú þarft að snúa hverri skífu stystu leið frá 0000 þegar kóðinn er

- 1463
- 8520
- 2967

b Finndu kóðann þegar hornin, sem þú snýrð skífunum, eru:

- 108°, -144°, 72°, -36°
- -432°, 216°, -216°, 1080°

Ýmis verkefni

Hring eftir hring

Verkefnið er fyrir þrjá nemendur.

Þið þurfið

- blýant og blað.

Aðferð

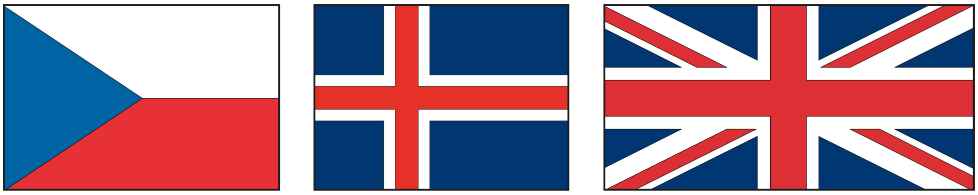
1 Tveir nemendur stilla sér upp og snúa baki hvor í annan. Annar teiknar ör á blað sem bendir á hann sjálfan. Þá bendir örin í sömu átt og andlit þess leikmanns sem snýr baki í teiknarann.

2 Teiknarinn nefnir hægt fjögur horn (bæði jákvæð og neikvæð) hvert á fætur öðru og teiknar þau jafnframt við örina. Sá sem snýr baki í teiknarann snýr sér í samræmi við þessi horn. Þriðji nemandinn fylgist vel með lausnum hinna tveggja.

3 Þegar snúningarnir fjórir hafa verið framkvæmdir rannsakar þriðji nemandinn hvort síðasta örin bendir enn þá í sömu átt og andlitið á þeim sem sneri baki í teiknarann. Ef svo er ekki á sá þriðji að segja til um hvað var rangt.

4 Nemendur skipta um hlutverk og endurtaka verkefnið tvisvar.

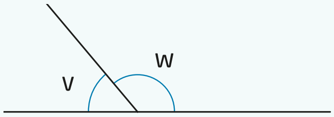
Að reikna stærð horna



Í öllum fánunum eru horn. Nokkur þeirra eru rétt og nokkur þeirra mynda pör á ýmsa vegu. Mismunandi tegundir horna hafa hver sitt heiti. Hér á eftir sérðu heiti þessara mismunandi horna.

Grannhorn

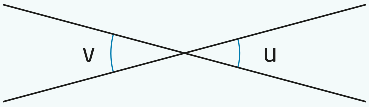
Grannhorn eru tvö horn sem hafa sameiginlegan oddpunkt, annan arminn sameiginlegan og hinn í framhaldi af armi hins hornsins.
Grannhorn eru samanlagt 180° og mynda beina línu, sem stundum kallast beint horn.



∠v og ∠y eru grannhorn.

Topphorn

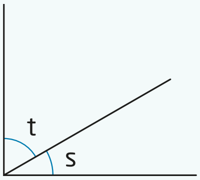
Topphorn eru tvö horn sem hafa sameiginlegan oddpunkt og armar hvors um sig eru beint framhald af örmum hins. Topphorn eru alltaf jafn stór.



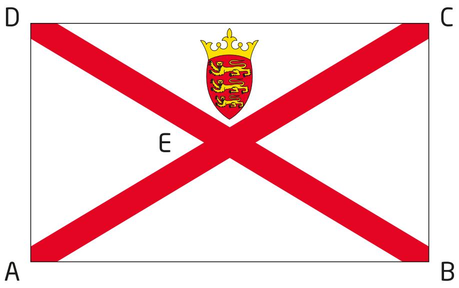
∠z og ∠v eru topphorn.

Lagshorn

Lagshorn eru tvö horn sem eru samtals 90°.



∠s og ∠t eru lagshorn.



2.23 Þetta er fáni eyjarinnar Jersey.

a ∠AED og ∠CED eru grannhorn. Finndu hin tvö gannhornin.

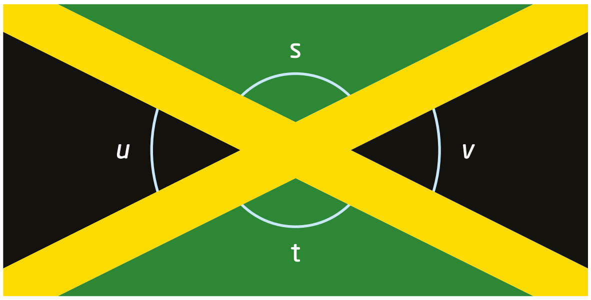
b Finndu tvö topphorn.

2.24 Í fána Jamaíku eru tvo breið, gul strik sem skerast. Þau mynda tvö pör af topphornum: u og v á svörtu svæðunum og s og t á grænu svæðunum.

a Mældu topphornin u og v.

b Mældu topphornin s og t.

c Hvað kemur í ljós?



2.25 Dragðu tvær beinar línur sem skerast.

a Mældu tvö topphorn.

b Skrifaðu setningu um topphorn.

2.26 **a** Skoðaðu fána Jamaíku. Finndu tvö grannhorn og leggðu þau saman.

b Dragðu beint strik og merktu punktinn 0 á um það bil miðju striksins.
Teiknaðu hálflínu út frá 0 þannig að tvö grannhorn myndist.
Mældu hvort grannhornið fyrir sig og finndu summu þeirra.

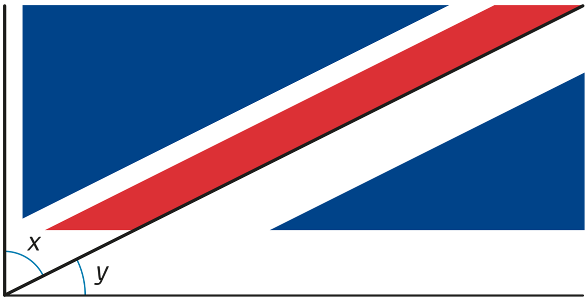
c Skrifaðu setningu um summu grannhorna.

2.27 Þetta er hluti af efra, hægra horninu í fána Stóra-Bretlands. Rauða rákin á ská skiptir réttu horni í tvo hluta eins og svörtu strikin sýna.

a Mældu hornin x og y.

b Hve stór eru $\angle x + \angle y$?

c Hvað kallast hornin x og y saman?

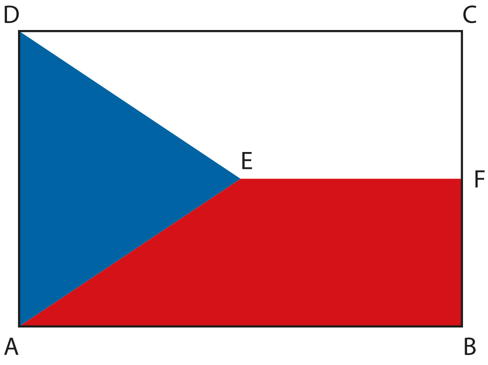


2.28 Þetta er fáni Tékklands. $\angle AED = 68°$.

● **a** Hvert er grannhorn $\angle BFE$?

● **b** Hvert er lagshorn $\angle BAE$?

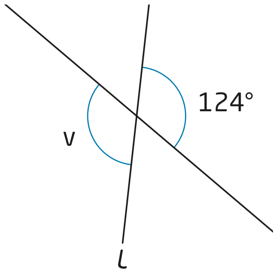
● **c** Reiknaðu $\angle AEF$.



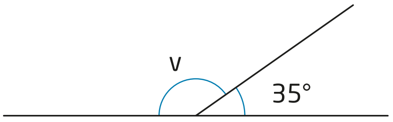
Sýnidæmi 3

Á myndunum hér fyrir neðan er búið að skrá stærðir nokkurra horna en önnur horn eru merkt með v. Rétt horn eru merkt með litlum ferhyrningi. Reiknaðu stærðir hornanna v í hverri mynd.

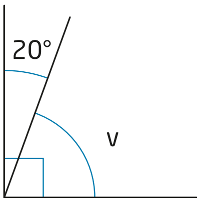
a



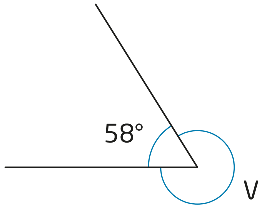
b



c



d



Tillaga að lausn

a ∠v og uppgefna hornið eru topphorn. Þess vegna eru hornin jafn stór.

$\angle v = \underline{\underline{124^\circ}}$

b ∠v og uppgefna hornið eru grannhorn. Það þýðir að hornin eru samtals 180°.

$\angle v = 180^\circ - 35^\circ = \underline{\underline{145^\circ}}$

c ∠v og uppgefna hornið eru lagshorn. Það þýðir að hornin eru samtals 90°.

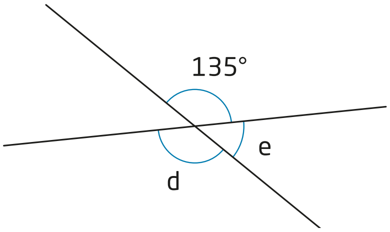
$\angle v = 90^\circ - 20^\circ = \underline{\underline{70^\circ}}$

d ∠v og uppgefna hornið eru samtals 360°.

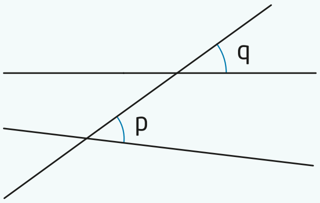
$\angle v = 360^\circ - 58^\circ = \underline{\underline{302^\circ}}$

Þú getur notað gráðuboga til að athuga hvort svörin eru rétt.

2.29 Reiknaðu stærð hornanna d og e. Notaðu gráðuboga til að athuga hvort svörin eru rétt.



Einslæg horn
hafa mismunandi oddpunkta en annar armur hvors horns liggur í sameiginlegri línu og hornin liggja sömu megin við línuna. Ef vinstri armurinn í öðru horninu liggur í sameiginlegu línunni liggur vinstri armur hins hornsins í henni líka. Og ef hægri armurinn í öðru horninu liggur í sameiginlegu línunni liggur hægri armur hins hornsins í henni líka.

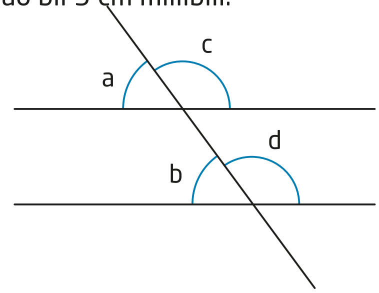


∠p og ∠q eru einslæg horn.

2.30 Skoðum nú einslæg horn við *samsíða línur*.

a Teiknaðu tvær samsíða línur með um það bil 5 cm millibili.

b Dragðu línu á ská sem sker samsíða línurnar tvær, þannig:



c ∠a og ∠b eru einslæg horn.
Mældu ∠a og ∠b með gráðuboga og berðu hornin saman.

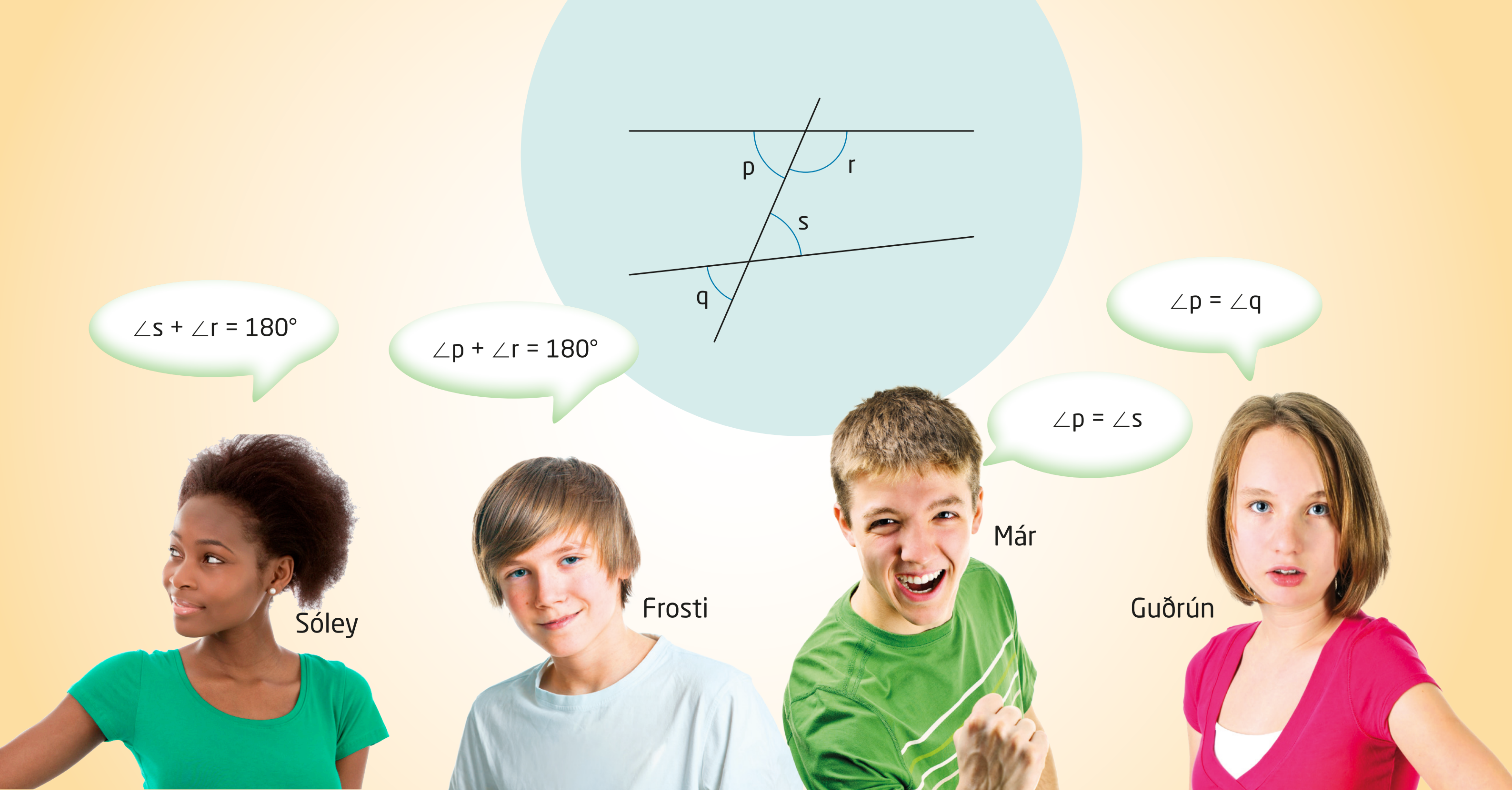
d Á myndinni eru ∠c og ∠d einnig einslæg horn.
Mældu ∠c og ∠d og berðu hornin saman.

e Berðu niðurstöður þínar saman við niðurstöður bekkjarfélaga þíns.

f Skrifaðu setningu um einslæg horn við samsíða línur.

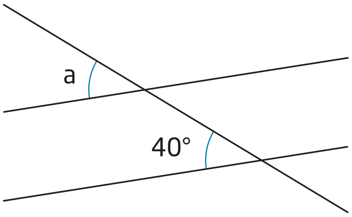
Samsíða línur skerast aldrei. Táknið fyrir samsíða línur er ||

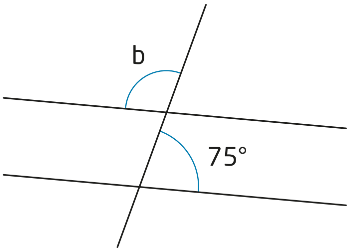
Einslæg horn við samsíða línur eru jafn stór.

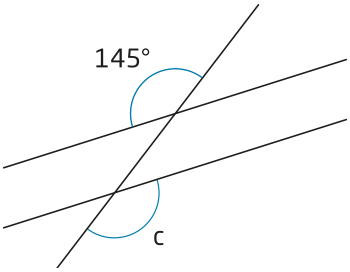


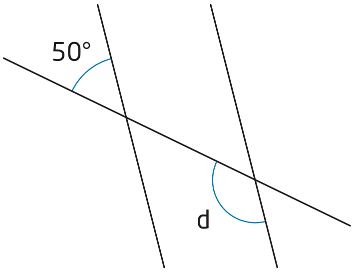
2.31 Hvaða nemandi hefur rétt fyrir sér, Sóley, Frosti, Már eða Guðrún?

2.32 Í hverri mynd eru tvær línur samsíða. Hvað er óþekkta hornið stórt? Rökstyddu svarið.



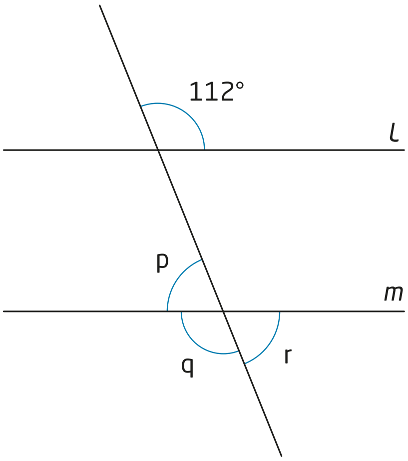






2.33 l || m

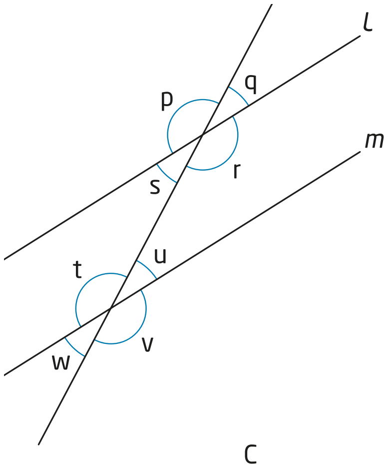
Hve stór eru ∠p, ∠q og ∠r?
Rökstyddu svörin.



2.34 l || m

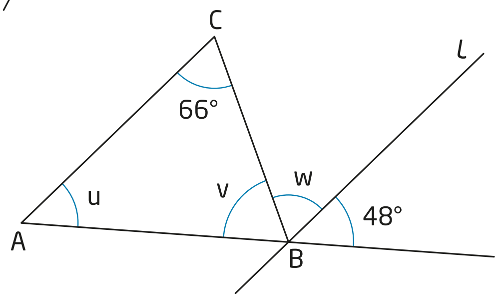
a Hvaða horn á myndinni eru jafn stór horninu P?

b Hvaða horn á myndinni eru jafn stór horninu q?



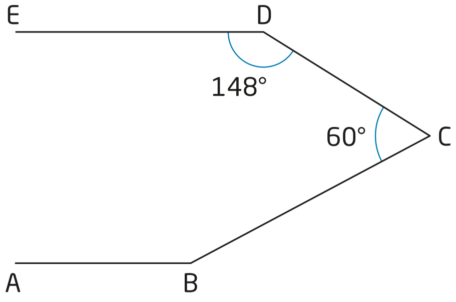
2.35 AC || L

Hvað eru hornin u, v og w stór?
Rökstyddu svarið.



2.36 AB || ED

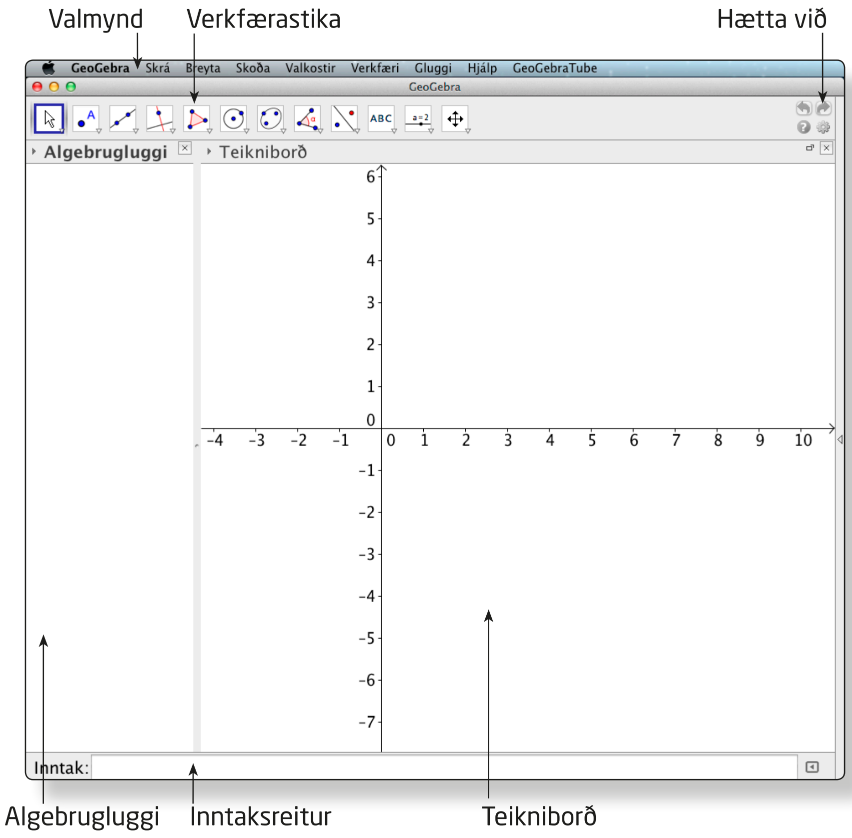
Reiknaðu ∠ABC.
Vísbending: Lengdu strikin BC og ED þannig að þau skerist. Mundu að summa hornanna í þríhyrningi er 180°.



Horn í rúmfræðiforriti

Rúmfræðiforrit er tölvuforrit sem þú getur teiknað með rúmfræðilegar myndir. Forritið notar punkta, línur og hringi sem grunneiningar en í það eru einnig forritaðar margar aðgerðir sem þú getur notað til að teikna myndir.

GeoGebra er vinsælt rúmfræðiforrit sem hægt er að fá á netinu.



Undir *Skoða*-hnappnum getur þú valið hvort þú vilt sýna hnitakerfið og rúðunet. Undir hverjum hnappi í verkfæravalmyndinni eru margir mismunandi valmöguleikar. Þú finnur þá ef þú smellir á litla þríhyrninginn í neðra, hægra horninu á hverjum verkfærahnapp. Verkfærið, sem þá verður virkt, er merkt með bláum ramma og á skýringarsvæðinu birtast nokkur orð sem lýsa hvernig viðkomandi verkfæri er notað. Þegar örin „Færa“ (lengst til vinstri á verkfæravalmynd) er virk getur þú smellt á lausa punkta, línur og form og dregið þau til þannig að staðsetning þeirra, form eða stærð breytist.

2.37 Teiknaðu strikin AB og AC þannig að þau myndi horn með oddpunkt A. Notaðu verkfærið „Horn“ til að mæla ∠BAC. Virkjaðu örina „Færa“ og dragðu hina ýmsu punkta til.

Geturðu látið hornið verða nákvæmlega 60°?

2.38 Notaðu verkfærið „Horn af gefinni stærð“ og teiknaðu 120° horn. Notaðu verkfærið „Helmingalína horns“ (undir verkfærinu „Hornrétt lína“) til að helminga hornið sem þú teiknaðir. Mældu til að ganga úr skugga um að hornið hafi örugglega verið helmingað.

2.39 **a** Teiknaðu tvær línur sem skerast. Notaðu verkfærið „Skurðpunktar tveggja hluta“ (undir verkfærinu „Nýr punktur“) til að merkja skurðpunktinn milli línanna.

b Notaðu forritið til að mæla tvö topphorn og tvö grannhorn. Gakktu úr skugga um að málin passi við það sem þú hefur lært um topphorn og grannhorn.

c Dragðu myndina til þannig að hornin breytist. Passar reglan um stærðir hornanna fyrir öll hornin?

2.40 **a** Teiknaðu tvær samsíða línur og eina línu sem sker hinar báðar.

b Mældu tvö einslæg horn í myndinni þinni.

c Breyttu myndinni þannig að hornamálin breytist. Hvernig breytast þau?

2.41 Notaðu verkfærið „Hringur skilgreindur út frá miðju og punkti“ til að teikna hring með miðju í A og punktinum B á hringferlinum. Merktu nýjan punkt C á hringboganum. Dragðu strikin AB og AC. Hvað getur þú sagt um lengd þessara tveggja strika?

Mældu $\angle BAC$. Dragðu punktinn C til. Hve stórt getur $\angle BAC$ orðið?

2.42 Teiknaðu horn með rúmfræðiforritinu. Mældu bæði innra hornið og ytra hornið. Hver er summa hornanna?

2.43 **a** Teiknaðu horn sem hefur föstu stærðina 80° og kallaðu oddpunktinn S.

b Merktu tvo punkta, P og Q, á vinstri arm hornsins þannig að $SP < SQ$.

c Teiknaðu annað horn sem er 100° að stærð með oddpunktinn P og strikið PQ sem hægri arm.

d Hvað getur þú sagt um hægri arm fyrra hornsins og vinstri arm síðara hornsins? Rökstyddu svarið.

Rúmfræðiteikningar

Rúmfræðiteikningar Teikningar sem einkum eru teiknaðar með hringfara og reglustiku.

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- teikna horn, þveril, samsíða línur og rúmfræðilegar myndir
- bera kennsl á og nefna heiti rúmfræðilegra forma
- teikna með hringfara og reglustiku þríhyrninga, ferhyrninga og aðrar rúmfræðilegar myndir sem eru samsettar úr þríhyrningum og ferhyrningum
- reikna stærð horna í þríhyrningum og ferhyrningum

Á myndinni hér fyrir neðan eru rúmfræðileg form. Skoðaðu myndina og athugaðu hvort þú finnur einhver slík.

Í listum er ónákvæmni leyfileg. Það er ekki svo þegar þú teiknar rúmfræðilegar myndir með hringfara, reglustiku o.fl. Geturðu fundið dæmi um ónákvæmni í myndinni hér fyrir neðan?

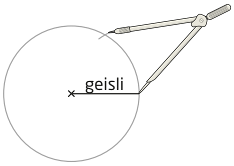
No27, Anna-Eva Bergman, 1951

Að teikna horn

Þegar stendur „teikna“ í þessum kafla er átt við að þú eigir að nota hringfara og reglustiku.

2.44 **a** Teiknaðu punkt sem á að vera miðja hrings. Dragðu hring með hringfaranum. Haltu örmum hans stöðugum. Merktu einn punkt á hringferlinum. Settu odd hringfarans í punktinn og merktu nýjan punkt á hringferlinum með hringfaranum. Settu nú odd hringfarans í nýja punktinn og merktu enn einn punkt á hringferlinum. Haltu þannig áfram.

Hvað kemur í ljós?



b Notaðu reglustiku og teiknaðu hálflínur frá miðju hringsins í gegnum alla punktana sem þú merktir samkvæmt a-lið.

c Hvað myndast mörg horn?

d Hvað er hvert horn margar gráður?

e Hve margar gráður samtals eru tvö horn sem eru hlið við hlið?

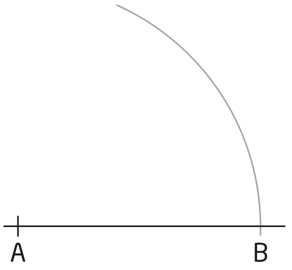
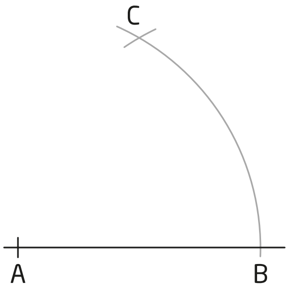
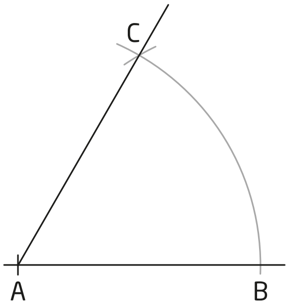
f Hve margar gráður eru þrjú, fjögur, fimm og sex horn samtals? Merktu þau á myndinni þinni.

Geisli hrings
Strik sem tengir miðju hrings og punkt; á hringferlinum, stundum er átt við lengd þessa striks þegar talað er um geisla.

2.45 **a** Teiknaðu hring. Haltu örmum hringfarans stöðugum og merktu punkta á hringferlinum með sama millibili og nemur lengd geislans.

b Dragðu bein strik milli punktanna sem þú merktir í a-lið. Hvaða form kemur í ljós?

c Notaðu annan lit og dragðu bein strik milli annars hvers punkt sem þú merktir í a-lið. Hvaða rúmfræðiform kemur í ljós?

<table>
<tr><th colspan="3">Að teikna 60° horn með hringfara og reglustika</th></tr>
<tr><th>Þrep</th><th>Lýsing</th><th>Mynd</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Settu odd hringfarans í A og teiknaðu boga um þann punkt. Boginn á að skera línuna í B.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Notaðu sama bil milli arma hringfarans og teiknaðu boga með odd hringfarans í B. Skurðpunkturinn verður C.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Dragðu línu frá A gegnum C. ∠A er 60°.</td><td>
</td></tr>
</table>

2.46 **a** Teiknaðu horn sem er 60°.

● **b** Teiknaðu horn sem er 120° með því að teikna tvö 60° horn hlið við hlið.

● **c** Teiknaðu horn sem er 240° á sama hátt og í b-lið.

● **d** Teiknaðu horn sem er 300°.

2.47 **a** Teiknaðu strikið AB.

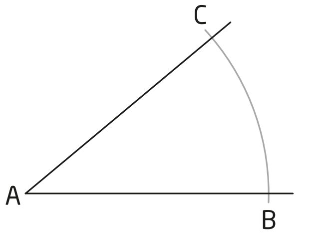
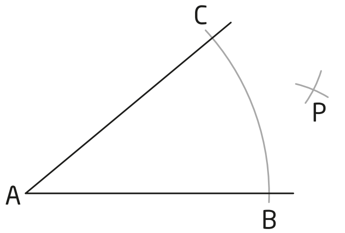
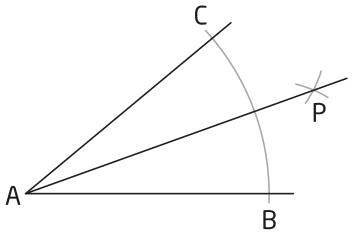
b Teiknaðu 60° horn með oddpunkt í A.

c Teiknaðu 60° horn með oddpunkt í B.

d Lýstu þríhyrningnum sem þú hefur nú teiknað.

Nú áttu að læra hvernig þú getur *helmingað* horn, það er að segja teiknað horn sem er helmingurinn af horni sem þú hefur þegar teiknað.

Að helminga er að skipta í tvo jafn stóra hluta.

Að helminga horn með hringfara og reglustiku		
Þrep	**Lýsing**	**Mynd**
1	Teiknaðu boga með odd hringfarans í A. Hann sker arma hornsins í B og C.	
2	Teiknaðu boga frá B og annan frá C með sama bili milli arma hringfarans. Bogarnir skerast í P.	
3	Teiknaðu helmingalínu hornsins frá A til P. Þessi hálflína helmingar ∠A.	

2.48 **a** Teiknaðu horn sem er 60°. Helmingaðu hornið með hringfara. Hve stór eru nýju hornin?

b Helmingaðu hornin í a-lið. Hve mörg mismunandi horn eru nú á myndinni? Hvað eru þau stór?

c Finndu hvaða horn þú getur teiknað með því að teikna 60° horn og helminga og tvöfalda hornin.

Mundu að þú átt að nota hringfara og reglustiku við teikningarnar í þessum kafla.

2.49 **a** Teiknaðu tvö horn sem hafa sama oddpunkt og sameiginlegan arm horns. Annað hornið á að vera 60°og hitt hornið 120°.

b Teiknaðu eins mörg horn og þú getur með því að helminga og sameina tvö horn út frá hornunum í a-lið. Reiknaðu hve margar gráður hvert horn er.

2.50 Teiknaðu hálflínu með reglustiku. Hún á að vera hægri armur í öllum hornunum sem þú átt að teikna í þessu verkefni.

Teiknaðu horn sem er

- 60°
- 30°
- 120°
- 90°
- 75°
- 210°

2.51 Paraðu saman horn og gráður.

75°

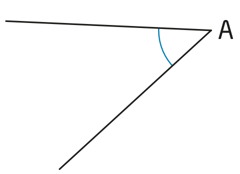
90°

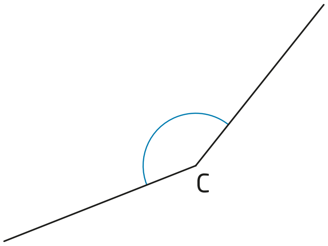
45°

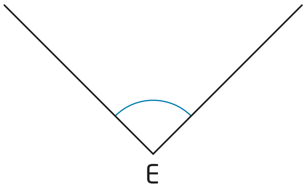
105°

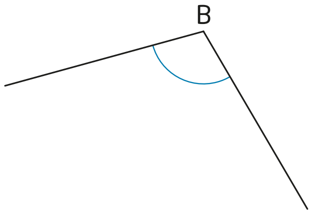
150°

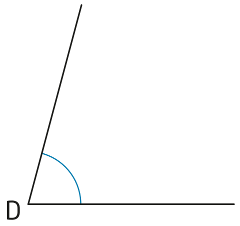
60°

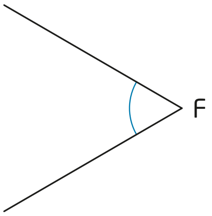












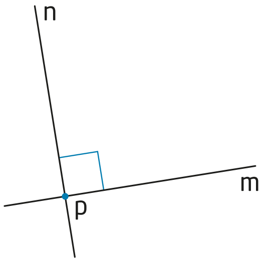
2.52 Teiknaðu horn. Teiknaðu síðan sams konar horn aftur.

2.53 **a** Útskýrðu hvernig þú getur teiknað 7,5° horn.

b Útskýrðu hvernig þú getur teiknað 52,5° horn. Teiknaðu hornið.

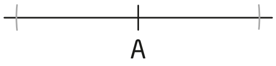
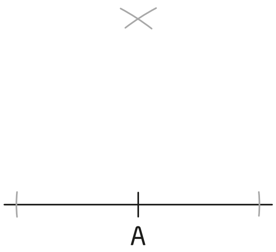
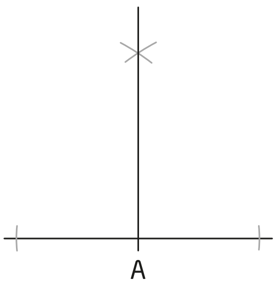
Þverill

Þverill línunnar *m* er lína sem myndar 90° horn við *m*. Einnig má segja að lína sé þverill á *m*, að lína sé hornrétt á *m* eða að línurnar tvær séu þverlar hvor á aðra.



Línurnar tvær, *m* og *n*, eru þverlar hvor á aðra í punktinum P. Það má skrifa á táknmáli þannig: $m \perp n$.

Myndin og aðferðin hér á eftir sýnir hvernig þú getur teiknað þveril á línu eða strik með hringfara og reglustiku. Aðferðin samsvarar því að helminga 180° horn.

Að teikna þveril á strik eða línu		
Þrep	**Lýsing**	**Mynd**
1	Veldu bilið milli arma hringfarans, settu odd hans í A og merktu punkt báðum megin við A.	
2	Stækkaðu bilið milli arma hringfarans lítillega, settu odd hans í annan punktinn, sem þú merktir, og teiknaðu lítinn boga yfir A. Notaðu sama bil milli arma hringfarans og endurtakku leikinn í hinum punktinum sem þú merktir. Bogarnir tveir eiga að skerast.	
3	Notaðu reglustiku og teiknaðu línu gegnum A og skurðpunkt boganna.	

