Stærðfræði 1

8tíu

Guðbjörg Pálsdóttir – Guðný Helga Gunnarsdóttir

NÁMSGAGNASTOFNUN

Til nemenda

Námsefnisflokkurinn *Átta–10* er hugsaður fyrir nemendur í 8.–10. bekk. Grunnbókin 8–tíu 1 skiptist í níu kafla. Í hverjum kafla er aðallega fjallað um einn efnisþátt stærðfræðinnar. Þú þarft þó að hafa það hugfast að efnisþættir stærðfræðinnar fléttast saman og styðja hver við annan. Einnig skaltu hugsa um tengsl stærðfræðinnar við aðrar námsgreinar og daglegt líf þitt.

Námsefninu er ætlað það hlutverk að styðja þig í námi þínu. Þú þarft að fá yfirsýn yfir nám þitt og setja þér markmið. Gagnlegt getur verið fyrir þig að finna í *Aðalnámskrá grunnskóla – stærðfræði* hvaða markmið eru sett fram fyrir nemendur. Þú getur síðan skoðað grunnbókina og reynt að gera þér grein fyrir hvernig þú getur unnið að því að ná markmiðum aðalnámskrár.

Gangi þér vel,
höfundar

8–tíu

Stærðfræði 1

ISBN 9979-0-1063-0

Ritstjóri: Hafdís Finnbogadóttir

1. útgáfa 2005
2. útgáfa 2006
3. útgáfa 2006
Námsgagnastofnun
Reykjavík

Útlit: Námsgagnastofnun
Umbrot og prentvinnsla: Oddi hf.

Guðmundur Birgisson, Helga Jónsdóttir, Hermann Þórisson, Jón Páll Haraldsson, Jónína Vala Kristinsdóttir, Kristín Bjarnadóttir, Sigríður Hlíðar, Steinunn Sigurbergsdóttir og Þórdís Guðjónsdóttir lásu yfir handrit og veittu góð ráð við vinnslu efnisins. Þeim og öðrum sem aðstoðuðu við gerð þessa efnis eru færðar bestu þakkir. Björgvini Sigurðssyni eru einnig færðar þakkir fyrir nafngiftina á bókarflokkinn.

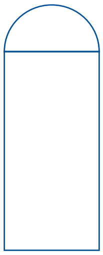
Stærðfræði 1

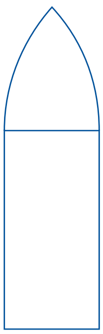
ÁTTA 10

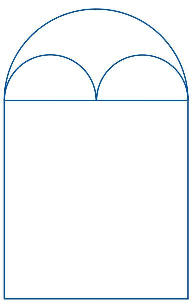
EFNISYFIRLIT

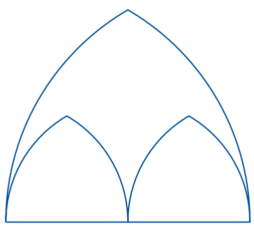
Hringir og hyrningar 4
Algebra 20
Hlutföll 34
Almenn brot 46
Frumtölur 58
Þrívídd 66
Tugabrot og prósentur 76
Tölfræði 93
Breytingar 105
    Viðhorf þín til stærðfræði 111
Atriðisorð 112

Hringir og hyrningar









Í mörgum gömlum byggingum má sjá að menn hafa verið mjög uppteknir af hringformum og þeim mynstrum og bogum sem myndast þegar hringir skarast. Við hönnun og teikningu á slíkum mynstrum og bogum voru notaðir hringfarar.

Fyrr á öldum var hringfari einnig eitt af aðaltækjum stærðfræðinga. Þeir glímdu við að teikna form með því að nota eingöngu hringfara og stiku. Ekki tókst þeim að teikna öll form. Þeir fundu t.d. leiðir til að teikna reglulega marghyrninga, samsíða línur og hornréttar línur af nákvæmni.

Með hringfara er hægt að teikna margs konar form af nákvæmni. Í kaflanum gefst tækifæri til að kynnast því hvernig nota má hringfarann á fjölbreyttan hátt við ýmiss konar teikningar. Nú eru teikningar almennt gerðar í tölvu. Þá þarf oft að gefa upp sömu forsendur og notaðar eru við teikningar með hringfara. Á Netinu má finna ýmis forrit sem gaman getur verið að prófa.

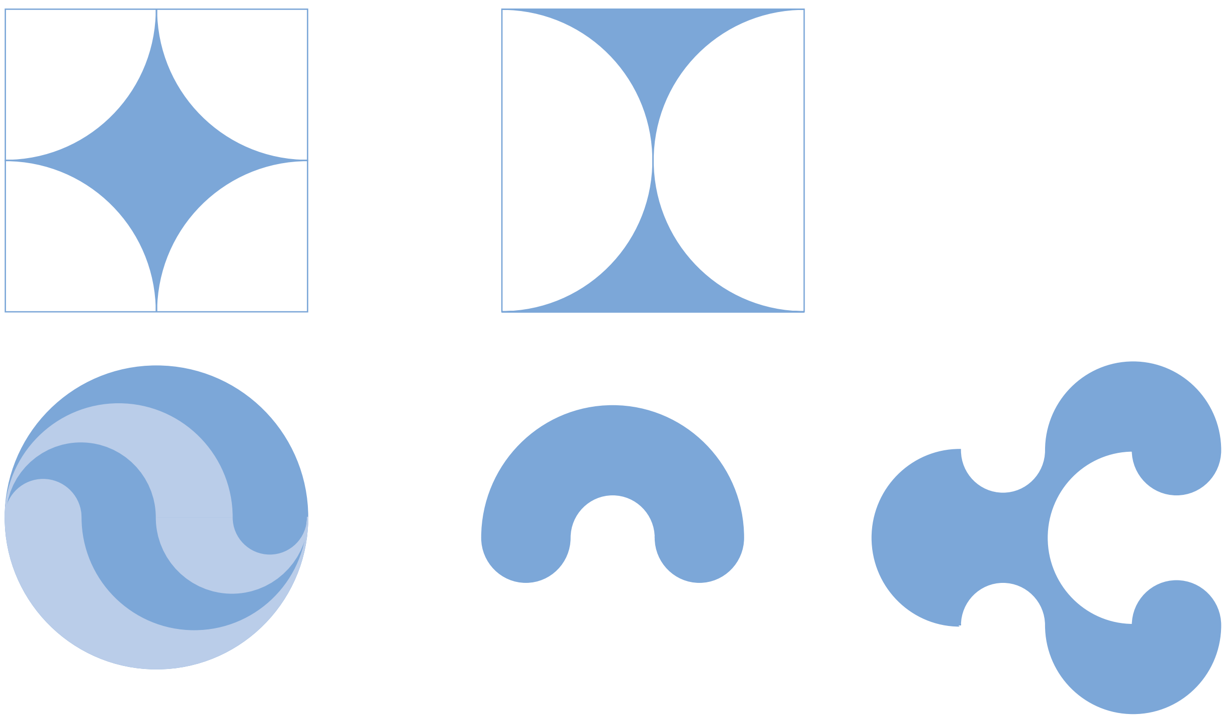
Notkun hringfara krefst nákvæmni og æfingar með tækið. Hér á eftir fylgja nokkur verkefni sem nýtast til slíkra æfinga.

1 a Teiknaðu hring með 4 sentímetra geisla á mitt A4 blað. Merktu punkt á hringnum. Notaðu geisla hringsins til að marka fimm punkta til viðbótar með jöfnu millibili á hringinn.
Teiknaðu sex hringi sem hafa miðju á punktunum sem markaðir hafa verið á hringnum. Geisli þeirra á að vera 4 sentímetrar.

b Skoðaðu myndina og litaðu mynstrið í samræmi við hana.
Klipptu út það sem þú litaðir.

c Klipptu hvert form og reyndu að raða formunum sex í tvo hringi.
Finndu geisla þeirra.
Berðu stærð þessara hringja saman við stærð upphaflega hringsins.
Raðaðu formunum saman eins og þér finnst fallegt og límdu þau á blað.

2 Skoðaðu myndirnar og finndu út hvernig þær hafa verið teiknaðar með hringfara.



Í gegnum tvo punkta (A, B) má draga beina línu. Lengd línustriksins AB er stysta vegalengd á milli punktanna.

Lína hefur hvorki upphaf né endi.

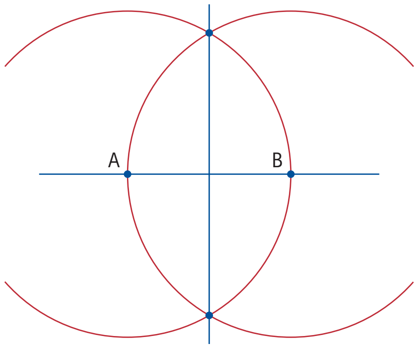
A B

Strik afmarkast af tveimur punktum á línu.

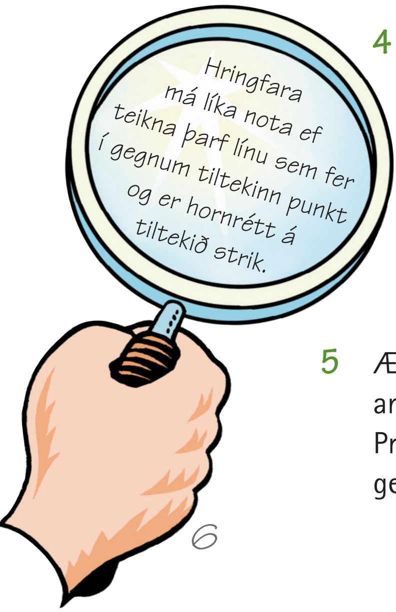
Það að draga beina línu og afmarka lengdir á henni er grundvallaratriði við teikningu flatarmynda. Við teikningar flatarmynda þarf oft að finna miðpunkt striks. Finna má miðpunkt án mælinga með því að nota hringfara.

3 Fylgdu leiðbeiningunum til að finna miðpunkt striks.

- Teiknaðu línu og merktu tvo punkta á hana A og B.
- Teiknaðu hring, með punktinn A sem miðju, sem fer í gegnum punktinn B.
- Teiknaðu hring, með punktinn B sem miðju, sem fer í gegnum punktinn A.
- Merktu punkta þar sem hringirnir skerast. Dragðu strik á milli þeirra. Þar sem strikið sker strikið AB er miðpunktur beggja strikanna.

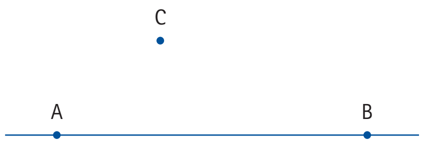


Strikin eru hornrétt hvort á annað og því nýtist þessi leið líka til að teikna strik horrétt á annað strik.
Hve oft skerast hringirnir? Hefði verið nóg að teikna hálfhring?
Kemur fram speglun í myndinni?



4 Teiknaðu svipaða mynd.

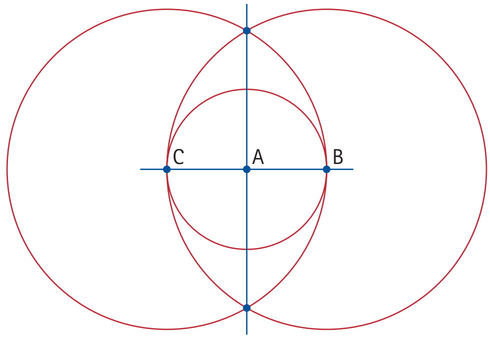
- Settu odd hringfarans í punktinn A og blýið í punktinn C. Dragðu hálfhring.
- Settu odd hringfarans í punktinn B og blýið í punktinn C. Dragðu hálfhring.
- Dragðu strik milli skurðpunkta hálfhringanna.



Kemur fram speglun í myndinni?

5 Æfðu þig áfram í að finna miðpunkt striks og teikna tvö strik hornrétt hvort á annað.
Prófaðu líka nokkrum sinnum að teikna línu sem er hornrétt á strik og fer í gegnum tiltekinn punkt sem liggur utan striksins.

6 Teiknaðu línu og merktu punktinn A á hana. Fylgdu leiðbeiningunum til að teikna línu sem er hornrétt á línuna í punktinum A.

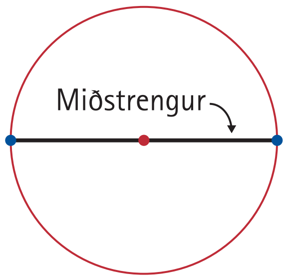


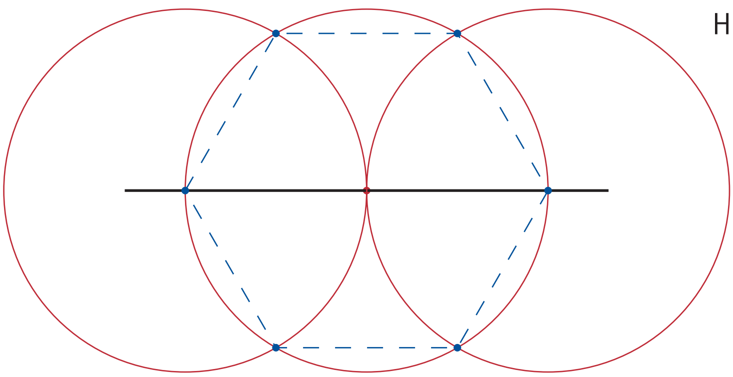
- Markaðu annan punkt á línunni og merktu hann B.
- Teiknaðu hring, með punktinn A sem miðju, sem fer í gegnum punktinn B.
- Merktu punktinn C þar sem hringurinn og línan skerast.
- Teiknaðu hring, með miðju í punktinum B, sem fer í gegnum punktinn C.
- Teiknaðu hring, með miðju í punktinum C, sem fer í gegnum punktinn B.
- Merktu punkta þar sem stóru hringirnir skerast og teiknaðu línu í gegnum þá og punktinn A. Sú lína er hornrétt á upphaflegu línuna í punktinum A.

7 Teiknaðu rétthyrning með hringfara.

8 Teikna má sexhyrning inn í hring á eftirfarandi hátt.

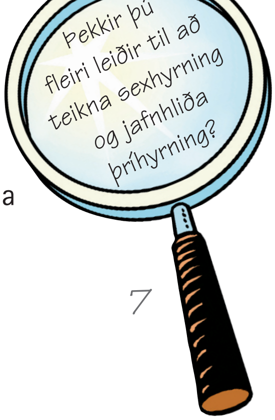
- Teiknaðu hring og merktu miðju hans.
- Teiknaðu miðstreng hringsins og merktu punkta þar sem miðstrengurinn sker hringinn.
- Teiknaðu hringi með sama geisla sem hafa miðju þar sem miðstrengurinn sker upphaflega hringinn.
- Merktu punktana þar sem hringirnir skerast.





Hringnum hefur verið skipt í sex hluta. Sexhyrningur kemur fram ef dregin eru strik á milli punktanna.

Getur þú nýtt þér þessa leið til að teikna jafnhliða þríhyrning?

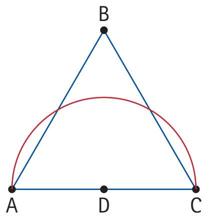


Í gotneskum byggingarstíl eru bogar mikið notaðir. Grunnbogi í gotneskum stíl er teiknaður út frá jafnhliða þríhyrningi. Dæmi um slíka boga má finna í mörgum byggingum, m.a. í Notre Dame kirkjunni í París og Landakotskirkju í Reykjavík.

9 Prófaðu að teikna gotneska boga. Hér eru tvö dæmi.

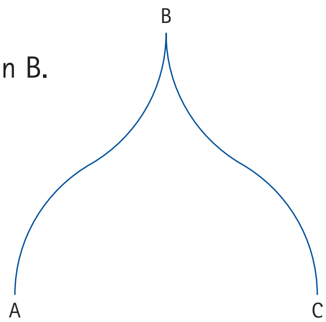
a Teiknaðu línu og merktu á hana tvo punkta, A og B.