2.54 **a** Teiknaðu línu, *n*.
Teiknaðu þveril á *n*. Mældu með gráðuboga hornið milli *n* og þverilsins sem þú teiknaðir.

Hvað kemur í ljós?

b Notaðu rúmfræðiforrit til að vinna verkefnið í a-lið. Notaðu forritið til að mæla hornið milli *n* og þverilsins.

Hvað kemur í ljós?

● **2.55** Dragðu strikið AB sem á að vera 5 cm á lengd. Teiknaðu þveril í A.
Mundu að lengja strikið AB út frá A áður en þú teiknar þverilinn.
Hann á að vera 5 cm langur. Kallaðu endapunkt hans C og dragðu strikið BC.

Hvaða form er ABC?

● **2.56** Dragðu strikið AB sem á að vera 5 cm á lengd. Teiknaðu þveril í A.
Mundu að lengja strikið AB út frá A áður en þú teiknar þverilinn.
Hann á að vera 5 cm langur. Kallaðu endapunkt hans D. Teiknaðu nú þveril á strikið AD í punktinum D. Þessi þverill á að vera 5 cm langur.
Kallaðu endapunkt hans C. Dragðu strikið BC.

Hvaða form er ABCD?

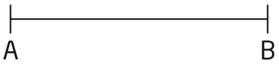
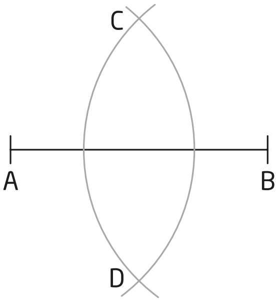
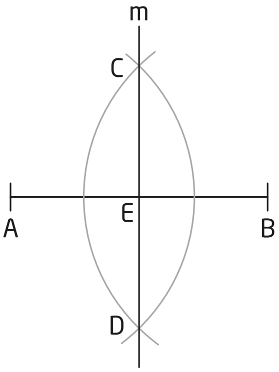
● **2.57** Dragðu strikið AB sem á að vera 5 cm á lengd. Teiknaðu þveril í A.
Mundu að lengja strikið AB út frá A áður en þú teiknar þverilinn.
Hann á að vera 4 cm langur. Kallaðu endapunkt hans D. Teiknaðu nú þveril á strikið AD í punktinum D. Þessi þverill á að vera 3 cm langur.
Kallaðu endapunkt hans C. Dragðu strikið BC. Hvaða form er ABCD?

Myndirnar og aðferðin, sem sýnd er hér á eftir, sýna hvernig þú getur teiknað *miðþveril* og fundið *miðpunkt* striksins AB með hringfara og reglustiku.

Miðpunktur striksins AB er sá punktur sem liggur jafn langt frá A og B.

Miðþverill striks er þverill sem liggur gegnum miðpunkt striksins.

Að teikna miðþveril á strik

Þrep	Lýsing	Mynd
1	Dragðu strikið AB.	
2	Teiknaðu boga frá A með hringfaranum og annan boga frá B með sama bili milli arma hringfarans. Bogarnir skerast í C og D.	
3	Dragðu línuna *m* í gegnum C og D. Þessi lína er miðþverill striksins AB. Punkturinn E er miðpunktur striksins.	

2.58 Dragðu strikið AB. Það á að vera 10 cm á lengd.

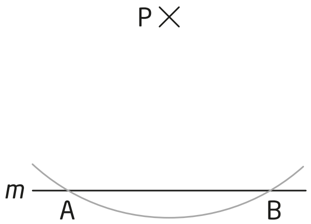
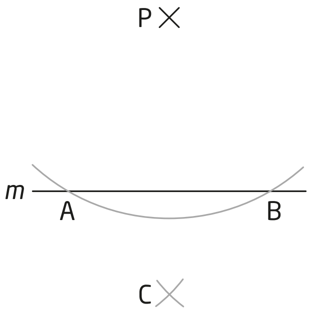
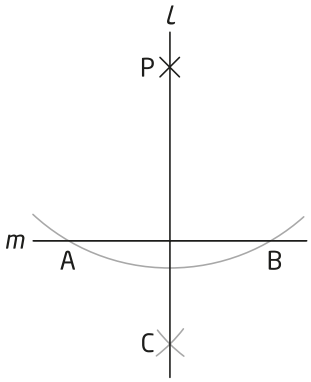
a Teiknaðu miðþverilinn AB og merktu miðpunkt AB með C.

b Mældu AC og BC.
Hvað kemur í ljós?

c Mældu $\angle ACB$ með gráðuboga.
Hvað kemur í ljós?

Myndin og aðferðin hér fyrir neðan sýnir hvernig hægt er að teikna þveril á línu frá punkti P sem er fyrir utan línuna.

Að teikna þveril frá punkti á línu

Þrep	Lýsing	Mynd
1	Settu odd hringfarans í P og teiknaðu boga sem sker línuna *m* á tveimur stöðum, A og B.	
2	Settu odd hringfarans í A og teiknaðu boga undir *m*. Endurtaktu leikinn í B. Bogarnir skerast í C.	
3	Dragðu línu gegnum P og C.	

2.59 Teiknaðu línuna *m* og punktinn P fyrir utan *m*. Notaðu aðferðina, sem lýst er hér fyrir ofan, og teiknaðu þveril frá P á *m*.

2.60 Notaðu rúmfræðiforrit.

a Teiknaðu línu. Merktu punkt fyrir utan línuna. Merktu punkt á línunni og dragðu nýja línu gegnum þessa tvo punkta. Skráðu fjarlægðina milli punktanna og hornið milli línanna. Dragðu punktinn á línunni eftir henni.

Hvað er hornið stórt þegar fjarlægðin er eins lítil og hægt er?

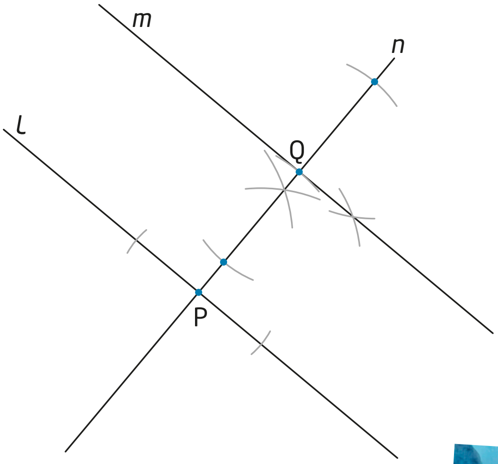
b Búðu til og skrifaðu setningu um stystu fjarlægð frá punkti að línu.

Sýnidæmi 4

Dragðu tvær samsíða línur, *l* og *m*, og hafðu 4 cm fjarlægð milli þeirra.

Tillaga að lausn

1. Teiknaðu línuna *l* og merktu punktinn P á hana.
2. Teiknaðu þverilinn *n* á línuna í punktinum P.
3. Merktu punktinn Q á *n* í 4 cm fjarlægð frá *l*.
4. Teiknaðu þverilinn *m* á *n* í punktinum Q.



2.61 Teiknaðu tvær samsíða línur, *l* og *m*, í 6 cm fjarlægð hvora frá annarri.

2.62 Sjóræninga-Sigga hefur grafið fjársjóð. Hann er jafn langt frá tveimur girðingum sem skerast í réttu horni. Þar að auki liggur fjársjóðurinn í 4 m fjarlægð frá girðingunum. Teiknaðu kort sem sýnir girðingarnar tvær séðar að ofan. Notaðu hringfara og reglustiku og sýndu á teikningunni hvar fjársjóðurinn getur verið.

Hvar eiga krakkarnir að standa?

Samvinnuverkefni fyrir alla bekkjardeildina. Hægt er að vinna það utanhúss eða í stóru rými innanhúss.

Þið þurfið

- reikningshefti
- reglustiku
- hringfara
- blýant

Aðferð

1. Nemandi stillir sér upp á opið svæði. Allir hinir nemendurnir eiga að koma sér fyrir í um það bil 5 metra fjarlægð frá honum.
   Hvaða rúmfræðiform mynda nemendurnir? Teiknið skissu.

2. Bekknum á nú að skipta í tvo hópa, A og B. Einn nemandi er valinn úr hvorum hópi. Þeir koma sér fyrir um það bil í 6 metra fjarlægð hvor frá öðrum. Nemendur í hópi A koma sér fyrir í um það bil 5 metra fjarlægð frá sínum nemanda. Nemendur í hópi B í 3 metra fjarlægð frá sínum nemanda. Getur einhver staðið bæði í 5 metra fjarlægð frá A-nemanda og 3 metra frá B-nemanda? Teiknið skissu.

3. Nemendur, sem voru valdir úr hópi A og B standa kyrrir. Hinir eiga að koma sér fyrir jafn langt frá nemendunum tveimur.
   Hvaða rúmfræðiform mynda nemendurnir? Teiknið skissu.

4. Nemendur úr hópi A koma sér fyrir í beinni röð. Nemendur úr hópi B koma sér fyrir í um það bil 7 metra fjarlægð frá A-röðinni.
   Hvernig standa nemendur úr hópi B með hliðsjón af nemendunum í hópi A?
   Teiknið skissu af hópi A og hópi B.

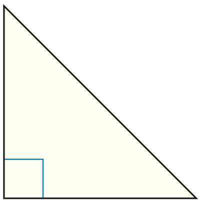
5. Nemandi númer 3 og númer 8 í röð A lyfta hendinni.
   Eru einn eða fleiri nemendur í röð B jafn langt frá þessum tveimur?
   Teiknið skissu.

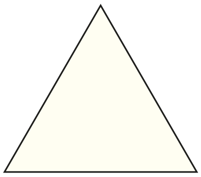
6. Farið nú til baka inn í kennslustofuna og teiknið upp verkefnin sem þið gerðuð skissur af.

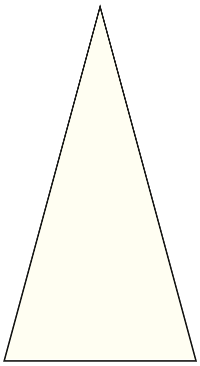
Rúmfræðiform

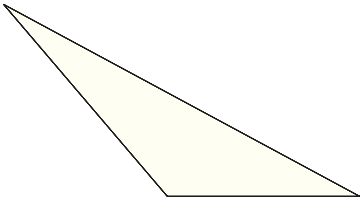
Nú áttu að læra hvað einkennir mismunandi þríhyrninga og ferhyrninga og hvaða eiginleikar þeirra gera þá sérstaka. Þú átt einnig að læra hvernig þú getur teiknað þríhyrninga og ferhyrninga með hringfara og reglustiku, svo og með rúmfræðiforriti.

2.63 Skoðaðu þessa sex þríhyrninga.


1

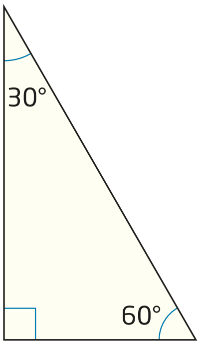

2


3

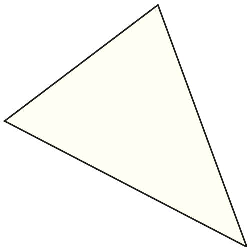

4

a Lýstu því sem er sérstakt við hvern þríhyrning.

b Skráðu heiti þeirra þríhyrninga sem þú þekkir með nafni.

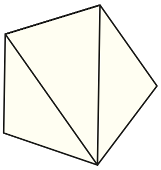


5

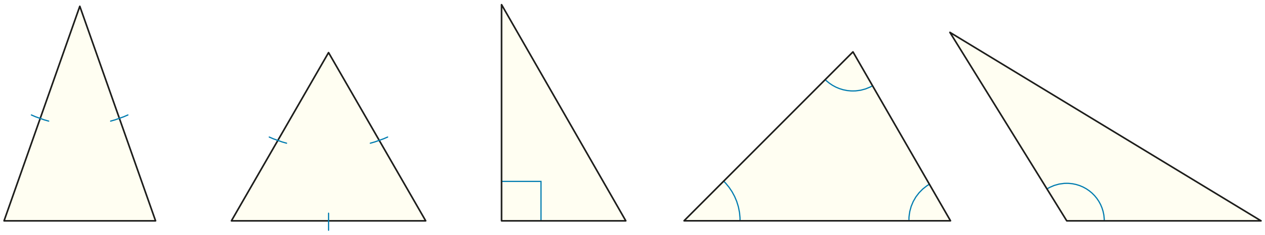

6

Þríhyrningar eru einföldustu *marghyrningarnir*.
Öllum öðrum marghyrningum má skipta upp í þríhyrninga.

- Í jafnarma þríhyrningum er tvær hliðar jafn langar.
- Í jafnhliða þríhyrningum eru allar hliðarnar jafn langar.
- Í rétthyrndum þríhyrningum er eitt hornið 90° (rétt horn).
- Í hvasshyrndum þríhyrningum eru öll hornin minni en 90°.
- Í gleiðhyrndum þríhyrningum er eitt hornið stærra en 90°.



Marghyrningar
Rúmfræðiform með þremur eða fleiri hliðum og hornum.

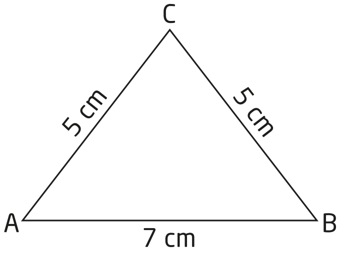


Sýnidæmi 5

Teiknaðu – með hringfara og reglustiku – jafnarma þríhyrninginn ABC þar sem AB = 7 cm og AC = BC = 5 cm.

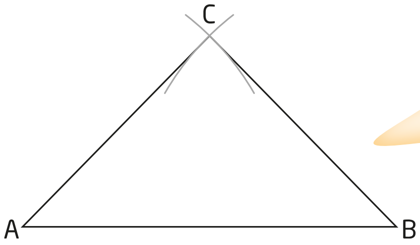
Tillaga að lausn

Hjálparmynd



Þú skalt alltaf teikna hjálparmynd áður en þú byrjar að teikna með hringfara og reglustiku. Öll mál og bókstafir eiga að standa á hjálparmyndinni.

Teikning



Á teikningunni þurfa ekki að vera mál, bara heiti hornanna.

Teiknilýsing

Þú þarft alltaf að skrifa lýsingu á teikningunni.

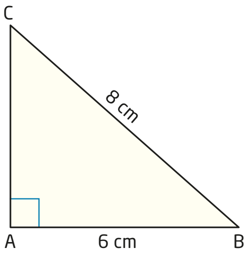
1 Teiknaði strikið AB = 7 cm.

2 Setti odd hringfarans í A og teiknaði boga með 5 cm geisla.

3 Setti odd hringfarans í B og teiknaði annan sams konar boga og lét bogana skerast. Skurðpunkturinn er punkturinn C.

4 Dró strikin AC og BC.

2.64 Teiknaðu rétthyrnda þríhyrninginn ABC þar sem AB = 6 cm, ∠A = 90° og BC = 8 cm. Mundu að skrifa teiknilýsingu.



2.65 Notaðu rúmfræðiforrit.

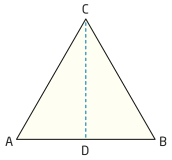
- **a** Teiknaðu þríhyrning.
- **b** Mældu hornin í þríhyrningnum og skrifaðu summu allra hornanna í inntaksreitinn.
- **c** Dragðu eitt hornið í þríhyrningnum til þannig að gildi hornanna breytist. Hver er summa þeirra þá?
- **d** Skrifaðu setningu um hornasummu þríhyrnings.

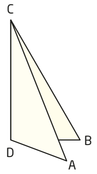
2.66
- **a** Teiknaðu þríhyrning, ABC, þar sem allar hliðarnar eru jafn langar.
- **b** Mældu horn þríhyrningsins með gráðuboga.
- **c** Skrifaðu setningu um hornin í jafnhliða þríhyrningi.
- **d** Finndu hornin í Δ ABC með reikningi.

Mundu að
hornasumma
þríhyrnings
er alltaf 180°.

2.67 Borðplata á að vera þríhyrnd, rétthyrnd og jafnarma.

- **a** Teiknaðu líkan af borðplötunni. Þú mátt velja málin.
- **b** Notaðu það sem þú veist um hornasummu þríhyrnings til að reikna út hornin sem eru ekki rétt horn.
- **c** Mældu hornin með gráðuboga og gakktu úr skugga um að útreikningarnir í b-lið séu réttir.





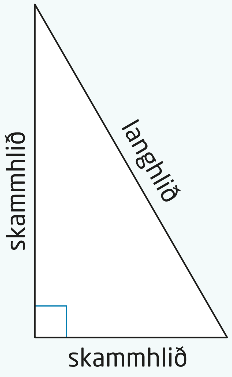
2.68 Notaðu laust blað sem þú getur klippt og brotið.

- **a** Teiknaðu jafnhliða þríhyrning ABC. Klipptu hann út og brjóttu þannig að ∠A og ∠B falla hvort ofan í annað.
- **b** Kallaðu miðpunktinn á AB (neðst á brotalínunni) D.
- **c** Hve langt er strikið DB í samanburði við AB?
- **d** Hve langt er DB í samanburði við BC?
- **e** Hve stórt er ∠CDB?
- **f** Hve stórt er ∠BCD?

Sérstök heiti í rétthyrndum þríhyrningum

Hliðarnar í rétthyrndum þríhyrningi hafa sérstök heiti. Armar rétta hornsins kallast *skammhliðar* og þriðja hliðin (mótlæg hlið rétta hornsins) kallast *langhlið*.

Þríhyrningurinn til hægri er rétthyrndur með horn sem eru 30°, 60°og 90°. Slíkur þríhyrningur er helmingurinn af jafnhliða þríhyrningi. Langhliðin er tvöfalt lengri en styttri skammhliðin.



2.69

- **a** Byrjaðu á að draga strikið AB. Teiknaðu horn sem er 90° í punktinum B. Notaðu hringfarann og mældu strik sem er tvöfalt lengra en AB. Merktu punktinn C þannig á arm hornsins B að AC sé tvöfalt lengri en AB. Ljúktu síðan við ΔABC.
- **b** Teiknaðu annan þríhyrning eins og í a-lið en byrjaðu á striki sem hefur aðra lengd en AB.
- **c** Hve stór heldur þú að óþekktu hornin í þríhyrningunum séu? Rökstyddu svarið. Mældu með gráðuboga og athugaðu hvort þú hefur rétt fyrir þér.

2.70 Notaðu laust blað sem þú getur klippt og brotið.

a Teiknaðu jafnarma þríhyrning, ABC. Lengd hliðanna á að vera þessi:
$AB = 10$ cm og $AC = BC = 12$ cm.

b Klipptu þríhyrninginn út og brjóttu hann þannig að hliðarnar AC og BC liggi hvor ofan á annarri.
Hve stórt er $\angle A$ í samanburði við $\angle B$?

c Búðu til og skrifaðu reglu um hornin í jafnarma þríhyrningi.

2.71 Skoðaðu þríhyrning með tveimur jafn stórum hornum.

a Teiknaðu þríhyrning, ABC, þar sem $\angle B = \angle C$. Þú ákveður stærð hornsins.

b Notaðu reglustiku og mældu hliðarnar í ΔABC.

c Skrifaðu setningu um þríhyrninga með tvö jafn stór horn.

Í stað þess að skrifa „þríhyrningurinn ABC“ með orðum getur þú skrifað ΔABC.

Þú hefur séð að í jafnarma þríhyrningnum ABC, þar sem AC er jafn löng og BC, er $\angle A$ jafn stórt og $\angle B$. Þú hefur einnig séð að í ΔABC, þar sem $\angle A$ er jafn stórt og $\angle B$, er AC jafn löng og BC. Með öðrum orðum: Þríhyrningurinn er jafnarma.

Mundu eftir hjálparmyndinni og teiknilýsingunni!

2.72 **a** Teiknaðu ΔABC þar sem $AB = 8$ cm og $\angle A = \angle B = 45°$.

b Hvers konar þríhyrningur er ΔABC?

c Hversu stórt er $\angle ACB$?

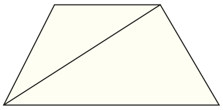
d Til viðbótar því að vera jafnarma er ΔABC einnig önnur tegund þríhyrnings.
Hvað kallast sá þríhyrningur?

2.73 **a** Teiknaðu ΔABC þar sem $AB = 4$ cm, $\angle A = 90°$ og $\angle B = 45°$.

Í rétthyrndum, jafnarma þríhyrningi eru hornin, sem eru jafn stór, 45°.

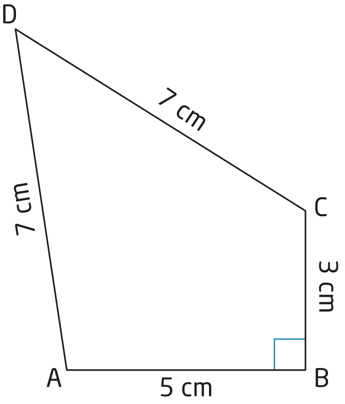
b Mældu óþekktu hliðarnar í þríhyrningnum.
Hvað segja lengdirnar um þríhyrninginn?

c Reiknaðu stærð $\angle ACB$. Skrifaðu setningu um þríhyrninginn sem þú teiknaðir.



Fyrr í þessum kafla lærðir þú að þríhyrningar eru einföldustu marghyrningarnir. Ferhyrningar eru næst-einföldustu marghyrningarnir. Skipta má öllum ferhyrningum í tvo þríhyrninga.

2.74 Notaðu hjálparmyndina til hægri. Teiknaðu ferhyrninginn ABCD. Skrifaðu teiknilýsingu.



2.75 Teiknaðu ferhyrninginn ABCD þar sem AB = BC = 6 cm, ∠B = 60°, CD = 5 cm og AD = 8 cm. Búðu til hjálparmynd og skrifaðu teiknilýsingu.

2.76 Teiknaðu ferhyrninginn ABCD.

a Tvær af hliðunum eru 6 cm á lengd, þriðja hliðin er 8 cm og fjórða 5 cm.

b Hve margar lausnir getur þú fundið sem passa við upplýsingarnar í a-lið?

c Hvaða viðbótarupplýsingar þarftu að fá til að aðeins sé til einn ferhyrningur sem uppfyllir kröfurnar í a-lið?

2.77 Notaðu rúmfræðiforrit.

a Teiknaðu ferhyrning.

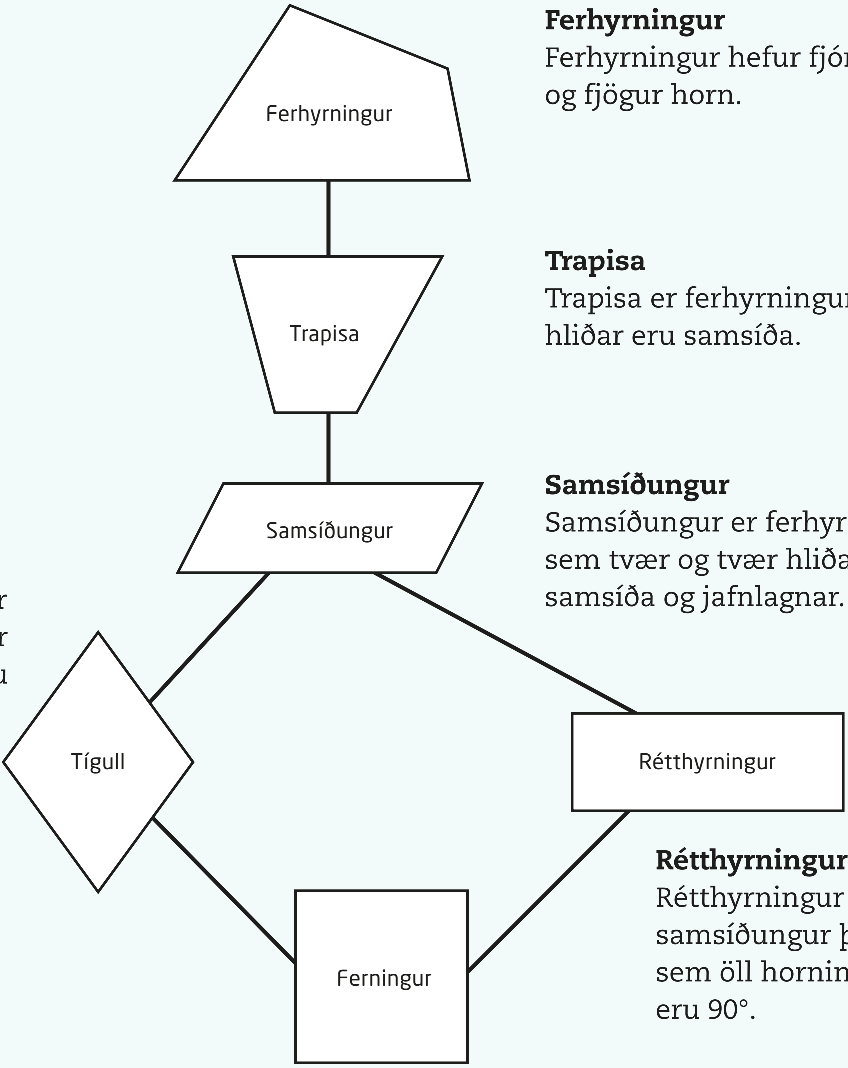
b Mældu öll hornin í ferhyrningnum og skráðu hornasummuna í inntaksreitinn.

c Dragðu eitt horn ferhyrningsins til þannig að stærð hornanna breytist. Skoðaðu töluna sem sýnir hornasummuna.
Hvað kemur í ljós?

d Skrifaðu setningu um hornasummu ferhyrnings.

e Notaðu blýant og reglustiku og teiknaðu ferhyrning. Skiptu honum í tvo þríhyrninga með striki. Notaðu það sem þú hefur lært um hornasummu þríhyrnings til að finna hornasummu ferhyrnings.

Ekki er ljóst hvernig ferhyrningur er þótt lengdir allra hliðanna séu þekktar. Við þurfum að vita eitthvað um hornin og hvernig hver hlið er með hliðsjón af hinum hliðunum. Sjá má eiginleika og einkenni hinna mismunandi ferhyrninga með því að fylgja textunum og myndunum ofan frá og niður í myndinni hér á eftir. Það þýðir að samsíðungur hefur til dæmis alla eiginleika og einkenni trapisu og hins almenna ferhyrnings efst í myndinni.



Ferhyrningur
Ferhyrningur hefur fjórar hliðar og fjögur horn.

Trapisa
Trapisa er ferhyrningur þar sem tvær hliðar eru samsíða.

Samsíðungur
Samsíðungur er ferhyrningur þar sem tvær og tvær hliðar eru samsíða og jafnlagnar.

Tígull
Tígull er samsíðungur þar sem allar hliðarnar eru jafn langar.

Rétthyrningur
Rétthyrningur er samsíðungur þar sem öll hornin eru 90°.

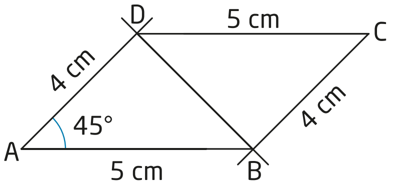
Ferningur
Ferningur er tígull þar sem öll hornin eru 90°. Ferningur er einnig rétthyrningur þar sem allar hliðarnar eru jafn langar.

Sýnidæmi 6

Teiknaðu með hringfara og reglustiku samsíðunginn ABCD þar sem AB = CD = 5 cm, AD = BC = 4 cm og ∠A = 45°.

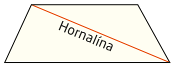
Tillaga að lausn

Hjálparmynd

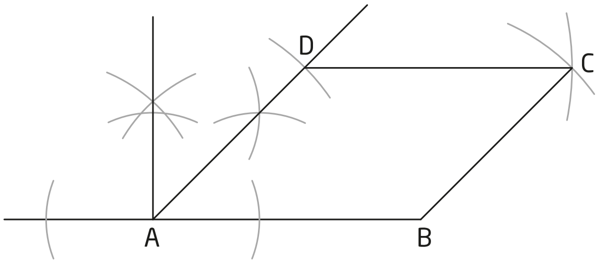


Hornalínan BD skiptir samsíðungnum í tvo eins þríhyrninga vegna þess að tvær og tvær hliðar eru jafn langar.

Hornalína
í ferhyrningi er strik frá einu horni að mótlægu horni.



Teikning með hringfara og reglustiku



Teiknilýsing

1 Notaði reglustiku og teiknaði AB = 5 cm.

2 Teiknaði ∠A = 45°.

3 Mældi 4 cm með hringfaranum, setti odd hans í A og merkti AD = 4 cm.

4 Hélt örmum hringfarans í 4 cm. Setti odd hans í B og teiknaði boga.

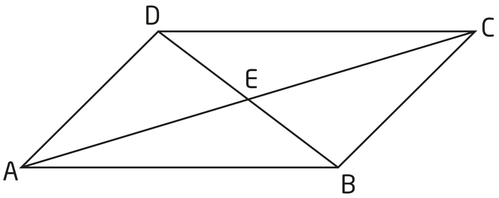
5 Mældi AB með hringfaranum, setti odd hans í D og teiknaði boga.
Þar sem bogarnir frá B og D skerast var punkturinn C.

6 Dró strikin BC og CD.

2.78 Teiknaðu samsíðung með rúmfræðiforriti.

a Mældu hornin í samsíðungnum. Dragðu eitt hornið til þannig að hornin breytist.
Hvað geturðu sagt um hvöss og gleið horn í samsíðungnum?

b Skoðaðu myndina til hægri. Finndu topphorn og önnur horn sem eru jafn stór.
Skrifaðu setningu um hornin í samsíðungi.



2.79 Notaðu rúmfræðiforrit.

a Teiknaðu tígul. Teiknaðu hornalínurnar í tíglinum.
Mældu hornin milli hornalínanna.
Hvað kemur í ljós?

b Dragðu eitt hornið til þannig að hornin í tíglinum breytist.
Hvað geturðu sagt um hornin milli hornalínanna?
Skrifaðu setningu um hornin milli hornalínanna í tígli.

2.80 Satt eða ósatt. Rökstyddu svörin.

a Það eru alltaf tvö hvöss horn í samsíðungi.

b Hornin milli hornalínanna í trapisu eru alltaf 90 gráður.

c Hornalínurnar í rétthyrningi skerast aldrei þannig að rétt horn myndist.

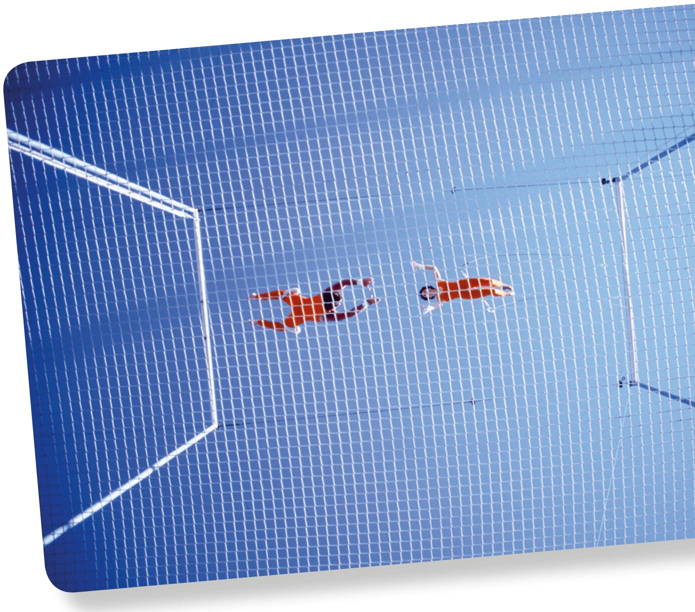
d Hornalínurnar í trapisu eru aldrei jafn langar.

e Tígull hefur alltaf tvö jafn stór gleið horn.

f Allir samsíðungar eru trapisur.

g Allir rétthyrningar eru ferningar.

h Allir ferningar eru rétthyrningar.



Samhverfa og hliðrun

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- bera kennsl á og lýsa ýmsum tegundum samhverfu
- teikna spegilmyndir, sýna snúning og hliðrun einfaldra rúmfræðilegra forma og mynda

Rúmfræðileg mynstur byggjast á samhverfu. Við skiljum á milli þriggja gerða mynstra sem byggjast á flutningunum: spegilsamhverfu, snúningssamhverfu og hliðrun.

2.81 Notaðu það sem þú kannt frá fyrra námi um samhverfu.

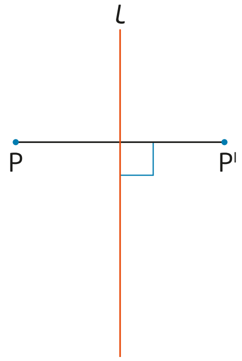
a Teiknaðu samhverfa mynd.

b Orðið samhverfa er á erlendu máli „symmetri“. Stundum er talað um að myndir séu „symmetrískar“. Erlenda orðið „symmetri“ þýðir „sama mál“. Ræddu við bekkjarfélaga þinn um hvað átt er við með „sama mál“ þegar rætt er um samhverf („symmetrísk“) mynstur.

2.82 Finndu dæmi um samhverfu í umhverfi þínu. Samhverfa getur sést á fötum, á líkamanum, í byggingum, á plöntum og dýrum. Teiknaðu eða taktu ljósmyndir. Skrifaðu hvers vegna þér finnst að dæmin, sem þú finnur, sýni mismunandi tegundir samhverfu.

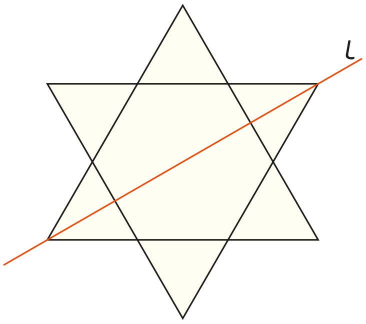
Spegilsamhverfa

Á myndinni hér á eftir er punkturinn P öðrum megin við línuna *l* jafnt langt frá samsvarandi punkti P' (lesið: P merkt) hinum megin við *l*. Spegilásinn – eða samhverfuásinn – er miðþverill striksins milli punktanna tveggja.



Spegilsamhverfa er hið sama og speglun um línu.

Samhverf mynd getur verið spegilsamhverf í sjálfri sér. Það merkir að hægt er að draga línu þannig að helmingur myndarinnar öðrum megin við línuna sé nákvæm spegilmynd af hinum helmingi hennar sem er hinum megin við línuna. Slík lína kallast *spegilás*.



Rauða línan er spegilás.

2.83 Teiknaðu jafnhliða þríhyrning.
Hve marga spegilása hefur þríhyrningurinn? Teiknaðu spegilásana.

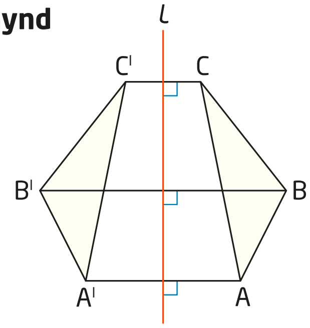
2.84 Þú skalt vinna með bekkjarfélaga þínum að þessu verkefni. Dragðu strik. Teiknið helminginn af samhverfri mynd vinstra megin við strikið. Þið eigið ekki að sjá mynd hvor annars. Nú teiknið þið nýtt strik og útskýrið hvor fyrir öðrum hvernig hægri helmingurinn af myndinni á að líta út. Annar ykkar teiknar meðan hinn lýsir myndinni. Að lokum setjið þið helmingana tvo af báðum myndunum saman og athugið hvort þeir eru samhverfir.

Sýnidæmi 7

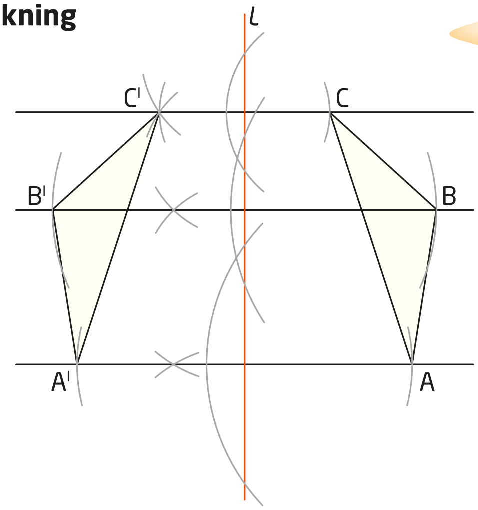
Teiknaðu mynd af þríhyrningnum ABC sem er samhverf um línuna *l* sem er fyrir utan þríhyrninginn.

Tillaga að lausn

Hjálparmynd



Teikning



Línan *l* kallast spegilás

Teiknilýsing

1 Teiknaði þveril frá hverjum oddpunkti þríhyrningsins á *l*.

2 Lengdi þverlana þrjá.

3 Setti odd hringfarans í punktinn þar sem þverillinn frá A skar *l*. Mældi fjarlægðina til A með hringfaranum. Merkti sömu fjarlægð hinum megin við *l*. kallaði punktinn A′. Endurtók þetta í punktunum þar sem þverlar frá B og C skáru *l*.

4 Dró strikin milli A′B′, B′C′ og A′C′ með reglustiku.

2.85 Teiknaðu jafnarma þríhyrning. Dragðu línu fyrir utan þríhyrninginn og gegnum eitt hornið. Láttu þetta vera spegilás og teiknaðu spegilmynd þríhyrningsins.

2.86 Notaðu rúmfræðiforrit.

a Teiknaðu marghyrning. Dragðu línu gegnum eitt hornið í marghyrningnum. Speglaðu marghyrninginn um þessa línu.

b Dragðu eitt hornið í marghyrningnum til. Lýstu því hvernig spegilmyndin breytist.

2.87 Notaðu rúmfræðiforrit.

a Teiknaðu reglulegan marghyrning.

b Dragðu alla spegilásana í marghyrningnum.

Reglulegur marghyrningur
Allar hliðar jafn langar og öll horn jafn stór.

2.88 Notaðu hringfara og reglustiku.

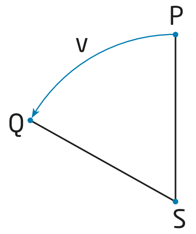
a Teiknaðu rúmfræðilega mynd. Dragðu línuna *l* fyrir utan myndina. Speglaðu myndina um *l* og teiknaðu spegilmyndina.

b Teiknaðu þverilinn *n* á *l*. Teiknaðu spegilmynd myndanna í a-lið þannig að *n* sé spegilásinn.

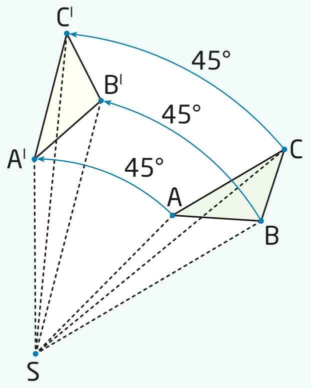
Snúningssamhverfa

Snúningshorn
Minnsta hornið sem hægt er að snúa snúningssamhverfri mynd um þannig að hún lendi aftur ofan í sjálfa sig.

Þegar við lýsum snúningi þarf að tilgreina snúningsmiðjuna eða um hvaða punkt er snúið; einnig þarf að tilgreina hve stórt snúningshornið sé. Á myndinni til hægri er punkturinn Q afleiðingin af snúningi punktsins P. Punkturinn S er snúningsmiðjan og snúningshornið er v.



Tvær myndir eru snúningssamhverfar ef snúningur annarrar leiðir til þess að hún þeki hina myndina alveg. Þríhyrningarnir ABC og A’B’C’ á myndinni til hægri eru snúningssamhverfir. Punkturinn S er snúningsmiðjan og snúningshornið er 45°.



2.89 Notaðu rúmfræðiforrit.

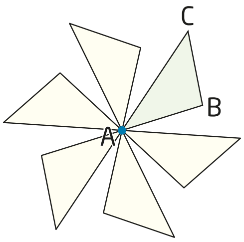
a Teiknaðu einfalda mynd. Merktu punkt fyrir utan myndina. Láttu punktinn vera snúningsmiðju og snúðu myndinni um 60° horn. Endurtaktu snúninginn tvisvar.

b Útskýrðu það sem kom í ljós í a-lið.

Sýnidæmi 8

Notaðu rúmfræðiforrit. Teiknaðu þríhyrninginn ABC. Snúðu honum um snúningsmiðjuna A. Snúningshornið á að vera 60°. Endurtaktu snúninginn nokkrum sinnum – alveg þar til þríhyrningurinn lendir aftur ofan í sjálfan sig.

Tillaga að lausn



2.90 **a** Teiknaðu rétthyrndan þríhyrning, ABC, þar sem $\angle A = 90^\circ$, AB = 2 cm og AC = 4 cm.

b Láttu punktinn A vera snúningsmiðjuna. Snúðu þríhyrningnum um 90° í einu þar til hann lendir aftur ofan í sjálfan sig.
Hve marga þríhyrninga teiknaðir þú alls?

c Hvaða horn má nota sem snúningshorn til að endurtekinn snúningur leiði til þess að myndin lendi aftur ofan í sjálfa sig?

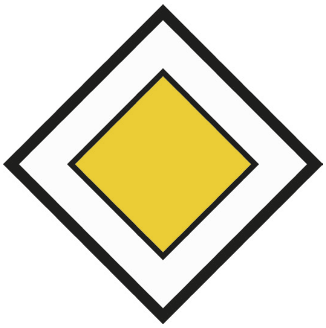
d Notaðu rúmfræðiforrit og kannaðu hvort svar þitt við b-lið er rétt.

Mynd er snúningssamhverf ef hægt er að snúa henni um horn sem er minna en 360° um snúningsmiðju og hún er eins og áður eftir snúninginn. Minnsta hornið, sem hægt er að snúa snúningssamhverfri mynd um áður en hún lendir aftur ofan í sjálfa sig, kallast *snúningshorn*.

2.91 Hverjar myndanna hér á eftir eru snúningssamhverfar og hvert er snúningshornið?

A

B



C

D

Gatamynstur

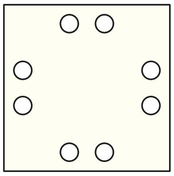
Verkefnið er fyrir tvo nemendur.

Þið þurfið

- ferningslaga blað
- gatara eða skæri
- reikningshefti

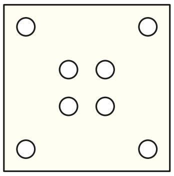
Aðferð

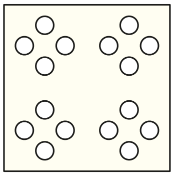
1 Brjótið ferningslaga blað þannig að mynstrið á myndinni hér á eftir myndist bara með einu gati í hið samanbrotna blað. Þegar þið opnið blaðið á mynstrið á því að vera eins og sést á myndinni hér á eftir. Ef það er ekki rétt skuluð þið reyna aftur.

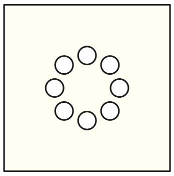


2 Búið til skissu um hvernig þið brjótið blaðið og hvar þið gerðuð gatið.

3 Ræðið saman og prófið ykkur áfram. Gerið mynstrin á myndunum hér á eftir á sama hátt og fyrsta mynstrið. Brjótið blað og gerið gat. Þegar þið opnið blaðið á mynstrið á blaðinu að líta út eins og eitt af mynstrunum á myndinni hér á eftir.





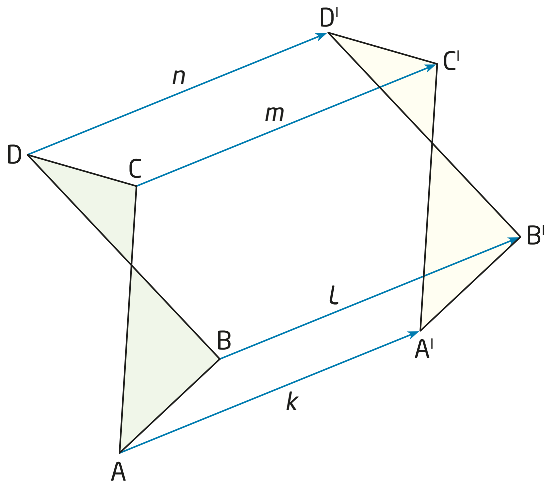


4 Brjótið blað og gerið gat. Opnið blaðið og gerið skissu af mynstrinu. Skiptist á skissum og búið til mynstur hvers annars.

Hliðrun

Hægt er að *hliðra* mynd með því að flytja hvern hornpunkt á myndinni jafn langt eftir samsíða línum. Á myndinni hér á eftir hefur punktunum A, B, C og D verið hliðrað jafn langt eftir samsíða línunum *k*, *l*, *m* og *n*.

Hliðrun
Öllum punktum myndar er hliðrað jafn langt og í sömu átt.



Margir *borðar* eða *bryddingar* eru búnar til með hliðrun grunnmynsturs. Mynstrið á þessum sokkum verður til við margar hliðranir.

2.92 Búðu til mynsturborða þannig:
Teiknaðu einfalda mynd.
Hliðraðu henni nokkrum sinnum.

2.93 Mynstrið á sokkunum hér fyrir ofan má einnig búa til með samblandi af speglun og hliðrun. Útskýrðu hvernig það er gert.
Búðu til mynd.

2.94 Finndu dæmi um mynstur sem búa má til með hliðrun. Gerðu skissur af mynstrunum og lýstu þeim með orðum sem þú hefur lært í tengslum við samhverfu.

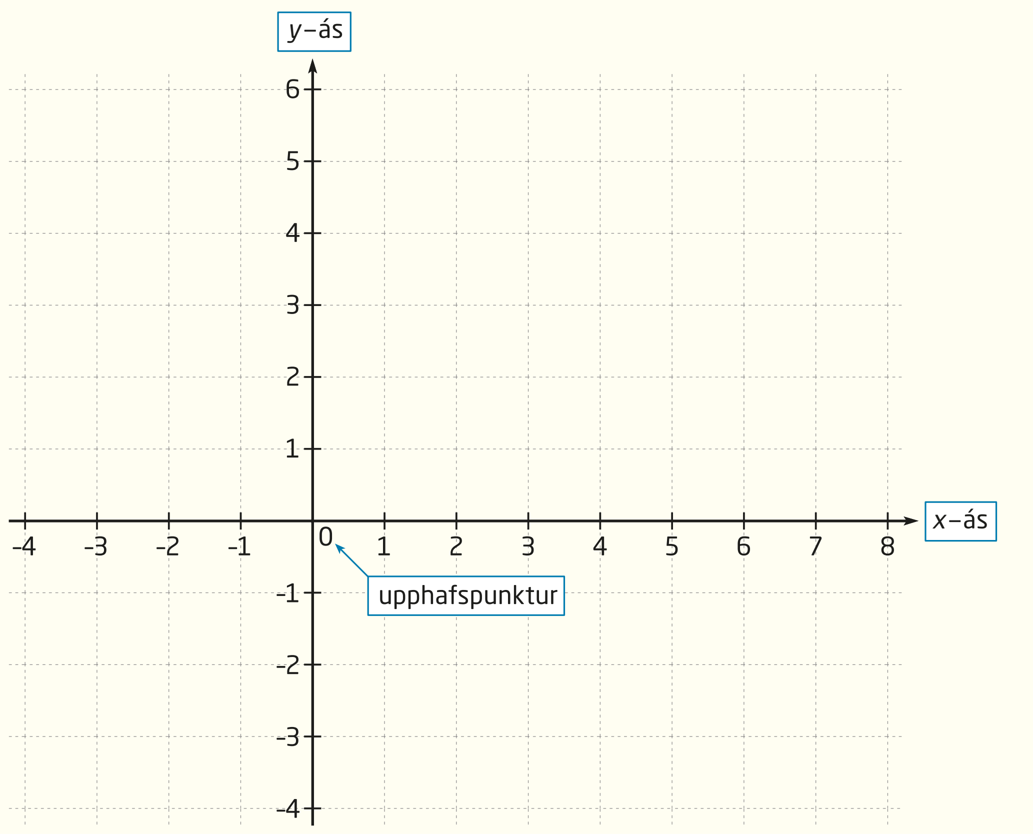
Hnitakerfið

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

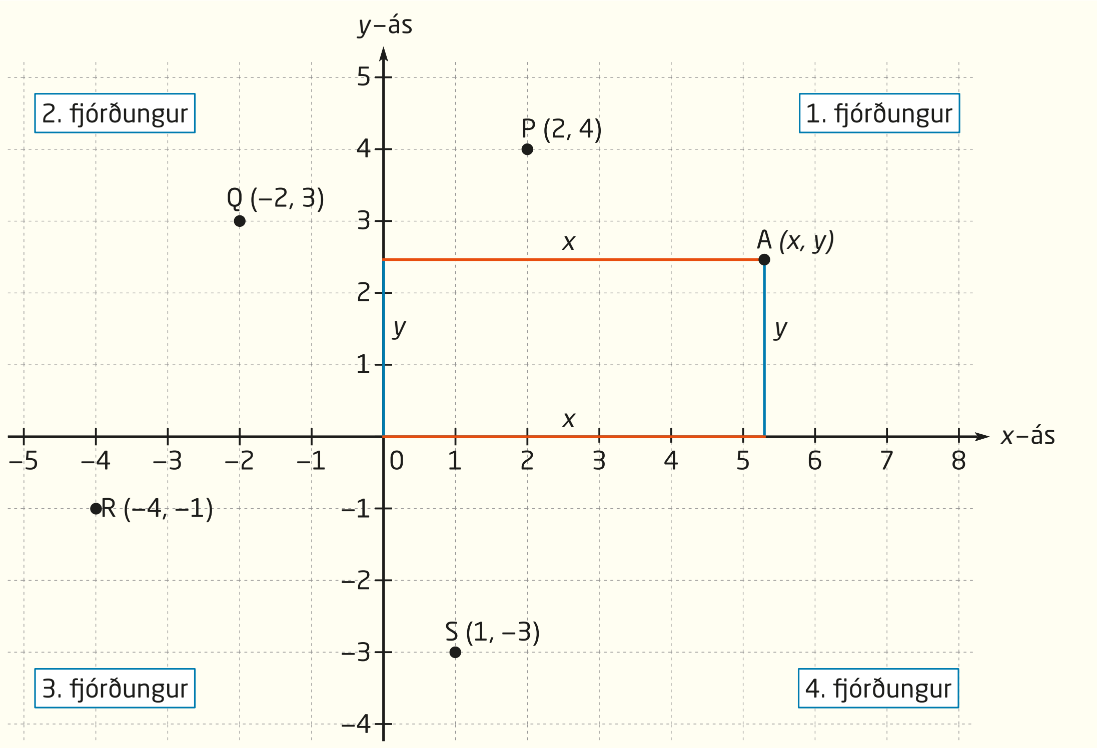
- merkja punkta, línur og strik í hnitakerfi
- nota hnit til að spegla rúmfræðilegar myndir um ásana
- nota hnit til að hliðra rúmfræðilegum myndum samsíða ásunum
- nota hnit til að snúa rúmfræðilegum myndum um upphafspunktinn (0, 0)

Hér fyrir neðan sérðu hnitakerfi. Það samanstendur af tveimur talnalínum sem eru hornrétt hvor á aðra og skerast í 0 á báðum talnalínunum. Skurðpunkturinn kallast upphafspunktur. Talnalínurnar í hnitakerfinu kallast ásar. Lárétti ásinn kallast x-ásinn og lóðrétti ásinn kallast y-ásinn.



Punktur í hnitakerfi er skráður með táknum þannig: (x, y). Við köllum (x, y) hnit punktsins. Lengd rauðu strikanna í myndinni hér á eftir er x-hnit eða x-gildi punktsins A. Lengd bláu strikanna á myndinni eru y-hnit eða y-gildi punktsins A.

Hnit segja til um hvar í hnitakerfi punktur liggur.



Punkturinn P er skráður sem (2, 4), punkturinn Q er (−2, 3), punkturinn R er (−4, −1) og punkturinn S er (1, −3). X-ásinn og y-ásinn skipta fletinum í fjögur svæði. Þessi svæði kallast fjórðungar. Á myndinni hér fyrir ofan er P í 1. fjórðungi, Q í 2. fjórðungi, R í 3. fjórðungi og S í 4. fjórðungi. Röð fjórðunganna er rangsælis (á móti klukkuvísunum) og fyrsti fjórðungurinn er þar sem tölurnar á báðum ásunum eru jákvæðar.

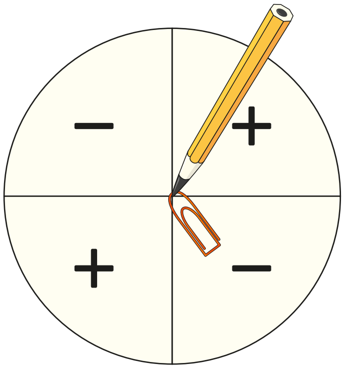
2.95 Þetta verkefni skaltu vinna með bekkjarfélaga þínum. Notaðu hnitakerfið á bls. 124. Hvor ykkar notar sína bók og þið snúið bökum saman í sætunum.

- Nemandi 1 nefnir hnit punkts.
- Báðir benda á punktinn í sinni bók.
- Nemandi 1 gefur þrjár skipanir hverja eftir aðra, til dæmis „3 reiti upp, 1 reit til vinstri og 4 reiti niður" meðan báðir fylgja þessari leið með fingrinum.
- Nemandi 2 nefnir hnit punktsins sem fingurinn bendir á.
- Ef báðir eru sammála um lokahnitin skipta þeir um hlutverk.

Endurtakið leikinn þannig að hvor ykkar byrji tvisvar.

Hnit í röð

Spilið er fyrir tvo leikmenn.



Þið þurfið

- blýanta (ef til vill litblýanta)
- tvo teninga
- tilbúið hnitakerfi frá −6 til 6 á báðum ásunum
- bréfaklemmu
- spilaskífu

Aðferð

Leikmenn framkvæma töluliði 1 til 4 til skiptis, þannig:

1 Leikmaður kastar teningi og skráir töluna sem upp kemur.

2 Leikmaður snýr bréfaklemmunni á spilaskífunni. Ef bréfaklemman lendir á plús breytist talan ekkert. Ef hún lendir á mínus setur leikmaður mínustáknið fyrir framan töluna þannig að hún verður neikvæð.

3 Leikmaður endurtekur töluliði 1 og 2 með hinum teningnum.

4 Leikmaður er núna með tvær tölur sem hann notar til að merkja punkt í hnitakerfinu. Ef upp koma til dæmis tölurnar −5 og 3 getur hann valið hvort −5 á að vera x-hnit og 3 y-hnit punktsins eða öfugt.

5 Ef punktarnir eru þegar merktir er ekki hægt að merkja neinn punkt og hinn leikmaðurinn á leik.

6 Sá fer með sigur af hólmi sem er á undan að fá þrjá punkta í röð hlið við hlið annaðhvort lárétt, lóðrétt eða eftir línu sem myndar 45° horn við ásana.

Afbrigði

Leikmenn reyna fyrst að fá fjóra punkta sem mynda ferning.

2.96 **a** Teiknaðu hnitakerfi þar sem 1 cm er milli eininga á báðum ásum.

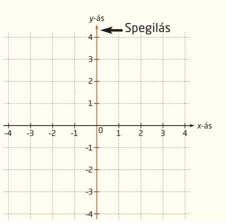
b Einn hornpunkturinn í ferningi er punkturinn (1, 1). Hornpunkturinn, sem er á hinum enda hornalínunnar, er (4, 4).
Hver eru hnit hinna tveggja hornpunktanna í ferningnum?

c Teiknaðu ferninginn.
Hvað eru hliðar ferningsins langar?

2.97 **a** Teiknaðu hnitakerfi þar sem 1 cm er milli eininga á báðum ásum.

b Merktu punktinn (1, 3) í hnitakerfið. Láttu y-ásinn vera spegilás og speglaðu punktinn um y-ásinn.
Hver eru hnit nýja punktsins?

c Speglaðu báða punktana frá b-lið um x-ásinn.
Hver eru hnit nýju punktanna?



2.98 **a** Teiknaðu hnitakerfi þar sem 1 cm er milli eininga á báðum ásum.

b Teiknaðu fimmhyrning í fyrsta fjórðungi hnitakerfisins. Punkturinn (1, 3) á að vera einn hornpunkturinn. Speglaðu alla hornpunktana um y-ásinn. Dragðu strikin sem mynda spegilmynd upphaflega fimmhyrningsins.
Hver eru hnit hornpunktanna í spegilmyndinni?

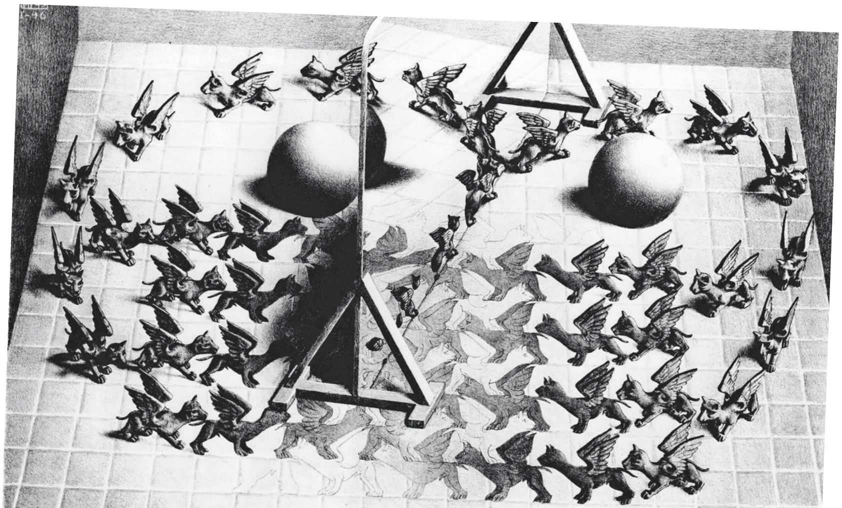
c Speglaðu myndirnar í b-lið um x-ásinn.
Hver eru hnit hornpunktanna í spegilmyndunum?

2.99 **a** Teiknaðu hnitakerfi þar sem 1 cm er milli eininga á báðum ásum.

b Teiknaðu þríhyrning með hornpunktana (−1, 1), (2, 5) og (4, 5) í hnitakerfið.

c Hugsaðu þér að þú eigir að spegla þríhyrninginn um y-ásinn. Hver verða hnit hornpunktanna í spegilmyndinni?

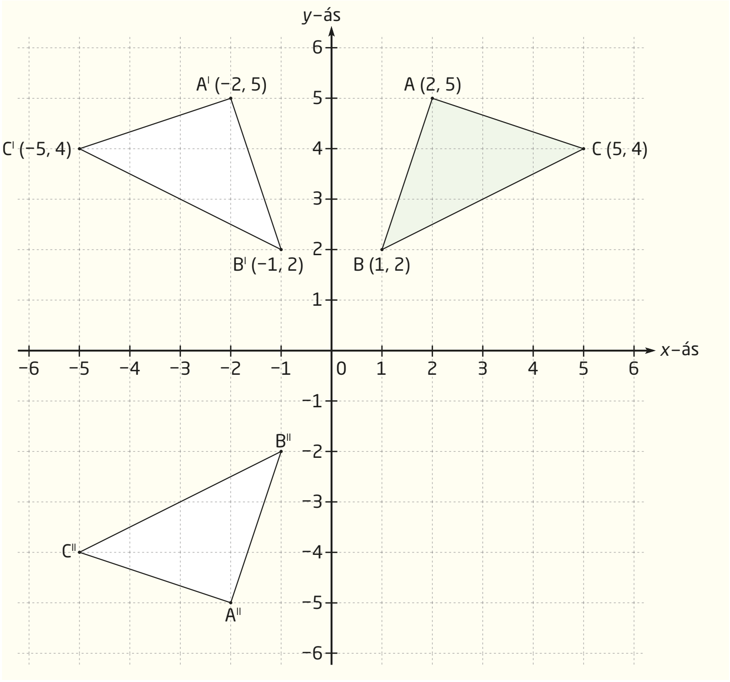
d Speglaðu þríhyrninginn í b-lið um y-ásinn. Athugaðu hvort svar þitt í c-lið er rétt.



Töfraspegill
M. C. Escher, 1946

Þegar punktur (x, y) er speglaður um y-ásinn fáum við punktinn (−x, y). Það þýðir að x-gildi punktsins skiptir um formerki en y-gildið helst óbreytt. Á myndinni hér á eftir hafa punktarnir A (2, 5), B (1, 2) og C (5, 4) verið speglaðir um y-ásinn. Niðurstaðan er nýju punktarnir A′ (−2, 5), B′ (−1, 2) og C′ (−5, 4). Taktu eftir að x-gildi hvers punkt hefur skipt um formerki en y-gildin haldast óbreytt.

Þegar punktur (x, y) er speglaður um x-ásinn fáum við punktinn (x, −y). Það þýðir að y-gildi punktsins skiptir um formerki en x-gildið helst óbreytt.



Spegilmyndin af ΔABC um y-ásinn er ΔA′B′C′.

Spegilmyndin af ΔA′B′C′um x-ásinn er ΔA″B″C″.

2.100 Teiknaðu marghyrning í fyrsta fjórðungi. Þú skalt velja hvar og hve margir hornpunktarnir eru.

a Skráðu hnit hornpunktanna í marghyrningnum.

b Speglaðu marghyrninginn um y-ásinn.

c Skráðu hnit hornpunktanna í nýja marghyrningnum. Berðu saman hnit hornpunktanna í upprunalega marghyrningnum og í þeim nýja. Hvað kemur í ljós?

d Speglaðu marghyrninginn úr b-lið um x-ásinn.

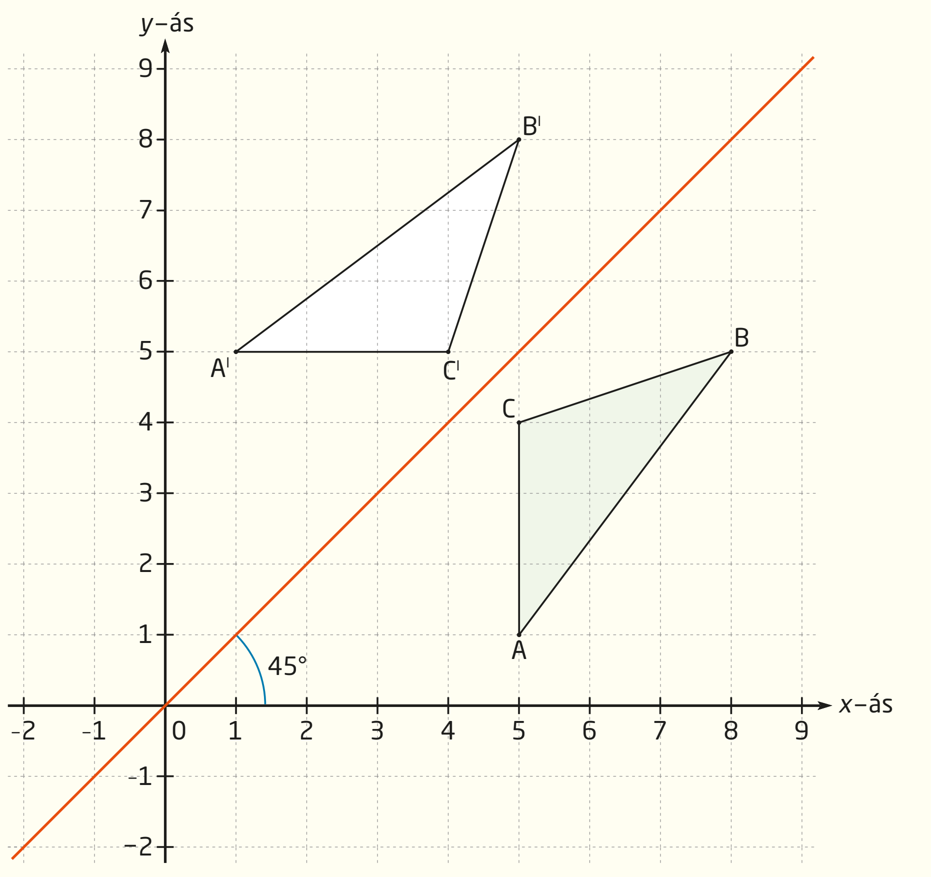
e Skráðu hnit hornpunktanna í nýja marghyrningnum. Berðu saman hnit hornpunkta í marghyrningnum úr b-lið og í þeim nýja. Hvað kemur í ljós?

f Berðu saman hnit hornpunkta marghyrningsins úr d-lið og hnit hornpunktanna í upprunalega marghyrningnum. Hvað kemur í ljós?

2.101 Þetta verkefni skaltu vinna með bekkjarfélaga þínum. Hvor ykkar þarf tölvu og þið eigið að nota rúmfræðiforrit.

Annar ykkar teiknar marghyrning í hnitakerfi. Þið eigið ekki að sjá hvor á annars skjá. Sá sem teiknar velur einn hornpunkt í einu og nefnir hnit þess upphátt. Hinn teiknar spegilmyndina af þessum hornpunkti og notar y-ásinn sem spegilás. Þannig haldið þið áfram þar til búið er að nefna alla hornpunktana. Sá sem býr til spegilmyndina teiknar nú marghyrninginn. Hinn speglar sinn marghyrning um y-ásinn. Berið saman síðustu myndina og þá fyrstu. Eru myndirnar tvær eins? Skiptið nú um hlutverk.

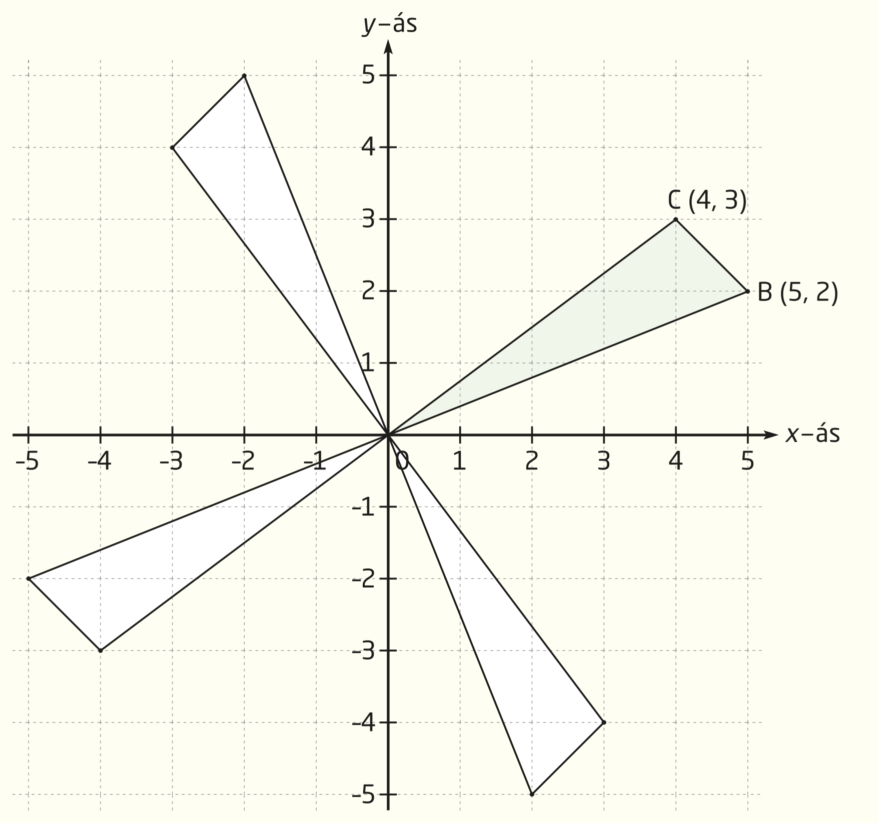
2.102 Myndin hér á eftir sýnir niðurstöðuna af speglun um línu sem liggur gegnum upphafspunktinn. Línan myndar 45° horn við x-ásinn.



a Hver eru hnit punktanna A, B og C?
Hvaða hnit hafa spegilmyndir punktanna A′, B′og C′?

b Berðu saman hnit punktanna A og A′, hnit B og B′ og hnit C og C′. Skrifaðu setningu um tengsl milli hnita punkta sem speglaðir eru á þennan hátt.

Þegar punktinum (a, b) er snúið 90° um upphafspunktinn verða hnit nýja punktsins (−a, b). Það merkir að x-hnitið verður y-hnit og y-hnitið með gagnstæðu formerki verður x-hnit. Sýndu að þetta á við um punktana B (5, 2) og C (4, 3) sem er snúið 90° um upphafspunktinn þrisvar sinnum í myndinni hér á eftir.



2.103 **a** Teiknaðu hnitakerfi.

b Dragðu strik frá upphafspunktinum (0, 0) til punktsins (3, 1).
Snúðu strikinu 90° um upphafspunktinn.

c Hvaða punktur samsvarar punktinum (3, 1) eftir snúninginn?

d Snúðu nýja strikinu 90° um upphafspunktinn.
Hver eru hnit endapunktsins eftir snúninginn?

e Snúðu strikinu úr d-lið 90° um upphafspunktinn.
Hver eru hnit endapunktsins eftir snúninginn?
Hvað gerist þegar þessu striki er snúið 90° um upphafspunktinn?

2.104 **a** Teiknaðu hnitakerfi.

b Teiknaðu ferhyrning í hnitakerfið. Kallaðu hornpunkta ferhyrningsins A, B, C og D og skráðu hnit þeirra.

c Hliðraðu ferhyrningnum um fimm einingar samsíða x-ásnum. Kallaðu nýju hornin A′, B′, C′ og D′. Finndu hnit punktanna A′, B′, C′ og D′. Berðu saman hnit þeirra við hnit A, B, C og D.

2.105 Notaðu rúmfræðiforrit.

a Teiknaðu mynd. Snúðu henni 90° um upphafspunktinn nokkrum sinnum. Útskýrðu hvað kemur í ljós.

b Teiknaðu þríhyrning þannig að enginn hornpunktur sé í upphafspunktinum. Snúðu þríhyrningnum 60° um upphafspunktinn nokkrum sinnum. Útskýrðu það sem þú sérð.