- Teiknaðu fjórðung úr hring ofan við línuna með geislann AB og miðju í punktinum A.
- Teiknaðu fjórðung úr hring ofan við línuna með geislann AB og miðju í punktinum B.
- Hringferlarnir skerast. Strokaðu út strikin sem eru ofan við skurðpunkt þeirra.
- Bogann sem myndast má m.a. sjá í gluggum, turnum og hvelfingum margra bygginga sem byggðar eru í gotneskum stíl.



b Teiknaðu jafnhliða þríhyrning og merktu hornpunkta hans með A, B og C.

- Finndu miðpunkt striksins AC og merktu hann D.
- Teiknaðu hálfhring með miðju í D og geisla AD.
- Teiknaðu línuna l hornrétt á strikið AC í punktinum A.
- Teiknaðu línuna m hornrétt á strikið AC í punktinum C.
- Teiknaðu línu hornrétt á línu l í gegnum punktinn B sem fer í gegnum línuna m. Merktu skurðpunktana E og F.
- Settu odd hringfarans í punktinn E og blýið í punktinn B. Dragðu fjórðung úr hring.
- Farðu eins að út frá punktinum F.
- Strokaðu aukalínur út.

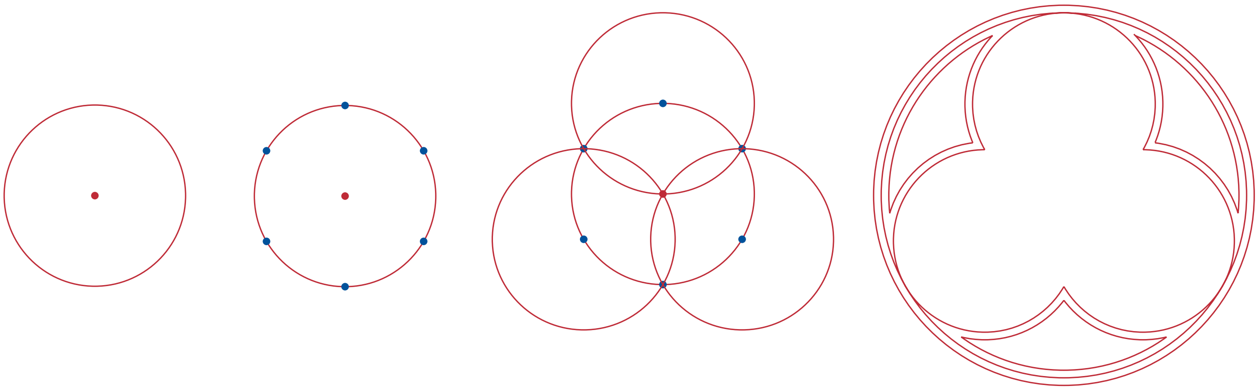


10 Teiknaðu hús með gluggum og turnum þar sem þú notfærir þér þessa tækni.

Í gotneskum byggingarstíl eru skreytingar oft búnar til út frá hringjum og bogum.

11 Teiknaðu hring og merktu miðpunkt hans.

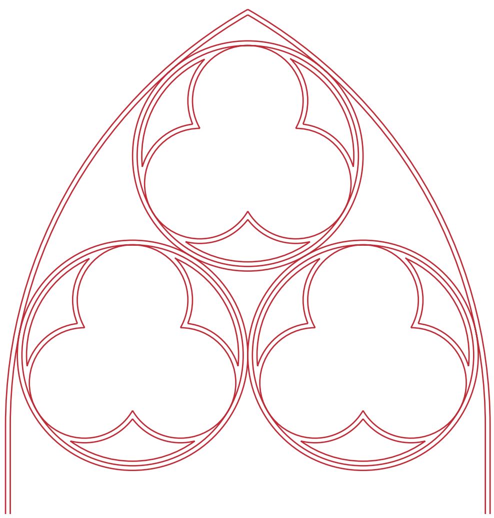
- Skiptu hringferlinum í sex jafna hluta.
- Teiknaðu þrjá hringferla utan á hringinn með miðju í öðrum hvorum punkti og sama geisla og upphaflegi hringurinn.
- Teiknaðu stóran hring með sömu miðju. Hafðu lengd geislans tvöfalda miðað við upphaflega hringinn. Búðu til tvöfalda boga með því að lengja geislana örlítið.
- Strokaðu upphaflega hringinn út.



12 Prófaðu að teikna gluggann sem er á myndinni.

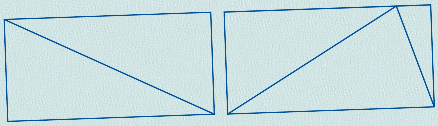
13 Hannaðu bogadreginn glugga.

- Búðu til lýsingu á hvernig megi teikna hann.
- Fáðu einhvern til að prófa að teikna eftir lýsingu þinni.

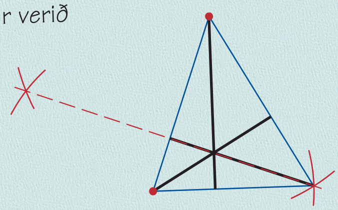


$$F = \frac{g \cdot h}{2}$$

Flatarmál þríhyrninga má finna með því að margfalda saman grunnlínu og hæð og deila með tveimur.



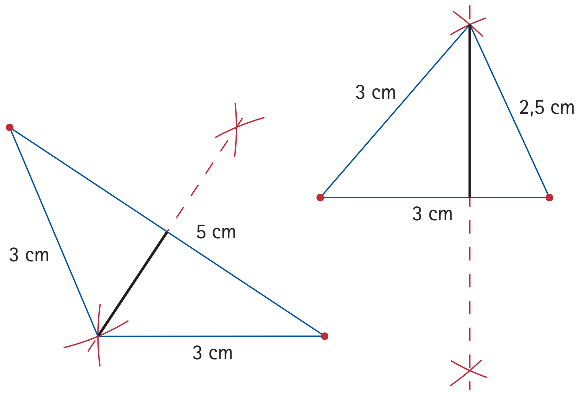
Hæð í þríhyrningi er alltaf hornrétt lína frá einu horni niður á grunnlínu. Grunnlína getur verið hvaða hlið þríhyrnings sem er.



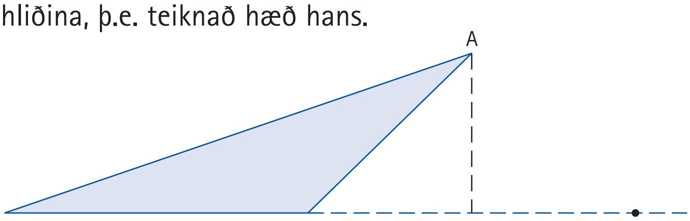
14 Teiknaðu þríhyrning. Hafðu hliðarlengdir ekki minni en 10 sentímetra.
Merktu hornin. Notaðu hringfara og finndu hæð út frá horninu A.
Finndu hæð út frá horninu B.
Reiknaðu flatarmál þríhyrningsins út frá þessum tveimur hæðum og grunnlínum.
Færðu sömu niðurstöðu?

Vegna óvissu í mælingum má búast við að niðurstaðan verði ekki alls staðar hin sama.

15 Finndu flatarmál þríhyrninganna. Þú getur valið hvaða hlið þú notar sem grunnlínu.

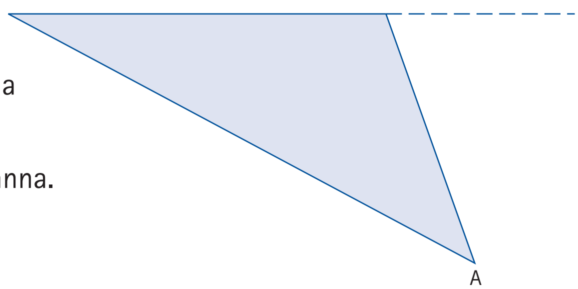


Oft þarf að framlengja hlið þríhyrnings til að geta teiknað línu sem er hornrétt á hliðina, þ.e. teiknað hæð hans.



16 a Finndu hæð út frá horni A.
Hefði þér þótt auðveldara að finna hæð út frá einhverju öðru horni?

b Finndu flatarmál bláu þríhyrninganna.



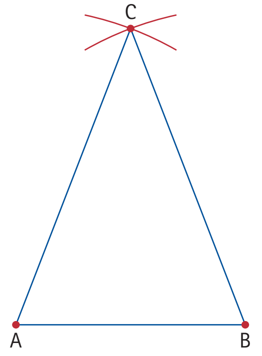
Notaðu hringfara til að teikna ólíka þríhyrninga.

17 Teiknaðu jafnhliða þríhyrninga með hliðarlengdir

a 7 cm **b** 5 cm **c** 2,6 cm

18 Teiknaðu jafnarma þríhyrning.

- Teiknaðu línu og markaðu tvo punkta með 5 cm millibili á hana.
- Merktu punktana A og B.
- Teiknaðu tvo boga með 7 cm geisla. Annan með miðju í punktinum A og hinn með miðju í punktinum B.
- Merktu punkt C þar sem bogarnir skerast.
- Tengdu punktana A, B og C saman með beinum línum.



19 Teiknaðu fleiri jafnarma þríhyrninga.

a Ein hliðin er 3 cm og hinar tvær eru 8 cm.

b Ein hlið er 5 cm og hinar tvær eru 3 cm.

c Ein hliðin er 2,5 cm og hinar tvær eru 4 cm.

d Ein hlið er 4,2 cm og hinar tvær eru 6,6 cm.

Teikna má þríhyrning með ólíkar hliðarlengdir á sama hátt og jafnarma þríhyrninginn. Þó þarf að breyta stillingunni á hringfaranum þegar afmörkuð er lengd frá punktum A og B.

20 Teiknaðu þríhyrninga með hliðarlengdir

a 8 cm, 7 cm, 5 cm.

b 4,5 cm, 5,5 cm, 7 cm.

c 4 cm, 5 cm, 10 cm.

d 3 cm, 4 cm, 5 cm.

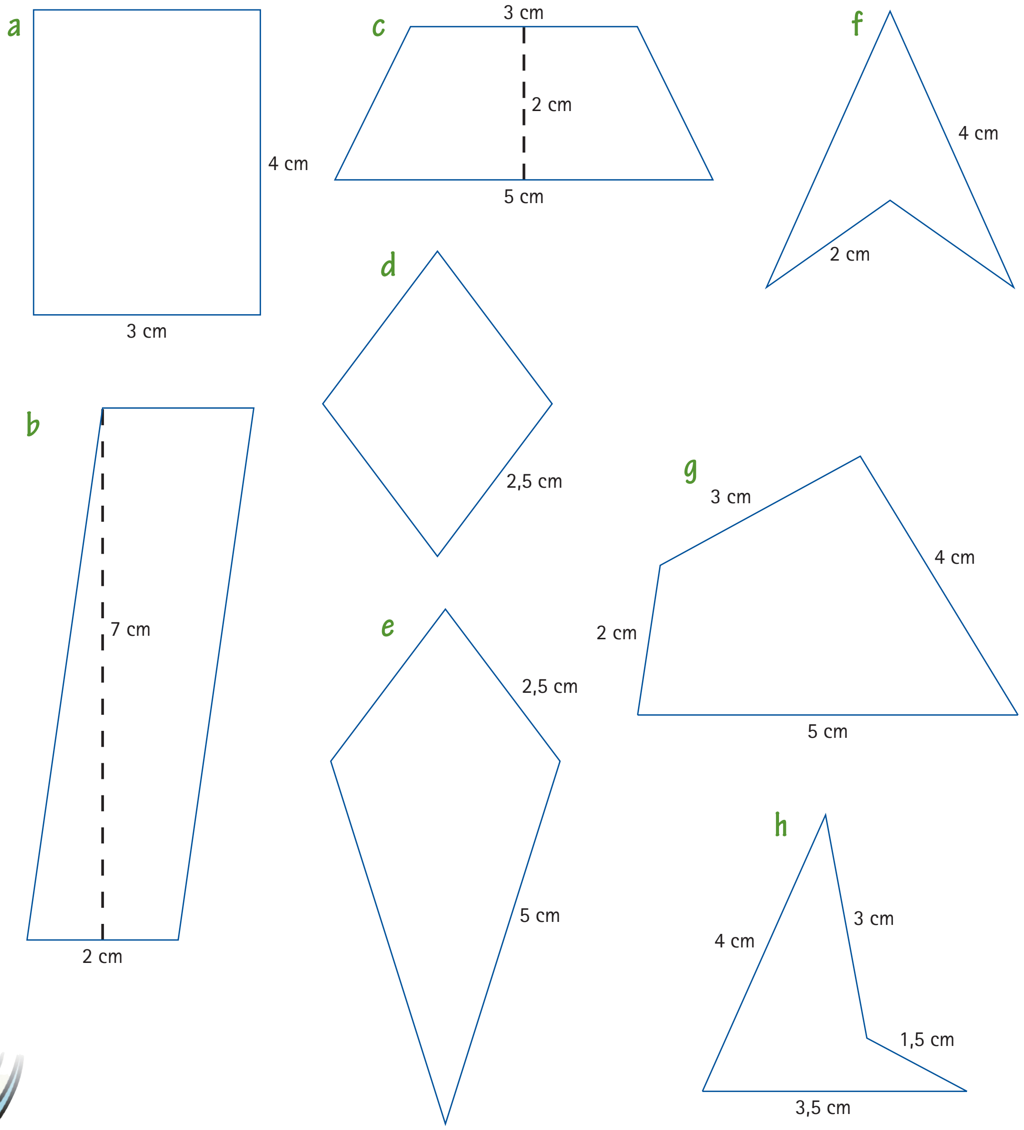
21 Teiknaðu línustrik sem er 8 cm á lengd. Ef þetta strik væri ein hlið í þríhyrningi hve langar gætu hinar hliðar þríhyrningsins verið? Prófaðu með hringfaranum.

22 Veldu a.m.k. þrjá af þríhyrningunum sem þú hefur teiknað. Mældu horn þeirra og finndu flatarmál þeirra.

Í flestum tölvum eru forrit sem nota má til að teikna ýmiss konar form. Kannaðu að hvaða forritum þú hefur aðgang og hvaða möguleika þau gefa þér til að teikna af nákvæmni. Getur þú teiknað þríhyrning með tilteknar hliðarlengdir eða hring með geislann 7 cm?

Einnig eru til sérstök rúmfræðiforrit þar sem hægt er að teikna form af mikilli nákvæmni.

23 Finndu flatarmál ferhyrninganna. Þú getur auðveldað það með því að skipta þeim í rétthyrninga og þríhyrninga.



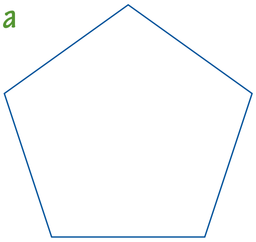
Lína sem skiptir ferhyrningum í tvo þríhyrninga ligg-ur alltaf milli tveggja horna og er því kölluð hornalína. Frá hverju horni í ferhyrningi má teikna eina hornalínu.

Hvaða ferhyrningum skiptir þú í tvo þríhyrninga?
Hefðir þú líka getað skipt hinum ferhyrningunum í tvo þríhyrninga?

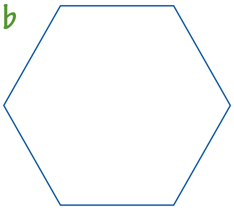
24 Getur þú teiknað hornalínu í þríhyrningi? En í sexhyrningi?

25 Þú getur notað þekkingu þína á flatarmáli þríhyrninga og rétthyrninga til að finna flatarmál annarra marghyrninga. Lýstu því hvernig þú myndir fara að við að finna flatarmál hyrninganna.