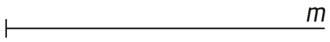
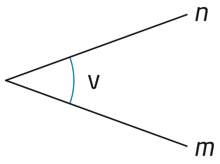
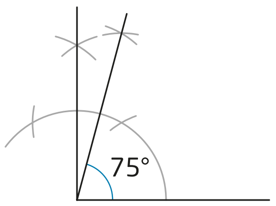
c Teiknaðu þríhyrning með eitt hornið í fyrsta fjórðungi, annað hornið í öðrum fjórðungi og þriðja hornið í þriðja fjórðungi. Snúðu þríhyrningnum 90° um upphafspunktinn nokkrum sinnum. Útskýrðu það sem þú sérð.

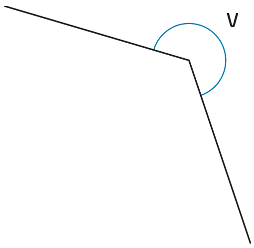
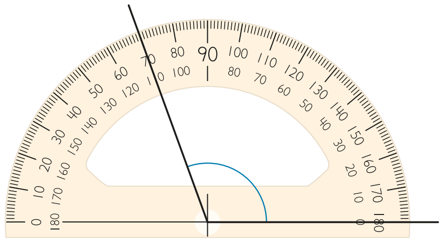
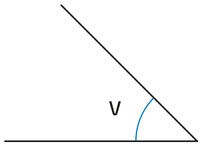
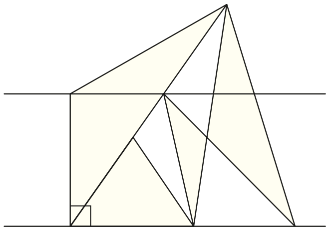
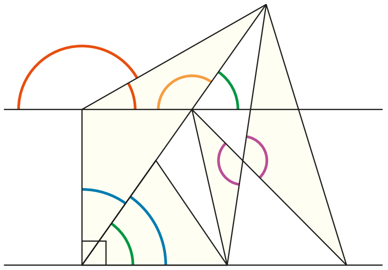
2.106 Notaðu rúmfræðiforrit.

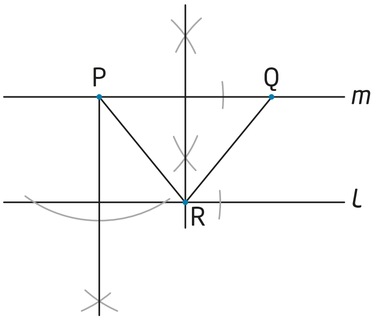
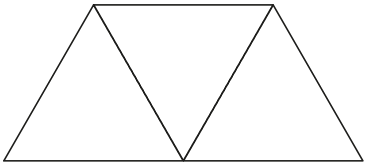
a Teiknaðu mynstur með því að nota speglun, snúning og hliðrun.

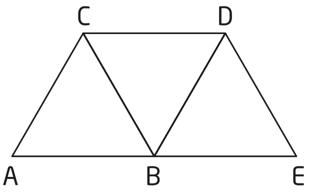
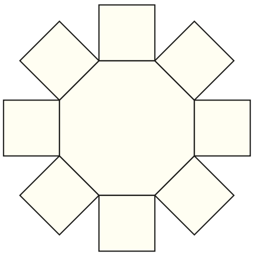
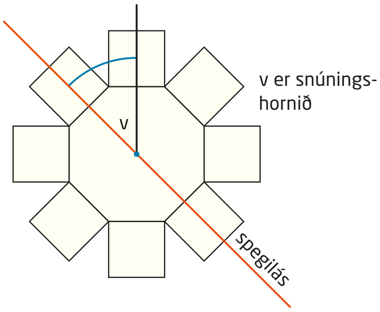
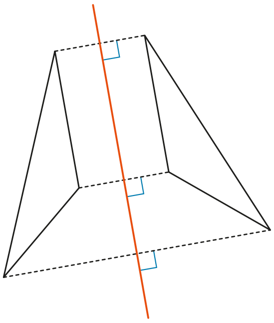
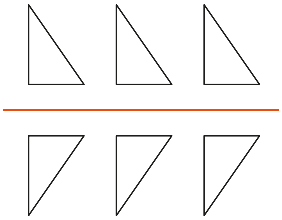
b Litaðu mynstrið, prentaðu það út og hengdu upp í kennslustofunni.

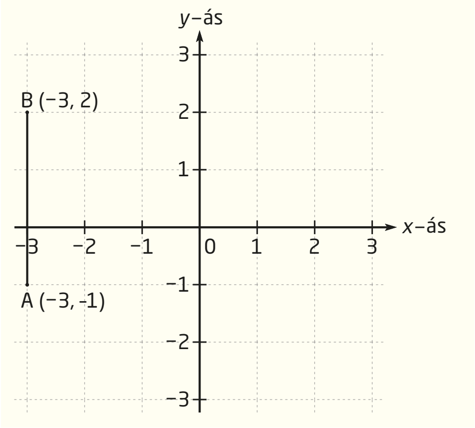
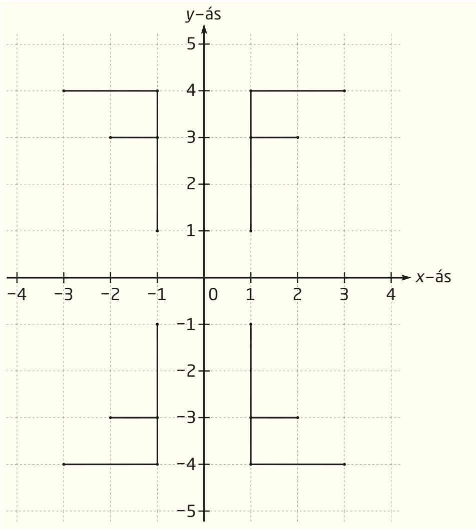
Í stuttu máli

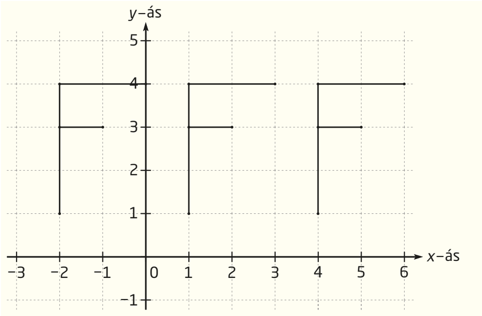
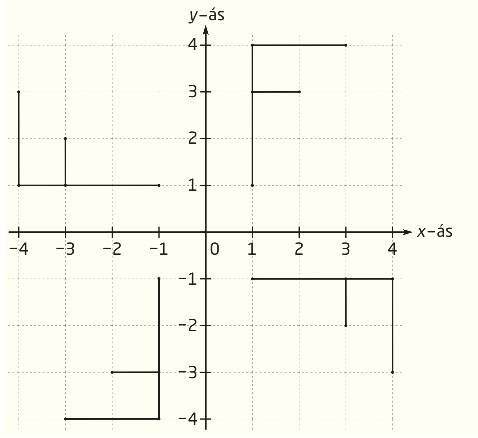
Þú átt að geta	**Dæmi**	**Tillögur að lausnum**
lýst, teiknað og borið kennsl á punkta, línur, hálflínur og strik	Teiknaðu punktinn P, línuna *n*, hálflínuna *m*, strikið AB.	   
útskýrt hvað átt er við með horni	Útskýrðu hvers vegna v á myndinni hér á eftir er horn. 	Myndin sýnir horn milli hálflínanna *m* og *n*. Hornið er hluti af heilum hring.
teiknað horn með hringfara og reglustiku	Teiknaðu 75° horn. Útskýrðu hvernig þú teiknaðir hornið.	 Fyrst teiknaði ég 60° horn og annað 90° horn og er annar armur hornanna sameiginlegur. Þar sem 30° eru milli 60° og 90° helmingaði ég það horn. Þá fékk ég horn sem er 60° + 15° = 75°.

Þú átt að geta	Dæmi	Tillögur að lausnum
mælt og teiknað horn og áætlað stærðir horna	Hve stórt er hornið v á myndinni hér á eftir. Mældu með gráðuboga.  	v = 235°
	Teiknaðu 110° horn.	
	Um það bil hve stórt er hornið v á myndinni hér á eftir? Rökstyddu svarið.  	Hornið er um það bil 45°. Það er um það bil helmingurinn af réttu horni.
borið kennsl á og notfært þér eiginleika og einkenni topphorna, grannhorna, lagshorna, einslægra horna, réttra horna, hvassra horna og gleiðra horna	Finndu dæmi um topphorn, grannhorn, lagshorn, rétt horn, hvöss horn, gleið horn og einslæg horn á myndinni hér á eftir. 	Topphorn: fjólublá Grannhorn: rauð Lagshorn: blá Rétt horn: svart Hvasst horn: grænt Gleitt horn: appelsínugult Einslæg horn: græn 

Þú átt að geta	**Dæmi**	**Tillögur að lausnum**
teiknað þveril, samsíða línur og rúmfræðilegar myndir	1 Teiknaðu línuna *l*. 2 Merktu punktinn P fyrir utan *l*. 3 Teiknaðu þveril frá P á *l*. 4 Teiknaðu gegnum P línuna m samsíða *l*. 5 Merktu punktinn Q á m. 6 Teiknaðu miðþveril striksins PQ. Kallaðu skurðpunktinn milli *l* og miðþverilsins R. 7 Teiknaðu þríhyrninginn PQR. 8 Hvers konar þríhyrningur er PQR?	 Þríhyrningurinn PQR er jafnarma.
borið kennsl á og tilgreint heiti rúmfræðilegra forma	Hvaða rúmfræðileg form leynast í þessari mynd? 	Í myndinni er fjólublár ferningur. Þar er blár, rauður, gulur og grænn, rétthyrndur, jafnarma þríhyrningur. Ferningurinn og einn þríhyrningur mynda trapisu. Gulur og rauður þríhyrningur ásamt ferningnum mynda samsíðung. Hið sama á við um bláan og grænan þríhyrning ásamt ferningnum. Öll myndin er átthyrningur.
teiknað þríhyrninga, ferhyrninga og önnur rúmfræðiform samsett úr þríhyrningum og ferhyrningum	Teiknaðu trapisu sem er samsett úr þremur jafnhliða þríhyrningum.	

Þú átt að geta	Dæmi	Tillögur að lausnum
reiknað stærð horna í þríhyrningum og ferhyrningum	Trapisan hér á eftir er samsett úr þremur jafnhliða þríhyrningum. Reiknaðu stærð hornanna í trapisunni.  	Hornin í þríhyrningunum eru 60° vegna þess að þeir eru jafnhliða. Hornastærðin í trapisunni er þess vegna: $\angle A = \angle E = \underline{\underline{60^\circ}}$ $\angle ACD = \angle CDE = 60^\circ + 60^\circ = \underline{\underline{120^\circ}}$
borið kennsl á og lýst mismunandi tegundum samhverfu	Hvers konar samhverfu finnur þú í myndinni hér á eftir? 	Myndin er snúningssamhverf og spegilsamhverf. 
sýnt með teikningu spegilmyndir, snúning og hliðrun einfaldra rúmfræðilegra forma	Teiknaðu þríhyrning. Teiknaðu línu fyrir utan þríhyrninginn. Teiknaðu – með hringfara og reglustiku – spegilmynd þríhyrningsins og láttu línuna vera spegilás. Teiknaðu rétthyrndan þríhyrning með rúmfræðiforriti. Speglaðu þríhyrninginn um línu sem er samsíða annarri skammhliðinni. Hliðraðu nýja þríhyrningnum eftir framlengdri þeirri skammhlið sem er næst spegilásnum. Haltu áfram að spegla og hliðra þar til þú hefur búið til sex þríhyrninga.	 

Þú átt að geta	**Dæmi**	**Tillögur að lausnum**
merkt punkta og línur í hnitakerfi	Merktu punktinn A (−3, −1) í hnitakerfi. Dragðu strik sem byrjar í A og endar í B (−3, 2). Hversu langt er AB?	 AB = 3
notað hnit til að spegla rúmfræðilegar myndir um ásana	a Merktu punktana (1, 1), (1, 3), (1, 4), (2, 3) og (3, 4) í hnitakerfi. b Dragðu strik milli punktanna þannig að þau myndi bókstafinn F. c Speglaðu F um y-ásinn. d Speglaðu hið nýja F um x-ásinn. e Speglaðu hið nýja F um y-ásinn. f Hvernig breytast hnitin?	 Í c-lið fá öll x-gildin gagnstætt formerki en y-hnitin breytast ekki. Í d-lið verða x-gildin óbreytt en öll y-gildin fá gagnstætt formerki. Í e-lið fá öll x-gildin gagnstætt formerki en y-hnitin breytast ekki.

Þú átt að geta	**Dæmi**	**Tillögur að lausnum**
notað hnit til að hliðra rúmfræðilegri mynd með fram ásunum í hnitakerfinu	Merktu punktana (1, 1), (1, 3), (1, 4), (2, 3) og (3, 4) í hnitakerfi. Dragðu strik milli punktanna þannig að þau myndi bókstafinn F. Hliðraðu F samsíða x-ásnum 3 einingar til hægri og vinstri. Hvernig breytast hnitin?	 Þegar F er hliðrað 3 einingar til hægri stækka öll x-gildin um 3, y-gildin eru óbreytt. Þegar F er hliðrað 3 einingar til vinstri lækka öll x-gildin um 3 en y-gildin eru óbreytt.
notað hnit til að snúa rúmfræðilegri mynd um upphafspunktinn	Merktu punktana (1, 1), (1, 3), (1, 4), (2, 3) og (3, 4) í hnitakerfi. Dragðu strik milli punktanna þannig að þau myndi bókstafinn F. Snúðu F 90° um upphafspunktinn þrisvar í röð. Hvernig breytast hnitin?	 Við snúning 90° um upphafspunktinn breytist x-gildi nýja punktsins í neikvætt y-gildi upprunalega punktsins. Nýja y-gildið breytist í x-gildi upprunalega punktsins.

Bættu þig!

Byggingarefni í rúmfræði

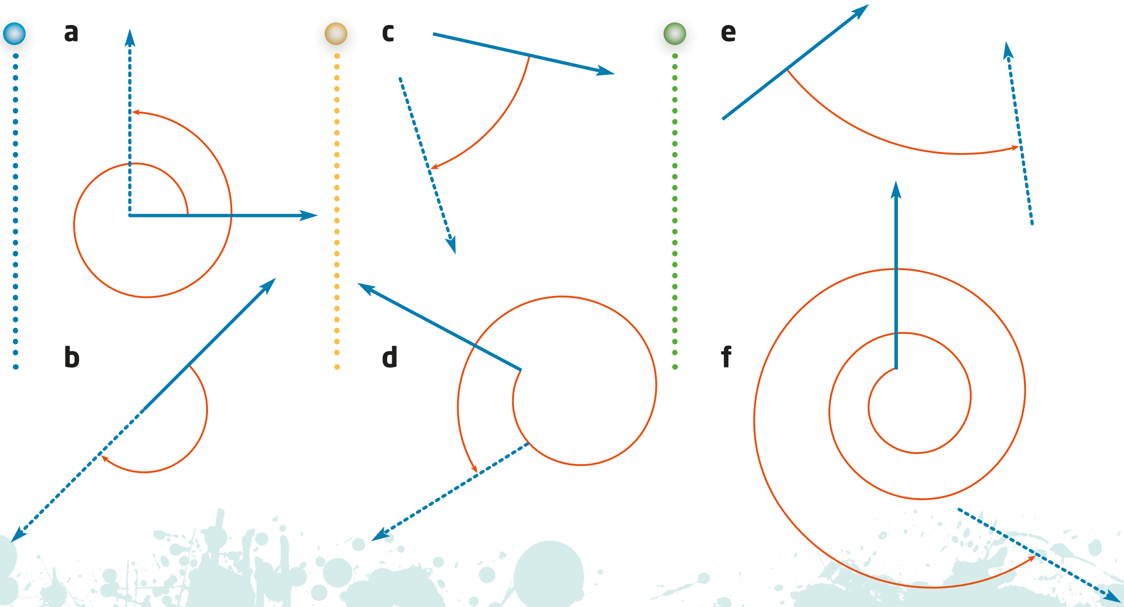
2.107 Teiknaðu myndir og útskýrðu.

- **a** Hvað er átt við með punkti, línu, hálflínu og striki?
- **b** Teiknaðu mynd sem í eru punktar, línur, hálflínur og strik. Skráðu heitin og lýstu myndinni með orðum.

2.108 Reiknaðu hornastærðir í myndunum hér á eftir.
Mundu að heill hringur er 360°.

2.109 Notaðu rúmfræðiforrit og teiknaðu línuna *l*. Merktu tvo punkta, A og B, á *l*. Teiknaðu aðra línu, *m*, sem sker *l* fyrir utan strikið AB. Merktu einhvern punkt, P, á *m* og búðu til þríhyrninginn ABP. Dragðu punktinn P til og finndu staðinn sem P þarf að vera á til að ∠APB verði eins stórt og hægt er. Lýstu með orðum hvar P er þegar hornið er stærst.

2.110 Um hve margar gráður hefur örinni verið snúið?

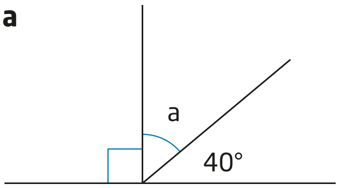


2.111 Notaðu gráðuboga og teiknaðu hornin.

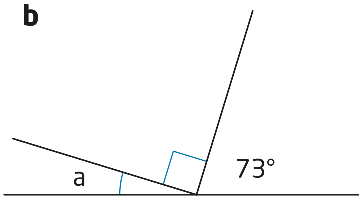
a 10° **b** 100° **c** 200° **d** 300° **e** 100°

2.112 Reiknaðu stærð hornanna. Notaðu gráðuboga til að ganga úr skugga um að svörin séu rétt.

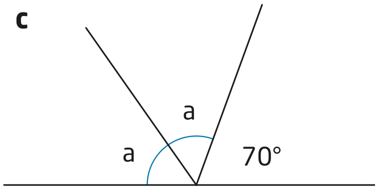
a



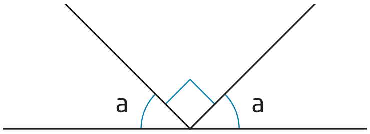
b



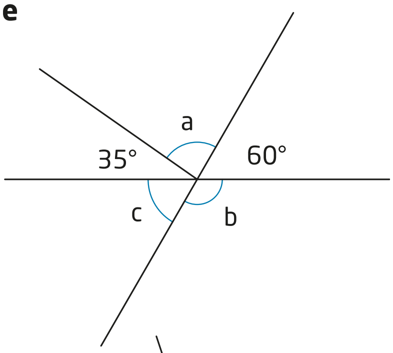
c



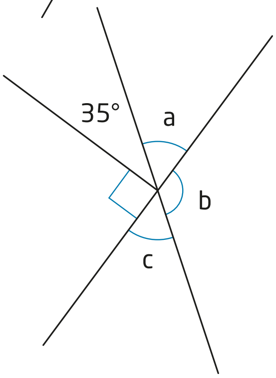
d



e



f



Rúmfræðiteikningar

2.113 Teiknaðu þessi horn.

a 60° **b** 120° **c** 150° **d** 45° **e** 15°.

2.114 Í þessu verkefni áttu að sýna snúning með teikningu.

a Teiknaðu ör sem er 3 cm á lengd. Merktu punkt P á framlengingu línunnar. P á að vera snúningsmiðjan.

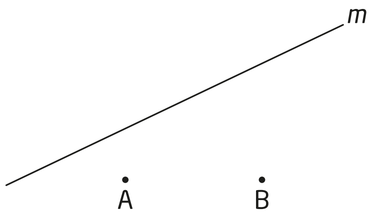
b Snúðu örinni

- 90°
- 270°
- 1080°
- −270°
- −45°
- −135°.

Teiknaðu örina í réttri stöðu eftir hvern snúning.

c Finndu tvö önnur horn sem örin í b-lið getur snúist um þannig að staða örvarinnar sé hin sama fyrir og eftir snúninginn.

2.115 Tveir sumarbústaðaeigendur, sem eru nágrannar, slá saman í trampólín. Þeir koma trampólíninu fyrir þannig að það sé jafn langt frá báðum bústöðunum og við stíg, *m*, sem liggur með fram þeim báðum. Teiknaðu myndina hér á eftir og merktu staðinn þar sem trampólínið á að vera.



2.116 **a** Teiknaðu ΔABC þar sem AB er 5 cm, ∠A er 90° og ∠B er 60°.

b Teiknaðu hjálparmynd.

c Skrifaði teiknilýsingu.

d Reiknaðu ∠C.

e Hvað er hliðin AC löng? Notaðu það sem þú hefur lært um þríhyrninga sem eru með jafn stór horn og ΔABC.

2.117 Þú átt að setja stiga upp við húsvegg. Stiginn er 6 metra langur. Hornið milli stéttarinnar og stigans má ekki vera stærra en 60°.

a Teiknaðu hjálparmynd. Láttu 2 cm á myndinni tákna 1 m í raunveruleikanum.

b Hversu nálægt veggnum getur þú sett neðri enda stigans.

c Teiknaðu þríhyrninginn sem stiginn, húsveggurinn og stéttin mynda. Notaðu lengdirnar sem þú hefur fundið og rétta hornið.

d Notaðu gráðuboga og kannaðu hvort hornið milli stigans og stéttarinnar er 60°.

2.118 Notaðu A4-blað. Brjóttu blaðið þannig að þú fáir rétthyrndan, jafnarma þríhyrning. Skammhliðarnar eiga að vera jafn langar og styttri hlið A4-blaðsins. Klipptu burt þann hluta af blaðinu sem er ekki hluti af þríhyrningnum. Opnaðu blaðið aftur.

- **a** Hvers konar ferhyrningur kemur í ljós?
- **b** Hvernig geturðu brotið blaðið nokkrum sinnum þannig að þú fáir að lokum jafnarma þríhyrning?
- **c** Hvernig geturðu brotið blaðið nokkrum sinnum þannig að þú fáir að lokum jafnhliða þríhyrning?

  Teiknaðu mynd sem sýnir hvernig þú braust blaðið.

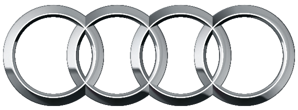
2.119 Notaðu rúmfræðiforrit.

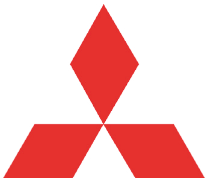
- **a** Teiknaðu þríhyrning.
- **b** Helmingaðu tvö horn í þríhyrningnum og merktu skurðpunkt helmingalínanna. Helmingaðu þriðja hornið í þríhyrningnum. Hvað kemur í ljós?
- **c** Dragðu eitt horn þríhyrningsins til og athugaðu hvort það sem þú sást í b-lið virðist eiga við um alla þríhyrninga.
- **d** Skrifaðu setningu um uppgötvun þína.

2.120
- **a** Teiknaðu trapisu, ABCD, þar sem $AD \parallel BC$, $AB = AD = 8$ cm, $\angle A = 120$ og $\angle D = 90°$. Mundu að teikna hjálparmynd með öllum málum og skrifaðu síðan teiknilýsingu.
- ● **b** Reiknaðu stærð $\angle B$ og $\angle C$.
- ● **c** Teiknaðu þveril frá A á BC. Kallaðu skurðpunktinn E. Hvers konar ferhyrningur er AECD?
- ● **d** Reiknaðu lengd hliðarinnar BC.

Samhverfa

2.121 Hver af eftirfarandi lógóum eru samhverf? Hvers konar samhverfa er það? Búðu til skissu af lógóunum. Dragðu spegilása í myndirnar, merktu snúningspunkta og snúningshorn ef um þau er að ræða.



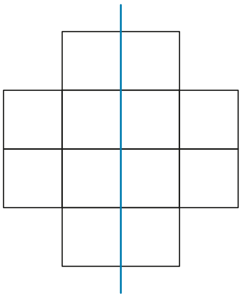


2.122 Finndu dæmi um samhverf bílmerki, fána, skilti og fleira þess háttar.
Hvers konar samhverfu finnur þú í mynstrunum?
Hvar liggja spegilásarnir? Hversu stór eru snúningshornin?
Hvernig eru litirnir valdir saman?
Sýndu uppgötvanir þínar nemendahópi eða öllum bekkjarfélögunum.

2.123 Teiknaðu þitt eigið lógó og byggðu það á samhverfu.

- **a** Búðu til skissu af lógóinu þínu.
- **b** Teiknaðu lógóið þitt og notaðu hringfara og reglustiku.
- **c** Teiknaðu lógóið þitt í rúmfræðiforriti.

2.124 Teiknaðu nokkrar eftirmyndir af myndinni með bláa strikinu hér til hægri.



- **a** Settu 6 krossa og 6 hringi í reitina þannig að mynstrið verði samhverft um bláu línuna.
- **b** Hve mörg mismunandi mynstur geturðu gert? Mynstrin eru talin eins ef hægt er að snúa þeim eða spegla þau hvert ofan í annað.
- **c** Berðu saman þín mynstur og mynstur bekkjarfélaga þíns.

Hnitakerfi

2.125 Merktu punktana (−2, 1) og (−2, −1) í hnitakerfi. Finndu tvo punkta í 1. og 4. fjórðungi þannig að punktarnir fjórir séu hornpunktar í

a ferningi

b rétthyrningi

c trapisu

d samsíðungi

2.126 Þú skalt vinna þetta verkefni fyrst með blaði og blýanti. Þar næst skaltu vinna það með rúmfræðiforriti.

a Merktu punktana A (1, 1), B (3, 3) og C (2, 5) í hnitakerfi.
Teiknaðu ΔABC.

b Finndu miðpunkt allra hliðanna í ΔABC. Miðpunkt AB skaltu kalla D, miðpunkt BC skaltu kalla E og miðpunkt AC kallar þú F.

c Skráðu hnit punktanna D, E og F.

d Dragðu strikin AE, BF og CD. Skrifaðu setningu um þessi strik.

e Skurðpunkt línanna þriggja í d-lið skaltu kalla P. Hvert er hnit hans?

f Finndu hnit punktanna E, F og D.
Getur þú fundið tengsl milli þessara hnita og hnita punktanna A, B og C?

g Finndu meðaltal x-gilda og y-gilda punktanna A, B og C.
Berðu saman þessi gildi og hnit punktsins P.

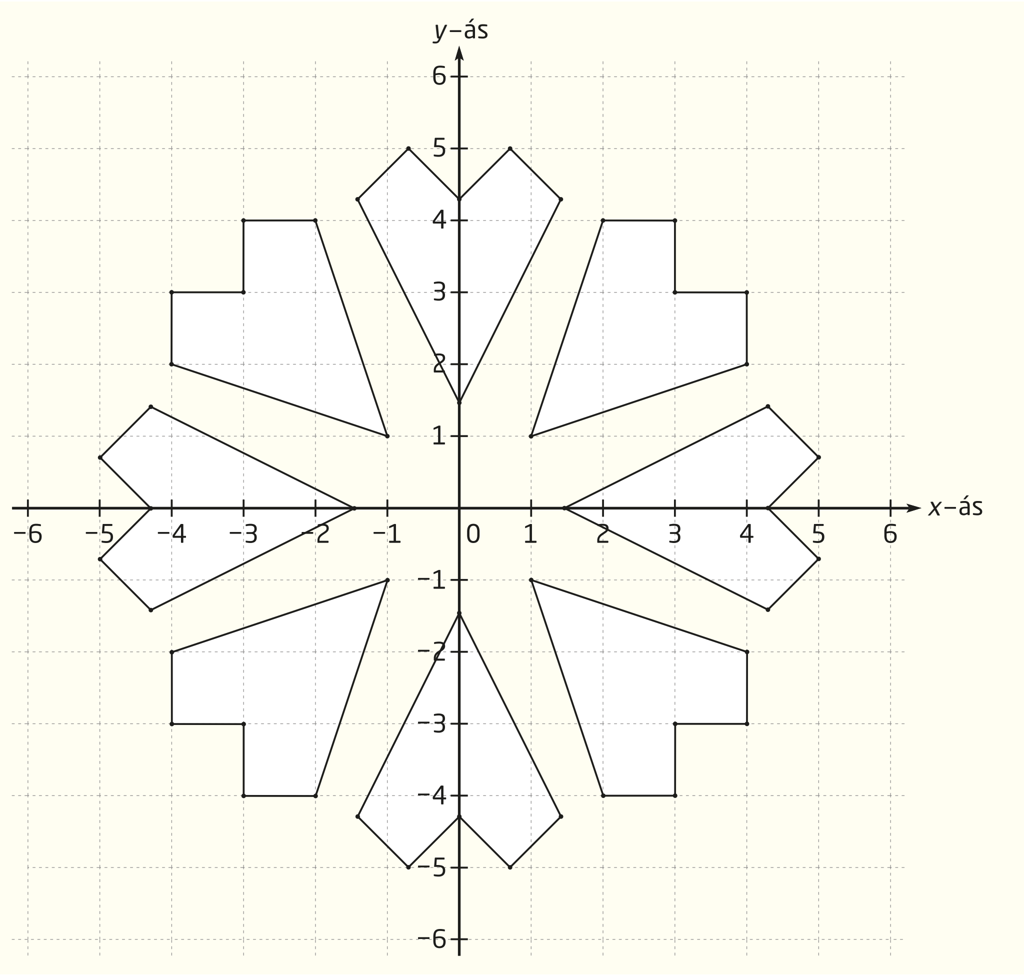
h Teiknaðu tvo nýja þríhyrninga í hnitakerfið og athugaðu hvort niðurstaða þín í d-lið á einnig við þessa þríhyrninga.

Meðaltal
Summa talnanna deilt með fjölda þeirra.

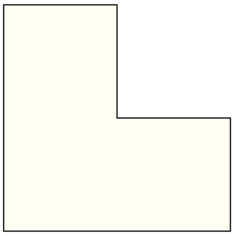
2.127 Skoðaðu myndina hér á eftir.

a Hvaða tegundir samhverfu finnur þú?

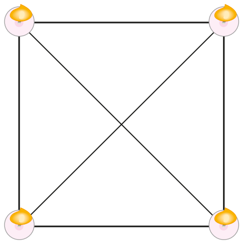
b Finndu minnsta hlutann af myndinni sem getur myndað alla myndina með speglun, snúningi og/eða hliðrun.



2.128 Skiptu myndinni í fjóra hluta sem eru nákvæmlega eins að stærð og formi.



Þjálfaðu hugann



2.129 Raðaðu fjórum kertum þannig að aðeins tvær mismunandi fjarlægðir séu milli tveggja kerta. Myndin til hægri sýnir eina lausn.

a Teiknaðu kertin sem fjóra punkta og dragðu strik milli punktanna. Útskýrðu að aðeins séu tvær mismunandi fjarlægðir milli tveggja punkta. Til eru fimm mismunandi lausnir. Reyndu að finna allar lausnirnar.

b Teiknaðu skissu af öllum lausnunum sem þú fannst í a-lið.

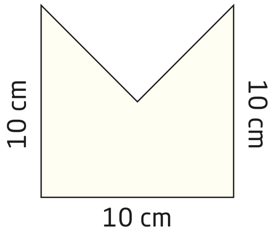
c Notaðu rúmfræðiforrit og teiknaðu allar lausnirnar sem þú fannst í a-lið.

2.130 Fjarlægðin frá húsi Önnu til kirkjunnar er tvöfalt lengri en fjarlægðin frá húsi Önnu til skólans.

a Teiknaðu punktana K og S þannig að 9 cm fjarlægð sé á milli þeirra. K táknar kirkju og S táknar skóla. Notaðu hringfarann til að finna að minnsta kosti átta punkta þar sem hús Önnu getur verið.

b Hvaða rúmfræðiform lítur út fyrir að punktarnir í a-lið myndi?

2.131 Myndin hér fyrir neðan er búin til úr ferningi. Skálínurnar eru helmingurinn af hornalínunum.



a Teiknaðu nokkrar eftirmyndir af myndinni á blað eða í rúmfræðiforriti.

b Myndinni má skipta í minni búta með beinum strikum þannig að bútarnir séu eins að stærð og lögun. Skipta má myndinni í 2, 3, 6, 8 eða 12 búta. Hverja getur þú fundið?

c Berðu lausnir þínar í b-lið saman við lausnir bekkjarfélaga. Gátuð þið fundið alla möguleikana?

3

Almenn brot, tugabrot og prósent

Þegar þú berð saman stærðir eða söfn og þegar þú átt að lýsa einhverju lítillega getur þú þurft á tölum að halda sem eru ekki heilar. Tákna má sömu töluna á marga vegu.

Stærðfræðiorð

almenn brot
teljari
nefnari
blandin tala
eiginlegt brot
óeiginlegt brot
jafn gild brot
tugabrot
deilistofn
deilir
prósent

?

Magnea, María, Marta og Mínerva ætla að skipta 59 jarðarberjum á milli sín. Magnea á að fá helminginn. María á að fá einn fjórða hluta, Marta $\frac{1}{6}$ og Mínerva $\frac{1}{15}$ af jarðarberjunum. Þar sem erfitt er að deila í töluna 59 fá stelpurnar lánað eitt jarðarber hjá Nínu frænku. Þá eiga þær 60 jarðarber sem þær skipta á milli sín! Stelpurnar fá 30, 15, 10 og 4 jarðarber. 30 + 15 + 10 + 4 = 59 þannig að þær geta skilað Nínu frænku jarðarberinu sem hún lánaði þeim. Getur þú gefið skýringu á þessu?

Almenn brot

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- skrifa tölur sem eiginleg brot, óeiginleg brot og blandnar tölur
- staðsetja almenn brot á talnalínuna
- lengja og stytta almenn brot
- reikna með almennum brotum

$\frac{\text{teljari}}{\text{nefnari}}$

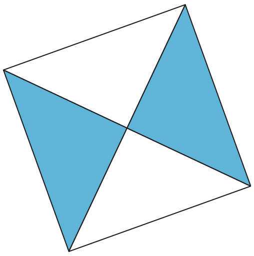
Oft kemur sér vel að gefa tölu upp sem almennt brot. Ástæðan er sú að þegar við notum almenn brot verður svarið alltaf alveg nákvæmt. Ef við hins vegar skrifum tölu sem til dæmis tugabrot er ekki víst að gildi hennar verði alveg nákvæmt. Almennt brot er myndað af teljara, brotastriki og nefnara.

Nefnarinn í almennu broti sýnir í hve marga jafn stóra hluta heilum er skipt. Teljarinn í almenna brotinu telur um hve marga slíka hluta er að ræða.

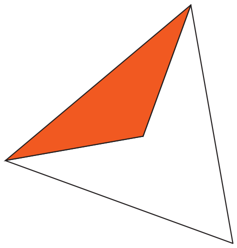
3.1 Ræddu við bekkjarfélaga þinn um hvenær almenn brot eru notuð í daglegu lífi.