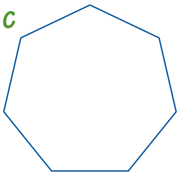
a



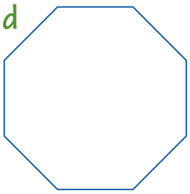
b



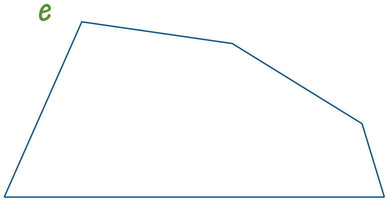
c



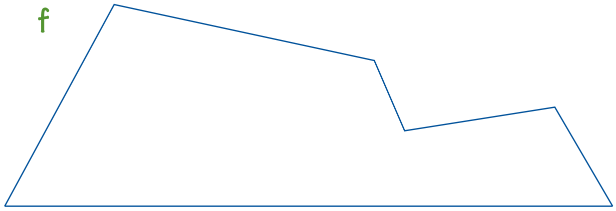
d



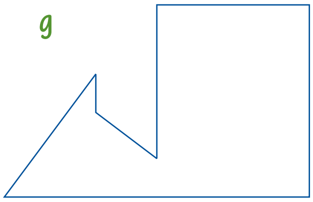
e



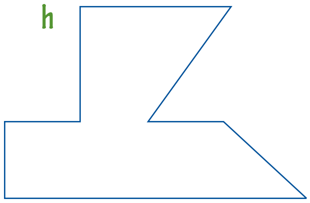
f



g



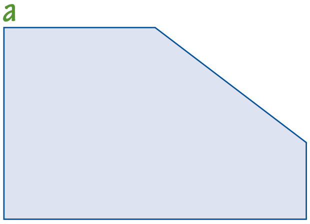
h



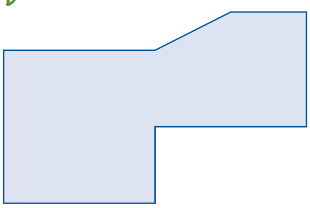
Veldu þrjá hyrninga og finndu flatarmál þeirra.

26 Finndu flatarmál hyrninganna.

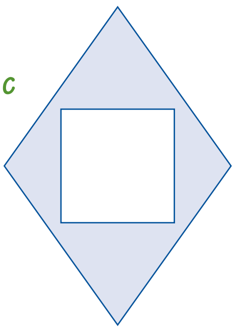
a



b



c



27 Hver er hornasumma ferhyrnings?
Hver er hornasumma þríhyrnings?
Hve miklu munar?

28 Teiknaðu fimmhyrning. Veldu þér eitt horn.
Hve margar hornalínur getur þú teiknað út frá því? Teiknaðu þær.
Nú hefur þú skipt fimmhyrningnum í þríhyrninga. Hve margir eru þeir?
Hver er hornasumma þríhyrnings? Notaðu niðurstöðuna til að finna hornasummu fimmhyrningsins.

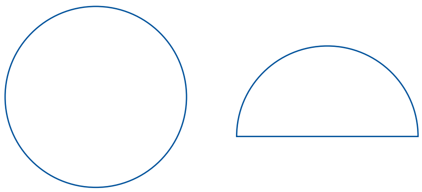
29 Skoðaðu skipulega fjölda hornalína frá hverju horni og hornasummu marghyrninga. Skráðu niðurstöður þínar í töflu.

Fjöldi hliða	3	4	5	6	7	8
Fjöldi hornalína	0	1	2			
Fjöldi þríhyrninga	1	2				
Hornasumma	$1 \cdot 180°$	$2 \cdot 180°$				

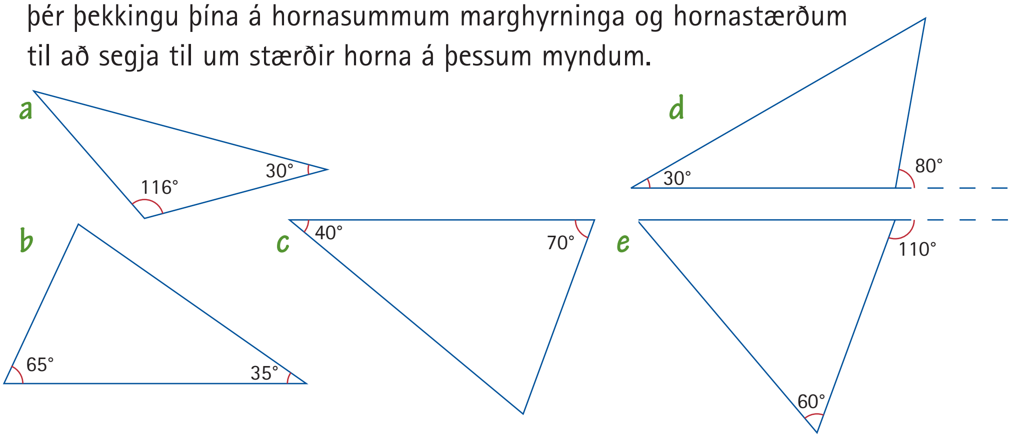
30 a Hvernig gætir þú fundið hornasummu í tíhyrning? En fimmtánhyrning?

b Getur þú fundið hornasummu í hvaða marghyrningi sem er?
Lýstu reglunni sem þú myndir nota.

31 Hvað er hringur margar gráður?
Hve margar gráður er hálfhringur?



32 Eins og sjá má af hálfhringnum má líta á beina línu sem 180° horn. Notfærðu þér þekkingu þína á hornasummum marghyrninga og hornastærðum til að segja til um stærðir horna á þessum myndum.



Dóri vinnur í dósaverksmiðju. Hann mælir ummál allra gerða af dósum sem framleiddar eru í verksmiðjunni. Hann mælir líka þvermál þeirra. Niðurstöður hans má sjá í töflunni.

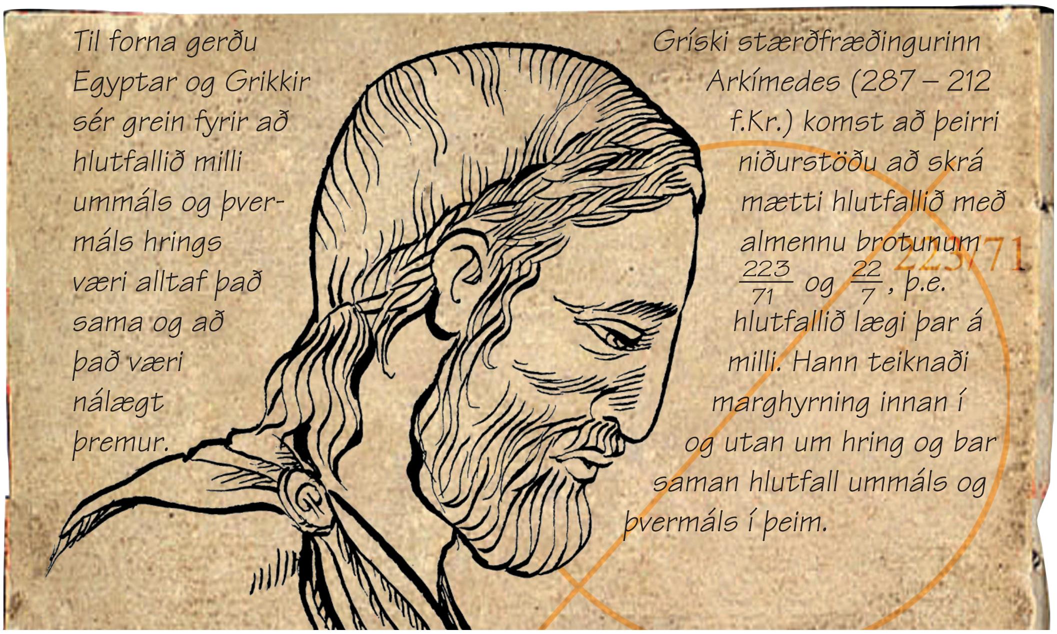
Ummál	Þvermál
18,3	5,8
23,5	7,5
30	9,5
15,7	5
45,5	14,5
92,6	29,5
35	11,1

Honum virðist að það sé samband á milli ummáls og þvermáls dósanna. Hann notar vasareikni til að athuga þetta nánar. Niðurstaða hans er að hlutfallið sé alltaf milli 3,13 og 3,16, þ.e. að ummálið sé rúmlega þrisvar sinnum þvermálið.

33 Skráðu hlutfallið í hverju tilfelli með sex stöfum fyrir aftan kommu. Finnur forstjóri segir honum að þetta hlutfall sé alltaf það sama og kallist pí. Það er táknað með gríska bókstafnum π.

34 Notaðu vasareikni og breyttu almennu brotunum $\frac{223}{71}$ og $\frac{22}{7}$ í tugabrot. Eru niðurstöður þínar svipaðar og niðurstöður Dóra í verkefninu hér að ofan? Hvert verður hlutfallið ef námundað er að tveimur aukastöfum?

Löngum hefur verið stuðst við töluna 3,14 við útreikninga þar sem pí er notað. Á ýmsum vasareiknum er sérstakur hnappur fyrir pí sem hefur innbyggða fleiri aukastafi.

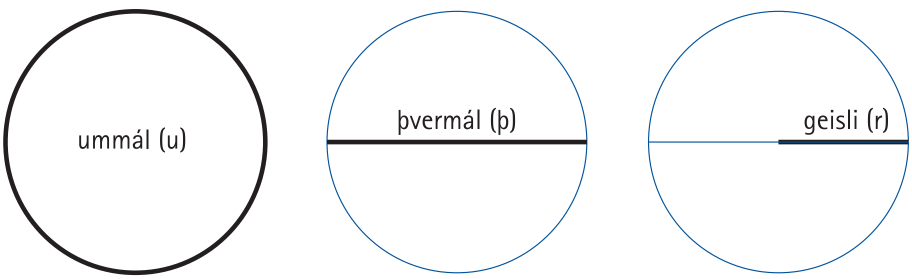


π

Stærðfræðingar hafa glímt við að skrá hlutfallið pí nákvæmar. Má þar nefna Kínverjann Zu Chongzhi (um það bil árið 480) en hann náði að skrá hlutfallið upp á einn milljónasta og Viete sem á sextándu öld tókst að setja hlutfallið fram enn nákvæmar. Á Netinu eru forrit sem vinna með margar milljónir aukastafa og mörgum finnst gaman að velta fyrir sér hvaða tölustafur komi næst þó vitað sé að aldrei muni takast að skrá hlutfallið endanlega. Talan π er óræð tala. Óræðar tölur er ekki hægt að skrá sem almennt brot. Það sem er sérstakt við π er að það stendur fyrir ákveðið hlutfall, þ.e. hlutfallið á milli ummáls og þvermáls hrings. Vitað er að það er alltaf það sama en þó er ekki hægt að skrá það með endanlegri tölu.

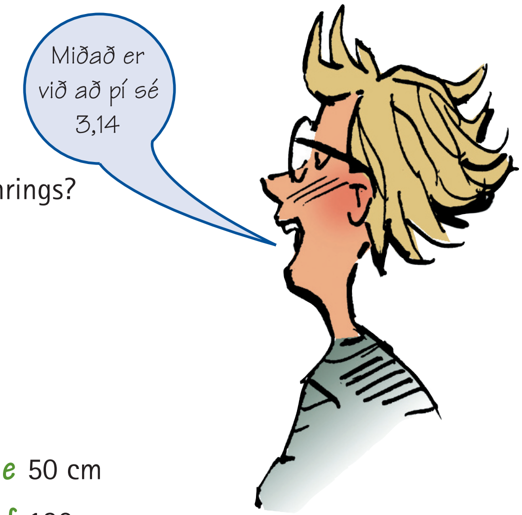
Á Íslandi var lengi miðað við að gildi π væri almenna brotið $\frac{22}{7}$ en nú er oftast miðað við 3,14 eða 3,1416.
Hér má sjá 500 fyrstu aukastafina.

3,141592653589793238462643383
27950288419716939937510582097
494459230781640628620899862
80348253421170679821480865132
8230664709384460955058223172
535940812848111745028410270193
8521105559644622948954930381
9644288109756659334461284756
48233786783165271201909145648
5669234603486104543266482133
9360726024914127372458700660
63155881748815209209628292 54
09171536436789259036001133053
054882046652138414695194151160
94330572703657595919530921861 1
7381932611793105118548074462379
96274956735188575272489122793
8183011949



35 Af hverju heldur þú að stærðfræðingar hafi svo lengi glímt við að skrá hlutfallið á milli ummáls og þvermáls hrings (π)?

36 Hvaða máli skiptir fjöldi aukastafa þegar fengist er við útreikninga? Sýndu nokkur dæmi.



37 a Hvert er sambandið á milli þvermáls og lengdar geisla hrings?

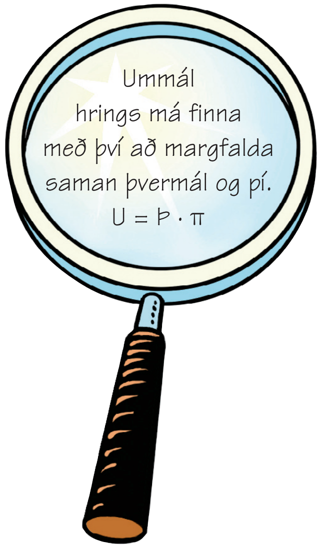
b Skráðu reglu fyrir ummál hrings þannig að þú notir lengd geisla hrings í stað þvermáls.

c Hvernig má finna ummál hálfhrings?

38 Finndu ummál hrings sem hefur þvermálið

a 4 cm **c** 25 cm **e** 50 cm

b 6 cm **d** 11 cm **f** 120 cm



39 Finndu ummál hrings þar sem lengd geisla er

a 4 cm **c** 25 cm **e** 50 cm

b 6 cm **d** 11 cm **f** 120 cm

40 Finndu þvermál hrings sem hefur ummálið

a 3,14 cm **c** 25,12 cm **e** 37,68 cm

b 6,28 cm **d** 47,1 cm **f** 15,7 cm

41 Finndu ummál hálfhrings með geisla sem er 7 cm að lengd.

42 Teiknaðu hring þar sem lengd geisla er

a 3 cm

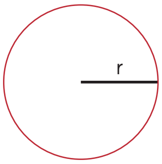
b 1 cm

c 6 cm

d Giskaðu á flatarmál hvers hrings.

e Berðu flatarmál minnsta hringsins saman við flatarmál hinna hringjanna. Er flatarmál stærri hringjanna margfeldi af flatarmáli minnsta hringsins? Útskýrðu hvernig þú finnur það.

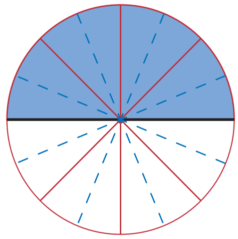
43 Finndu flatarmál hringjanna sem þú teiknaðir með því að nota þessa reglu $\boxed{F = \pi \cdot r^2}$. Lengd geisla er táknuð með r.



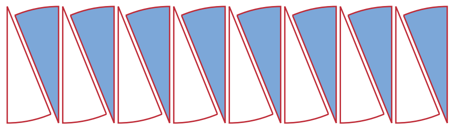
Hvaðan kemur reglan $\boxed{F = \pi \cdot r^2}$ fyrir flatarmáli hrings?

Hér er ein leið til að útskýra hvers vegna nota má regluna til að finna flatarmál hrings.

44
- Teiknaðu hring sem hefur 8 sentímetra langan geisla.
- Dragðu miðstreng og litaðu annan helming hringsins.
- Klipptu hringinn í átta jafna hluta.
- Klipptu hvern hluta í tvennt.
- Raðaðu saman eins og myndin sýnir.



Formið sem þú færð er nálægt því að vera rétthyrningur. Þeim mun fleiri sem hlutarnir eru þeim mun nær verður það rétthyrningi. Hver er breidd hans? Hver er lengd hans?



Reglan fyrir flatarmáli rétthyrninga er $F = l \cdot b$
Lengd rétthyrningsins er hálft ummál hringsins.
Ummál hrings má skrá sem $2 \cdot \pi \cdot r$. Hálft ummál má því skrá sem $\pi \cdot r$.
Breidd rétthyrningsins er lengd geislans (r).

$$F = l \cdot b \qquad F = \underline{\pi \cdot r} \cdot r \qquad F = \pi \cdot r^2$$

45 Finndu flatarmál og ummál hrings með geisla sem er

a 6,2 cm b $3\frac{1}{2}$ cm c 14 cm d 32 cm

46 Finndu flatarmál og ummál hrings með þvermálið

a 10 cm b 18 cm c 44 cm d 60 cm

47 Flatarmál hrings er tæplega 80 cm^2. Hvort er rétt?

- Geisli hans er um það bil 5 cm.
- Geisli hans er um það bil 8 cm.

48 Flatarmál hrings er um það bil 110 cm^2. Hvort er rétt?

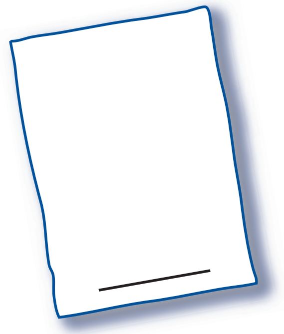
- Geisli hans er um það bil 6 cm.
- Geisli hans er um það bil 8 cm.

49 Þvermál hringlaga dúks er 150 cm.

a Finndu lengd geisla, ummál og flatarmál dúksins.

b Hve langur þarf mjór borði að vera sem sauma á við kantinn á dúknum?

50 Notaðu A4 blað, hringfara, reglustiku og blýant.
Teiknaðu mynd og fylgdu fyrirmælunum hér fyrir neðan.
Byrjaðu neðst á blaðinu.

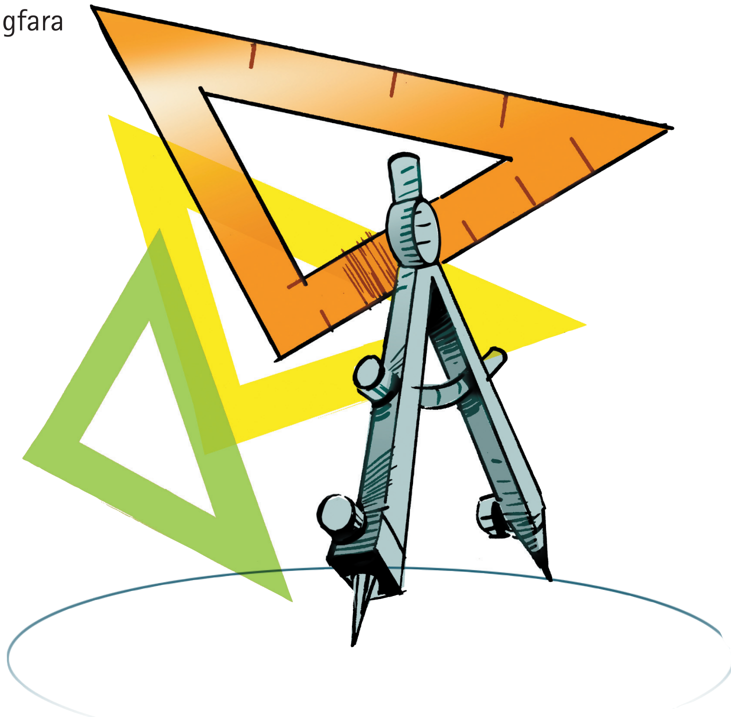


- Teiknaðu trapisu með samsíða hliðar sem eru 8 cm og 12 cm langar. Lengri hliðin á að vera neðar og vera samsíða styttri hlið blaðsins. Hæð trapisunnar á að vera 4 cm.
- Teiknaðu jafnarma þríhyrning ofan á trapisuna. Grunnlína hans verður þá 8 cm. Hæð hans á að vera 12 cm.
- Teiknaðu hring fyrir ofan þríhyrninginn sem snertir topphorn hans. Hringurinn á að hafa ummálið 31,4 cm.
- Teiknaðu eins stóran jafnhliða þríhyrning og hægt er inn í hringinn.
- Hve stórt svæði þekur myndin?

51 Skoðaðu kaflann *Hringir og hyrningar.* Veldu fimm af helstu hugtökunum sem notuð hafa verið og segðu frá hvernig þú myndir skilgreina þau.

52 Í kaflanum hefur þú lært að nota hringfara við ýmiss konar teikningar.
Sýndu að þú getir teiknað:

- Hornréttar línur.
- Línu hornrétt á aðra línu í gegnum tiltekinn punkt ofan línunnar.
- Ólíkar gerðir þríhyrninga.
- Rétthyrninga.
- Boga í gotneskum stíl.



Algebra

Algebra er víða notuð í samfélaginu þó hún sé ekki öllum sýnileg. Þegar settar eru fram spár um fólksfjölgun eða þjóðarafkomu er byggt á algebru. Settar eru fram reglur út frá sambandi milli stærða og greiningu á forsendum. Sem dæmi má nefna að tekjur ríkisins ráðast meðal annars af tekjuskatti. Breytingar á launum og tekjuskatts-prósentustigi hafa þannig áhrif á afkomu ríkissjóðs.

Með því að skoða mynstur og regluleika má greina samband stærða og skrá reglur. Oft eru bókstafir notaðir sem staðgenglar óþekktra talna. Mikilvægt er að þróa skyn sitt á táknmál og vera tilbúinn að leita að og prófa reglur. Nákvæmni þarf að gæta við lestur og notkun talna og aðgerðamerkja.

1 Rúnar og Oddur reiknuðu dæmin $3 + 2 \cdot \square = 15$ og $25 - 5 \cdot \square = 15$

Rúnar

$3 + 2 \cdot 6 = 15$
$25 - 5 \cdot 2 = 15$

Oddur

$3 + 2 \cdot 3 = 15$
$25 - 5 \cdot 0{,}75 = 15$

a Hvaða svör eru rétt?

b Hvernig telur þú að sá hugsi sem reiknar rangt?

2 Reiknaðu.

a $16 - 5 \cdot 3$ b $42 \cdot 2 + 3 \cdot 5$ c $43 - 5 \cdot 2 \cdot 2$ d $4 \cdot 7 - 6 : 3$

3 Alltaf þarf að vera jafnmikið beggja vegna við jafnaðarmerki.
Hverjar af þessum fullyrðingum eru sannar?

a $9 \cdot 3 = 24 + 3$

b $7 \cdot 4 = 28 - 4$

c $74 - 60 = 14 + 7$

d $5 \cdot 7 = 18 + 20 - 5$

e $6 + 3 \cdot 5 = 4 \cdot 5 + 1$

f $8 - \frac{12}{3} = 12 - 3$

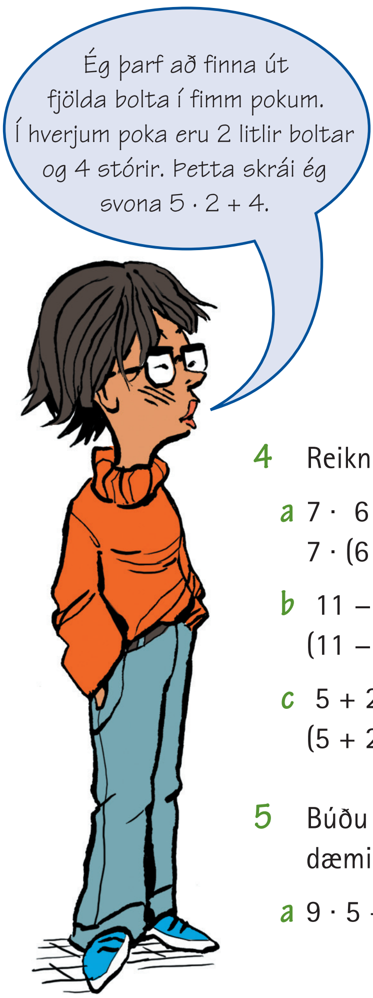
Við þróun á táknmáli stærðfræðinnar hafa skapast ákveðnar skráningarvenjur. Mikilvægt er að geta á einfaldan hátt gefið upplýsingar um í hvaða röð á að reikna. Almennt er miðað við að byrjað sé á að margfalda og deila en síðan sé lagt saman og dregið frá. Oft er talað um að skipta í liði og að hver liður sé reiknaður fyrir sig. Samlagning og frádráttur afmarka liði.

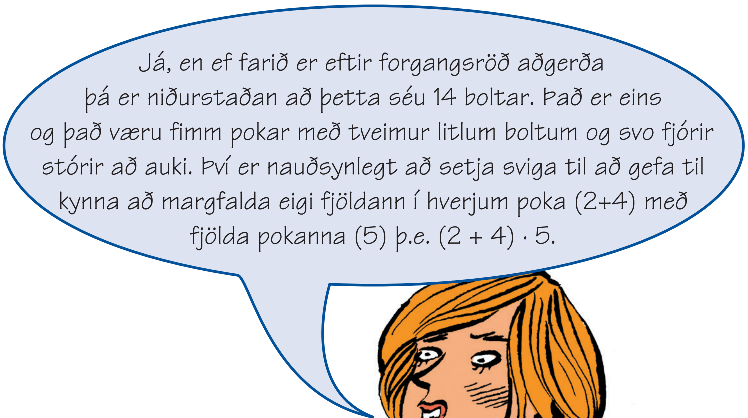
Dæmi

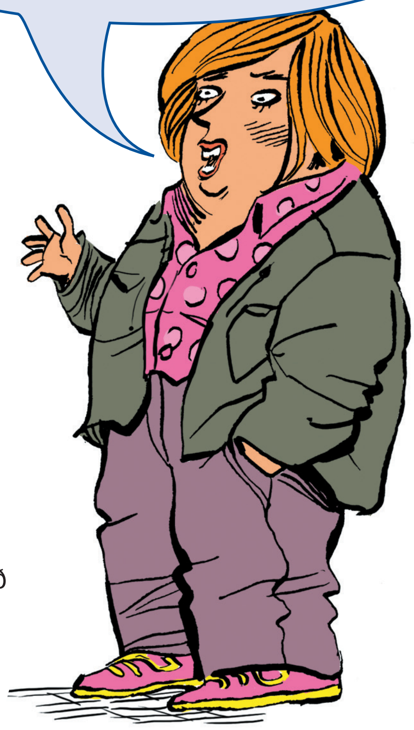
$\underline{2 \cdot 3} + \underline{9 : 3} - \underline{7 \cdot 2}$	Hér hefur verið strikað undir liðina.
$6 + 27 - 14$	Hver liður er reiknaður fyrir sig.
19	Liðir eru dregnir saman.

Margir vasareiknar hafa forgangsröð aðgerða innbyggða. Athugaðu hvort vasareiknirinn þinn er þannig gerður.

Stundum skal reiknað í annarri röð en samkvæmt forgangsröð aðgerða. Þá eru settir svigar til að gefa til kynna hvar skuli byrjað að reikna.







4 Reiknaðu og berðu saman svörin.

a $7 \cdot 6 + 12$
$7 \cdot (6 + 12)$

b $11 - 3 \cdot 3$
$(11 - 3) \cdot 3$

c $5 + 2 \cdot 7$
$(5 + 2) \cdot 7$

d $27 : 9 - 0$
$27 : (9 - 0)$

e $56 : 7 - 5$
$56 : (7 - 5)$

f $8 + 3 \cdot x$
$(8 + 3) \cdot x$

5 Búðu til orðadæmi sem geta átt við dæmin.

a $9 \cdot 5 + 19$

b $9 \cdot (5 + 19)$

6 Reiknaðu í samræmi við forgangsröð aðgerða.

a $3 \cdot 5 - 15 : 3 + 65$

b $6 \cdot a + 14 - 18 : 9$

c $42 : (5 + 2) - 2 \cdot 3$

d $24 : 6 - 8 + 2 \cdot 3 + 8 : 4$

e $7 \cdot b - 4 \cdot b + 32 : 4 - 2$

f $3 \cdot (7 + 5) : 9 + 6 - 3$

g $42 \cdot 2 - 42 : 6$

h $35 : 7 - 40 : 8$

i $x + 4 \cdot (17 - 12)$

7 Reyndu að fá mörg ólík svör með því að setja sviga á mismunandi staði.

a $2 + 5 \cdot 3 - 5 + 2 \cdot 7$

b $7 \cdot x - 4 \cdot 3 + x + 8$

8 Settu sviga þannig að fullyrðingarnar séu sannar.

a $5 + 4 \cdot 3 + 2 = 25$

b $6 \cdot 4 + 3 + 2 = 44$

c $6 \cdot 4 + 2 + 3 \cdot 9 = 69$

d $7 \cdot 3 - 2 + 4 \cdot 2 + 8 = 4 \cdot 5 + 9 : 3$

9 Settu sviga þannig að jafnan verði rétt.

a $x \cdot 4 + 3 - 2 = 4x + 1$

b $x \cdot 4 + 3 - 2 = 7x - 2$

c $x \cdot 4 + 3 - 2 = 5x$

10 Settu sviga þannig að jafnan verði rétt.

a $2 + 3 \cdot x + 2 + 4 \cdot y = 5x + 6y$

b $2 + 3 \cdot x + 2 + 4 \cdot y = 2 + 3x + 2 + 4y$

c $2 + 3 \cdot x + 2 + 4 \cdot y = 5x + 2 + 4y$

d $2 + 3 \cdot x + 2 + 4 \cdot y = 2 + 3x + 6y$

11 Reiknaðu.
$2 \cdot 3 + 4 \cdot (8 - 2) - 12 : 6$
Skráðu hvaða áhrif svigar og forgangsröð aðgerða hafa á hvernig þú reiknaðir dæmið hér að ofan. Lýstu lausnaleið þinni skref fyrir skref.

ÞRAUT

Summa þriggja nágrannatalna er 81.
Hvaða tölur eru það?

Getur þú fundið þrjár nágrannatölur sem hafa summuna 100?
Rökstyddu svar þitt.

Staða er stærðfræðileg fullyrðing þar sem notaðar eru tölur, óþekktar stærðir eða hvort tveggja. Dæmi um stæður eru:

7 $\quad x$ $\quad 6 - x$ $\quad 4 + 8$ $\quad 3x + 7$ $\quad 2y - 6$

Oft eru bókstafir notaðir til að skrá samband stærða þar sem einhver þeirra er óþekkt.

$3x = 3 \cdot x$

12 Guðrún er 23 árum eldri en Sunna dóttir hennar.

a Skráðu aldur Sunnu sem x. Hvernig mætti þá skrá aldur Guðrúnar?

b Hvað er Guðrún gömul ef Sunna er 7 ára?
En ef hún er 12 ára?

c Skráðu aldur Guðrúnar sem x. Hvernig gætir þú þá skráð aldur Sunnu?
Hvað er Sunna gömul ef Guðrún er 37 ára?
En ef hún er 92 ára?

13 Hannes skráir stæðuna $x + 8$ til að lýsa sambandi milli aldurs Ketils og Bolla.
Bolli er 8 árum yngri en Ketill.
Lárus skráir stæðuna $x - 8$ til að lýsa sama sambandi.
Hvað táknar x hjá Hannesi? En Lárusi?

14 Jón er tvisvar sinnum eldri en Gerður.

a Skráðu aldur Gerðar sem x. Hvernig gætir þú þá skráð aldur Jóns?
Hve gamall er Jón ef Gerður er 17 ára?
En ef Gerður er 28 ára?

b Skráðu aldur Jóns sem x.
Hvernig má þá skrá aldur Gerðar?
Hve gömul er Gerður ef Jón er 76 ára?
En ef hann er 19 ára?
En ef hann er eins árs?

15 Þórhildur notar stæðuna $3x + 3$ til að lýsa sambandi á milli aldurs síns og móður sinnar. Hvað gætu þær verið gamlar ef þær eru báðar á lífi?