3.2 Hve stór hluti af myndunum er litaður?

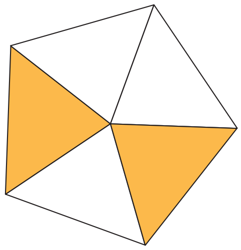
a



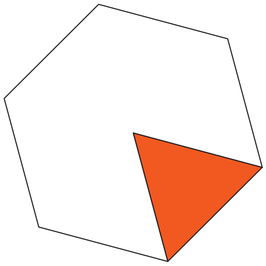
c



b



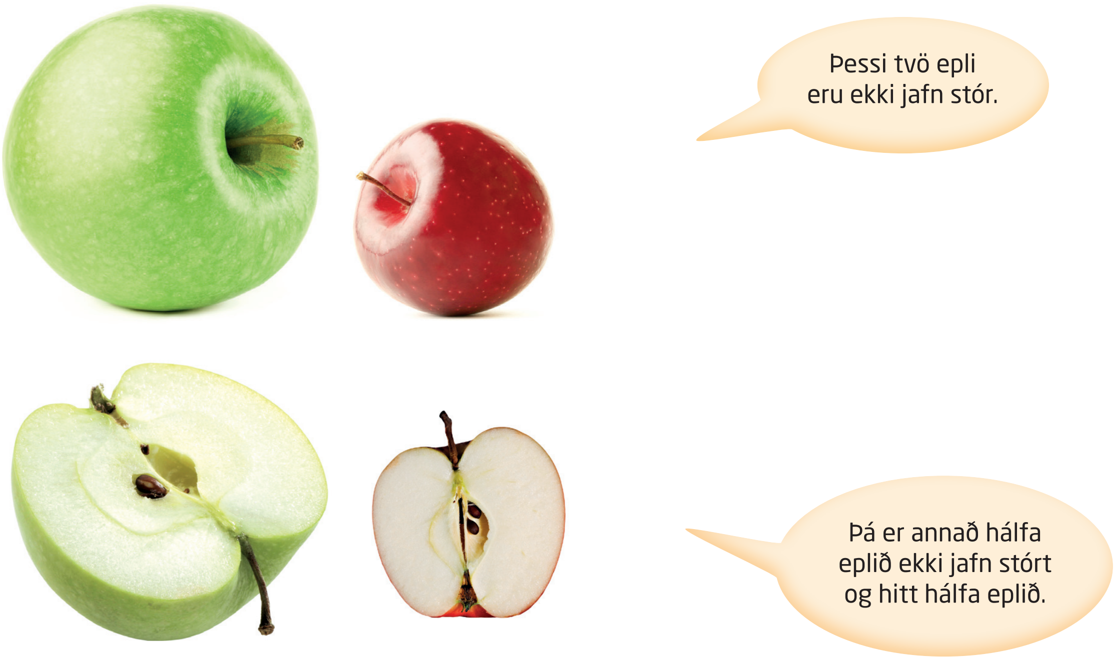
d



Eiginleg brot

Þegar við ætlum að lýsa stærðum sem eru minni en 1 notum við almenn brot. Brot af einhverju er minna en einn heill, minna en allir eða allt. Brotið segir til um hluta af einum heilum. Þegar almennt brot er notað er hlutinn háður því hver heildin er, hvað allir eða allt felur í sér. Við getum rætt um helminginn af nemendum í bekkjardeild, helming af pitsu eða hálft epli. Þá mun fjöldi nemendanna, pitsabitinn og eplahlutinn vera háður stærð bekkjardeildarinnar, pitsunnar eða eplisins.

Eiginlegt brot hefur gildi milli 0 og 1 og nefnarinn er alltaf stærri en teljarinn.



3.3 Jenný á 2000 kr. Hún gefur $\frac{1}{4}$ af peningunum í söfnun fyrir flóttafólk. Karólína á 5000 kr. Hún gefur $\frac{1}{5}$ af peningunum sínum til Mæðrastyrksnefndar.

a Hvor stelpnanna gefur stærri hluta af peningunum sínum til hjálparstarfs?

b Hvor stelpnanna gefur hærri upphæð til hjálparstarfs?

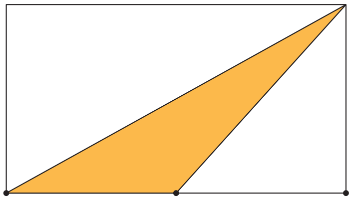
3.4 Hve stór hluti af myndinni er litaður?

a

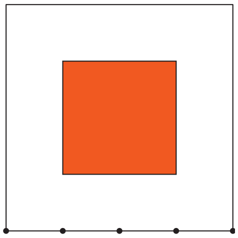
b

3.5 Hve stór hluti af flatarmáli myndanna er litaður?

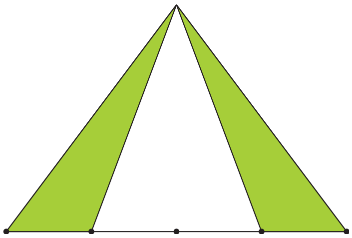
a



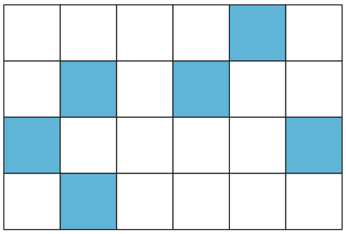
c



b



d



Einingarbrot
Almennt brot þar
sem teljarinn er 1.

3.6 Berðu saman gildi *einingarbrotanna*.

a Teiknaðu mynd sem sýnir hvert almennu brotanna $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{10}, \frac{1}{5}$ og $\frac{1}{6}$ er minnst og hvert þeirra er stærst.

b Skrifaðu almennu brotin í a-lið í stækkandi röð, byrjaðu á minnsta brotinu.

c Skrifaðu setninguna í rammanum hér á eftir upp og skrifaðu „minni“ eða „stærri“ á auða strikið.

> Gildi einingarbrots er því minna sem nefnarinn er ? .

d Hvort brotið er stærra? Veldu rétt merki: < eða >.

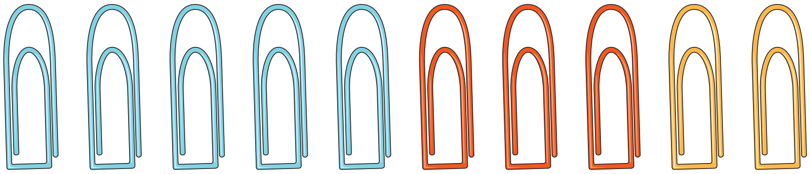
- $\frac{1}{8}$ ☐ $\frac{1}{5}$
- $\frac{1}{13}$ ☐ $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{6}$

3.7 Hvað sýna þessi brot af klukkustund margar mínútur?

a $\frac{1}{4}$ klst. **c** $\frac{1}{6}$ klst. **e** $\frac{1}{12}$ klst.

b $\frac{1}{3}$ klst. **d** $\frac{1}{5}$ klst. **f** $\frac{1}{15}$ klst.

Bréfaklemmurnar tíu hér á eftir eru heilt safn af bréfaklemmum. Hver bréfaklemma er $\frac{1}{10}$ af öllum bréfaklemmunum. Rauðu klemmurnar eru $\frac{3}{10}$ af þeim öllum.



Sýnidæmi 1

Finndu hve stór hluti af bréfaklemmunum hér á undan er

a blár **b** gulur

Tillaga að lausn

a Bláu bréfaklemmurnar eru fimm.

$\frac{5}{10}$ af bréfaklemmunum eru bláir.

Úr því að 10 er tvisvar sinnum 5 má einnig segja að bláu bréfaklemmurnar séu $\frac{1}{2}$ af öllum bréfaklemmunum.

b Tvær bréfaklemmur eru gular.

$\frac{2}{10}$ af bréfaklemmunum eru gulir.

Úr því 10 er fimm sinnum meira en 2 má einnig segja að gulu bréfaklemmurnar séu $\frac{1}{5}$ af öllum bréfaklemmunum.

3.8 Í venjulegum spilastokki eru 52 spil sem skipt er í fjórar mismunandi „sortir“: tígul, spaða, hjarta og lauf. Í hverri sort eru spil með tölunum frá 2 til 10, ás og mannspilin gosi, drottning og kóngur.

a Hve stór hluti af spilunum er lauf?

b Hve stór hluti af spilunum hefur gildið 9?

c Hve stór hluti af spilunum er mannspil og ásar?

d Hve stór hluti af spilunum er slétt tala? Gildi gosa er 11, drottningar 12, kóngs 13 og ásinn gildir 14.

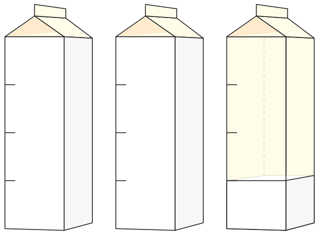
e Hve stór hluti af spilunum hefur gildi frumtölu? Gildi gosa er 11, drottningar 12, kóngs 13 og ásinn gildir 14.

Blandnar tölur og óeiginleg brot

Stundum þurfum við á að halda tölum sem eru milli tveggja heilla talna. Ef við eigum eitthvað sem er stærra en 1 en minna en 2 þurfum við oft að nota óeiginleg brot eða blandna tölu til að útskýra hvað við eigum.

Sýnidæmi 2

Hve mikil mjólk er eftir þegar hver ferna tekur 1 *l*?



Tillaga að lausn

1 Tvær fernur eru fullar. Í hvorri þeirra er 1 *l*. Í fernunni, sem búið er að taka úr, er eftir $\frac{1}{4}$ *l*. Við skrifum dæmið svona:

$$1 + 1 + \frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} = \underline{2\frac{1}{4}}$$

Það eru $2\frac{1}{4}$ *l* af mjólk eftir.

$2\frac{1}{4}$ *l* er styttri aðferð við að skrifa $2\,l + \frac{1}{4}\,l$.

2 Úr því að $1 = \frac{4}{4}$, og $2 = 2 \cdot \frac{4}{4} = \frac{8}{4}$ getum við skrifað þetta svona:

$$2 + \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{8 + 1}{4} = \underline{\frac{9}{4}}$$

Það eru $\frac{9}{4}$ *l* af mjólk eftir.

3.9 Nokkrir vinir pöntuðu fjórar jafn stórar pitsur. Öllum pitsunum var skipt í 8 jafn stórar sneiðar. Þegar vinirnir voru orðnir saddir voru eftir tvær sneiðar af einni pitsunni og ein sneið af annarri pitsu. Allar hinar sneiðarnar höfðu vinirnir hámað í sig.

Hve mikið af pitsu höfðu vinirnir borðað?

Tölur sem eru stærri en 1 og sem eru ekki heilar tölur má skrifa sem almenn brot á tvo vegu:

1 *Óeiginlegt brot* – almennt brot þar sem teljarinn er stærri en nefnarinn, til dæmis $\frac{9}{4}$.

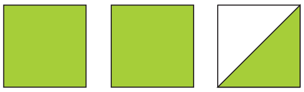
2 *Blandin tala* – blanda af heilli tölu og broti sem er minna en 1, til dæmis $2\frac{1}{4}$.

Óeiginlegt brot er stærra en 1 og teljarinn er alltaf stærri en nefnarinn.

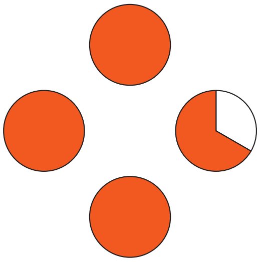
Blandin tala felur í sér heila tölu og eiginlegt brot. Skrifa má óeiginlegt brot sem blandna tölu.

3.10 Hve stór hluti er litaður? Skráðu svarið bæði sem óeiginlegt brot og sem blandna tölu.

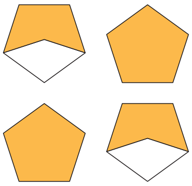
a



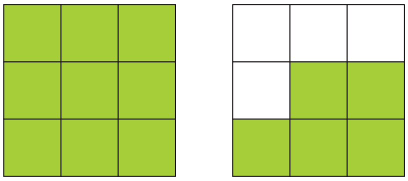
b



c



d



Sýnidæmi 3

Breyttu $3\frac{2}{5}$ í óeiginlegt brot.

Tillaga að lausn

Þú getur breytt blandinni tölu í óeiginlegt brot með því að reikna þannig:

$$\frac{\text{heiltala} \cdot \text{nefnari} + \text{teljari}}{\text{nefnari}}$$

$$3\frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{15 + 2}{5} = \underline{\underline{\frac{17}{5}}}$$

Það eru $\frac{5}{5}$ í hverjum heilum. Þess vegna eru þrír heilir $3 \cdot \frac{5}{5} = \frac{3 \cdot 5}{5} = \frac{15}{5}$

3.11 Breyttu í óeiginlegt brot.

a $3\frac{3}{4}$ **b** $1\frac{2}{5}$ **c** $2\frac{1}{3}$ **d** $4\frac{1}{2}$

Sýnidæmi 4

Breyttu $\frac{13}{4}$ í blandna tölu.

Tillaga að lausn

Þegar breyta á óeiginlegu broti í blandna tölu deilum við nefnaranum í teljarann til að finna út hve margir heilir eru í tölunni.

Brotastrik er
það sama og
deilingarmerki.

$$\begin{array}{l} 13 : 4 = 3 \\ \underline{12} \\ \ \ 1 \end{array}$$

13 : 4 er því 3 heilir og 1 er afgangs. Í afganginn þarf líka að deila með 4. Þá verður dæmið svona:

$$\frac{13}{4} = 3 + \frac{1}{4} = \underline{\underline{3\frac{1}{4}}}$$

3.12 **a** Breyttu $3\frac{2}{7}$ í óeiginlegt brot.

b Breyttu $\frac{14}{3}$ í blandna tölu.

c Breyttu í óeiginleg brot.

• $1\frac{1}{2}$ • $4\frac{1}{4}$ • $3\frac{2}{3}$

d Breyttu í blandna tölu.

• $\frac{9}{5}$ • $\frac{7}{3}$ • $\frac{25}{3}$

e Breyttu í óeiginlegt brot.

• $4\frac{3}{7}$ • $2\frac{1}{5}$ • $3\frac{4}{9}$ • $1\frac{5}{12}$ • $6\frac{2}{3}$

f Breyttu í blandna tölu.

• $\frac{8}{7}$ • $\frac{11}{3}$ • $\frac{15}{4}$ • $\frac{60}{7}$ • $\frac{15}{2}$

g Breyttu blöndnu tölunum í óeiginleg brot og óeiginlegu brotunum í blandnar tölur.

• $\frac{16}{5}$ • $5\frac{4}{7}$ • $8\frac{9}{11}$ • $\frac{37}{8}$ • $\frac{35}{7}$ • $7\frac{4}{13}$ • $\frac{16}{3}$ • $\frac{28}{5}$

h Hvaða brot er minnst og hvaða brot er stærst í g-lið?

3.13 Tveir og tveir nemendur eiga að vinna saman að þessu verkefni. Segið til um hvort fullyrðingarnar eru sannar eða ósannar. Nemendur útskýra hvor fyrir öðrum hvernig þeir hugsa.

- **a** Ef teljari og nefnari í almennu broti eru eins þá er gildi brotsins jafnt og 1.
- **b** Það eru átta áttundu hlutar í einum heilum.
- **c** Sjö sjöttu hlutar er minna en einn heill.
- **d** Ef tvö brot hafa sama nefnara þá er það brot stærra sem hefur stærri teljara.
- **e** Ef tvö brot hafa sama teljara þá er það brotið stærra sem hefur stærri nefnara.
- **f** Sex þriðju hlutar er stærra en tveir heilir.
- **g** Tólf áttundu hlutar er jafnt og einn og hálfur.
- **h** Níu fimmtu hlutar er stærra en tveir heilir.

3.14 Veldu rétt merki: <, > eða =

a $\frac{9}{7}$ ☐ $1\frac{1}{7}$

b $2\frac{3}{8}$ ☐ $\frac{20}{8}$

c $\frac{101}{20}$ ☐ $5\frac{1}{20}$

d $4\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{14}{3}$

e $\frac{24}{5}$ ☐ $4\frac{4}{5}$

f $\frac{45}{6}$ ☐ $7\frac{5}{6}$

3.15 Una og afi búa til berjasaft. Þau nota flöskur sem rúma $\frac{1}{4}$ *l*.

Una fyllir 15 flöskur með saftinni sem hún býr til.

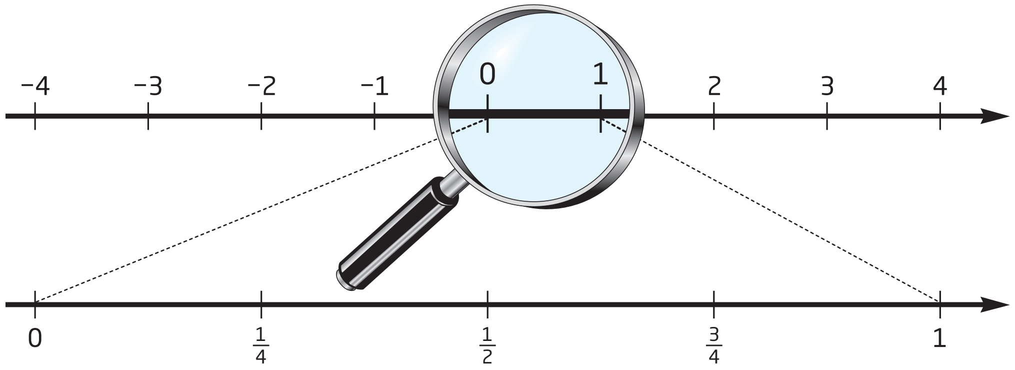
Afi býr til $3\frac{1}{4}$ *l* af saft. Hvort þeirra bjó til meiri saft?

3.16 Felix bakar þrjár alveg eins marsipankökur. Hann skiptir hverri köku í 24 jafn stórar sneiðar. Af fyrstu kökunni voru borðaðar 18 sneiðar, af annarri kökunni 8 sneiðar og af þeirri þriðju 6 sneiðar.

- **a** Teiknaðu kökurnar þrjár og skiptu hverri þeirra í 24 jafn stórar sneiðar. Krossaðu yfir sneiðarnar sem voru borðaðar.
- **b** Hver kökusneið er $\frac{1}{24}$ af heilli köku.
  Hve margir tuttugustu og fjórðu hlutar eru eftir af kökunum þremur? Hvers konar brot er það?
- **c** Hugsaðu þér að þú raðaðir saman sneiðunum í heilar kökur. Hve margar kökur eru þá eftir? Skrifaðu sem blandna tölu.

Almenn brot á talnalínu

Á talnalínunni eru óendanlega margar tölur, sem eru stærri en núll, og óendanlega margar tölur sem eru minni en núll. Milli tveggja heilla talna, sem koma hvor á eftir annarri, eru óendanlega mörg brot. Öll brot eiga sinn stað á talnalínunni sem samsvarar gildi brotsins. Ekki skiptir máli hve oft talnalínan er stækkuð – alltaf koma nýjar tölur í ljós.



Sýnidæmi 5

Merktu brotið $\frac{2}{5}$ á talnalínuna.

Tillaga að lausn

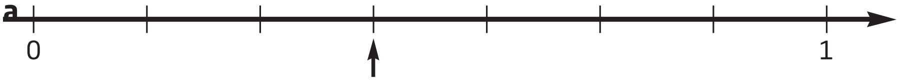
Hugsaðu þér að strikið milli 0 og 1 tákni einn heilan. Nefnarinn í brotinu segir til um í hve marga jafn stóra hluta þú átt að skipta strikinu.

Strikinu frá 0 til 1
er skipt í fimm
jafn stóra hluta.

$\frac{2}{5}$ finnst með því að telja tvo hluta til hægri frá upphafspunktinum 0 á talnalínunni.

3.17 Á hvaða brot bendir örin?

a



b

3.18 Hvaða nemandi hefur rétt fyrir sér?

3.19 Teiknaðu talnalínu. Láttu strikið frá 0 til 1 vera 12 cm.

a Merktu brotin $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ og $\frac{5}{12}$ á rétta staði á talnalínunni.

b Hvaða brot í a-lið er stærst?

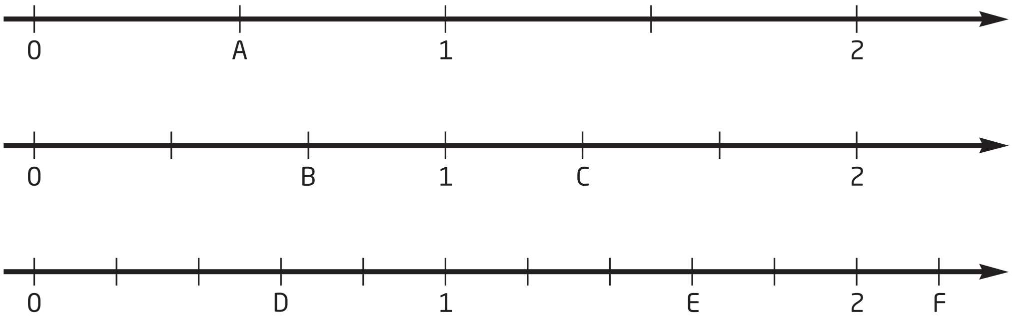
c Hvaða brot í a-lið er minnst?

● **d** Merktu $\frac{5}{6}$ á talnalínuna.

● **e** Merktu $\frac{4}{6}$ á talnalínuna.
Eru fleiri brot á sama stað og $\frac{4}{6}$?

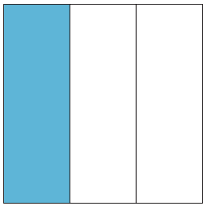
● **f** Finndu brot milli $\frac{1}{2}$ og $\frac{2}{3}$.

3.20 Hvaða almennu brot eiga að vera þar sem punktarnir A, B, C, D, E og F eru á talnalínunni?

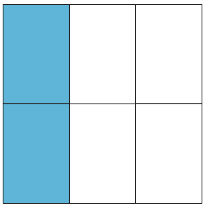


Jafngild brot

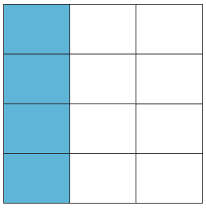
Almenn brot geta litið út á mismunandi hátt þótt þau hafi sama gildi.



$\frac{1}{3}$



$\frac{2}{6}$



$\frac{4}{12}$

Teljarar og nefnarar brotanna þriggja eru mismunandi en þau sýna jafn stóran hluta af ferningnum. Myndirnar sýna að $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$. Brotin hafa sama gildi og eru á sama stað á talnalínunni.

> **Jafngild brot**
> Almenn brot með sama gildi og eru á sama stað á talnalínunni kallast jafngild brot.

3.21 **a** Teiknaðu talnalínu. Láttu strikið frá 0 til 1 vera 12 cm.

b Raðaðu almennu brotunum á rétta staði á talnalínunni.

- $\frac{4}{6}$
- $\frac{3}{12}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{8}{12}$
- $\frac{2}{6}$
- $\frac{3}{4}$

c Hvaða brot í b-lið eru jafngild?

3.22 Veldu rétt merki: <, > eða =

a $\frac{5}{9}$ ☐ $\frac{5}{7}$

b $2\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{7}{3}$

c $\frac{5}{4}$ ☐ $\frac{15}{13}$

d $\frac{10}{14}$ ☐ $\frac{5}{7}$

e $\frac{18}{5}$ ☐ $3\frac{2}{5}$

f $\frac{3}{12}$ ☐ $\frac{1}{3}$

g $\frac{3}{12}$ ☐ $\frac{1}{4}$

h $8\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{15}{2}$

i $\frac{3}{20}$ ☐ $\frac{1}{7}$

Hvor á stærra brotið?

Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Þið þurfið

- spilastokk án mannspilanna (ásinn hefur gildið 1)

Aðferð

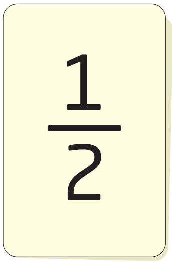
1 Leikmenn stokka spilin og skipta þeim jafnt á milli sín. Báðir leikmenn leggja spilin sín á hvolf í bunka á borðið.

2 Báðir leikmenn snúa við efsta spilinu í bunkanum. Þetta spil ákveður teljarann í almennu broti. Síðan snúa leikmenn næsta spili við. Það spil segir til um nefnarann.

3 Leikmenn bera saman brotin. Sá leikmaður, sem er með stærra brotið, fær spilin fjögur og leggur þau til hliðar. Ef brotin eru jafngild eru spilin fjögur sett í bið. Leikmaðurinn, sem vinnur næstu umferð, fær þau líka.

4 Spilinu er lokið þegar bunkarnir eru uppurnir. Sá vinnur sem á fleiri spil.

Brotastríð



Spilið er fyrir tvo leikmenn.

Þið þurfið

- tóman eldspýtnastokk
- brotaspjöld

Aðferð

1 Leikmenn stokka spjöldin og skipta þeim jafnt á milli sín.

2 Leikmenn leggja spjöldin sín á hvolf í bunka á borðið.

3 Báðir leikmenn snúa samtímis við efsta spjaldinu í bunkanum. Ef brotin eru eins eða jafngild verður „stríð“ um eldspýtnastokkinn. Sá sem er á undan að ná í stokkinn leggur öll spjöldin sín, sem búið er að snúa við, ofan á spjöld andstæðingsins sem einnig hefur verið snúið við.

4 Sá vinnur sem er á undan að losna við öll spjöldin sín.

Afbrigði

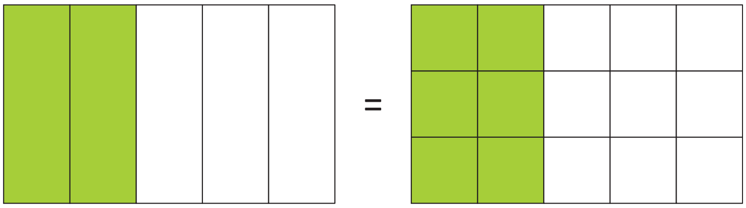
Fyrir fjóra. Einn leikmaður í einu snýr við efsta spjaldinu í bunkanum sínum. Ef brotið á spjaldi leikmanns er eins eða jafngilt broti á spjaldi annars leikmanns verður „stríð“ um eldspýtnastokkinn. Sá sem hreppir stokkinn leggur spjöldin sín, sem hann hefur þegar snúið við, ofan á spjöld hins leikmannsins sem einnig hefur verið snúið við. Þannig er haldið áfram þar til einn leikmaðurinn er laus við öll spjöldin sín. Hann er sigurvegarinn.

Að stytta og lengja brot

Við getum breytt almennu broti í annað jafngilt brot með því að margfalda teljara og nefnara með sömu tölu. Það kallast að lengja brot.

Ef við lengjum brotið $\frac{2}{5}$ með 3 verður það jafngilt brotinu $\frac{6}{15}$ vegna þess að $\frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$

Brotið $\frac{2}{5}$ er lengt með 3.



$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot \underline{\underline{3}}} = \frac{6}{15}$$

3.23 Veldu rétt merki og skrifaðu með hvaða tölu brotin hafa verið lengd.

a $\frac{3}{5} = \frac{9}{\square}$

b $\frac{2}{7} = \frac{\square}{28}$

c $\frac{4}{3} = \frac{\square}{45}$

d $\frac{2}{7} = \frac{\square}{56}$

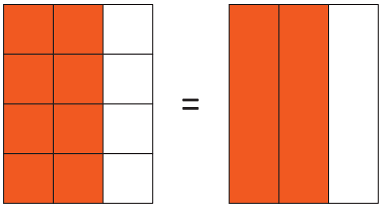
e $\frac{5}{6} = \frac{\square}{18}$

f $\frac{3}{8} = \frac{\square}{64}$

Sameiginlegur þáttur tveggja talna er tala sem gengur upp í báðum tölunum.

Þegar teljari og nefnari brots hefur *sameiginlegan þátt* er hægt að stytta brotið með því að deila í teljara og nefnara með *sameiginlega þættinum*.

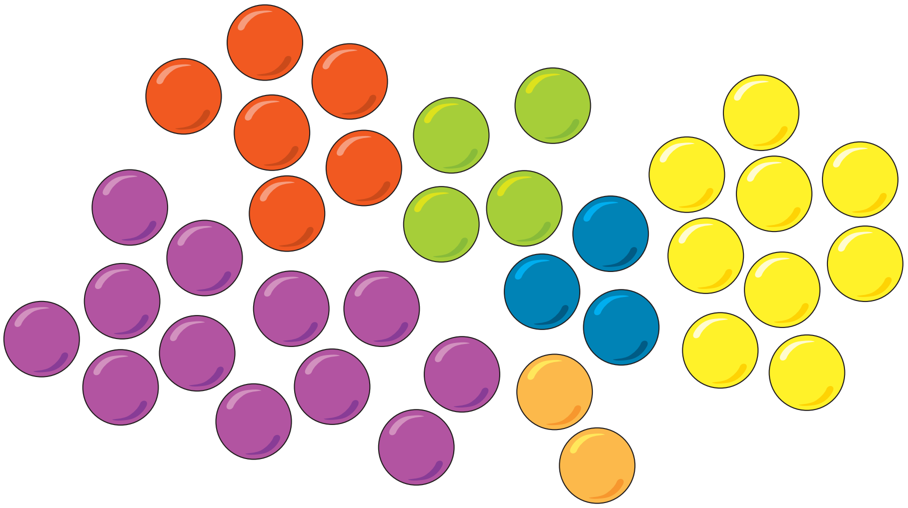
Í brotinu $\frac{8}{12}$ er talan 4 sameiginlegur þáttur í 8 og 12. Þá getum við stytt brotið með 4 þannig:



Hér er stytting með 4 sýnd með því að láréttu línurnar í myndinni eru fjarlægðar.

$$\frac{8}{12} = \frac{8 : 4}{12 : 4} = \frac{2}{\underline{\underline{3}}}$$

3.24 Myndin hér fyrir neðan sýnir kúlur í mismunandi litum. Þú átt að finna hve stór hluti kúlnanna er í hverjum lit og stytta brotin eins mikið og hægt er.



Við *fullstyttum* brot þegar við styttum það eins mikið og hægt er.

3.25 Styttu brotin eins mikið og hægt er.

a $\frac{9}{15}$

b $\frac{12}{16}$

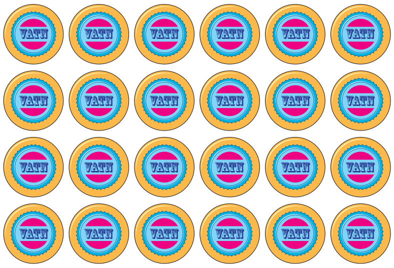
c $\frac{20}{36}$

d $\frac{17}{34}$

e $\frac{15}{27}$

f $\frac{18}{12}$

3.26 Í kassa með vatnsflöskum eru 24 flöskur. Kassinn er notaður sem „jóladagatal“. Á hverjum degi í desember er drukkin ein vatnsflaska. Reiknaðu út hve stór hluti af flöskunum hefur verið drukkinn eftir



a 1 dag

b 6 daga

c 8 daga

d 14 daga

e 18 daga

f 20 daga

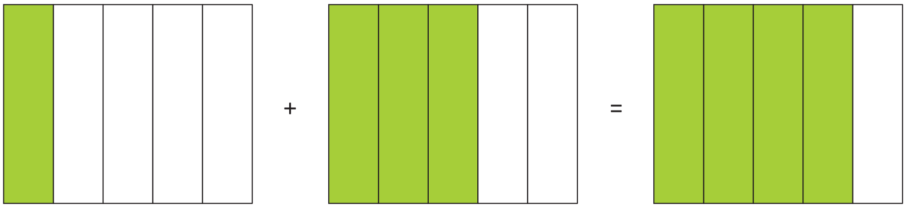
Fullstyttu brotin.

3.27 Í norrænum skólabúðum eru 340 ungmenni. Frá þeim koma 120 frá Svíþjóð, 90 frá Danmörku, 40 frá Finnlandi, 30 frá Íslandi og afgangurinn frá Noregi. Hve stór hluti af ungmennunum koma frá hverju landi? Fullstyttu brotin.

Summa og mismunur almennra brota

Samnefnd brot eru brot sem hafa sama nefnara. Brot með mismunandi nefnara eru ósamnefnd.

Brotin $\frac{1}{5}$ og $\frac{3}{5}$ hafa sama nefnara. Bæði brotin tákna fimmtu hluta. Myndin hér fyrir neðan sýnir að þegar leggja skal saman almenn brot með sama nefnara eru teljararnir lagðir saman en nefnarinn helst óbreyttur.



$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

Þú skalt alltaf stytta svarið eins mikið og hægt er, þ.e. fullstytta brotið.

Á sama hátt er hægt að draga almennt brot frá öðru samnefndu broti.

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{4:4}{8:4} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

3.28 Reiknaðu dæmin og fullstyttu svörin.

a $\frac{3}{10} + \frac{4}{10}$

b $\frac{2}{9} + \frac{4}{9}$

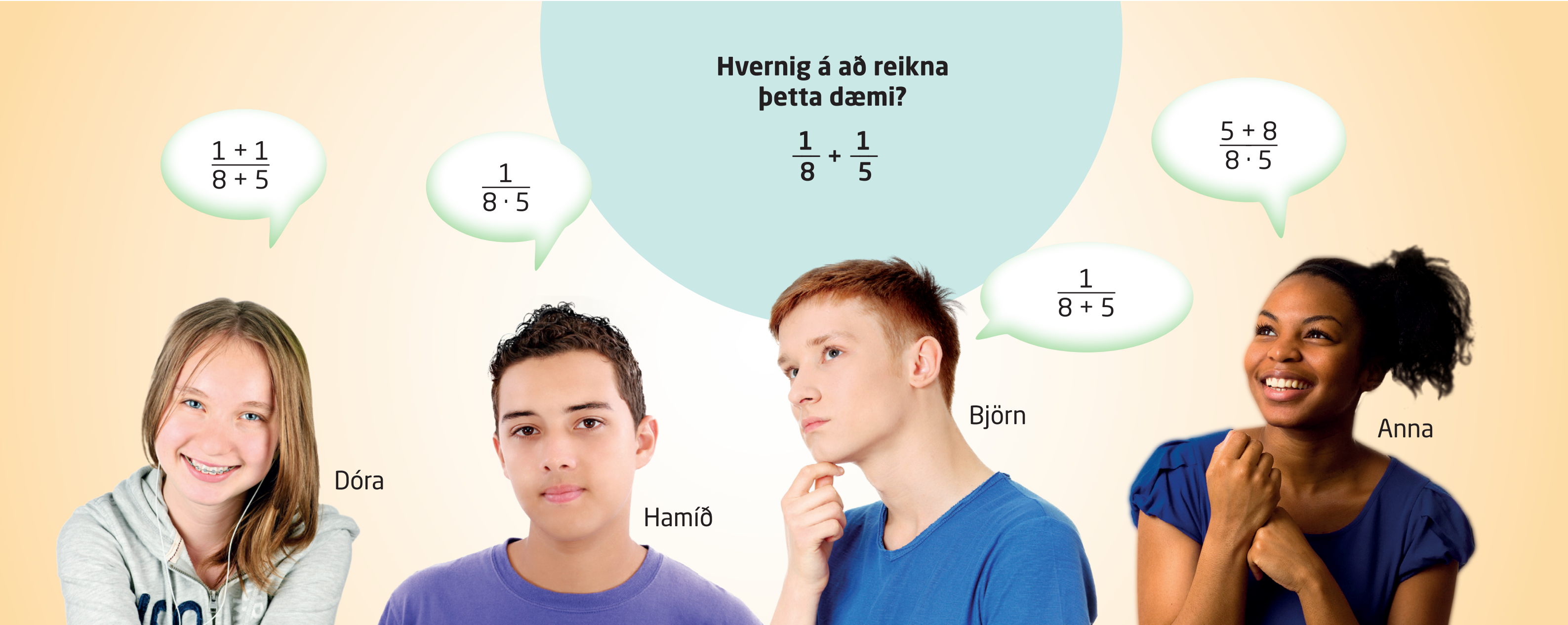
c $\frac{3}{7} + \frac{4}{7}$

d $\frac{9}{5} - \frac{4}{5}$

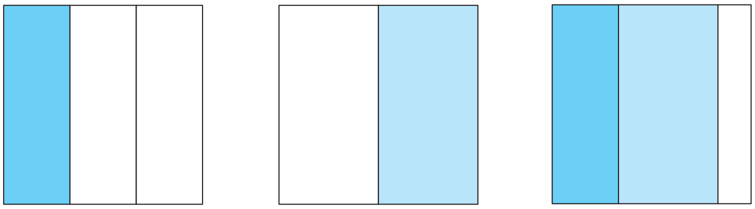
e $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$

f $\frac{3}{10} + \frac{1}{10} + \frac{5}{10}$

3.29 Hver krakkanna nota rétta aðferð?

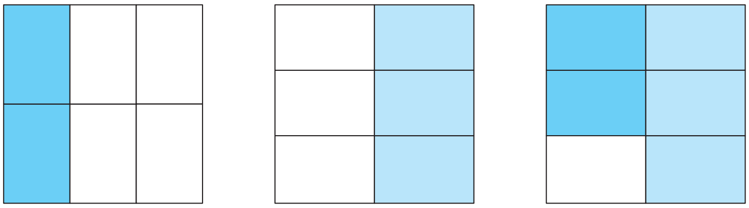


Ef brotin, sem leggja á saman, eru ekki samnefnt, er ekki hægt að leggja þau saman óbreytt.



$$\frac{1}{3} \qquad + \qquad \frac{1}{2} \qquad = \qquad \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$

Myndin fyrir ofan sýnir að $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ er minna en 1. En hvaða brot kemur út? Við þurfum að lengja brotin þannig að þau verði samnefnd. Þá fyrst er hægt að leggja þau saman.