16 Páll ætlar að gróðursetja tré í sumarbústaðarland sitt. Hann gróðursetur birki, ösp, furu og reynitré. Fjöldi birkiplantna er 12.

a Páll gróðursetur jafnmargar plöntur af birki og ösp. Hve margar eru aspirnar?

b Páll gróðursetur tvöfalt fleiri plöntur af furu en birki. Hvað gróðursetur hann margar furur?

c Páll gróðursetur 6 fleiri plöntur af reyni en birki. Hve mörg verða reynitrén?

d Hve mörg tré gróðursetur hann alls? Skráðu svar þitt á eins einfaldan hátt og þú getur.

17 Páll ætlar að gróðursetja tré í sumarbústaðarland sitt. Hann gróðursetur birki, ösp, furu og reynitré. Fjöldi birkiplantna er x.

a Páll gróðursetur jafnmargar plöntur af birki og ösp. Hve margar eru aspirnar?

b Páll gróðursetur tvöfalt fleiri plöntur af furu en birki. Hvað gróðursetur hann margar furur?

c Páll gróðursetur 6 fleiri plöntur af reyni en birki. Hve mörg verða reynitrén?

d Hve mörg tré gróðursetur hann alls? Skráðu svar þitt á eins einfaldan hátt og þú getur.

Stæður eru oft notaðar við verð- og kostnaðarútreikninga. Sem dæmi má nefna að kílóverð er margfaldað með fjölda kílóa til að finna verð. Ef kílóverð er 563 kr. kemur fram stæðan 563x.

Þegar símakostnaður er fundinn út frá fastagjaldi (1000 krónur) og svo verði á mínútu (3,80 krónur mínútan) kemur fram stæðan 1000 kr. + 3,80x. Gildi þessara stæða er fundið með því að setja inn fjölda kílóa eða fjölda mínútna í staðinn fyrir x.

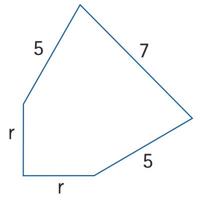
18 Finndu gildi eftirfarandi stæða ef x er 4.

a $x + 7$	**c** $4x - 3$	**e** $24x + 17$	**g** $\frac{x}{2}$
b $2x$	**d** $36x$	**f** $17 + x \cdot 3$	**h** $2x - 4$

19 Epli kostar x krónur og banani kostar y krónur. Hvað táknar stæðan $2x + 4y$? En $5(x+y)$?

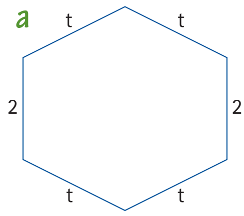
20 Borð kostar x krónur og stóll y krónur. Skráðu stæðu sem sýnir hve mikið eitt borð og fjórir stólar kosta. En 5 borð og 20 stólar?

21 Skráðu stæðu sem lýsir ummáli fimmhyrningsins.

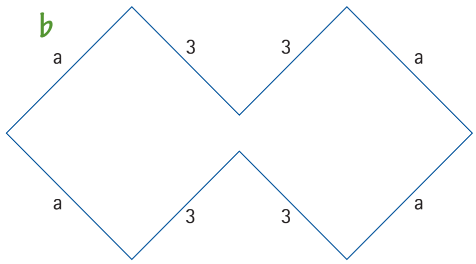


22 Skráðu stæðu sem lýsir ummáli marghyrninganna.

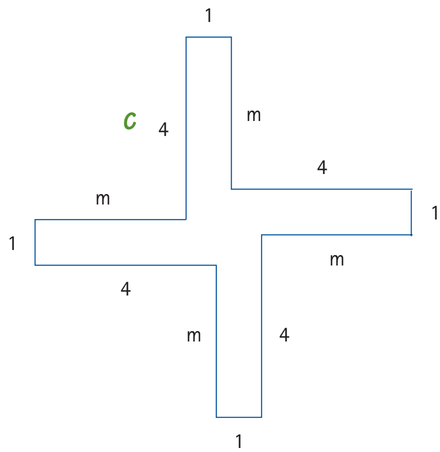
a



b



c



23 Skráðu stæðu sem lýsir ummáli rétthyrnings ef hliðarlengdir eru 4 cm og x cm.

24 Er það rétt að $2x + 8$ jafngildi $x + 4 + x + 4$?

> Líkir liðir í stæðum eru oft dregnir saman til að **einfalda** útreikninga.
> Sem dæmi má nefna $\underline{2 \cdot 7} + \underline{3 \cdot 7} = 5 \cdot 7$ og $2x + 3x = 5x$

25 Einfaldaðu stæðurnar.

a $x + x + 3$

b $a + 3 - 2a + 5$

c $45 + k + 6k - 3$

d $17b + 3b - 17 - 6b$

e $6a + 3b - 4a$

f $12m - 3a + 8a$

26 Ummáli marghyrnings er lýst með stæðunni $4t + 12$.
Hvernig gæti marghyrningurinn litið út?
Gefðu 2 – 3 dæmi.

27 Einfaldaðu stæðurnar.

a $x + x + 5 + x + 3 - 4$
b $3 + 2b - 4 + 5\frac{1}{2} + b$
c $y + 2y - 5 + 2{,}5 - y$
d $12{,}2 + 5 - x + 3x + 8$
e $x - 3y + 4x - 2y$
f $a + 5a - 3b + 7b - 2a$
g $8 + 3x - 2x + 3x$
h $12 + 7x - 3x + 3x + 4$
i $4g - 2h + 5h - 5g + 75$

28 Finndu þær stæður sem tákna:

a Fjórðung af x
$x - 4$ $\frac{x}{4}$ $0{,}25\,x$ $\frac{4}{x}$ $\frac{1}{4}x$

b Tveimur meira en x
$2x$ $2 + x$ $2 - x$ $x + 2$ $\frac{x}{2}$

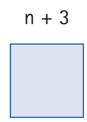
c Tvisvar sinnum x að viðbættum fjórum
$2x + 4$ $x + x + 4$ $2(x + 4)$ $2(x + 2)$

d Þrisvar sinnum x dregið frá tveimur.
$3x + 2$ $2 - x - x - x$ $2 - 3x$ $3x - 2$

29 Hvernig myndir þú skrá flatarmál rétthyrninga sem hafa

a lengd 5 cm og breidd 3 cm?
b lengd 5 cm og breidd x cm?
c lengd y cm og breidd x cm?
d lengd 5 cm og breidd $x + 2$ cm?
e lengd $x + 3$ cm og breidd 3 cm?
f lengd $x + 2$ og breidd $\frac{1}{2}$ cm?

30 Ferningurinn er með hliðarlengdina $n + 3$.
Hver af þessum stæðum stendur fyrir ummál hans?



a $4\,(n + 3)$ b $4n + 3$ c $4\,(n + 12)$

31 Önnur hlið rétthyrnings er 5 cm og hin $x + 4$ cm.
Hvert er flatarmálið?
En ummálið?

32 Hliðarlengdir í rétthyrningi eru x cm og 6 cm. Hvert er flatarmálið?
En ummálið?

33 Grunnlína og hæð í rétthyrndum þríhyrningi eru 5 cm og x cm.
Hvert er flatarmálið? Hvert er ummálið ef þriðja hliðin er 6 cm?

34 **a** Í poka eru 5 blýantar og 3 pennar.
Jónas kaupir 2 slíka poka.
Hve mörg skriffæri kaupir hann?
Það má skrá sem 2 (5 + 3).

$2\,(5 + 3) = 2 \cdot 8 = 16$
$2\,(5 + 3) = \underline{2 \cdot 5} + \underline{2 \cdot 3} = 10 + 6 = 16$

- Hægt er að finna fjöldann með því að leggja saman í sviganum og margfalda summuna með tveimur.
- Einnig má margfalda fjölda blýanta með tveimur og fjölda penna og leggja svo saman. Berðu þessar tvær leiðir saman.

b Ef fjöldi blýanta hefði verið x og fjöldi penna y hefði staðan verið 2 (x + y). Hve mörg hefðu x-in verið og hve mörg hefðu y-in verið?

35 Einfaldaðu stæðurnar.

a 3 (2 + 7)
b 4 (3 – 2)
c 8 (9 – 6)
d 5 (1 + 10)
e (11 – 7) 4
f (10 – 2) 3

36 Einfaldaðu stæðurnar.

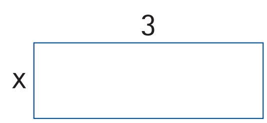
a x (4 + 3)
b r (2 + 5)
c y (8 – 5)
d x (7 – 3)
e a (3 + 7)
f b (11 + 2)

37 Einfaldaðu stæðurnar.

a 2 (s + 3)
b 4 (3 + 2x)
c 5 (x – 3)
d 3 (3a – 3)
e 6 (4 – 3x)
f 2 (3 + x) – 2

Stæðurnar 2x + 6 og 2(x + 3) geta báðar staðið fyrir ummál rétthyrningsins.

Stæðurnar eru jafngildar. Þú getur sett hvaða tölu sem er í staðinn fyrir x til að finna gildi stæðu.



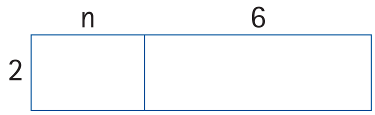
38 Finndu þrjú pör af jafngildum stæðum.

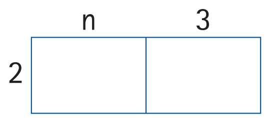
a 2(x + 4)
b 2(x + 16)
c 2x + 4
d 2(x + 8)
e 2x + 16
f 2(x + 2)
g 2x + 8

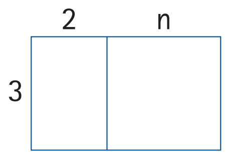
39 Paraðu saman þær stæður sem þú telur að séu jafngildar og reiknaðu síðan gildi þeirra ef a er 3.

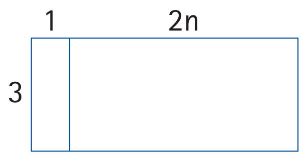
a 3a + 18
b 3(a – 2)
c 3a – 6
d 3(a + 6)
e 3a – 18
f 3(a – 6)
g 3a – 2

40 Teiknaðu upp rétthyrningana og skráðu viðeigandi stæður og texta við hvern þeirra.

①


②


③


④


a $2(n + 3)$

b $6 + 3n$

c $3(2 + n)$

d $3 + 6n$

e $2n + 12$

f $3(1 + 2n)$

g $2n + 6$

h $2(n + 6)$

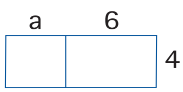
i Bættu sex við n og margfaldaðu með tveimur.

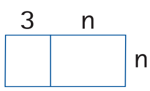
j Margfaldaðu fyrst n með tveimur bættu síðan sex við.

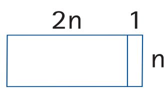
k Margfaldaðu fyrst tvo með þremur og síðan n með þremur.

l Bættu einum við tvö n og margfaldaðu síðan með þremur.

41 Skráðu stæður og texta fyrir hvern rétthyrning.

a


b


c


42 Teiknaðu rétthyrninga og skráðu stæður út frá texta.

a Bættu tveimur við n og margfaldaðu með 3.

b Margfaldaðu n með n og síðan n með tveimur.

c Bættu þremur við þrjú n og margfaldaðu síðan með n.

43 Einfaldaðu stæðurnar.

a $a + 2b - a$

b $a^2 + 3b - 2b$

c $2(a + 6) - 8$

d $2x^2 + x(2 + x)$

e $2(x + 3) - 8 + 3x$

f $2n + 3 + 4(n + 2)$

g $7f + 3(2f + 4)$

h $6a + a^2 - 3a + 3a^2$

i $8(k + 2) + k(3 + 2k)$

Setja má fram stæður í orðum, myndum, tölustöfum og með táknum.

Orð	Mynd	Tölustafir	Tákn
Hugsaðu þér tölu	?	t.d. 6	x
Bættu við hana 3	? ❀❀❀	$6 + 3$, þ.e. 9	$x + 3$
Margfaldaðu með 2	? ❀❀❀	$2 \cdot 9$, þ.e. 18	$(x + 3) \cdot 2 = 2x + 6$
	? ❀❀❀		
Bættu 4 við	? ❀❀❀❀❀❀❀	$18 + 4$, þ.e. 22	$2x + 6 + 4 = 2x + 10$
	? ❀❀❀		
Deildu með 2	? ❀❀❀❀❀	$22 : 2$, þ.e. 11	$(2x + 10) : 2 = x + 5$
Dragðu töluna sem	❀❀❀❀❀	$11 - 6$, þ.e. 5	$x + 5 - x = 5$
þú hugsaðir þér frá			

44 Búðu til sambærilega töflu fyrir dæmin hér á eftir og bættu við þeim dálkum sem vantar.

a

Orð
Hugsaðu þér tölu og margfaldaðu hana með tveimur. Bættu 10 við og deildu í útkomuna með 2. Dragðu frá töluna sem þú hugsaðir þér í upphafi.

b

Mynd
?
? ♡♡♡♡
? ♡♡♡♡
? ♡♡♡♡
? ♡♡♡♡
? ? ? ♡♡♡
? ♡
? ♡

c

Tölustafir
7
$7 \cdot 2$
$14 + 8$
$22 : 2$
$11 + 7$
$18 - 4$

d

Tákn
x
$x + 3$
$(x + 3) \cdot 3$
$3x + 9 - 2x$
$x + 9 + 1$
$x + 10$

45 Bættu fjórum liðum við talnarununurnar. Finndu regluna í hverri runu.

a 4, 7, 10, 13, ...

b 67, 60, 53, 47, ...

c 12, 15, 18, 21, ...

d 21, 30, 39, 48, ...

e Hver yrði tíundan tala í hverri runu? En sú tuttugasta? Var sama regla í einhverjum af rununum? Hvaða aðrar upplýsingar en það sem breytist þarf að gefa til að fá fram einmitt þessar runur?

Talnarunur eins og 4, 7, 10 byggja á ákveðinni reglu.
Til þess að greina regluna þarf maður að vita að minnsta kosti þrjá liði rununnar.

46 Bættu fjórum liðum við talnarununurnar.

a –14, –10, –6, ...

b 100, 10, –80, ...

c 45, 30, 15, ...

d –1,5, –1,2, –0,9, ...

e –3, –9, –27, ...

f 2,5 5, 10, ...

47 Notaðu þessar reglur til að búa til talnarunur þar sem upphafstalan er 1.
Hafðu að minnsta kosti sex liði í hverri talnarunu.

a Bæta við 9

b margfalda með 2

c bæta við 7

d margfalda með 3

e Notaðu sömu reglur til að búa til talnarunu þar sem upphafstalan er 5.

f Berðu talnarununurnar saman. Getur þú fundið upphafstölu þannig að ein talnaruna verði hluti af annarri?

48 Búðu til talnarunu þar sem reglan er að 7 bætast alltaf við.
Fyrsta talan á að vera 17.
Búðu til aðra talnarunu út frá sömu reglu en hafðu upphafstöluna 3.
Lenda runurnar saman? En ef upphafstalan hefði verið 4?

49 Búðu til að minnsta kosti fimm mismunandi reglur fyrir talnarunur sem innihalda töluna 50 og byrja á sömu tölu.

50 Notaðu töflureikni.

a Búðu til reglu fyrir talnarunu með oddatölunum.

b Veldu upphafstölu og síðan reglu á forminu *bættu við ...*

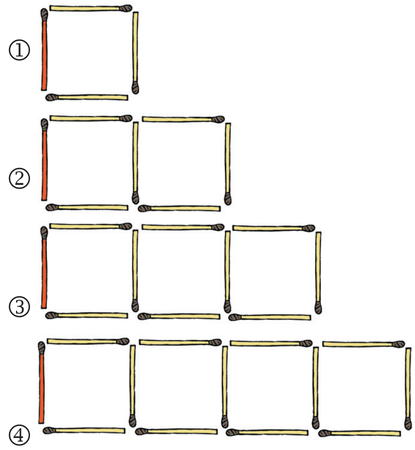
c Finndu upphafstölu og reglu fyrir talnarunu með öllum sléttum tölum.

d Finndu upphafstölu og reglu fyrir talnarunu með öllum heilum tölum sem eru margfeldi af 5.

e Finndu upphafstölu og reglu fyrir talnarunu með öllum heilum tölum sem enda á 7.

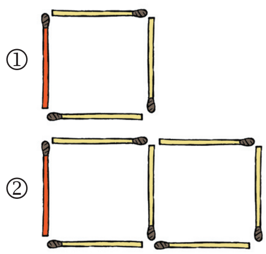
51

- Teiknaðu ferningana í vinnuheftið.
- Skráðu fjölda eldspýtna í hverri mynd.
- Hver er breyting á fjölda eldspýtna milli mynda?
- Hver er munurinn á fjölda í fyrstu mynd og breytingu á fjölda milli mynda?



Skrá má fjöldann í fyrstu mynd sem

$1 + 1 \cdot 3$.



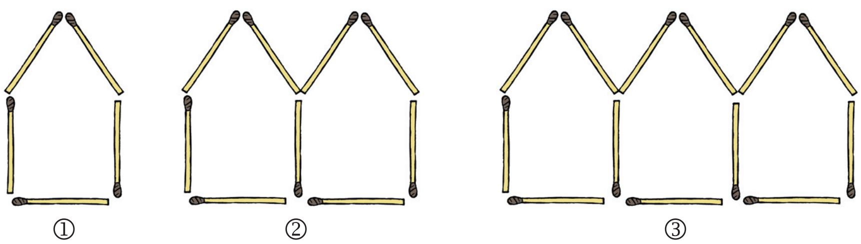
Fyrsta eldspýtan er föst og síðan bætast alltaf þrjár við fyrir hverja mynd. Þannig að þegar fyrsta mynd er gerð bætist $1 \cdot 3$ við 1.

Þegar önnur mynd er gerð bætast við þrjár í viðbót. Fjöldann má þá finna með því að reikna $1 + 2 \cdot 3$.

Hvernig getur þú notað þessa aðferð til að finna fjöldann í 5. mynd, 10. mynd og 50. mynd?

Skráðu regluna, þannig að hún gildi almennt, með því að nota bókstaf fyrir númer myndarinnar.

52 Einar raðaði eldspýtum.



a Hver er breyting á fjölda eldspýtna milli mynda?

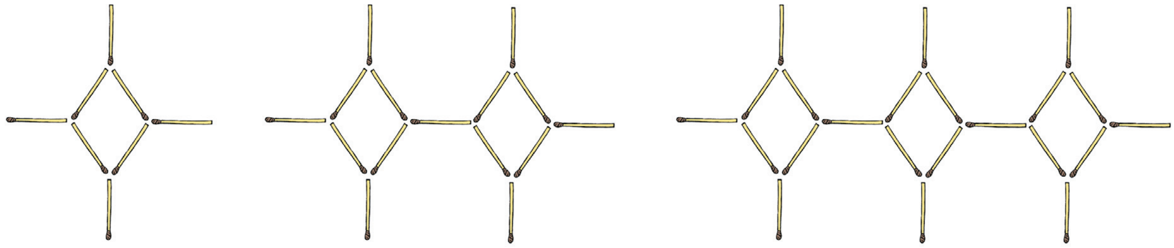
b Hver er munurinn á fjölda í fyrstu mynd og breytingu á fjölda milli mynda?

c Skráðu reglu sem lýsir fjölda í þriðju mynd.

d Hvernig myndi reglan breytast ef reikna ætti fjölda í fjórðu mynd?

e Skráðu reglu sem nota má til að finna fjölda eldspýtna fyrir hvaða fjölda sem er út frá þessu mynstri.

53 Arna raðaði eldspýtum í mynstur.



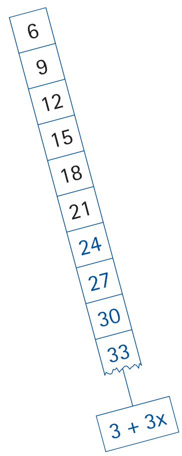
① ② ③

Skráðu reglu sem nota má til að finna fjölda eldspýtna fyrir hvaða fjölda sem er út frá þessu mynstri.

54 a Búðu til eldspýtnamynstur sem fylgir reglunni 1 + 3n.

b Búðu til fleiri eldspýtnamynstur og skráðu reglu þeirra.

55 Skráðu talnarununa í hverri súlu og bættu fjórum liðum við.
Skráðu reglu hverrar súlu.



a

6
11
16
21
26
31

b

6
10
14
18
22
26

c

5
7
9
11
13
15

d

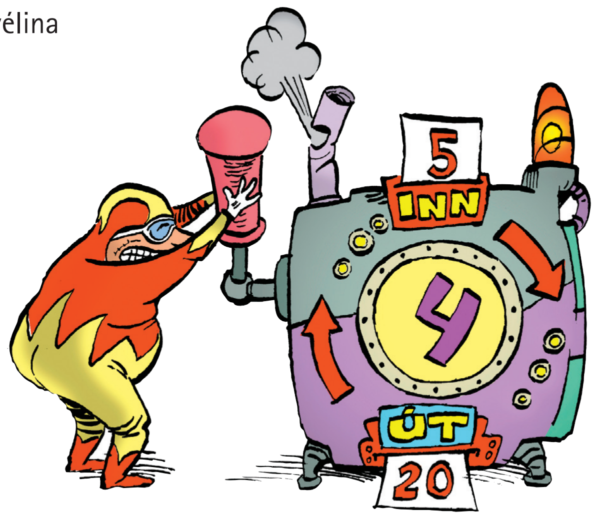
8				10
11				20
14	+		=	30
17				40
20				50
23				60
26				70

56 Finndu regluna. Settu þrjár tölur í viðbót í breytivélina og finndu útkomu.
Skráðu regluna með orðum og á táknmáli stærðfræðinnar.

INN	ÚT
5	20
8	32
1,5	6

INN	ÚT
1,2	3,6
12	9
120	63

INN	ÚT
5	16
12	37
3	10



57 Paraðu saman breytivél og stæðu.

a

INN	ÚT
$\frac{1}{2}$	4
3	24
1,3	10,4

b

INN	ÚT
4	20
12	44
−2	2

c

INN	ÚT
5	13
8	22
1	1

d

INN	ÚT
7	36
11	56
$\frac{1}{2}$	3,5

e

INN	ÚT
5	0,5
10	3
1	−1,5

f

INN	ÚT
2	17
8	77
9	87

g

INN	ÚT
8	12
3	4,5
2	3

h

INN	ÚT
6	12
−6	−12
4	8

① $3x + 8$ ② $x \cdot 8$ ③ $5x + 1$ ④ $10x - 3$
⑤ $x \cdot 3 - 2$ ⑥ $4x : 2$ ⑦ $(x : 2) \cdot 3$ ⑧ $x : 2 - 2$

Búðu til sams konar dæmi og leggðu fyrir bekkjarfélaga þína.

58 Í eftirfarandi stæðum er n alltaf heil, jákvæð tala. G = N
Hverjar af eftirfarandi fullyrðingum eru

- alltaf sannar
- aldrei sannar
- stundum sannar

Rökstyddu svar þitt.

$2n + 1$ er slétt tala
$3n + 6$ er deilanlegt með 3
$n \cdot \frac{1}{2}$ er heil tala
$n \cdot n$ er oddatala
$n - 12$ er neikvæð tala
$2n + 2$ er slétt tala

Hlutföll

Hlutföll koma víða fyrir þar sem stærðfræði er notuð í viðfangsefnum daglegs lífs. Þegar stækka á eða minnka uppskriftir þarf t.d. að gæta þess að rétt hlutföll haldist. Oft er einnig skoðuð hlutfallsleg skipting innan hóps og milli hópa.

1 Hve stór hluti hópsins er í bláum búningum? En í rauðum? En í grænum?

2 a Hvert er hlutfall þeirra sem eru í rauðum búningum borið saman við þá sem eru í bláum?

b Hvert er hlutfall þeirra sem eru í bláum búningum borið saman við þá sem eru í grænum ?

c Hvert er hlutfall þeirra sem eru í bláum búningum borið saman við þá sem eru í rauðum?

d Hvert er hlutfall þeirra sem eru í rauðum búningum borið saman við þá sem eru í grænum?

3 Fjöldinn í rauða liðinu þrefaldast. Hve margir eru í hinum liðunum ef miðað er við að hlutfallið haldist?

4 Fjöldinn í bláa liðinu verður 24. Hve margir eru þá í hinum liðunum ef miðað er við að hlutfallið haldist?

5 Hve mörgum þyrfti að bæta við í bláa liðið til að hlutfallið á milli rauðra og blárra yrði óbreytt ef fjórir bætast við í rauða liðið? En það græna?

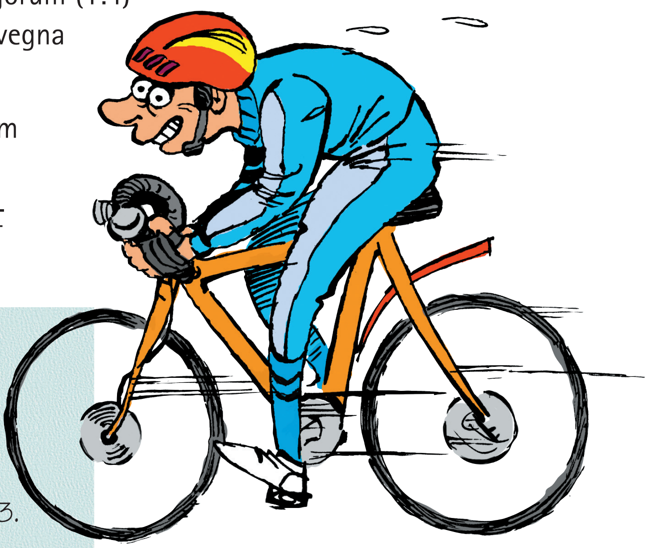
6 Teiknaðu mynd sem sýnir:

a Einn af hverjum fimm viðskiptavinum sem koma í verslun kaupir vörur.
Hve stór hluti viðskiptavinanna er það?
Hvert er hlutfallið á milli þeirra sem kaupa og þeirra sem kaupa ekki?

b Tveir af hverjum sex sem fara í sund nota sundgleraugu.
Hve stór hluti sundmanna er það?
Hvert er hlutfallið á milli þeirra sem nota sundgleraugu og þeirra sem nota þau ekki?

7 a Í könnun kemur fram að einn á móti hverjum fjórum (1:4) hjólreiðamönnum notar hjálm. Útskýrðu hvers vegna hlutfall þeirra sem nota hjálm er $\frac{1}{5}$ en ekki $\frac{1}{4}$.

b Í annarri könnun kemur fram að einn af hverjum fjórum hjólreiðamönnum notar hjálm. Útskýrðu hvers vegna hlutfall þeirra sem nota hjálm er $\frac{1}{4}$ en ekki $\frac{1}{5}$ í þeirri könnun.



Þegar talað er um hlutföll er ýmist átt við hlutfall af heild eða hlutfall milli hópa.
Í 20 manna hópi eru 8 börn og 12 fullorðnir.
Hlutfall barna af heildinni er $\frac{8}{20}$.
Hlutfall milli barna og fullorðinna er 8:12 eða 2:3.

8 Átta af hverjum tíu nemendum í 7. bekk nota hjálm þegar þeir fara á hjóli í skólann. Skráðu fullyrðinguna bæði sem hlutfall af heild og hlutfall milli hópa.

9 Skráðu sem hlutfall af heild og hlutfall milli hópa.

a Fjórir af hverjum sjö fara í sund um helgar.

b Tveir af hverjum þremur fara í bíó um hverja helgi.

c Í 8. bekk eru um það bil 4200 nemendur. Hve margir fara í bíó um hverja helgi ef miðað er við þetta hlutfall? En í sund?

10 Í 8. A. halda 8 með Spörkurunum og 12 með Boltunum.
Hve stór hluti heldur með Spörkurunum?
Hve stór hluti heldur með Boltunum?
Hvert er hlutfallið af Spörkurum miðað við Boltana?
Hvert er hlutfallið af Boltunum miðað við Sparkarana?

Í Hæðaskóla eru seldar ýmsar tegundir ávaxtasafa. Mörgum krökkum finnst gott að blanda saman ólíkum tegundum.

11 Helga kaupir alltaf blöndu af appelsínusafa og gulrótasafa. Hún vill hafa einn hluta af gulrótasafa á móti þremur hlutum af appelsínusafa. Lárusi finnst best að blanda saman appelsínusafa og ananassafa í hlutföllunum fjórir á móti einum.

Blanda Helgu er í hlutföllunum 1:3
Blanda Lárusar er í hlutföllunum 1:4

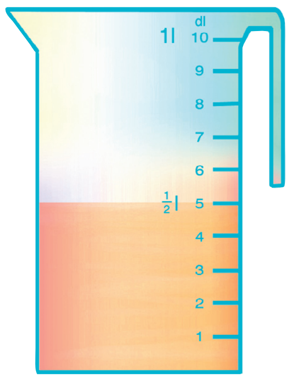
a Sýndu á mynd hlutfall appelsínusafa í drykkjum Helgu og Lárusar.

b Hvort er meira af appelsínusafa hjá Helgu eða Lárusi ef þau fá sér bæði hálfan lítra? Rökstyddu svar þitt.

c Hve mikill ananassafi er í einum lítra af drykk Lárusar? En í hálfum lítra?

d Helga og Lárus blanda drykkjum sínum saman. Hvort þeirra kemur með hálfan lítra. Hve mikið verður af appelsínusafa í þessari blöndu?

e Á bekkjarskemmtun er ákveðið að bjóða öllum að prófa drykk Helgu. Það eru til 12 lítrar af appelsínusafa. Hve mikið þarf að kaupa af gulrótasafa til að fá réttu blönduna?



f Í lok víðavangshlaups er ákveðið að bjóða upp á drykk Lárusar. Það þurfa að vera til 40 lítrar. Hve mikið þarf að kaupa af hvorri tegund af safa?

g Helga ákveður að prófa nýja blöndu. Hún breytir gömlu blöndunni þannig að hún bætir við hana einum hluta af eplasafa. Sýndu á mynd hlutföll hverrar tegundar af safa. Hve mikið væri af appelsínusafa í hálfum lítra? En í einum lítra?

12 Skráðu sem hlutfall.

a 1 desilítri af eplasafa á móti 2 desilítrum af appelsínusafa.

b 2 desilítrar af eplasafa á móti 5 desilítrum af ananassafa.

c 3 desilítrar af berjasafa á móti 6 desilítrum af tómatsafa.

Svanur er kokkur í Hæðaskóla. Á hverjum morgni blandar hann vinsælustu blöndurnar í stóra kúta.

13 Hann blandar eplasafa og ananassafa saman í hlutföllunum 2:3. Hann notar 9 lítra af eplasafa. Hve mikið þarf hann af ananassafa?

14 Hann blandar einnig saman eplasafa og gulrótasafa í hlutföllum 5:2. Hann notar 7,5 lítra af eplasafa. Hve mikið notar hann af gulrótasafa?

15 Hann blandar 28 lítra af blöndu með appelsínusafa og ananassafa í hlutföllunum 4:3. Hve mikið notar hann af hvorri tegund?

16 Garðar ætlar að kaupa 1,5 lítra af blöndu af ananassafa og gulrótasafa. Hann vill hafa $\frac{1}{5}$ hluta gulrótasafa. Hve mikið á Svanur að setja af hvorri tegund af safa? Í hvaða hlutföllum er blanda Garðars?

17 a Skólastjórinn ætlar að bjóða bæði nemendum og starfsfólki upp á ávaxtadrykk í tilefni af fyrsta vetrardegi. Hann segir Svani að miða við að 40 lítrar dugi fyrir 100 manns. Í skólanum eru 385 manns. Hve marga lítra þarf að nota?