$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6} \qquad \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6} \qquad \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

Sýnidæmi 6

Reiknaðu dæmið $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$.

Tillaga að lausn

Minnsti nefnarinn, sem hægt er að lengja bæði brotin í þannig að þau verði samnefnd, er 6. Þú þarft að lengja $\frac{1}{3}$ með 2 og $\frac{1}{2}$ með 3:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{2+3}{6} = \underline{\underline{\frac{5}{6}}}$$

Þegar þú lengir brotin þannig að þau verði samnefnd finnur þú samnefnara.

3.30 Finndu samnefnarann og reiknaðu dæmin.

a $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

b $\frac{5}{18} + \frac{1}{6}$

c $\frac{1}{4} + \frac{2}{5}$

d $\frac{5}{9} - \frac{1}{3}$

e $\frac{2}{3} - \frac{1}{5}$

f $\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$

Minnsta sameiginlega margfeldi er minnsta talan sem tvær eða fleiri tölur ganga upp í.

Þegar við eigum að finna samnefnara fyrir tvö eða fleiri almenn brot þarf að finna tölu sem allir nefnararnir ganga upp í. Minnsta talan, sem hægt er að nota, kallast *minnsta sameiginlega margfeldi* fyrir nefnarana. Við getum fundið minnsta sameiginlega margfeldið með því að frumþátta nefnarana.

Sýnidæmi 7

Finndu minnsta sameiginlega margfeldið fyrir 12 og 18.

Tillögur að lausn

Fyrst þarf að frumþátta tölurnar, þannig:

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$
$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$$

Talan 2 hlýtur að vera með sem þáttur tvisvar og 3 verður að vera með sem þáttur tvisvar. Minnsta sameiginlega margfeldið er:

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{\underline{36}}$$

Athugaðu svarið með því að ganga úr skugga um að bæði 12 og 18 gangi upp í 36.

3.31 Frumþáttaðu og finndu minnsta sameiginlega margfeldið.

- **a** 8 og 12
- **b** 6 og 15
- **c** 6 og 9
- **d** 20 og 30
- **e** 16 og 24
- **f** 12 og 18
- **g** 12, 15 og 20
- **h** 8, 12 og 15
- **i** 6, 18 og 21

3.32 Finndu samnefnarann, lengdu brotin og reiknaðu þau. Styttu svörin ef það er hægt.

- **a** $\frac{3}{8} + \frac{5}{12}$
- **b** $\frac{4}{15} - \frac{1}{6}$
- **c** $\frac{1}{6} + \frac{5}{9}$
- **d** $\frac{7}{20} + \frac{7}{30}$
- **e** $\frac{9}{16} - \frac{5}{24}$
- **f** $\frac{7}{12} + \frac{5}{18}$
- **g** $\frac{1}{12} + \frac{1}{15} - \frac{1}{20}$
- **h** $\frac{3}{8} + \frac{5}{12} - \frac{1}{15}$
- **i** $\frac{1}{6} + \frac{11}{18} + \frac{4}{21}$

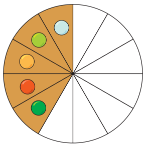
Þegar bera á saman stærð ósamnefndra almennra brota finnum við samnefnarann og lengjum brotin. Þegar brotin eru orðin samnefnd er auðvelt að sjá hvort brotið er stærra. Það er brotið með stærri teljara.

Sýnidæmi 8

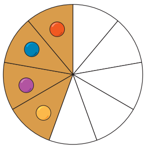
Jón og Kristín kaupa alveg eins tertur.

Jón borðar $\frac{7}{12}$ af sinni tertu. Kristín borðar $\frac{5}{9}$ af sinni tertu.

Hvort þeirra, Jón eða Kristín, borðar meira af tertunni?



Kaka Jóns



Kaka Kristínar

Tillaga að lausn

Auðveldast er að sjá hvort brotið er stærra ef brotin eru samnefnd. Þú finnur samnefnarann með því að frumþátta nefnarana.

$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$

$9 = 3 \cdot 3$

Samnefnarinn er $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$.

$$\frac{7}{12} = \frac{7 \cdot \mathbf{3}}{12 \cdot \mathbf{3}} = \frac{21}{36}$$

36 : 12 = 3, þannig að lengja þarf $\frac{7}{12}$ með 3.

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot \mathbf{4}}{9 \cdot \mathbf{4}} = \frac{20}{36}$$

36 : 9 = 4, þannig að lengja þarf $\frac{5}{9}$ með 4.

$$\frac{21}{36} > \frac{20}{36}$$

Jón borðaði meira af tertunni.

3.33 Finndu samnefnarann, lengdu brotin og veldu rétt merki: <, > eða =

a $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{4}{5}$

b $\frac{3}{8}$ ☐ $\frac{4}{11}$

c $\frac{7}{6}$ ☐ $\frac{17}{16}$

d $\frac{5}{3}$ ☐ $\frac{15}{9}$

e $\frac{5}{9}$ ☐ $\frac{7}{12}$

f $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{4}{5}$

3.34 Reiknaðu.

a $\frac{5}{12} + \frac{1}{4}$

b $\frac{7}{18} + \frac{5}{6}$

c $\frac{5}{4} - \frac{2}{5}$

d $\frac{5}{9} - \frac{7}{15}$

e $\frac{2}{3} + \frac{5}{21}$

f $\frac{7}{8} + \frac{5}{6}$

3.35 Í flösku eru $\frac{3}{4}\,l$ af vatni og í könnu eru $\frac{1}{3}\,l$ af vatni.

Hve mikið er vatnið alls?

3.36 Ída, Símon og Anna vinna sér inn ákveðna peningaupphæð. Ída fær $\frac{2}{5}$ af peningunum og Símon fær $\frac{1}{4}$.

Hve stóran hluta af peningunum fær Anna?

3.37 Kristín borgar $\frac{1}{3}$ af laununum sínum í skatt. Helmingurinn af laununum fer í mat og föst útgjöld.

Hve stóran hluta af laununum á Kristín eftir?

3.38 Bakari nokkur á $4\frac{1}{2}$ kg af möndlum. Hann notar $\frac{3}{5}$ kg í kransaköku.

Hve mikið á hann eftir af möndlunum?

3.39 Janus og Agnes mála vegg. Búið er að mála $\frac{1}{3}$ af veggnum. Agnes málar $\frac{1}{3}$ af því sem eftir var ómálað. Janus málar þann hluta sem Agnes málaði ekki.

Hve stóran hluta af öllum veggnum málaði Janus?

Hvaða brot er næst markinu?

Spilið er fyrir 2–3.

Þið þurfið

- tvo teninga
- talnalínu með tölunum 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 og 8.
  Notið reglustiku og gætið þess að jafn langt sé milli talnanna.

Aðferð

1. Leikmaður dregur greinilegt strik við tölu milli 1 og 7 á talnalínunni. Þetta strik er keppimark umferðarinnar.
2. Leikmenn kasta teningunum tveimur til skiptis, athuga í töflunni hér á eftir hvaða brot teningarnir tákna og skrifa þau niður. Leikmaður sem til dæmis fær 1 og 3 á teningunum getur valið milli talnanna $\frac{4}{5}$ og $\frac{2}{3}$.
3. Leikmenn kasta teningunum til skiptis einu sinni enn, finna brotin í töflunni og skrifa þau niður.
4. Hver leikmaður finnur um það bil hver summa talna hans er. Sá sem er með summu, sem er næst keppimarki umferðarinnar, fær 1 stig. Ef tveir leikmenn eru jafnir verða þeir að leggja brot sín saman af nákvæmni til að ganga úr skugga um hvor var nær markinu.
5. Sá vinnur sem er fyrstur að fá 5 stig. Leikmenn skiptast á um að velja keppimark umferðarinnar.

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$3\frac{2}{3}$	$2\frac{3}{4}$
⚁	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{3}$	$2\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{2}$	$\frac{9}{3}$	$1\frac{1}{3}$
⚂	$\frac{4}{5}$	$1\frac{4}{4}$	$3\frac{2}{5}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{9}{4}$
⚃	$2\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{3}$	$2\frac{4}{5}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{3}{4}$
⚄	$3\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{2}$	$3\frac{1}{4}$	$1\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{2}$
⚅	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{3}$	$1\frac{1}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$

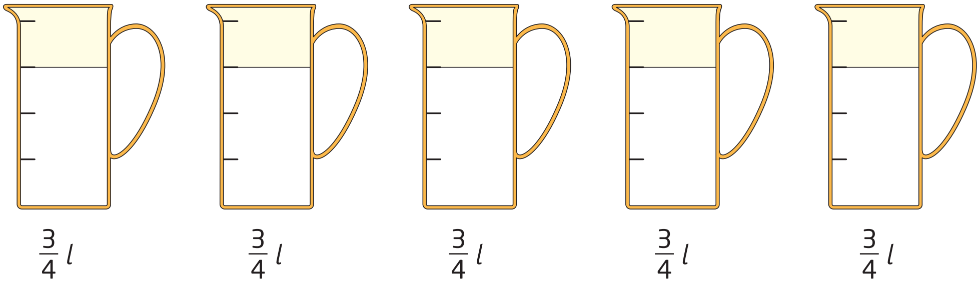
Margföldun með almennum brotum

Til að skilja hvernig margfalda á með almennum brotum skulum við nú skoða ýmsar aðstæður þar sem þarf að margfalda almenn brot.

Sýnidæmi 9

Vöffludeig á að innihalda $\frac{3}{4}$ *l* af mjólk. Jónas býr til fimm sinnum meira deig en uppskriftin segir til um.

Hve mikla mjólk þarf Jónas?



Tillaga að lausn

1 $$\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{3+3+3+3+3}{4}=\frac{15}{4}=\underline{3\frac{3}{4}}$$

Jónas notar $3\frac{3}{4}$ *l* af mjólk.

2 Í stað þess að leggja saman marga jafn stóra liði notum við margföldun.

$$5\cdot\frac{3}{4}=\frac{5\cdot 3}{4}=\frac{15}{4}=\underline{3\frac{3}{4}}$$

Jónas notar $3\frac{3}{4}$ *l* af mjólk.

$$\text{heil tala}\cdot\text{almennt brot}=\frac{\text{heil tala}\cdot\text{teljari}}{\text{nefnari}}$$

3.40 Reiknaðu dæmin og fullstyttu svörin.

a $4 \cdot \frac{2}{5}$ **b** $\frac{3}{7} \cdot 6$ **c** $3 \cdot \frac{2}{9}$

Breyta má röð talnanna
þegar við margföldum:

$$\text{almennt brot} \cdot \text{heil tala} = \frac{\text{heil tala} \cdot \text{teljari}}{\text{nefnari}}$$

Sýnidæmi 10

Pálína er meðlimur í veðmálshópi sem vinnur 12 500 kr. Hún fær $\frac{2}{5}$ af vinningnum.

Hve mikla peninga fær Pálína?

Tillaga að lausn

1 Þú finnur $\frac{1}{5}$ af vinningnum með því að deila með 5:

$$\frac{25\,000}{5} = 2500$$

$\frac{2}{5}$ er tvöfalt meira en $\frac{1}{5}$. Þú finnur því svarið með því að margfalda 2500 með 2:

$$2 \cdot 2500 = \underline{5000}$$

Pálína fær 5000 kr.

2 Pálína fær $\frac{2}{5}$ af hverri krónu vinningsins. Til að finna hve mikið hún fær af vinningnum má margfalda alla upphæðina með brotinu:

$$12\,500 \cdot \frac{2}{5} = \frac{12\,500 \cdot 2}{5} = \frac{25\,000}{5} = \underline{5000}$$

Pálína fær 5000 kr.

3.41 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{3}{7}$ af 210 **b** $\frac{5}{12}$ af 108 **c** $\frac{3}{8}$ af 136

3.42 Nína vil minnka sykurkringluuppskriftina þannig að hún verði aðeins $\frac{2}{3}$ af upprunalegu uppskriftinni. Hvernig verður uppskriftin þá?

SYKURKRINGLA	
6 egg	$1\frac{1}{2}$ msk. kartöflumjöl
270 g sykur	3 tsk. lyftiduft
150 g hveiti	$4\frac{1}{2}$ msk. kalt vatn

Sýnidæmi 11

Í kryddkökuuppskrift á að vera $1\frac{1}{4}$ tsk. af negul.

Hve mikinn negul þarf þá í þrefalda uppskrift?

Gott er að breyta blandinni tölu í óeiginlegt brot áður en þú margfaldar.

Tillaga að lausn

Til að finna hvað þarf mikinn negul þarf að margfalda $1\frac{1}{4}$, með 3.

Fyrst getur þú breytt $1\frac{1}{4}$ í óeiginlegt brot.

$$1\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{5}{4}$$

Síðan getur þú margfaldað $\frac{5}{4}$ með 3.

$$3 \cdot \frac{5}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4} = \frac{15}{4} = \underline{3\frac{3}{4}}$$

Það þarf $3\frac{3}{4}$ tsk. af negul í þrefalda uppskrift.

3.43 Reiknaðu dæmin.

a $2 \cdot 3\frac{3}{7}$

b $5 \cdot 2\frac{1}{5}$

c $2 \cdot 3\frac{3}{4}$

d $3 \cdot 6\frac{5}{9}$

e $6 \cdot 4\frac{1}{3}$

f $5 \cdot 2\frac{3}{8}$

3.44 Njáll býr til flotbryggju. Hann setur saman þrjár floteiningar.

Hver floteining er $2\frac{3}{4}$ m.

Hvað er flotbryggjan löng?

Við margföldum almenn brot með almennu broti þegar reikna skal ákveðinn hluta af broti.

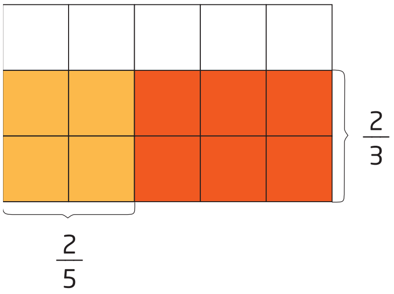
Almennt brot sinnum almennt brot er: $\dfrac{\text{teljari} \cdot \text{teljari}}{\text{nefnari} \cdot \text{nefnari}}$

Sýnidæmi 12

Garðyrkjumaður plantar rósum í $\frac{2}{3}$ af blómabeði. Í $\frac{2}{5}$ af rósabeðinu eru gular rósir.

Í hve stórum hluta af öllu blómabeðinu eru gular rósir?

Tillaga að lausn



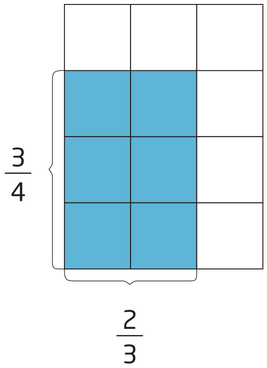
Teljarinn 2 · 2 segir til um fjölda reita í rósabeðinu sem er með gulum rósum. Nefnarinn, 5 · 3, segir til um fjölda reita í öllu blómabeðinu.

Myndin hér fyrir ofan sýnir að

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \underline{\frac{4}{15}}$$

Í $\frac{4}{15}$ af öllu blómabeðinu eru gular rósir.

Áður en við margföldum almennt brot með almennu broti er gott að stytta brotin.



$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \cdot \underset{2}{\cancel{4}}} = \underline{\frac{1}{2}}$$

Helmingurinn, $\frac{1}{2}$, af reitunum í myndinni til vinstri, er blár.

3.45 Reiknaðu dæmin. Styttu brotin, ef það er hægt, áður en þú margfaldar.

a $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5}$	**c** $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}$	**e** $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}$
b $\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4}$	**d** $\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{3}$	**f** $\frac{5}{12} \cdot \frac{4}{7}$

3.46 Sultukrukka, sem rúmar $\frac{3}{4}$ *l* er full að $\frac{2}{3}$ hlutum.

Hve mikil sulta er í krukkunni?

3.47 Múslípakki vegur $\frac{4}{5}$ kg.

Hve mikið vegur pakkinn þegar búið er að borða $\frac{3}{4}$ af innihaldinu? Þú skalt ekki reikna með þyngd umbúðanna.

3.48 María, Marta og Matthildur erfa peningaupphæð sem skipta á jafnt milli þeirra. Síðan skiptir hver þeirra peningunum jafnt milli barna sinna. María á 3 börn, Marta á 4 börn og Matthildur 5 börn.

Hve stóran hluta af arfinum fær hvert barn?

3.49 Í bekkjardeild nokkurri eru $\frac{3}{5}$ af nemendum stelpur. Af þeim er $\frac{1}{4}$ í fimleikum.

- **a** Hve stór hluti af bekkjardeildinni er stelpur í fimleikum?
- **b** Hve margar stelpur eru í fimleikum ef nemendur eru 20 talsins?
- **c** Hve margar stelpur og hve margir strákar eru í bekkjardeildinni?
- **d** Hve margar stelpur eru bæði í fimleikum og leika fótbolta ef $\frac{2}{3}$ af stelpunum spila fótbolta og það eru alls 20 nemendur í bekkjardeildinni?

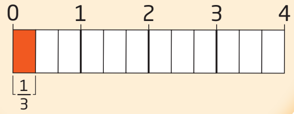
Deiling með almennum brotum

Þegar þú átt að skipta einhverju í minni hluta og finna hve margir hlutarnir verða áttu að deila. Ef hver hluti er minni en einn heill þarftu að deila með almennu broti.

Sýnidæmi 13

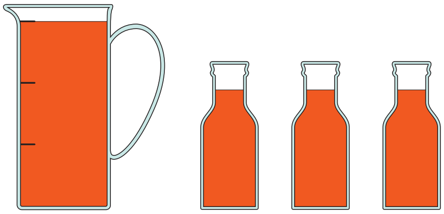
Hanna ætlar að hella 4 *l* af safa í flöskur sem rúma $\frac{1}{3}$ *l* hver. Hve margar flöskur getur hún fyllt með safanum?

Við getum spurt hve oft $\frac{1}{3}$ gengur upp í 4.



Tillaga að lausn

Úr því að $3 \cdot \frac{1}{3} = 1$, þarf 3 flöskur fyrir hvern lítra af safa.



$1\ \text{L} = \frac{1}{3}\ \text{L} + \frac{1}{3}\ \text{L} + \frac{1}{3}\ \text{L}$

Hanna getur fyllt $4 \cdot 3 = 12$ flöskur.

3.50 Rúna klippir 6 m af silkibandi niður í búta sem eru $\frac{1}{4}$ m langir. Hve marga búta fær hún?

Að deila með $\frac{1}{4}$ er það sama og að margfalda með 4.

$6 : \frac{1}{4} = 6 \cdot 4 = 24$

3.51 Reiknaðu dæmin.

a $3 : \frac{1}{4}$

b $2 : \frac{1}{5}$

c $5 : \frac{1}{2}$

d $8 : \frac{1}{5}$

e $10 : \frac{1}{10}$

f $1 : \frac{1}{20}$

g $7 : \frac{1}{3}$

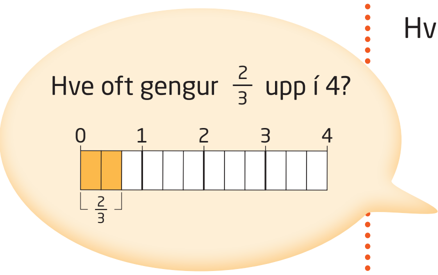
h $12 : \frac{1}{6}$

i $4 : \frac{1}{100}$

Sýnidæmi 14

Eiríkur setur 4 *l* af safa í flöskur sem rúma $\frac{2}{3}$ *l* hver.

Hve margar fullar safaflöskur fær Eiríkur?



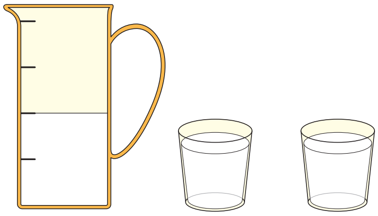
Tillaga að lausn

Til að finna svarið verður deilingardæmið svona: $4 : \frac{2}{3}$. Í sýnidæmi 13 urðu flöskurnar með $\frac{1}{3}$ *l* alls 12 og þá hljóta flöskur, sem taka $\frac{2}{3}$ *l*, að verða helmingi færri úr því að þær rúma tvöfalt meiri safa.

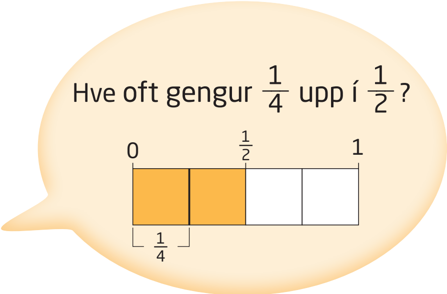
$12 : 2 = \underline{6}$

<u>Eiríkur getur fyllt 6 flöskur með safa.</u>

Sýnidæmi 13 og 14 sýna að það er rökrétt að margfalda með nefnaranum og deila með teljaranum þegar deila á með almennu broti. Sagt er að við margföldum brotið með margföldunarandhverfunni. Dæmi úr hversdagslífinu sýnir að þetta er rétt. Myndin hér á eftir sýnir $\frac{1}{2}$ *l* af mjólk sem hellt er í glös sem rúma $\frac{1}{4}$ *l* hvert. Þá fást tvö full glös af mjólk!



$\frac{1}{2}\,l \quad = \quad \frac{1}{4}\,l \quad + \quad \frac{1}{4}\,l$



$$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{1} = \frac{4}{2} = \underline{\underline{2}}$$

Sýnidæmi 15

Reiknaðu dæmið $\frac{2}{5} : \frac{1}{2}$

Tillaga að lausn

$$\frac{2}{5} : \frac{1}{2} = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 1} = \underline{\underline{\frac{4}{5}}}$$

Sýnidæmi 16

Reiknaðu dæmið $\frac{2}{3} : 2$.

Tillaga að lausn

$$\frac{2}{3} : 2 = \frac{2}{3} : \frac{2}{1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot 1}{3 \cdot \underset{1}{\cancel{2}}} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

Sýnidæmi 17

Reiknaðu dæmið $\frac{5}{2} : \frac{1}{3}$.

Tillaga að lausn

$$\frac{5}{2} : \frac{1}{3} = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{1} = \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 1} = \underline{\underline{\frac{15}{2}}}$$

Heila tölu má alltaf skrifa sem brot þar sem heila talan er teljari en talan 1 nefnari:

$10 = \frac{10}{1}$

3.52 Reiknaðu.

a $\frac{4}{5} : \frac{1}{3}$

b $\frac{3}{7} : \frac{1}{4}$

c $\frac{5}{12} : \frac{5}{6}$

d $\frac{5}{9} : 10$

e $\frac{3}{11} : 6$

f $6 : \frac{1}{6}$

3.53 Reiknaðu dæmin. Styttu, áður en þú margfaldar, ef það er hægt.

a $\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$

b $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$

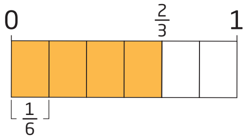
c $\frac{2}{5} : \frac{4}{15}$

d $\frac{9}{16} : \frac{3}{8}$

e $\frac{2}{9} : \frac{6}{27}$

f $\frac{3}{4} : \frac{3}{4}$

3.54 Sylvía tínir $\frac{2}{3}\,l$ af bláberjum sem hún frystir í litlum boxum. Í hvert box fara $\frac{1}{6}\,l$ af berjum. Hve mörg verða boxin?



Sýnidæmi 18

Óðinn hellir $1\frac{1}{2}$ *l* af mjólk í nokkur glös. Í hverju glasi á að vera $\frac{1}{4}$ *l* af mjólk. Hve mörg verða mjólkurglösin?

Tillaga að lausn

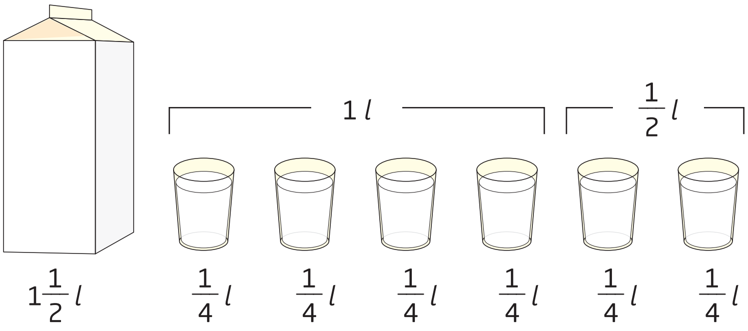
Fyrst þarft þú að breyta $1\frac{1}{2}$ í óeiginlegt brot.

$$1\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{3}{2}$$

Síðan deilir þú í $\frac{3}{2}$ með $\frac{1}{4}$:

$$\frac{3}{2} : \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{1} = \frac{3 \cdot \overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{2}} \cdot 1} = \frac{6}{1} = \underline{6}$$

Það verða 6 mjólkurglös.



3.55 Breyttu blandinni tölu í óeiginlegt brot og reiknaðu síðan. Styttu brotin ef það er hægt.

a $5\frac{1}{2} : 3\frac{2}{3}$

b $7\frac{1}{5} : \frac{6}{15}$

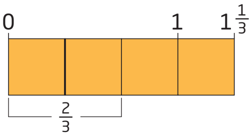
c $8\frac{1}{16} : 7$

3.56 Stefán skiptir 25 *l* af vatni í minni brúsa sem taka $2\frac{1}{2}$ *l*.

Hvað verða brúsarnir margir?

3.57 Óskar skiptir $4\frac{1}{2}$ *l* af safa í glös sem rúma $\frac{1}{5}$ *l* hvert.

Hvað er hægt að fylla mörg glös?



3.58 Jórunn skiptir $1\frac{1}{3}$ l af bláberjasultu í krukkur sem taka $\frac{2}{3}$ l.

Það er jafn mikil sulta í krukkunum.

Hve margar verða sultukrukkurnar?

3.59 Í stórri berjafötu eru $2\frac{3}{4}$ l af bláberjum. Bakari nokkur notar $\frac{1}{5}$ l í hverja köku sem hann bakar.

a Hvað duga bláberin í margar kökur hjá bakaranum?

b Hve mikið af bláberjum er afgangs þegar búið er að baka allar kökurnar?

● **3.60** Leirpakki inniheldur $3\frac{1}{2}$ kg af leir. Inga notar $\frac{1}{5}$ kg af leir í eina keramikskál.

Hve margar skálar getur Inga búið til úr einum leirpakka?

● **3.61** Stór poki inniheldur 4 kg af kjötfarsi. Skipta á kjötfarsinu í minni poka sem hver tekur $\frac{3}{4}$ kg.

Hvað fást margir litlir pokar úr 3 stórum pokum af kjötfarsi?
Gott er að teikna hjálparmynd.

● **3.62** Fríða kaupir $25\frac{3}{4}$ m langa snúru. Hún klippir snúruna í búta þannig að hún fái $1\frac{1}{2}$ m löng sippubönd.

Hvað fær Fríða mörg sippubönd úr snúrunni?

Tugabrot

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

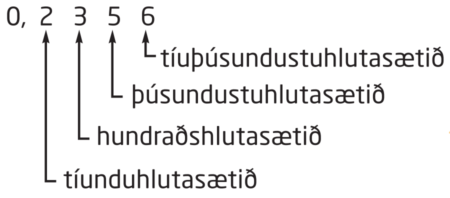
- staðsetja tugabrot á talnalínu
- breyta almennu broti í tugabrot – og öfugt
- námunda tugabrot
- deila með tugabroti

Tölur, sem eru ekki heilar, má skrifa á mismunandi vegu. Hér áttu að læra um tölur sem skráðar eru sem tugabrot. Þú átt að læra um tengslin milli almennra brota og tugabrota og um það hvernig skrifa má sömu töluna sem almennt brot og sem tugabrot.

3.63 Ræddu við bekkjarfélaga þinn um hvenær við notum tugabrot í daglegu lífi.

Tugabrot samanstendur af heilli tölu fyrir framan kommu og einum eða fleiri aukastöfum á eftir kommunni. Aukastafirnir eru *tölustafirnir* á eftir kommunni: tíundu hlutar, hundraðshlutar, þúsundustu hlutar o.s.frv.

Tölustafir
Í talnakerfi okkar eru tíu tölustafir, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 og 9. Með þeim má skrifa allar heilar tölur, almenn brot og tugabrot.



Gildi aukastafanna minnkar eftir því sem þeir eru lengra frá kommunni.

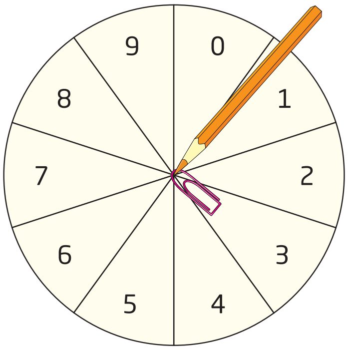
3.64 Skráðu tugabrot með

a 3 tíundu hlutum, 5 hundraðshlutum og 2 þúsundustu hlutum

b 2 heilum og 7 hundraðshlutum

c 9 hundraðshlutum og 1 þúsundasta hluta

Hver kemst næst 1,5?



Allur bekkurinn spilar saman.

Þið þurfið

- tening með tölunum 0–9 eða spilaskífu með tölunum 0–9

Aðferð

1 Hver leikmaður býr til eyðublað eins og það sem er neðst á blaðsíðunni.

2 Stjórnandinn (nemandi eða kennari) kastar teningnum og segir upphátt töluna, sem upp kemur, og skrifar hana á töfluna.
Þetta endurtekur hann níu sinnum.

3 Leikmenn velja reit á eyðublaði sínu fyrir hverja tölu, sem upp kemur, og skrá töluna í þann reit. Ekki má flytja töluna seinna í spilinu. Þegar búið er að skrá allar tölurnar á eyðublaðið standa þar þrjú tugabrot með þremur aukastöfum.
Hver leikmaður leggur tugabrot sín saman.
Sá vinnur sem er með summu næst 1,5.

Afbrigði

Önnur summa er valin og spilað nokkrum sinnum.

	0,			
+	0,			
+	0,			
	,			

Sýnidæmi 19

Hvaða gildi hafa tölustafirnir 7 og 3 í tugabrotinu 0,73?

Tillaga að lausn

Tölustafurinn 7 er í tíunduhlutasætinu og hefur gildið $\frac{7}{10}$.

Tölustafurinn 3 er í hundraðshlutasætinu og hefur gildið $\frac{3}{100}$.

3.65 Hvaða gildi hafa

a tölustafirnir 5 og 2 í tugabrotinu 0,52?

b tölustafirnir 6, 7 og 3 í tugabrotinu 0,673?

c tölustafirnir 6, 7 og 3 í tugabrotinu 0,0673?

d tölustafirnir 2, 9 og 4 í tugabrotinu 20,904?

Sýnidæmi 20

Merktu tugabrotið 0,4 á réttan stað á talnalínunni.

Tillaga að lausn

Strikinu frá 0 til 1 er skipt í tíu jafn stóra hluta. Það þýðir að hver hluti er einn tíundi hluti eða 0,1.

0,4 er fjóra tíundu hluta til hægri frá 0 sem er upphafspunkturinn.

3.66 Teiknaðu talnalínu. Láttu strikið frá 0 til 1 vera 10 cm á lengd. Merktu tugabrotin á rétta staði á talnalínunni.

a 0,3

b 0,2

c 0,9

d 0,4

e 0,5

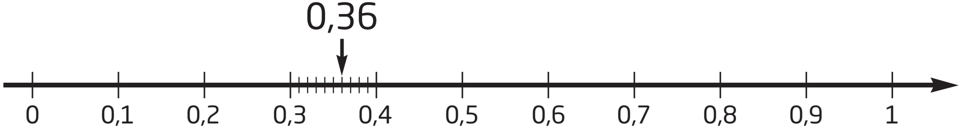
f 0,7

Sýnidæmi 21

Merktu tugabrotið 0,34 á réttan stað á talnalínunni.

Tillaga að lausn

Strikinu frá 0 til 1 er skipt í tíu jafn stóra hluta. Það þýðir að hver hluti er $\frac{1}{10}$, eða 0,1. Talan 0,36 liggur milli 0,3 og 0,4. Strikinu frá 0,3 til 0,4 er skipt í 10 jafn stóra hluta. Það þýðir að hver hluti er $\frac{1}{100}$, eða 0,01. Úr því að 0,36 er $\frac{3}{10}$ og $\frac{6}{100}$, getur þú fundið tugabrotið á talnalínunni þannig:



3.67 Teiknaðu talnalínu. Láttu strikið frá 0 til 2 vera 20 cm.
Merktu tugabrotin á talnalínuna eins nákvæmlega og þú getur.

a 0,47
b 0,92
c 1,25
d 0,75
e 1,50
f 0,08

3.68 Teiknaðu talnalínu. Láttu strikið frá –1 til 0 vera 10 cm.
Merktu tugabrotin á talnalínuna eins nákvæmlega og þú getur.

a –0,9
b –0,6
c –0,45
d –0,05
e –0,5
f –0,25

3.69 Teiknaðu talnalínu. Merktu tugabrotin eins nákvæmlega og þú getur.

a 0,85
b 1,12
c 1,15
d 0,90
e 1,03
f 1,24

Mundu að tugveldi eru tölur eins og 10, 100, 1000 o.s.frv.

Almenn brot og tugabrot

Tölustafirnir fyrir aftan kommuna í tugabroti tákna brot þar sem nefnarinn er tugveldi. Við getum þess vegna einfaldlega skrifað tugabrot sem almennt brot.

Sýnidæmi 22

Skrifaðu 0,34 sem almennt brot.

Tillaga að lausn

Þú veist að 0,34 = $\frac{3}{10} + \frac{4}{100}$. Samnefnarinn fyrir 10 og 100 er 100.

Með því að lengja $\frac{3}{10}$ með 10 færðu:

$$0{,}34 = \frac{3 \cdot 10}{10 \cdot 10} + \frac{4}{100} = \frac{30 + 4}{100} = \underline{\underline{\frac{34}{100}}}$$

Sýnidæmi 23

Skrifaðu tugabrotin sem almenn brot.

a 0,517 **b** 1,25

Tillaga að lausn

a $0{,}517 = \underline{\underline{\frac{517}{1000}}}$

b $1{,}25 = 1\frac{25}{100} = \underline{\underline{1\frac{1}{4}}}$

Ef heil tala er í tugabrotinu getur þú breytt því í blandna tölu.

Fjöldi núlla á eftir 1 í nefnaranum samsvarar fjölda aukastafa.

3.70 Skráðu tugaabrotin sem almenn brot.

a 0,9
b 0,53
c 0,007
d 0,03
e 0,071
f 1,3
g 1,07
h 3,67
i 0,241

3.71 Skrifaðu tugabrotin sem almenn brot. Styttu brotin ef hægt er.

- **a** 0,5
- **b** 0,25
- **c** 0,2
- **d** 0,75
- **e** 0,4
- **f** 0,8
- **g** 0,6
- **h** 0,15
- **i** 1,75
- **j** 2,5
- **k** 3,25
- **l** 2,125
- **m** 0,005
- **n** 4,84
- **o** 2,02

Þú getur breytt almennu broti í tugabrot á marga vegu. Besta aðferðin hverju sinni fer eftir því hvers konar broti á að breyta.

Sýnidæmi 24

Breyttu almennu brotunum í tugabrot.

a $\frac{3}{10}$ **b** $\frac{27}{100}$ **c** $\frac{9}{100}$ **d** $2\frac{3}{100}$

Tillaga að lausn

a $\frac{3}{10} = \underline{\underline{0,3}}$

c $\frac{9}{100} = \underline{\underline{0,09}}$

b $\frac{27}{100} = \underline{\underline{0,27}}$

d $2\frac{3}{100} = \underline{\underline{2,03}}$

3.72 Skráðu almennu brotin sem tugabrot.

- **a** $\frac{7}{10}$
- **b** $\frac{17}{100}$
- **c** $\frac{7}{100}$
- **d** $1\frac{9}{10}$
- **e** $2\frac{3}{100}$
- **f** $10\frac{9}{1000}$

3.73 Skrifaðu summu almennu brotanna sem tugabrot.

a $\frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$

b $\frac{5}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{8}{10}$

Almennum brotum, sem auðvelt er að lengja í tíundu hluta, hundraðshluta, þúsundustu hluta o.s.frv., má breyta í tugabrot með því að lengja brotin fyrst.

Sýnidæmi 25

Breyttu almennu brotunum í tugabrot.

a $\frac{1}{2}$ **b** $\frac{1}{5}$ **c** $\frac{3}{4}$ **d** $\frac{11}{25}$ **e** $\frac{7}{20}$ **f** $\frac{5}{8}$

Tillaga að lausn

a $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} = \underline{\underline{0{,}5}}$

b $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{2}{10} = \underline{\underline{0{,}2}}$

c $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = \underline{\underline{0{,}75}}$

d $\frac{11}{25} = \frac{11 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{44}{100} = \underline{\underline{0{,}44}}$

e $\frac{7}{20} = \frac{7 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{35}{100} = \underline{\underline{0{,}35}}$

f $\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{625}{1000} = \underline{\underline{0{,}625}}$

3.74 Lengdu brotin og skráðu þau síðan sem tugabrot.

a $\frac{3}{5}$

b $\frac{1}{4}$

c $\frac{8}{25}$

d $\frac{3}{20}$

e $1\frac{4}{5}$

f $2\frac{3}{10}$

g $1\frac{3}{8}$

h $\frac{17}{4}$

3.75 Lengdu eða styttu brotin og skráðu þau síðan sem tugabrot.

a $\frac{205}{100}$

b $\frac{25}{500}$

c $\frac{13}{4}$

d $\frac{21}{25}$

e $\frac{17}{20}$

f $\frac{27}{300}$

g $\frac{656}{800}$

h $\frac{34}{20}$

3.76 Dag nokkurn eru 6 af 25 nemendum veikir. Skráðu þann hluta nemenda, sem eru veikir, sem almennt brot og sem tugabrot.

Ef þú ert með almennt brot með nefnara sem ekki er auðvelt að lengja í tugveldi verður þú að breyta því í tugabrot með því að deila.

Sýnidæmi 26

Breyttu $\frac{3}{7}$ í tugabrot.

Notaðu táknið um það bil jafnt og, ≈, á undan námunduðu svari.

Tillaga að lausn

$\frac{3}{7} = 3 : 7 \approx 0{,}4285 \approx \underline{\underline{0{,}43}}$

$\underline{0}$

$\overset{10}{\cancel{3}}0$

$\underline{28}$

$\overset{10}{\cancel{2}}0$

$\underline{14}$

$\overset{10}{\cancel{6}}0$

$\underline{56}$

$\overset{10}{\cancel{4}}0$

$\underline{35}$

5

3.77 Breyttu almennu brotunum í tugabrot.

a $\frac{3}{8}$

b $\frac{31}{40}$

c $\frac{5}{16}$

d $\frac{17}{80}$

e $\frac{13}{9}$

f $\frac{23}{30}$

g $\frac{112}{125}$

h $\frac{119}{250}$

3.78 Í brauðdeigi á að vera $1\frac{4}{5}$ L af vökva og $2\frac{3}{4}$ kg af hveiti. Skráðu málin sem tugabrot.

3.79 Í vettvangsferð eiga nemendur að finna stein sem vegur $2\frac{1}{4}$ kg.
Haraldur finnur stein sem vegur $2\frac{2}{5}$ kg.
Sunna finnur stein sem vegur 2,15 kg.

Hvort þeirra, Haraldur eða Sunna, komst nær því að finna rétta steininn?

Sýnidæmi 27

Námundaðu tölurnar að tveimur aukastöfum.

a 0,3685 **b** 0,2149

Tillaga að lausn

a $0{,}3685 \approx \underline{\underline{0{,}37}}$ **b** $0{,}2149 \approx \underline{\underline{0{,}21}}$

Annan aukastafinn á að námunda að næstu tölu fyrir ofan vegna þess að þriðji aukastafurinn er stærri en 5.

Annar aukastafur verður óbreyttur vegna þess að þriðji aukastafurinn er minni en 5.

Námundun

Þegar þú námundar tugabrot skaltu námunda að næstu tölu fyrir ofan ef aukastafurinn næst á eftir er 5 eða stærri. Ef aukastafurinn næst á eftir er 4 eða minni helst tölustafurinn óbreyttur.

3.80 Námundaðu að næsta tíunda hluta.

a 0,695
b 79,61
c 6,248
d 12,091
e 12,16
f 0,347

3.81 Námundaðu að næsta hundraðshluta.

a 3,109
b 8,115
c 0,016
d 20,0049
e 1,9246
f 3,999

3.82 Námundaðu að næstu heilu tölu.

a 0,59
b 3,8
c 5,48
d 2,048
e 0,493
f 18,81

3.83 Breyttu í tugabrot. Námundaðu síðan að þriðja aukastaf.

a $\frac{1}{8}$
b $2\frac{4}{9}$
c $\frac{5}{6}$
d $5\frac{2}{3}$
e $\frac{7}{12}$
f $3\frac{7}{11}$
g $\frac{2}{3}$
h $\frac{6}{7}$
i $4\frac{9}{14}$

3.84 **a** Leggðu almennu brotin saman og breyttu svarinu í tugabrot.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{25} + \frac{1}{500}$$

b Breyttu almennu brotunum í tugabrot og leggðu þau síðan saman.

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{25} \text{ og } \frac{1}{500}$$

c Berðu saman svörin sem þú fékkst í a-lið og b-lið.

3.85 Veldu rétt merki: <, > eða =

a $0{,}75$ ☐ $\frac{3}{4}$

b $\frac{5}{12}$ ☐ $0{,}4$

c $0{,}9$ ☐ $\frac{4}{5}$

d $1\frac{1}{10}$ ☐ $1{,}01$

e 2 ☐ $\frac{48}{24}$

f $0{,}04$ ☐ $\frac{1}{20}$

g $0{,}2$ ☐ $\frac{1}{7}$

h $\frac{3}{8}$ ☐ $0{,}4$

i $\frac{5}{2}$ ☐ $2{,}5$

3.86 Breyttu almennu brotunum í liðum A–E í tugabrot. Veldu síðan hvaða tugabrot í liðum 1–5 passar við hvert brot í liðum A–E.

A $\frac{3}{10}$

B $\frac{1}{33}$

C $\frac{3}{30}$

D $\frac{1}{3}$

E $\frac{3}{100}$

1 0,3333 ...

2 0,3

3 0,030303 ...

4 0,03

5 0,1

Þegar þrír punktar, ..., koma á eftir aukastöfunum merkir það að aukastafirnir halda áfram í sama mynstri.

3.87 **a** Skrifaðu vöffluuppskriftina til hægri upp en notaðu tugabrot í staðinn fyrir almenn brot.

b Hvaða almenna brot gefur ónákvæma tölu þegar þú notar tugabrot?

VÖFFLUR

4 egg
6 msk. sykur
150 g brætt smjör
$3\frac{1}{2}$ dl mjólk
$\frac{1}{2}$ dl vatn
$\frac{1}{3}$ kg hveiti
1 tsk. lyftiduft
$1\frac{1}{2}$ tsk. vanillusykur
$\frac{1}{5}$ l rjómi

Deiling með tugabrotum

Kvóti er svarið í deilingardæmi. Deilistofn : deili = kvóti.

Deilingardæmi samanstendur af deilistofni og deili. Deilistofninn er talan sem á að skipta. Deilirinn er talan sem deilt er með. Svarið í deilingardæmi kallast kvóti.

DÆMI:

$$\underset{\text{deilistofn}}{12} : \underset{\text{deilir}}{4} = \underset{\text{kvóti}}{\underline{3}}$$

Þegar deilirinn er tugabrot getur þú hugsað um deilingarmerkið sem brotastrik. Þá getur þú lengt almenna brotið með hentugu tugveldi þannig að komman í tugabrotinu hverfi með margfölduninni.

Sýnidæmi 28

Snúru, sem er 20 m á lengd, er skipt í búta sem hver er 0,4 m. Hve margir bútar fást þá úr snúrunni?

Tillaga að lausn

Deildu í lengd snúrunnar með lengdinni á hverjum bút.

20 m : 0,4 m

Þegar þú þarf að deila með tugabroti verður þú að breyta því í heila tölu áður en þú reiknar deilingardæmið.

Þú þarf ekki að skrifa töluna sem almennt brot áður en þú deilir. Gættu þess að margfalda báðar tölurnar með sama tugveldi!

$$20 : 0{,}4 = \frac{20}{0{,}4} = \frac{20 \cdot 10}{0{,}4 \cdot 10} = \frac{200}{4} = 200 : 4 = \underline{50}$$

$$\begin{array}{r} \underline{20} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

$\underline{\underline{\text{Bútarnir verða 50.}}}$

3.88 Pakki af skrúfum vegur 2 kg. Ein skrúfa vegur 0,008 kg. Hve margar skrúfur eru í pakkanum?

3.89 Tannþráður er 30 m á lengd. Sandra notar 0,4 m á hverju kvöldi. Hve lengi dugar tannþráðurinn fyrir Söndru?

3.90 Heill ostur vegur 5 kg. Ostinum er skipt í stykki sem vega 0,5 kg hvert.

Hve mörg verða oststykkin?

3.91 Mjólkurbíllinn sækir 750 *l* af mjólk hjá Úlfari bónda.

Fyrir mörgum árum afhenti Úlfar mjólk í litlum brúsum sem tóku 12,5 *l*. Hve marga brúsa þyrfti Úlfar að eiga ef hann hefði haldið áfram að afhenda mjólkina í brúsum?

3.92 Elín á minniskubb með 8 GB lausu plássi. Hún vistar myndir á minniskubbinn. Hver mynd tekur 0,0012 GB.

Hve margar myndir komast fyrir á kubbnum?

3.93 Axel fellir 15 m hátt tré. Þar næst bútar hann það niður í 2,5 m langa búta.

Hve margir bútar fást úr trénu?

3.94 Reiknaðu dæmin og námundaðu að tíundu hlutum.

a 22,23 : 3,9	**c** 224,2 : 5,9	**e** 3,12 : 8,4
b 66,5 : 0,7	**d** 146,2 : 2,15	**f** 98,16 : 7,3

3.95 Tómas kaupir trélista sem er 4,6 m á lengd. Hann sagar trélistann niður í 0,4 m langa gluggalista.

a Hve margir heilir gluggalistar fást úr langa trélistanum?

b Hve mikið af langa trélistanum verður afgangs?

Prósent

Markmið

HÉR ÁTTU AÐ LÆRA AÐ

- reikna með prósentum
- breyta almennu broti og tugabroti í prósent – og öfugt
- nota prósentureikning í verkefnum úr daglegu lífi

$1\ \% = \frac{1}{100}$

Prósent þýðir *hundraðshluti* eða *af hundraði* og er skrifað með tákninu %.

Sýnidæmi 29

Í sveitarfélaginu Markarbæ búa 4700 manns. Um það bil 1% þeirra hafa ofnæmi fyrir geitungabiti. Um það bil hve margir í Markarbæ eru með ofnæmi fyrir geitungabiti?

Tillaga að lausn

Þegar þú finnur brot af heilli tölu þarftu að margfalda töluna með almenna brotinu. Heila talan er margfölduð með teljaranum og nefnarinn helst óbreyttur.

1%, $\frac{1}{100}$ af 4700 er:

$$\frac{47\cancel{0}\cancel{0} \cdot 1}{1\cancel{0}\cancel{0}} = \underline{47}$$

$\underline{\underline{\text{Um það bil 47 manns í Mörk hafa ofnæmi fyrir geitungum.}}}$

3.96 **a** Þann 1. des. 2012 var íbúafjöldi á Íslandi um það bil 322 000. Um það bil 1% íbúanna bjuggu í Rangárþingi ytra og eystra. Um það bil hve margir bjuggu í Rangárþingi á þessum tíma?

b Árið 2012 var verg landsframleiðsla á Íslandi tæplega 1700 milljarðar. Þá greiddu Íslendingar um það bil 3,75 milljarða króna í þróunaraðstoð. Noregur og Svíþjóð greiða um það bil 1% vergrar landsframleiðslu sinnar í þróunaraðstoð. Hvaða upphæð mundu Íslendingar greiða ef þeir veittu hlutfallslega jafn miklu til þróunaraðstoðar og Norðmenn og Svíar?

c Hverju munar á upphæðinni í b-lið og því sem Íslendingar greiddu í raun?

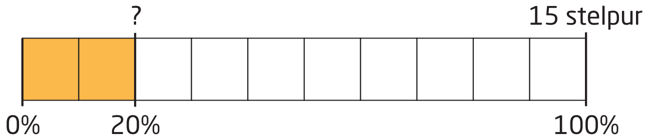
Verg landsframleiðsla er verðmæti allra vara og allrar þjónustu sem framleidd er í landinu á ári.

Sýnidæmi 30

Af stelpunum í 8. HK eru 20% með stutt ár. Það eru 15 stelpur í bekkjardeildinni. Hve margar stelpur eru með stutt hár?

Tillögur að lausn

1 Við getum teiknað líkan:



2 Þú finnur $\frac{20}{100}$ af 15. Þú getur gert það svona:

$$15 \cdot 20\% = 15 \cdot \frac{20}{100} = \frac{15 \cdot \overset{1}{\cancel{20}}}{\underset{5}{\cancel{100}}} = \underline{3}$$

3 stelpur í 8. HK eru með stutt hár.

20% af tölu er það sama og $\frac{1}{5}$ af tölunni.

3 Þú getur stytt brotið $\frac{20}{100}$ áður en þú reiknar.

$$20\% = \frac{\overset{1}{\cancel{20}}}{\underset{5}{\cancel{100}}} = \frac{1}{5}$$

$$15 \cdot \frac{1}{5} = \frac{15 \cdot 1}{5} = \underline{3}$$

3 stelpur í 8. HK eru með stutt hár.

Ef 1% = $\frac{1}{100}$, þá hlýtur 100% að vera jafnt og $\frac{100}{100}$ = 1.

100% af einhverju er öll heildin!

3.97 Reiknaðu dæmin.

- **a** 1% af 200
- **b** 10% af 1000
- **c** 2% af 50
- **d** 50% af 500
- **e** 10% af 250
- **f** 5% af 300
- **g** 8% af 250
- **h** 2% af 80
- **i** 25% af 16

Margar prósenttölur er auðvelt að reikna í huganum ef þú styttir almennu brotin. Hér eru nokkur dæmi:

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

50% er það sama og $\frac{1}{2}$ af tölunni.

25% er það sama og $\frac{1}{4}$ af tölunni.

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

75% er það sama og $\frac{3}{4}$ af tölunni.

10% er það sama og $\frac{1}{10}$ af tölunni.

$$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

20% er það sama og $\frac{1}{5}$ af tölunni.

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

3.98 Reiknaðu í huganum. Segðu bekkjarfélaga þínum hvernig þú hugsar. Notið þið sömu aðferð?

a 10% af 500
b 50% af 64
c 25% af 1200
d 5% af 40
e 20% af 25
f 75% af 80
g 30% af 60
h 80% af 120
i 90% af 20

3.99 8% af 125 kindum eru mórauðar.
Hvað eru mórauðu kindurnar margar?

3.100 Lak, sem er 2,6 m á lengd, hleypur um 5% í þvotti.
Um hve marga sentimetra hleypur lakið?

3.101 Afi borðar 24% af 350 súkkulaðirúsínum.
Hve margar súkkulaðirúsínur borðar afi?

3.102 Ostur inniheldur 35% fitu.
Hve mikil fita er í 150 g af ostinum?

3.103 Soffía skokkar 12 km. Hringurinn, sem Pétur skokkar, er 40% af hring Soffíu. Hve langt skokkar Pétur?

3.104 Ólafía veiðir fisk sem vegur 1600 g. Fiskurinn, sem Anna veiðir, vegur 75% af fiski Ólafíu. Hvað vegur fiskur Önnu?

3.105 Stór lóð er 2350 m^2. Breyta á 20% af flatarmálinu í leiksvæði. Hvert verður flatarmál leiksvæðisins?

● **3.106** Maður nokkur hafði 450 000 kr. í laun einn mánuðinn. Næsta mánuð vann hann sér aðeins inn 60% af því sem hann hafði haft áður. Hver voru laun hans í síðari mánuðinum?

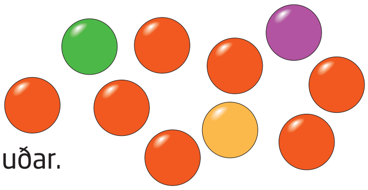
● **3.107** Amír vinnur sér inn 412 000 kr. á mánuði. Laun Maríu eru 80% af því sem Amír fær. Hve mikið vinna þau Amír og María sér inn samtals?

● **3.108** Mannslíkaminn er samsettur úr 60% af vatni, 18% af prótíni, 17% fitu, 2% kjarnasýru, 1% kolvetni og 2% af ólífrænum efnum.

Reiknaðu út hve mikið af hverju efni er í manneskju sem vegur 56 kg. Námundaðu svörin að einum aukastaf.

Sýnidæmi 31

Hve mörg prósent af kúlunum eru rauð?



Tillaga að lausn

Kúlurnar eru samtals 10. Sjö þeirra eru rauðar.

Þá eru $\frac{7}{10}$ af kúlunum rauðir. Ef þú lengir brotið í hundraðshluta finnur þú hve mörg prósent kúlnanna eru rauð:

$$\frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{70}{100} = \underline{70\%}$$

70% af kúlunum eru rauð.

3.109 Finndu hvað stelpurnar eru mörg prósent í bekkjardeild með 25 nemendum ef það eru

a 8 stelpur

b 12 stelpur

c 4 stelpur

d 10 strákar

3.110 Magnea á 5 kanínur. Af þeim eru 2 kanínur með rauð augu.

a Hve stór hluti af kanínunum er með rauð augu?

b Lengdu brotið í a-lið og finndu hve mörg prósent af kanínunum eru með rauð augu.

3.111 Reiknaðu prósentin.

a 3 af 20 málurum vinna í yfirvinnu.

b 17 af 50 unglingum eiga fjallahjól.

c 120 af 200 börnum er ekið í skólann.

d 300 af 500 strætófarþegum eru í framhaldsskóla.

e 4 af 25 nemendum eru veikir.

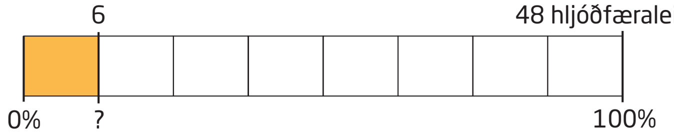
f 5 af 1000 happdrættismiðum eru vinningsmiðar.

Þegar nefnarinn er stærri en hundrað þarf að stytta brotið.

Sýnidæmi 32

Í lúðrasveit eru 48 hljóðfæraleikarar. Sex þeirra leika á klarínett. Hvað eru það mörg prósent?

Tillaga að lausn



$\frac{6}{48} = \frac{1}{8}$ leika á klarinett. Þar sem ekki er hægt að lengja $\frac{1}{8}$ þannig að nefnarinn verði 100 getur þú breytt almenna brotinu í tugabrot með deilingu:

$1 : 8 = 0{,}125$
$\underline{0}$
10
$\underline{8}$
20
$\underline{16}$
40
$\underline{40}$
0

Fyrstu tveir aukastafirnir á eftir kommu tákna tíundu hluta og hundraðshluta. Þess vegna getur þú breytt tugabrotinu aftur í almennt brot. Hundraðshlutar og prósent er það sama. Þess vegna er

$$0{,}125 = \frac{12{,}5}{100} = \underline{12{,}5\%}$$

12,5% af hljóðfæraleikurunum leika á klarinett.

3.112 Breyttu í prósent:

a $\frac{32}{50}$

b $\frac{21}{84}$

c $\frac{6}{300}$

d $\frac{15}{250}$

e $\frac{12}{160}$

f $\frac{13}{260}$

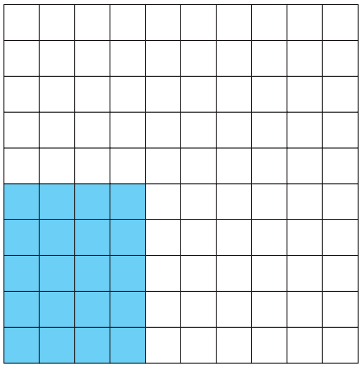
g $\frac{3}{40}$

h $\frac{8}{125}$

i $\frac{18}{60}$

Sýnidæmi 33

Ferningnum til hægri er skipt í 100 reiti.
Hve stór hluti af reitunum er blár?
Skrifaðu svarið sem almennt brot,
tugabrot og prósent.



Tákna má *hluta af heild* með mismunandi hætti, ýmist sem almenn brot, tugabrot eða prósent.

Tillaga að lausn

20 af 100 reitum eru bláir. Það merkir að $\frac{20}{100}$ af reitunum eru bláir.

$$\frac{20}{100} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \underline{= 0{,}2 = 20\%}$$

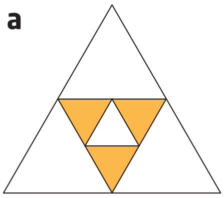
$$\underline{\underline{\frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\% \text{ af reitunum eru blá.}}}$$

3.113 Skrifaðu prósentin sem tugabrot og sem almenn brot.
Fullstyttu almennu brotin.

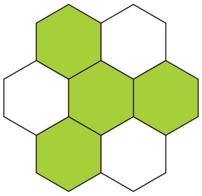
a 5%
b 20%
c 25%
d 12%
e 60%
f 75%

3.114 Hver stór hluti af hverri mynd er litaður? Skrifaðu sem almennt brot, tugabrot og prósent.

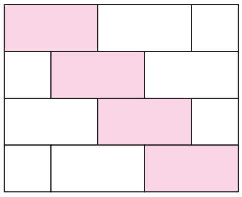
a



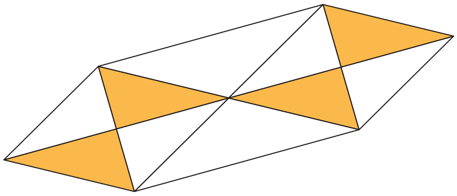
b



c



d



Prósentureikningur

Þegar þú átt að reikna með prósentum er mikilvægt að skoða tölurnar til að finna auðveldustu reikningsaðferðina. Þú veist til dæmis að 50% er það sama og helmingur og að 20% er það sama og $\frac{1}{5}$. Þú veist líka að prósent má skrifa bæði sem almennt brot og sem tugabrot.

Sýnidæmi 34

Ólafur fær 24 000 kr. fyrir að mála eldhúsið. Hann borgar 28% í skatt. Hve mikið borgar Ólafur í skatt?

Tillaga að lausn

1 Við getum hugsað um prósent sem hundraðshluta:

$$\frac{24\,000 \cdot 28}{100} = \underline{6720}$$

Ólafur borgar 6720 kr. í skatt.

2 Við getum skrifað prósent sem tugabrot:
28% = 0,28. Þess vegna getur þú reiknað þetta svona:

$$24\,000 \cdot 0{,}28 = \underline{6720}$$

Ólafur borgar 6720 kr. í skatt.

Sýnidæmi 35

Ottó kaupir 5 kg af gulrótum handa kanínunni sinni. Kanínan étur 25% af gulrótunum. Hve mörg kíló af gulrótum étur kanínan?

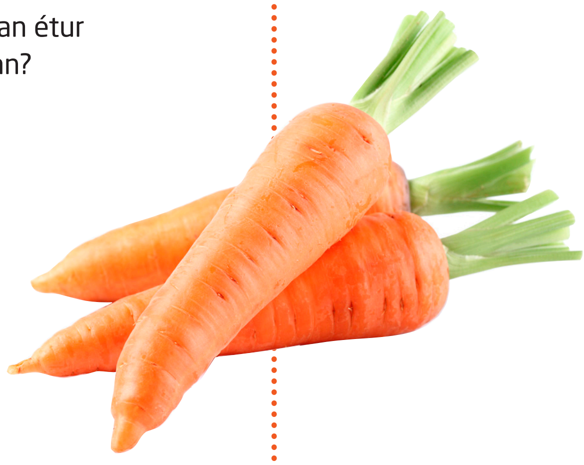
Tillaga að lausn

$$25\% = \frac{1}{4}$$

$\frac{1}{4}$ af 5 kg er:

$$\frac{5 \cdot 1}{4} = \underline{\underline{1{,}25}}$$

Kanínan étur 1,25 kg af gulrótum.

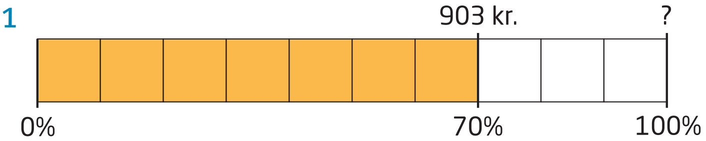


Sýnidæmi 36

Jenný borgar 903 kr. fyrir pítsu. Það eru 70% af fullu verði.
Hvað kostaði pítsan áður en verðið var lækkað?

Tillaga að lausn

1



70% samsvarar 903 kr. Við deilum með 7 til að finna 10%.
Síðan margföldum við með 10 til að finna 100%.

$903 : 7 = 129$ $\qquad$ $129 \cdot 10 = 1290$

Pitsan kostaði 1290 kr.

2 Við deilum með 70 til að finna 1%.
Síðan margföldum við með 100 til að finna 100%.

$\frac{903}{70} = 12{,}9$ $\qquad$ $12{,}9 \cdot 100 = 1290$

Pitsan kostaði 1290 kr.

3.115 Leiðin í hjólreiðakeppni er 42 km. Jens dettur úr leik þegar eftir eru 20% af leiðinni.

Hve langt er þá að markinu?

3.116 Bíl Guðrúnar hefur verið ekið 120 000 km. Þegar hún keypti bílinn hafði honum verið ekið 8% af 120 000 km.

Hve mikið var búið að aka bílnum þegar Guðrún keypti hann?

3.117 Nikulás vinnur með skóla og fær 21 300 kr. á viku. Hann leggur fyrir 10% af laununum.

Hve mikið getur Nikulás sparað á sex vikum?

3.118 Hestur vó 560 kg. Vegna sjúkdóms léttist hann um 4% af þyngd sinni.

a Um hve mörg kíló léttist hesturinn?

b Hvað vegurinn hesturinn núna?

● **3.119** Bók er 785 blaðsíður. Hve margar blaðsíður hefurðu lesið þegar

a þú hefur lesið 20% af bókinni?

b 20% af bókinni eru eftir ólesin?

● **3.120** Verslunarkeðja kaupir 5000 kg af banönum. Það eru 40% af bananafarmi skips.

a Hvað vegur allur skipsfarmurinn?

b 0,3% af banönunum í skipinu eru skemmd. Hvað eru það mörg kílógrömm?

● **3.121** Oddur á 340 geisladiska. 5% af þeim eru jafn margir geisladiskar og 20% af geisladiskum Ýrar.

Hvað eru geisladiskar Ýrar margir?

Afsláttur felur í sér lækkun á verðinu.

Stundum er *afsláttur* af vörum. Afslátturinn er oftast gefinn upp í prósentum af fullu verði. Þegar útsölur eru má oft sjá veggspjöld í búðargluggum sem sýna hve mikinn afslátt búðirnar gefa. Í önnur skipti, til dæmis ef maður ætlar að kaupa bíl, rökræðir kaupandi við seljandann og kemst að samkomulagi um afslátt af bílnum.

Sýnidæmi 37

Helga fær 30% afslátt af trefli sem kostar 2800 kr.
Hvað borgar Helga fyrir trefilinn?

Tillaga að lausn

1 Þegar Helga fær 30% afslátt þýðir það að hún borgar 70% af fullu verði.

$100\% - 30\% = 70\% = \frac{70}{100} = 0{,}7.$

Nú getur þú reiknað 70% af 2800 kr. þannig:

$2800 \cdot 0{,}7 = \underline{1960}$

<u>Helga borgar 1960 kr. fyrir trefilinn.</u>

2 Þú getur einnig fundið hve mikið Helga borgar með því að reikna hver afslátturinn er í krónum. Afslátturinn er $30\% = \frac{30}{100} = 0{,}3.$

Nú getur þú reiknað út 30% af 2800 kr. þannig:

$2800 \cdot 0{,}3 = \underline{840}$

Fullt verð: $\overset{10\,10}{\cancel{2}\cancel{8}00}$ kr.
– Afsláttur: 840 kr.
= Helga borgar: 1960 kr.

<u>Helga borgar 1960 kr. fyrir trefilinn.</u>

3.122 Reiknaðu út nýja verðið.

a Verðið er 2300 kr. án afsláttar. Gefinn er 30% afsláttur.

b Verðið er 750 kr. án afsláttar. Gefinn er 40% afsláttur.

c Verðið er 10 970 kr. án afsláttar. Gefinn er 70% afsláttur.

3.123 Taflan sýnir upprunalega verðið á nokkrum vörum.

a Reiknaðu nýja verðið á vörunum miðað við að þú fáir 25%, 40% og 70% afslátt.

b Þú færð 30% afslátt af öllum vörunum og getur keypt fyrir allt að 1200 kr. Settu fram að minnsta kosti tvær tillögur um hvað þú getur keypt.

Vörur	Upprunalegt verð (kr.)
Hringfari	890
Minnisbók	650
Blýantur	320
Pennaveski	3490
Strokleður	98

3.124 Hver hefur rétt fyrir sér? Hvaða talblaðra er rétt?

3.125 Verslun selur vöru á 1450 kr. en auk þess þarf kaupandinn að greiða 750 kr. í sendingarkostnað. Venjulega kostar varan 3600 kr. og þá er sendingarkostnaður innifalinn.

Hve mörg prósent var afslátturinn sem kaupandinn fékk?

3.126 Listaverð á notuðum bíl er 389 000. Hjá bílasala A færðu 15% afslátt og mottur í kaupbæti sem kosta 20 000. Hjá bílasala B færðu 12% afslátt og hlíf á húddið í kaupbæti fyrir 25 000 kr.

Hvorn bílinn er hagstæðara að kaupa? Rökstyddu svarið.

Listaverð er leiðbeinandi vöruverð framleiðandans.

3.127 Verð á peysu er lækkað niður í 80% af fullu verði.
Þá kostar peysan 5600 kr.
Seinna verður peysan lækkuð niður í 50% af fullu verði.

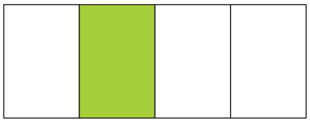
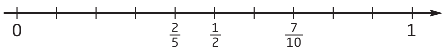
Hvað kostar peysan þá?

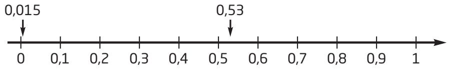
3.128 Á bókamarkaði kostar bók 2040 kr.
Það er 60% af fullu verði.
Eftir að markaðinum lýkur hækkar verðið um 5% af fullu verði. Hvert er nýja verðið á bókinni?

3.129 Marteinn borgar 175 420 kr. fyrir notaðan snjósleða.
Þar með tókst honum að fá 8% afslátt af listaverðinu.

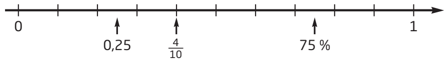
Hvert er listaverð slíks snjósleða?