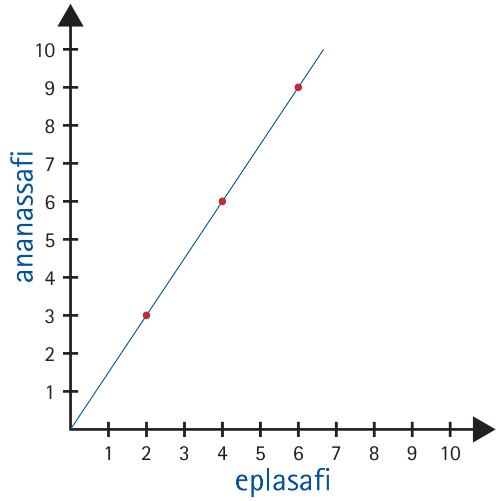
b Svanur ákveður að prófa nýja blöndu þar sem hann blandar eplasafa, appelsínusafa og gulrótasafa í hlutföllunum 2:4:1. Hve mikið þarf hann að kaupa af hverri tegund?

18 Hvaða tegundum myndir þú blanda saman og í hvaða hlutföllum? Hve mikið þarftu af hverri tegund ef þú ætlar að blanda 20 lítra af þinni blöndu?

Svanur ákveður að búa til töflu til að auðvelda sér að finna út hve mikið þarf af hverri tegund af safa í blöndurnar.
Hann byrjar á að skoða blöndu af eplasafa og ananassafa í hlutföllunum 2:3.

Blanda 1

eplasafi	ananassafi
2	3
4	6
6	9



Hann setur upplýsingarnar í töflunni í línurit.

19 Lestu af línuritinu hve mikið þarf af ananassafa ef notaðir eru 3 hlutar af eplasafa.

20 Blanda 2 5 hlutar af eplasafa á móti 2 hlutum af gulrótasafa.

Blanda 3 4 hlutar af appelsínusafa á móti 3 hlutum af ananassafa.

a Búðu til töflur og línurit fyrir blöndur 2 og 3.

b Hve marga hluta af eplasafa þarf ef notaðir eru 10 hlutar af gulrótasafa?

c Hve marga hluta þarf af ananassafa ef notaðir eru 10 hlutar af appelsínusafa?

21 Tveir lítrar af appelsínusafa kosta 300 krónur.

a Búðu til línurit sem sýnir verð á appelsínusafa upp í 20 lítra.

b Lestu af línuritinu hve mikið 12,5 lítrar kosta. Hvað kostar hálfur lítri?

22 Þegar appelsínur eru kreistar fæst um það bil 1 lítri af safa úr 8 appelsínum.

a Búðu til töflu og línurit sem sýnir þetta hlutfall.

b Hve margar appelsínur þarf til að fá 3,5 lítra af safa? En 4,75 lítra?

23 Íbúðin er teiknuð í mælikvarðanum 1:75.

a Hver er breidd íbúðarinnar?

b Hve stór er íbúðin í fermetrum?

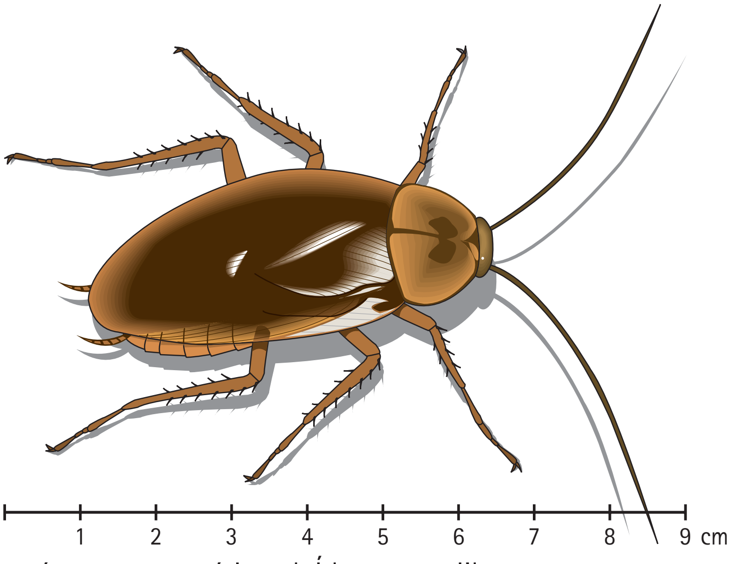
c Hve stór er stofan?

d Hve breitt er svefnherbergið?

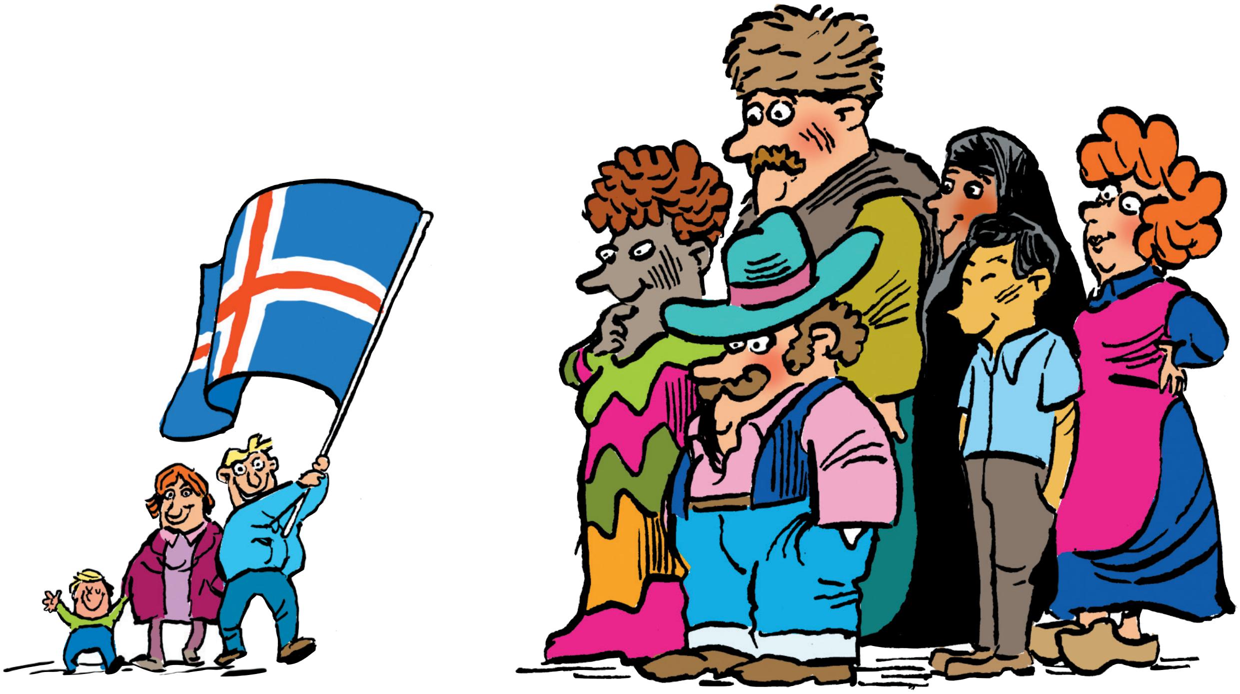
e Hve langt er baðherbergið?

f Hver er breidd glugganna í stofunni?

g Teiknaðu íbúðina þannig að hún fari vel á A4-blaði. Hvaða mælikvarða hentar þá að nota?



24 Skordýrið er í raun 1,5 cm á lengd. Í hvaða mælikvarða er myndin teiknuð?



Oft er talað um að Íslendingar standi sig vel, miðað við höfðatölu, þegar verið er að bera saman þjóðir. Þetta er til dæmis gert þegar skoðaður er fjöldi þátttakenda í ýmsum viðburðum og árangur í íþróttum. Þegar árangur þjóða er borinn saman eru notuð hlutföll milli fjölda einstaklinga sem tilheyra hverri þjóð.

Árið 2003 voru Íslendingar um það bil 280 800. Þá voru Bandaríkjamenn um það bil 294 milljónir. Nákvæmlega útreiknað var hlutfallið milli fjölda Íslendinga og Bandaríkjamanna 1:1047. Til þæginda er oft miðað við að hlutfallið sé 1:1000.

25 a Í Reykjavík búa 110 þúsund Íslendingar. Hve margir Bandaríkjamenn byggju í Washington, höfuðborg Bandaríkjamanna, ef sama hlutfall þeirra byggi í höfuðborginni?

b Í Washington búa rúmlega 6 milljónir manna. Hve margir byggju í Reykjavík ef hlutfallið væri það sama?

Hlutfall milli fjölda Íslendinga og íbúafjölda nokkurra annarra þjóða er:

Íslendingar – Rússar 1:500

Íslendingar – Danir 1:20

Íslendingar – Filippseyingar 1:300

Íslendingar – Hollendingar 1:60

26 Notaðu upplýsingarnar á blaðsíðu 40 til að áætla fjölda Rússa, Dana, Filippseyinga og Hollendinga.

Um það bil 100 000 Íslendingar voru samankomnir í miðbæ Reykjavíkur á menningarnótt

Rúmlega 20 þúsund áhorfendur sóttu fjölmennasta knattspyrnuleik á Íslandi fram til þessa

Um það bil 10 000 Íslendingar syngja í kór

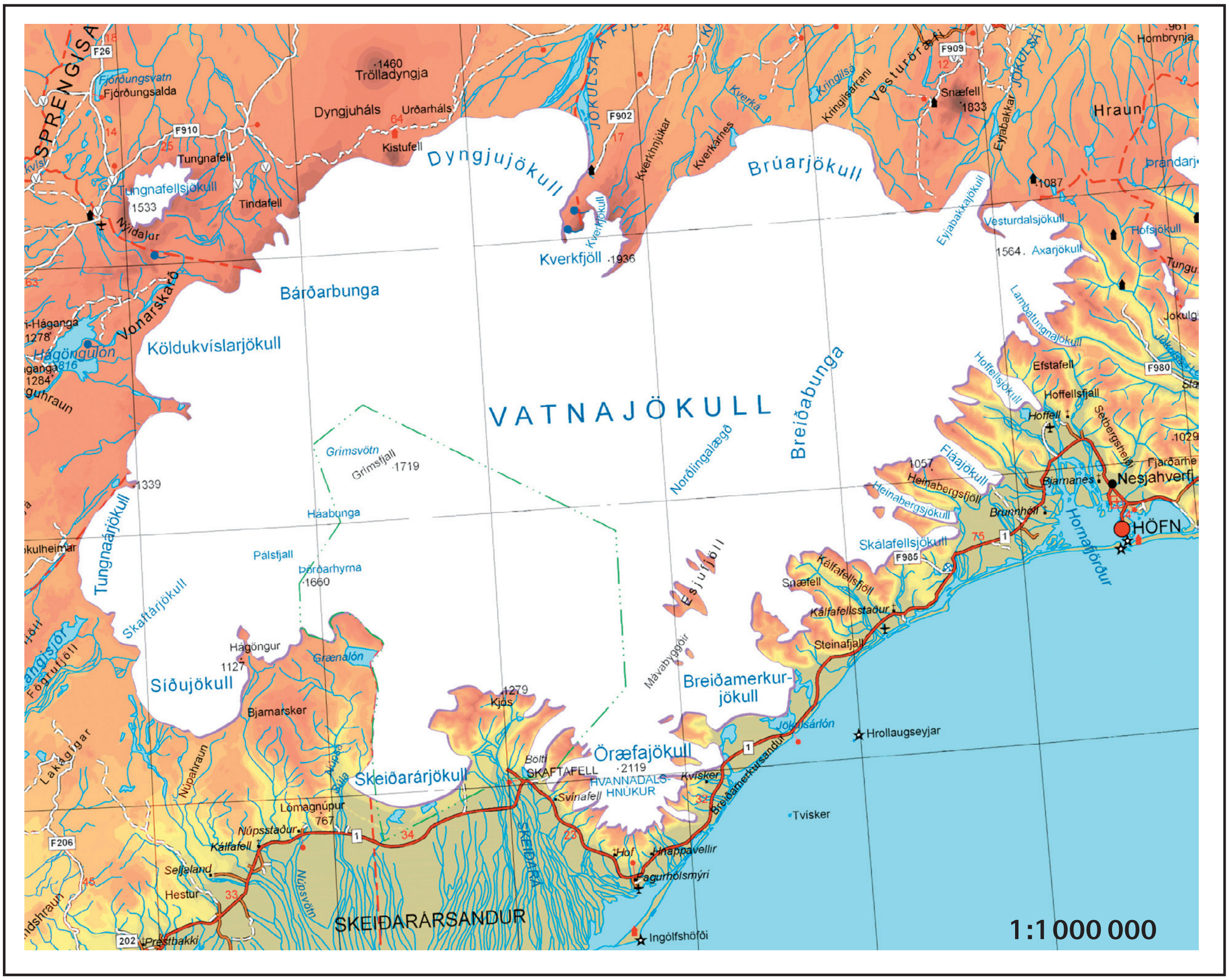
27 Gaman getur verið að velta fyrir sér hve margir tækju þátt í sams konar viðburði hjá öðrum þjóðum ef miðað er við sama hlutfall þjóðarinnar. Reiknaðu það út fyrir Bandaríkjamenn, Rússa, Dani, Filippseyinga og Hollendinga og búðu til nýjar blaðafyrirsagnir.

9 Íslendingar eru stórmeistarar í skák

28 Á Ólympíuleikunum 2004 var fjöldi þátttakenda frá þessum löndum sem hér segir:

43 frá Íslandi	154 frá Danmörku
1418 frá Bandaríkjunum	19 frá Filippseyjum
826 frá Rússlandi	331 frá Hollandi

Frá hverju þessara landa komu hlutfallslega flestir á Ólympíuleikana?



29 a Hver er lengd jökulsins frá norðri til suðurs? En frá austri til vesturs?

b Hve langt er frá Hvannadalshnjúki að Grímsvötnum?

c Hve langt er frá Grímsvötnum í Kverkfjöll?

d Hve langt er milli Bárðarbungu og Hvannadalshnjúks?

30 Hver hefði fjarlægðin á kortinu verið milli þessara staða ef mælikvarðinn á kortinu hefði verið 1:500 000?

Á korti með mælikvarðann 1:25 000 000 er fjarlægðin á milli London og Tokyo um það bil 38 cm. Hver skyldi vera raunveruleg fjarlægð?

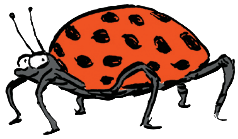
HÓPVERKEFNI

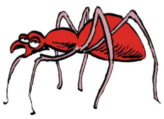
31 Veljið ykkur verkefni. Skráið mælingar ykkar og útreikninga skipulega.

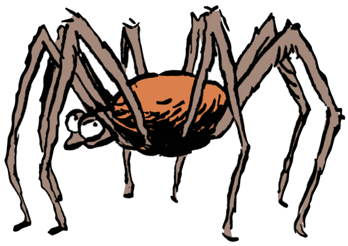
Verkefni A

Fyrirtæki vill fá tillögur að skordýrum úr plasti til að nota sem fylgihluti í morgunkornspakka. Gera á fjórar gerðir af skordýrum. Beðið er um sýnishorn úr pappír eða blómavír. Lögð er áhersla á að stærðarhlutföll séu rétt. Dýrin eiga að vera stærri en 20 mm og minni en 100 mm að lengd. Velja þarf heppilegan mælikvarða og búa til sýnishorn.

heiti	lengd
maur	4 mm
býfluga	15 mm
maríuhæna	6 mm
könguló	9 mm







Verkefni B

Stækkið leikfang sem er eftirlíking af manneskju í raunverulega stærð.
Skráið hlutföllin milli leikfangsins og manneskju sem ykkur finnst rétt að miða við. Er samræmi í hlutföllunum?