Í stuttu máli

Þú átt að geta	Dæmi	Tillögur að lausnum
skrifað tölur sem eiginleg brot, óeiginleg brot og blandnar tölur	Hve stór hluti af myndinni hér á eftir er grænn?  Skrifaðu $3\frac{2}{5}$ sem óeiginlegt brot. Skrifaðu $\frac{17}{3}$ sem blandna tölu.	Myndinni er skipt í fjóra jafn stóra hluta. Einn hlutinn er grænn. $\underline{\underline{\frac{1}{4}\text{ af myndinni er grænn.}}}$ $3\frac{2}{5} = \frac{5 \cdot 3 + 2}{5} = \underline{\underline{\frac{17}{5}}}$ $17 : 3 = 5$ $\underline{15}$ 2 $\frac{17}{3} = \underline{\underline{5\frac{2}{3}}}$
staðsett almenn brot á talnalínu	Teiknaðu talnalínu. Staðsettu almennu brotin $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{10}$ og $\frac{1}{2}$ á talnalínuna.	
lengt og stytt almenn brot þannig að bæði brotin verði jafn gild	Gerðu brotin jafn gild. $\frac{2}{7} = \frac{6}{\square}$ $\frac{12}{44} = \frac{\square}{11}$ Lengdu brotið $\frac{2}{3}$ í átjándu hluta.	Teljarinn er margfaldaður með 3. Þá þarf einnig að margfalda nefnarann með 3. $\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \underline{\underline{\frac{6}{21}}}$ Í nefnarann hefur verið deilt með 4. Þá þarf einnig að deila í teljarann með 4. $\frac{12}{44} = \frac{12 : 4}{44 : 4} = \underline{\underline{\frac{3}{11}}}$ Til að fá nefnarann 18 þarf að lengja brotið með 6: $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \underline{\underline{\frac{12}{18}}}$

Þú átt að geta	**Dæmi**	**Tillögur að lausnum**
reiknað með almennum brotum Þegar þú leggur saman almenn brot verður nefnarinn að vera sá sami. Þú leggur saman teljarana og samnefnarinn er óbreyttur.	Reiknaðu dæmin. $\frac{2}{5}+\frac{3}{8}$	Samnefnarinn er 40 vegna þess að 40 er bæði í 5-töflunni og 8-töflunni. $\frac{2}{5}+\frac{3}{8}=\frac{2\cdot 8}{5\cdot 8}+\frac{3\cdot 5}{8\cdot 5}=\frac{16+15}{40}=\underline{\underline{\frac{31}{40}}}$
Þegar þú átt að margfalda saman tvö almenn brot margfaldar þú saman teljarana annars vegar og nefnarana hins vegar.	$\frac{3}{5}\cdot\frac{10}{21}$	$\frac{3}{5}\cdot\frac{10}{21}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\cdot\frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{7}{\cancel{21}}}=\underline{\underline{\frac{2}{7}}}$
Þegar þú deilir í almennt brot með almennu broti margfaldar þú með almenna brotinu „á hvolfi“.	$\frac{3}{7}:\frac{9}{10}$	$\frac{3}{7}:\frac{9}{10}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}\cdot 10}{7\cdot\underset{3}{\cancel{9}}}=\underline{\underline{\frac{10}{21}}}$
staðsett tugabrot á talnalínu	Teiknaðu talnalínu. Staðsettu tugabrotin 0,53 og 0,015 eins nákvæmlega og þú getur á talnalínuna.	
breytt almennu broti í tugabrot og öfugt Þegar þú breytir almennu broti í tugabrot deilir þú í teljaran með nefnaranum.	Breyttu $\frac{3}{8}$ í tugabrot.	$\frac{3}{8}=3:8=\underline{\underline{0{,}375}}$
Þegar þú breytir tugabroti í almennt brot skrifar þú tugabrotið sem almennt brot með tugveldi í nefnara og styttir brotið ef hægt er.	Breyttu 0,15 í almennt brot.	$0{,}15=\frac{15}{100}=\underline{\underline{\frac{3}{20}}}$

Þú átt að geta	Dæmi	Tillögur að lausnum
námundað tugabrot Þegar þú námundar tugabrot skaltu halda síðasta aukastafnum óbreyttum ef tölustafurinn næst á eftir er 4 eða minni.	Námundaðu 0,349 að einum aukastaf.	$0{,}349 \approx \underline{\underline{0{,}3}}$
Þegar næsti tölustafur er 5 eða stærri áttu að námunda að næstu tölu á eftir.	Námundaðu 0,349 að tveimur aukastöfum.	$0{,}349 \approx \underline{\underline{0{,}35}}$
deilt með tugabroti Þegar þú deilir með tugabroti getur þú lengt almenna brotið með 10, 100, 1000 … þannig að tugabrotið verði heil tala. Því næst getur þú reiknað deilingardæmið.	Hve langan tíma tekur það Helgu að prjóna úr 45 m af garni ef hún prjónar 0,8 m á dag?	Ef Helga prjónaði 1 m á dag hefði það tekið 45 daga að prjóna úr öllu garninu. En hún prjónar minna en 1 m á dag þannig að svarið hlýtur að vera meira en 45 dagar. $45 : 0{,}8 = \frac{45 \cdot 10}{0{,}8 \cdot 10} = \frac{450}{8}$ $450 : 8 = \underline{56{,}25}$ $\underline{40}$ 50 $\underline{48}$ 20 $\underline{16}$ 40 $\underline{40}$ 0 Helga er 56,25 daga að prjóna úr öllu garninu.
reiknað með prósentum	Finndu 32% af 1627.	$32\% = 0{,}32$ $1627 \cdot 0{,}32 = \underline{520{,}64}$ 32% af 1627 er 520,64
	Hve mörg % er 15 af 75?	$\frac{15}{75} = \frac{1}{5} = 1 : 5 = 0{,}2 = \underline{20\%}$ 15 af 75 er 20%
	Hvað er 100% mikið ef 70% er 84?	$84 \cdot \frac{100}{70} = \underline{120}$ 100% er 120
	Hvað er 60% mikið ef 25% eru 310?	$310 \cdot \frac{60}{25} = \underline{744}$ 60% er 744

Þú átt að geta	**Dæmi**	**Tillögur að lausnum**
breytt almennum brotum og tugabrotum í prósent – og öfugt	Teiknaðu talnalínu. Skiptu strikinu frá 0 til 1 í 10 jafn stóra hluta. Merktu á talnalínuna almenna brotið $\frac{4}{10}$, tugabrotið 0,25 og prósentutöluna 75% eins nákvæmlega og þú getur. Skrifaðu $\frac{3}{10}$, 0,25 og 75% bæði sem almenn brot, tugabrot og prósent.	 $\underline{\underline{\frac{3}{10} = 0{,}3 = 30\%}}$ $\underline{\underline{0{,}25 = 25\% = \frac{1}{4}}}$ $\underline{\underline{75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 0{,}75}}$
notað prósentureikning við hversdagslegar aðstæður	Skíðagleraugu kosta 2500 kr. Elín fær 20% afslátt. Hvað borgar hún fyrir skíðagleraugun?	Með 20% afslætti borgum við 80%. 80% = 0,8 $2500 \cdot 0{,}8 = \underline{2000}$ Elín borgar 2000 kr. fyrir skíðagleraugun.
	Brauð kostar 189 kr. þegar búið er að lækka verðið um 30%. Hvað kostaði brauðið áður en verðið var lækkað?	Með 30% afslætti borgar þú 70% af verðinu. $\frac{189 \cdot 100}{70} = \underline{270}$ Brauðið kostaði 270 kr.
	Hve mikið er 40% þegar 70% er 364?	Við finnum 1% með því að deila með 70. Síðan getum við margfaldað með 40 til að finna 40%. $\frac{364 \cdot 40}{70} = \underline{208}$ 40% er 208.

Bættu þig!

Almenn brot

3.130 Teiknaðu talnalínu þar sem strikið frá 0 til 2 er 24 cm.

a Merktu brotin $\frac{4}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{9}{6}$, $1\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{2}$ á talnalínuna.

b Hver brotanna í a-lið eru jafngild?

3.131 Hve stór hluti af 1 klukkustund eru

a 15 mín.? **b** 12 mín.? **c** 40 mín.?

3.132 Reiknaðu dæmin.

a $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$

b $2\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$

c $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8}$

d $\frac{5}{9} : \frac{1}{3}$

e $\frac{3}{7} + \frac{2}{3}$

f $\frac{7}{9} - \frac{2}{5}$

g $2\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{4}$

h $\frac{3}{5} : 1\frac{2}{7}$

i $2\frac{4}{7} + 1\frac{2}{5}$

j $3\frac{1}{6} - 2\frac{3}{8}$

k $2\frac{1}{5} \cdot \frac{15}{77}$

l $4\frac{4}{5} : \frac{12}{35}$

3.133 Nemendahópur skráir sig í ýmsa viðburði á vegum skólans. Nemendurnir geta aðeins tekið þátt í einum viðburði hver. Taflan til hægri sýnir hve margir nemendur skrá sig á hina ýmsu viðburði.

Viðburður	Fjöldi nemenda
Frjálsar íþróttir	8
Ratleikur	6
Hjólaferð	4
Kanóróður	6

a Hve margir eru nemendurnir alls?

b Hve stór hluti af nemendum velur

- frjálsar íþróttir?
- hjólaferð?
- kanóróður?
- ekki ratleik?

● **3.134** Soffía steypir kerti. Í hvert kerti notar hún $\frac{2}{5}$ m af kveik.
Hve mikið af kveik þarf hún í 20 kerti?

● **3.135** Símon skokkar venjulega $3\frac{1}{4}$ km.
Hve langt skokkar Símon á viku ef hann skokkar einu sinni á dag?

● **3.136** Áður vó ein plata af suðusúkkulaði $\frac{1}{4}$ kg. Núna vegur hún $\frac{1}{5}$ kg.
Í gamalli kökuuppskrift á að nota $2\frac{1}{2}$ plötu af suðusúkkulaði.
Hve margar plötur af súkkulaðinu, sem vegur $\frac{1}{5}$ kg, þarf nú í þessa uppskrift?

● **3.137** Jóhannes horfir á sjónvarpsþátt sem tekur 45 mín., annan þátt sem tekur 20 mín. og þann þriðja sem tekur 50 mín.

a Skráðu hve stóran hluta af einni klukkustund hver þáttur stendur.

b Hve margar mínútur horfir Jóhannes á sjónvarpið?

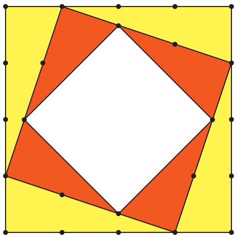
c Hve stóran hluta af einni klukkustund horfir Jóhannes á sjónvarpið? Skráðu svarið bæði sem óeiginlegt brot og sem blandna tölu.

● **3.138** Ólöf fær $\frac{3}{8}$, Ívar $\frac{1}{3}$ og Hildur $\frac{1}{6}$ af súkkulaðiplötu.
Þá eru 3 bitar eftir handa Lísu.
Í hve marga bita er súkkulaðiplötunni skipt?

● **3.139** Myndin til hægri er gerð úr þremur ferningum sem eru hver inni í öðrum.

a Hvað þekur rauði ferningurinn stóran hluta af gula ferningnum?

b Hvað þekur hvíti ferningurinn mörg prósent af gula ferningnum?



Tugabrot

3.140 Skrifaðu tugabrotið sem táknar

a 4 tíundu hluta

b 8 hundraðshluta

c 2 heila og 3 tíundu hluta

3.141 Teiknaðu talnalínu. Láttu strikið frá 0 til 1 vera 10 cm.
Merktu eftirfarandi tugabrot á talnalínuna eins nákvæmlega og þú getur.

a 0,30 **d** 0,59 **g** 1,05

b 0,900 **e** 0,8 **h** 1,3

c 0,09 **f** 0,25 **i** 1,10

3.142 Námundaðu að næsta hundraðshluta.

a 3,84 **c** 20,12 **e** 3,034

b 0,563 **d** 1,355 **f** 1,998

3.143 Breyttu almennu brotunum í tugabrot og reiknaðu síðan.

a $\frac{2}{5} + \frac{2}{4}$ **c** $\frac{3}{20} + \frac{1}{2}$ **e** $\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$

b $\frac{15}{100} + \frac{1}{5}$ **d** $\frac{6}{3} + \frac{16}{25}$ **f** $\frac{4}{5} - \frac{3}{6}$

3.144 Lísa vinnur 7,5 klst. á hverjum degi og fær 1600 kr. á klst.
Dag nokkurn fær Lísa skilaboð um að hún þurfi að vinna 2 klukkutíma í yfirvinnu um kvöldið. Þá fær hún 1,5 sinnum hærri laun en í venjulegri dagvinnu.

Hvað vinnur Lísa sér inn þennan dag?

3.145 Kokkur nokkur býr til 12,5 *l* af sveppasúpu. Einn skammtur er 0,25 *l*.
Hve margir gestir geta pantað sveppasúpu áður en súpan klárast?

Prósent

3.146 Reiknaðu dæmin.

a 40% af 670
b 35% af 1250
c 12% af 900
d 85% af 2340
e 15% af 940
f 8% af 14 500

3.147 Hve mörg prósent eru

a 8 af 32?
b 12 af 60?
c 108 af 135?
d 208 af 256?
e 2 af 16?
f 18 af 300?

3.148 Jónas fær 7500 kr. í afmælisgjöf. Hann notar 1500 kr. til að kaupa bol.

Hve mörg prósent af peningunum er það?

3.149 Nokkrir bekkir í skóla í Reykjavík ætla að safna fyrir Rauða krossinn með því að selja merki. Þau ákveða að heimsækja 3500 heimili. Krakkarnir í 8. HF ætla að heimsækja 310 þeirra.

Hve mörg prósent heimilanna ætlar 8. HF að heimsækja?

3.150 Dag nokkurn eru 69 af nemendum skólans veikir.
Það eru 12% allra nemenda.

Hve margir nemendur eru í skólanum?

3.151 Skrifaðu töfluna upp og ljúktu við hana. Allar tölur í sömu línu eiga að vera jafngildar.

Almenn brot	Tugabrot	Prósent
	0,4	
$\frac{3}{8}$		
		75%
	1,8	
		0,4%
$2\frac{1}{5}$		

3.152 Kári eykur æfingatíma sinn frá 5 klukkutímum í 8 klukkutíma á viku.

Um hve mörg prósent eykst æfingatími Kára?

Hér er best að reikna fyrst útsöluverðið.

3.153 Vara kostar 1400 kr. Á útsölu lækkar verðið um 40%. Eftir að útsölunni lýkur er verðið hækkað um 30% af útsöluverðinu.

Hvað kostar varan eftir það?

3.154 **a** Reiknaðu verðið á vörunum á innkaupalistanum.

b Hvað þarftu að borga ef þú færð 20% afslátt?

INNKAUPALISTI

3 kg af appelsínum á 526 kr./kg
2 brauð á 235 kr. stykkið
0,8 kg af kjötfarsi á 890 kr./kg
1,2 kg af eplum á 495 kr./kg

3.155 Á útsölu er verðið á vörunum í töflunni hér á eftir lækkað um 30%. Finndu nýja verðið.

Vörutegund	Fullt verð (kr.)
Ljósar buxur	10 960
Peysa	4980
Skyrta	3980
Sokkar	490

3.156 Í fataverslun nokkurri er verð á öllum vörum, sem kosta meira en 10 000 kr. lækkað um 40% og verð á öllum vörum, sem kosta 10 000 kr. eða minna, er lækkað um 30%.

Finndu upprunalega verðið á vörunum í töflunni hér á eftir.

Vörutegund	Útsöluverð (kr.)
Flíspeysa	4180
Gallajakki	7260
Ljósar buxur	4190
Kjóll	7790

Þjálfaðu hugann

3.157 Í búðinni fást tvær gerðir af rafhlöðum, gular og grænar. Verðið á grænu rafhlöðunum er $\frac{5}{4}$ af verði gulu rafhlaðnanna. Gulu rafhlöðurnar endast bara í $\frac{3}{4}$ af þeim tíma sem grænu rafhlöðurnar endast.

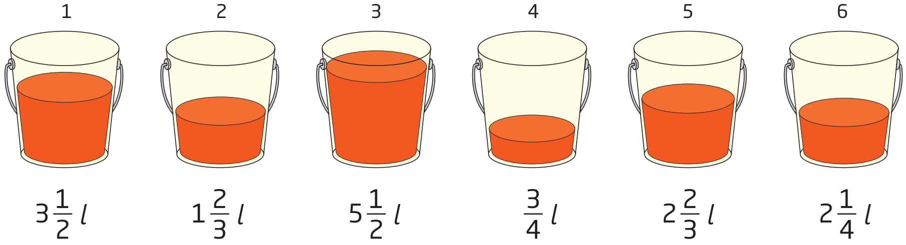
a Pakki af gulum rafhlöðum kostar 300 kr. Hvað kostar þá pakki af grænum rafhlöðum?

b Ef grænu rafhlöðurnar endast í 60 mínútur. Hve lengi endast þá þær gulu?

c Pakki af grænum rafhlöðum kostar 400 kr. Hvað kostar þá pakki af þeim gulu?

d Hvora tegundina af rafhlöðum borgar sig að kaupa? Rökstyddu svarið.

3.158 Hér sérðu nokkrar fötur af rabbarbarasultu.



a Hvernig geturðu sameinað sultuna í fötunum þannig að tvær fötur innihaldi jafn mikið?

b Hve mikið af rabbarbarasultu er þá í hvorri fötu í a-lið?

3.159 Í 9. bekk í Hálsaskóla eru 99 stelpur og 1 strákur. Allir nemendurnir eru saman komnir á sal skólans.

Hve margar stelpur þurfa að yfirgefa salinn til þess að stelpurnar, sem eftir eru, séu 98%?

3.160 Kamilla stækkar mynd af ömmu sinni þannig að lengd og breidd myndarinnar stækkar um 20%.

Hve mörgum prósentum stærra er flatarmál myndarinnar eftir stækkunina?

Orðskýringar

A	
afsláttur	lækkun á vöruverði
afstæð tilvísun í reit	felur í sér að formúlan er aðlöguð og breytist þegar maður afritar hana yfir í annað hólf í töflureikni
aðgerðartákn	tákn sem sýnir hvaða reikniaðgerð á að nota, til dæmis samlagningu eða frádrátt
altæk tilvísun í reit	felur í sér að formúlan í heild eða hlutar af henni „læsast“ þegar hún er afrituð. Þú læsir altækri tilvísun með því að nota dollaratáknið $.
algebruglugg i	í rúmfræðiforritum inniheldur algebruglugginn meðal annars hnit punkta og jöfnur
algebrustæða	stærðartákn þar sem öllum tölunum eða einhverjum þeirra er skipt út fyrir bókstafi. Bókstafirnir í algebrustæðu tákna óþekktar tölur.
alhæfa	láta niðurstöður gilda fyrir stærra safn eða hóp en þann sem niðurstöðurnar fengust úr
almennt brot	tala sem skrifa má með teljara, nefnara og brotastriki. Teljarinn og nefnarinn eru heilar tölur, nefnarinn er ekki 0. Brotastrikið má lesa sem deilingarmerki. Heilar tölur má einnig líta á sem almenn brot þar sem nefnari er 1 eða nefnari gengur upp í teljarann.
armur horns	önnur af hálflínunum tveimur sem mynda horn. Hægri og vinstri armur horns ganga út frá oddpunkti hornsins.
aukastafir	tölustafir hægra megin við kommuna í tugabroti. Fyrsti aukastafurinn sýnir tíundu hluta, annar aukastafurinn sýnir hundraðshluta o.s.frv.
B	
bein formúla	formúla sem gefur myndtöluna í talnamynstri beint frá myndnúmerinu
beint horn	horn sem er 180°; hornið myndar því beina línu
blandin tala	er samsett úr heilli tölu og eiginlegu broti
bókstafareikningur	reikningur með bókstöfum sem tákn fyrir tölur og breytur
bókstafastæða	táknar það sama og algebrustæða
bogi	hluti hringferils
breidd flokka	mismunur á hæsta og lægsta gildi talnasviða sem gögnum er skipt í
breyta (í algebru)	tákn sem merkir gildi tölu sem getur breyst
breyta (í tölfræði)	ýmis breytileg gögn sem eru til rannsóknar. Breyturnar geta verið tölur eða texti.
D	
dálkur í töflureikni	lóðrétt röð hólfa (hólfin sem koma hvert undir öðru). Dálkarnir í töflureikni eru merktir með bókstöfum.
deilistofn	tala sem á að deila í með annarri tölu; samsvarar teljaranum í almennu broti
deiling	það að deila
deilir	talan sem deilt er með
dreifing	mál sem sýna dreifingu, segja til um hvernig gagnasafn dreifist; spönn er algengt mál sem lýsir dreifingu
E	
eiginlegt brot	brot sem hefur gildi milli 0 og 1. Nefnarinn er alltaf stærri en teljarinn.
einingarbrot	almennt brot þar sem teljarinn er 1
einslæg horn	horn með annan arminn sameiginlegan. Við samsíða línur eru þessi horn alltaf jafn stór.
endapunktur	lokapunktur, afmarkar strik
F	
fasti	gildi sem breytist ekki
ferningur	rétthyrningur þar sem allar hliðarnar eru jafn langar
ferningstala	margfeldi tveggja jafn stórra náttúrulegra talna: 1 x 1, 2 x 2, 3 x 3, 4 x 4 og svo framvegis. 1, 4, 9 og 16 eru fyrstu ferningstölurnar. Allar ferningstölur má skrifa sem veldi með veldisvísinum 2.
flatarmál	mælitala sem segir til um hve stór flötur er. Við notum t.d. m^2 (fermetra) til að gefa upp stærðir flata. (flatarmálið). Ef um litla fleti er að ræða notum við cm^2 (fersentimetra); ef fletirnir eru stórir notum við km^2 (ferkílómetra).
flokkaskipt gögn	gögn sem skipt er í mismunandi flokka til að auðvelda yfirsýn

formúla	stæða með tölum og táknum sem lýsir stærðfræðilegum tengslum
Formúlulína (í töflureikni)	lína fyrir ofan sjálfan töflureikninn þar sem hægt er að breyta og skrifa formúlur
formerki	segir til um hvort tala er pósitíf eða negatíf. Táknin + og – eru notuð sem formerki.
frádráttur	það að draga frá
frumtala	tala sem hefur aðeins tvo þætti, töluna 1 og töluna sjálfa
frumþátta	að skrifa tölu sem margfeldi frumtalna
G	
gagnabanki	kerfi þar sem hægt er að vista og flokka viðamiklar upplýsingar
gagnasvæði	hólf í töflureikni sem innihalda gögn. Það er skráð sem: hólfið efst til vinstri: hólfið neðst til hægri, t.d. B1:C45.
geisli	strik sem tengir saman miðju hrings og punkt á hringferli; lengd slíks striks
gleitt horn	horn sem er stærra en 90°
gleiðhyrndur þríhyrningur	eitt hornið í slíkum þríhyrningi er alltaf stærra en 90°
grannhorn	horn sem eru samtals 180° og hafa annan arminn sameiginlegan
gráður	horn eru mæld í gráðum. Við notum lítinn hring, °, til að tákna gráður horns. Snúningur um heilan hring er 360°.
grunnflötur	botninn á þrívíðri mynd
gögn	safn talna eða annarra upplýsinga
H	
hálflína	er sá hluti línu sem liggur öðrum megin við tiltekinn endapunkt ásamt punktinum sjálfum
helminga	að skipta í tvo jafn stóra hluta
heiltöluhluti	sá hluti tugabrots sem er vinstra megin við kommuna. Heila talan í blandinni tölu er einnig heiltöluhluti hennar, t.d. er 2 heiltöluhluti brotsins 2 ½.
hjálparteikning	skissa þar sem mál hafa verið skrifuð og sýnir hvernig teikna má rúmfræðilega mynd
hnit	segja til um hvar punktur er staðsettur í hnitakerfinu
hnitakerfi (rétthyrnt)	samanstendur af tveimur talnalínum sem eru hornréttar hvor á aðra og skerast í punktinum (0, 0)
hornalína	strik milli tveggja horna í marghyrningi; hornin eru ekki hlið við hlið
hólf í töflureikni	er hólf þar sem dálkur og röð mætast. Hólfið þar sem dálkurinn B og röð nr. 2 mætast hefur tilvísunina B2.
hliðrun	að flytja alla punkta myndar jafn langt og í sömu átt
hlutfallstíðni	fjöldi athugana á sérstökum atburði deilt með heildarfjölda athugananna
horn	tvær hálflínur sem byrja í sama punkti mynda horn
hornasumma	summa allra horna í marghyrningi. Hornasumma þríhyrnings er alltaf 180°.
hringbogi	hluti af hringferli
hringfari	tæki til að mæla horn, stundum kallað sirkill
hringgeiri	hluti úr hringfleti sem afmarkast af tveimur geislum út frá miðju hringsins og boga sem tengir saman enda geislanna. Hann getur táknað hlutfallstíðni sem hluta eða prósentu af flatarmáli hrings.
hringur	allir punktar sem eru í ákveðinni fjarlægð frá punkti sem kallast miðja hringsins. Hringurinn afmarkar hringflöt.
hvasst horn	horn sem er minna en 90°
hvasshyrndur þríhyrningur	öll horn hvasshyrnds þríhyrnings eru minni en 90°
J	
jafna	samanstendur af tveimur algebrustæðum sem standa hvor sínum megin við jöfnumerki. Jöfnumerkið táknar að stæðurnar eru jafngildar. Það er venja að nota bókstafinn x til að tákna óþekktu stærðina í jöfnu ef aðeins er um eina óþekkta stærð að ræða.

jafnarma þríhyrningur	þríhyrningur þar sem tvær hliðanna eru jafn langar. Þá eru einnig tvö horn þríhyrningsins jafn stór.
jafngild brot	tvö eða fleiri brot sem hafa sama gildi, þ.e. eru jafn stór
jafnhliða þríhyrningur	þríhyrningur þar sem allar hliðarnar eru jafn langar og öll hornin jafn stór, þ.e. 60°
K	
kerfisbundin villa	ef allar mælingar gefa annaðhvort of lágar eða of háar niðurstöður
kúrfa	ferill
kvóti	svarið við deilingardæmi: deilistofn : deili = kvóti.
L	
lagshorn	tvö horn sem samtals eru 90°
langhlið	lengsta hliðin í rétthyrndum þríhyrningi
lengja brot	að margfalda teljara og nefnara með sömu tölu
liður	tölurnar sem lagðar eru saman í samlagningardæmi og tölurnar sem dregnar eru frá hver annarri í frádráttardæmi: liður + liður = summa; liður – liður = mismunur
lína	„farið“ eftir punkt sem hreyfir sig stöðugt í sömu stefnu á sléttu (eða fleti)
línurit	myndrit sem er notað til að sýna breytingu yfir ákveðið bil og er gert í hnitakerfi. Breytingin er sýnd sem samfelldur ferill.
lokuð spurning	spurning þar sem svarmöguleikarnir eru fyrir fram ákveðnir
M	
margfeldi	svarið sem kemur út þegar tala er margfölduð með annarri tölu: þáttur • þáttur = margfeldi
margföldun	það að margfalda
marghyrningur	lokuð flatarmynd með þremur eða fleiri hliðum. Hliðarnar eru strik sem mætast í hornum marghyrningsins. Engar tvær samliggjandi hliðar liggja á sömu línu.
meðaltal	niðurstaðan þegar deilt er í summu talna með fjölda þeirra
miðgildi	í talnagögnum skiptir þetta gildi tölunum í tvo hópa þar sem jafn margar tölur eru í hvorum hópi. Ef heildarfjöldi gilda er slétt tala er tekið meðaltal þeirra tveggja gilda sem eru næst miðju. Miðgildi er eitt þeirra gilda sem segir til um miðsækni.
miðpunktur	punktur á strikinu AB sem er jafn langt frá punktinum A og frá punktinum B
miðsækni	gildi sem sýna miðsækni segja til um hver „miðjan“ í stóru gagnasafni er, þ.e. gildi sem er dæmigert fyrir gagnasafn. Þessi gildi eru meðaltal, miðgildi og tíðasta gildi.
minni vasareiknis	virkar sem falinn gluggi í vasareikninum sem hægt er að skrá tölu í
minnsta sameiginlega margfeldi talna	minnsta talan sem allar tölurnar ganga upp í
miðþverill	þverill sem liggur gegnum miðpunkt striks
mismunur	svarið í frádráttardæmi: liður – liður = mismunur
myndnúmer	tala sem táknar númer í röð mynda
myndrit	myndrit kynnir gögn á sjónrænan hátt
myndtala	tala sem segir til um úr hve mörgum einingum mynd er sett saman
N	
náttúrlegar tölur	tölurnar sem við teljum með: 1, 2, 3, 4 ...
nefnari	talan sem er undir brotastrikinu í almennu broti. Táknar í hve marga jafn stóra hluta heildinni er skipt.
neikvæðar tölur	þær eru vinstra megin við 0 á talnalínunni og eru táknaðar með frádráttarmerki
O	
oddatala	heil tala sem er ekki deilanleg með 2
oddpunktur	punkturinn þar sem tveir armar horns mætast
opin spurning	spurning sem þátttakendur í spurningakönnun geta svarað frjálst
Ó	
óeiginlegt brot	almennt brot stærra en 1. Teljarinn er alltaf stærri en nefnarinn í óeiginlegu broti.
óuppsett jafna	texti sem lýsir vandamáli sem hægt er að leysa með jöfnu

P	
prósent	hluti af 100, hundraðshluti; 1% er einn hundraðasti hluti; 100% samsvarar einum heilum (allri heildinni, öllum)
punktur	„staður“ í rýminu sem hefur enga vídd
R	
rakningarformúla	formúlan sem gefur myndtöluna út frá fyrri myndtölu í mynstri
reikniaðgerð	segir til um hvernig reiknað er. Reikniaðgerðirnar fjórar eru samlagning, frádráttur, margföldun og deiling.
rétt horn	horn sem er 90°
rétthyrndur þríhyrningur	þríhyrningur þar sem eitt hornið er 90°
rétthyrningur	samsíðungur þar sem öll hornin eru 90°
rúmfræði	þekkingin á myndum og tengslum í sléttu og rými
rúmfræðiforrit	forrit fyrir tölvu sem gerir mögulegt að teikna rúmfræðilegar myndir sem má breyta, stækka eða minnka beint á skjánum
rúmfræðilegar myndir	myndir í tveimur eða þremur víddum, t.d. þríhyrningur eða píramídi
rúmfræðiteikning	línur og hringbogar teiknuð með hringfara og reglustiku
S	
sameiginlegur þáttur	sameiginlegur þáttur tveggja talna er tala sem gengur upp í báðum tölunum
samhverfa	mynstur sem kemur fram við speglun og snúning
samlagning	það að leggja saman
samnefnari	tala sem allir nefnararnir ganga upp í. Auðveldast er að nota minnsta sameiginlega margfeldið sem samnefnara.
samsettar tölur	tölur sem hægt er að skrifa sem margfeldi að minnsta kosti tveggja talna sem hvorki eru 1 né talan sjálf
samsíða	tvær línur eða strik sem skerast aldrei, hversu langt sem þau eru framlengd. Fjarlægðin milli tveggja samsíða lína er alls staðar eins.
samsíðungur	ferhyrningur þar sem tvær og tvær hliðar eru samsíða
skipta tölu upp eftir sætum	að skipta tölu í einingar, tugi, hundruð o.s.frv. og skrifa töluna sem summu þessara talna, t.d.: 234 = 200 + 30 + 4
skífurit	yfirlit yfir hlutfallstíðni gagnasafns. Þetta myndrit er hringur sem skipt er í hringgeira. Stundum er þetta kallað kökurit.
skurðpunktur	þar sem tvær eða fleiri línur eða strik mætast
sléttar tölur	náttúrulegar tölur sem eru deilanlegar með 2; þetta eru tölur sem enda á 0, 2, 4, 6 eða 8
slumpreikningur	reikningur með námunduðum tölum
snúningur	hreyfing þar sem allir fastir punktar í mynd verða áfram í sömu fjarlægð frá snúningsmiðju. Við slíkan flutning breytist hvorki form myndar né stærð.
snúningshorn	hornið sem mynd er snúið um. Það kallast jákvætt horn ef snúningurinn er á móti klukkunni og neikvætt horn ef snúningurinn er með klukkunni.
snúningsmiðja	punktur sem er kyrr þegar mynd er snúið um þennan punkt sem miðpunkt
snúningssamhverfa	tvær myndir eru snúningssamhverfar ef snúningur annarrar myndarinnar leiðir til þess að hún þekur hina myndina alveg
spegilás	lína sem mynd er samhverf um. Fjarlægðin frá punkti A til spegilássins er jafn mikil og fjarlægðin frá hinum speglaða punkti A´ til spegilássins.
spegilsamhverfa	það að hlutur eða mynd falli í sjálfa sig ef hún er spegluð um spegilás
spönn	sýnir eina tegund dreifingar í tölfræði og er mismunurinn milli hæsta og lægsta gildis í gagnasafni
strik	bútur af línu milli tveggja punkta

stuðlarit	súlurnar í stuðlariti eru breiðari en í súluriti og ekkert bil er á milli þeirra. Stuðlarit sýnir flokka í gagnasafni og er því notað þar sem gögn eru fengin úr samfelldu safni.
stytta brot	að deila með sömu tölu í teljara og nefnara
summa	svarið í samlagningardæmi: liður + liður = summa
súlurit	samanstendur af súlum sem eru allar jafn breiðar. Lengdir súlnanna sýna tíðni.
svarendur	þeir sem taka þátt í spurningakönnun
T	
tafla	samsett úr röðum og dálkum, notuð til að skipuleggja og flokka gögn og auðvelda yfirsýn
talnaruna	tölur sem koma hver á eftir annarri í ákveðinni röð
talnamynstur	mynstrið sem myndar talnarunu
teiknilýsing	lýsing á því hvernig teikning er gerð
teljari	talan, sem er fyrir ofan brotastrik almenns brots, táknar fjölda hluta af heild
teningur	teningur hefur sex jafn stóra hliðarfleti sem allir eru ferningar
tíðasta gildi	eitt þeirra gilda sem sýnir miðsækni í gögnum og lýsir því gildi í gögnunum sem hefur mestu tíðnina, þ.e. kemur oftast fyrir
tíðni	segir til um hve margir eru af hverjum atburði eða í hverjum flokki sem rannsakaðir eru
tíðnitafla	tafla sem gefur yfirlit yfir hve oft sérhvert gildi, sem athugað hefur verið, kemur fyrir
tígull	samsíðungur þar sem allar hliðarnar eru jafn langar
topphorn	horn sem hafa sameiginlegan oddpunkt og sameiginlega arma. Topphorn eru alltaf jafn stór.
trapisa	ferhyrningur þar sem tvær mótlægar hliðar eru samsíða
tröppurit	sérstakt afbrigði af línuriti sem sýnir ekki samhangandi feril heldur nokkrar láréttar línur sem líta út eins og tröppur
tugabrot	samanstendur af heiltöluhluta tölunnar, sem er vinstra megin við kommu, og einum eða fleiri aukastöfum hægra megin við kommuna. Tugabrot milli –1 og 1 hafa heiltöluhlutann 0.
tugveldi	veldi þar sem veldisstofninn er 10. Tölurnar 10, 100 og 1000 eru dæmi um tugveldi.
tölfræði	felur m.a. í sér að skipuleggja kannanir
tölustafur	við notum tíu tölustafi til að skrifa tölur: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 og 9
U	
ummál	lengd jaðars marghyrnings eða hrings
upphafspunktur	skurðpunkturinn milli ásanna í hnitakerfi. Upphafspunkturinn hefur hnitin (0, 0).
V	
veldi	stuttur ritháttur fyrir margföldunardæmi þar sem þættirnir eru sama talan. Veldi samanstendur af veldisstofni og veldisvísi.
veldisstofn	talan sem margfölduð er með sjálfri sér í veldi
veldisvísir	í veldi segir veldisvísirinn til um hve oft á að margfalda veldisstofninn með sjálfum sér
verg landframleiðsla (VLF)	verðmæti allra vara og allrar þjónustu sem framleidd er í landinu á ári
vídd	í rúmfræði eru myndir með einni, tveimur og þremur víddum. Lína er í einni vídd, flötur eða slétta er í tveimur víddum og kubbur er í þremur víddum (eða „lína er einvíð, slétta er tvívíð og kubbur er þrívíður).
X	
x-ásinn	lárétta talnalínan í rétthyrndu hnitakerfi
Y	
y-ásinn	lóðrétta talnalínan í rétthyrndu hnitakerfi
yfirborðsflatarmál	summa flatarmála allra hliða þrívíðrar myndar eða hlutar
Þ	
þverill	lína eða strik sem myndar 90° horn við línuna sem þverillinn er á
þversumma	summa allra tölustafa í tölu. Þversumma tölunnar 315 er 9.