Verkefni C

Veljið ykkur hlut, t.d. skó, bíl eða skóflu. Mælið hlutinn og búið til smækkað líkan af honum í réttum hlutföllum.

Græn málning er búin til með því að blanda saman 7 hlutum af blárri málningu og 5 hlutum af gulri málningu.

32 **a** Hve mikið þarf af blárri málningu út í 20 lítra af gulri málningu til að fá sama græna litinn?

b Hve marga lítra af gulri málningu þarf til að blanda í 49 lítra af blárri til að fá sama græna litinn?

c Hve marga lítra þarf af hvorri gerð til að blanda í 60 lítra af grænni?

d Í hvaða hlutföllum er græna málningin?

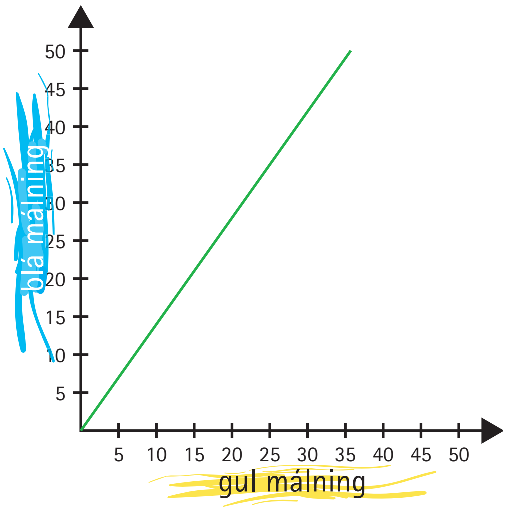
e Er hægt að tákna hlutfallið á fleiri en einn veg? Má líka segja að græna málningin sé í hlutföllunum 5:7? En að hún sé í hlutföllunum 14:10?

33 Lestu af línuritinu.

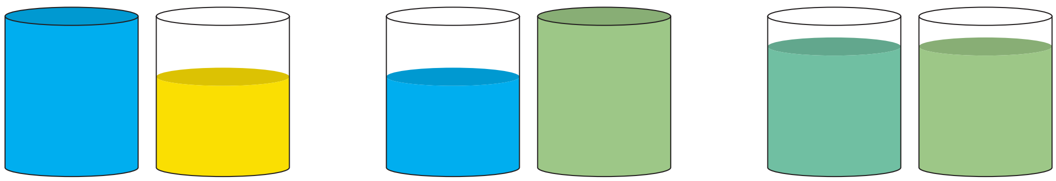
a Hve mikið þarf af blárri málningu í 30 lítra af grænni? En af gulri?

b Hve mikið þarf ég af blárri málningu ef ég á 17 lítra af gulri?

c Hve margir lítrar af grænni málningu verða það?



34 Málari er með fimm lítra dós af blárri málningu og þrjá lítra af gulri málningu í fimm lítra dós. Hann hellir tveimur lítrum af blárri málningu yfir í dósina með gulu málningunni og blandar saman. Hann hellir síðan einum lítra af grænu málningunni aftur yfir í dósina með bláu málningunni og blandar vel. Hve mikil blá málning er í hvorri dós?



① ② ③

Prófið að blanda saman gulum og bláum lit í mismunandi hlutföllum og sjáið hvaða grænu liti þið fáið fram. Hvaða hlutföll finnst ykkur gefa fallegasta græna litinn?

35 Lýstu því hvernig þú myndir leysa eftirfarandi dæmi og tilgreindu hvaða dæmi þér finnst vera erfiðust og hvaða dæmi léttust.

a Áslaug ætlar að blanda sér drykk þar sem hún blandar saman mjólk og súkkulaðiís í hlutföllunum 15:20. Hún á 5 dl af mjólk. Hve mikið þarf hún þá af ís?

b Jórunn ætlar að skipta 32 þúsundum í hlutföllunum 2:3 á milli Sölva og Mána. Hve mikið fær hvor þeirra?

c Níu menn leggja stétt á fjórum dögum. Hve lengi væru sex menn að leggja jafnstóra stétt?

d Mælikvarði á korti er 1:800 000. Vegalengd milli tveggja bæja er 32 sentímetrar á kortinu. Hve margir kílómetrar er hún í raun?

e Fimm kíló af nautahakki kosta 3250 krónur. Hve mikið kosta þrjú kíló?

f Gluggi er í hlutföllunum 2:5. Breidd hans er 56 cm. Hver er þá hæðin?

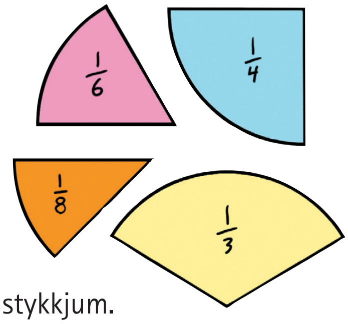
g Svanur þarf að blanda 25 lítra af drykk. Hann ætlar að blanda appelsínusafa og ananassafa í hlutföllunum 6:4. Hve mikið þarf hann af hvorri tegund?

h Mér finnst best að blanda appelsínusafa og ananassafa í hlutföllunum 3:4, segir Snorri. Mér finnst best að blanda appelsínusafa og ananassafa í hlutföllunum 9:12, segir Fanney. Það myndi ég nú segja að væri sama blandan, segir Svanur. Rökstyddu fullyrðingu Svans.

i Hvort er meira af appelsínusafa í blöndu þar sem er einn hluti af appelsínusafa á móti þremur hlutum af eplasafa eða þar sem hlutföllin eru 1:4?

j Á bílastæðinu fyrir utan skólann er einn af hverjum fjórum bílum evrópskur. Það eru 20% bílanna, segir Elmar. Rökstyddu fullyrðingu Elmars.

Almenn brot

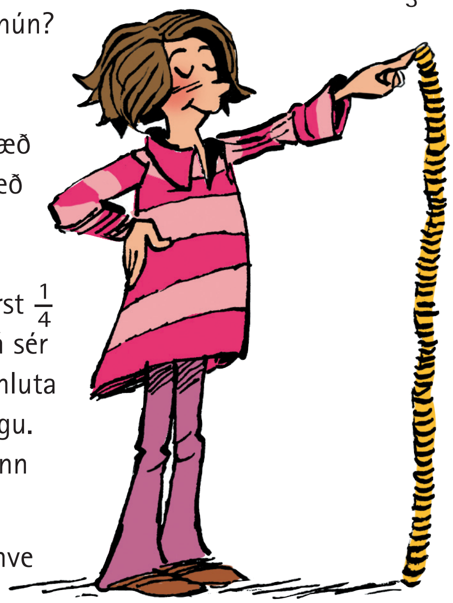


Leystu þessi verkefni og lýstu hvernig þú ferð að. Segðu hvenær þér finnst henta að nota brotabúta, talnalínu, myndir, tölur eða orð við lausnirnar.

1 Fimm börn ætla að skipta á milli sín fjórum súkkulaðistykkjum. Hve stóran hluta fær hvert þeirra?

2 Jón ákveður að æfa hlaup. Hann byrjar á því að hlaupa í $\frac{1}{3}$ úr klukkustund og ganga síðan í $\frac{1}{4}$ úr klukkustund. Hve langur tími er það?

3 Birta byrjar hlaupaæfingu sína á að ganga fyrst í 15 mínútur og skokka síðan $\frac{2}{3}$ hluta úr klukkustund? Hve langan tíma æfir hún?



4 Halldóra vann til verðlauna í samkeppni. Verðlaunin sem hún fékk áttu að jafngilda hæð hennar í 50 krónu peningum. Hve háa upphæð vann hún?

5 a Guðbjörn fór í hjólreiðaferð. Hann hjólaði fyrst $\frac{1}{4}$ hluta leiðarinnar og staðnæmdist þá til að fá sér að drekka. Síðan hjólaði hann sem svarar $\frac{1}{5}$ hluta leiðarinnar og þá fékk hann sér aftur hressingu. Hve stóran hluta leiðarinnar var hann þá búinn að fara?

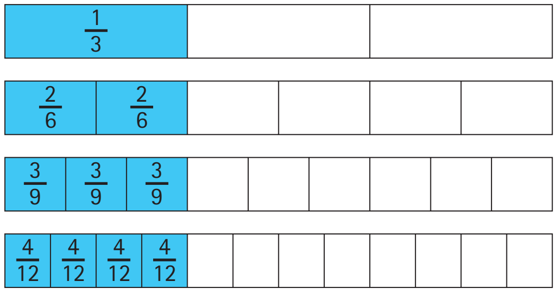
b Ef vegalengdin sem hann hjólaði var 10 km hve langir voru þá þessir fyrstu tveir áfangar og hve langt átti hann eftir? En ef þeir hefðu verið 15 km?

HÓPVERKEFNI

6 Ræðið saman um verkefnin. Berið saman hvernig þið leystuð þau. Eru einhver verkefnanna erfiðari en önnur? Ef svo er, hvers vegna teljið þið að svo sé? Hvaða stærðfræðiþekkingu reynir á í þessum verkefnum?

Á myndinni eru sýnd jafngild almenn brot.

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$

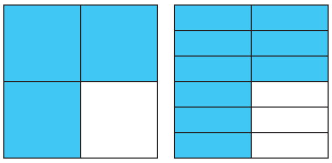


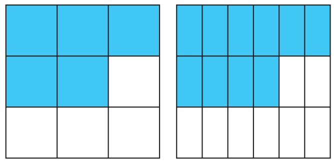
7 Skráðu fleiri almenn brot sem jafngilda $\frac{1}{3}$.

8 Skráðu nokkur almenn brot sem jafngilda

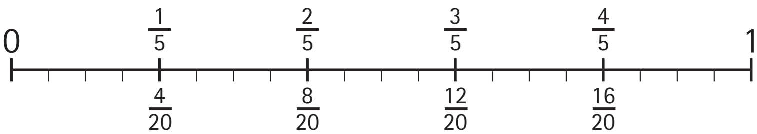
a $\frac{2}{3}$ b $\frac{2}{7}$ c $\frac{1}{5}$

9 Hvaða jafngild brot sýna myndirnar?

a


b


10 Skoðaðu talnalínuna.



a Almennu brotin $\frac{3}{5}$ og $\frac{12}{20}$ eru jafngild. Hvert er sambandið á milli teljara þeirra? Hvert er sambandið á milli nefnara þeirra?

b Almennu brotin $\frac{16}{20}$ og $\frac{4}{5}$ eru jafngild. Hvert er sambandið á milli teljara þeirra? Hvert er sambandið á milli nefnara þeirra?

11 Finndu fleiri almenn brot sem jafngilda

a $\frac{3}{5}$ b $\frac{16}{20}$ c $\frac{2}{5}$ d $\frac{4}{20}$

12 a Þú átt að finna nokkur almenn brot sem jafngilda brotinu $\frac{1}{7}$. Hvernig gætir þú farið að?

b Þú átt að finna nokkur almenn brot sem jafngilda $\frac{12}{28}$. Hvernig gætir þú farið að?

13 Gerðu brotin jafngild.

a $\frac{24}{40} = \frac{\square}{5}$ b $\frac{2}{9} = \frac{4}{\square}$ c $\frac{4}{11} = \frac{24}{\square}$ d $\frac{3}{\square} = \frac{45}{75}$

Hér sérðu stundaskrá Heiðrúnar. Hún er í 8. bekk.

	Mánudagur	Þriðjudagur	Miðvikudagur	Fimmtudagur	Föstudagur
08:25 09:05	Samfélagsfræði	Náttúrufræði	Íslenska	Stærðfræði	Danska
09:10 09:50	Samfélagsfræði	Náttúrufræði	Íslenska	Enska	Enska
10:10 10:50	Myndlist	Stærðfræði	Náttúrufræði	Íslenska	Enska
10:55 11:35	Myndlist	Stærðfræði	Náttúrufræði	Íslenska	Kristin fræði
11:40 12:20	Stærðfræði	Íþróttir	Val	Danska	Íslenska
13:00 13:40	Stærðfræði	Lífsleikni	Val	Íþróttir	
13:45 14:25	Tölvur	Danska	Danska	Smíði/Textíl	
14:30 15:10	Tölvur	Enska		Smíði/Textíl	

14 Skoðaðu stundaskrána.

a Hve stór hluti kennslustunda fer í hverja námsgrein? Skráðu það sem almenn brot.

b Hve stór hluti kennslustunda fer samtals í kennslu móðurmáls og tungumála?

c Hve stór hluti kennslustunda er notaður í náttúrufræði og samfélagsfræði?

d Hve stórum hluta vikulegs kennslutíma er lokið eftir kennslu á þriðjudegi?

15 Þú mátt ráða stundaskrá næstu viku. Þú þarft að miða við 36 stundir og að allar námsgreinar fái að minnsta kosti eina stund á viku. Skráðu hvernig þú myndir skipta skólatímanum milli greinanna.

16 Vala vinkona Heiðrúnar, sem býr erlendis, sendir henni stundaskrána sína. Þar kemur fram að hún er 32 stundir á viku í skólanum.

Stærðfræði $\frac{1}{8}$ Valgreinar $\frac{3}{8}$
Móðurmál og erlend tungumál $\frac{5}{16}$
Náttúrufræði og samfélagsgreinar $\frac{3}{16}$

a Hve margir tímar eru notaðir í kennslu hverrar greinar í skólanum hjá Völu?

b Berðu saman tímafjölda sem notaður er til kennslu í hverri grein í skólunum.

17 Í grunnskólum á Íslandi eru um 180 skóladagar á ári.

a Um það bil $\frac{1}{9}$ hluti kennslutímans fer til kennslu í íslensku. Hve margir dagar eru það sem áætla má að nýtist til íslenskukennslu?

b Finndu út hve margir dagar eru notaðir til kennslu hverrar greinar ef miðað er við stundaskrá Heiðrúnar.

18 a Í byrjun október var Heiðrún búin að vera 36 daga í skólanum. Hve stór hluti af skóladögum ársins er það?

b Í skólanum eru haldin próf á unglingastigi fyrstu vikuna í desember. Þá eru liðnir $\frac{2}{5}$ af skóladögum ársins. Hve margir dagar eru það?

19 **a** Eru komnir páskar þegar $\frac{4}{5}$ af skóladögum eins skólaárs eru liðnir? Rökstyddu svarið.

b Hvenær má gera ráð fyrir að $\frac{5}{8}$ hlutum af skóladögum eins skólaárs sé lokið?

20 Finndu

a $\frac{5}{9}$ af 180	**c** $\frac{5}{6}$ af 180	**e** $\frac{7}{12}$ af 180	**g** $\frac{11}{30}$ af 180
b $\frac{3}{4}$ af 180	**d** $\frac{32}{45}$ af 180	**f** $\frac{4}{15}$ af 180	**h** $\frac{7}{10}$ af 180

21 Lýstu því hvernig þú ferð að þegar þú þarft að finna hluta af tilteknum fjölda, t.d. $\frac{5}{12}$ af 180.

22 Hvernig myndir þú fara að ef þú vissir að $\frac{5}{12}$ væru 75 og ættir að finna hver heildarfjöldinn $(\frac{12}{12})$ er?

23 Börkur er að lesa bókina *Töfralykillinn*.

a Hann byrjar að lesa eftir hádegi á sunnudegi og les þá 36 blaðsíður en það eru $\frac{3}{12}$ hlutar bókarinnar. Hve löng er bókin?

b Um kvöldið les hann 64 blaðsíður til viðbótar. Hvað er það stór hluti bókarinnar.

c Daginn eftir les hann 20 blaðsíður í viðbót. Hve stóran hluta bókarinnar á hann þá eftir?

24 Heiðrún er að lesa bókina Undur veraldar sem er 252 blaðsíður.

a Hún les fyrst $\frac{2}{7}$ hluta bókarinnar. Hve margar blaðsíður eru það?

b Daginn eftir les hún $\frac{2}{9}$ hluta bókarinnar. Hve margar blaðsíður eru það?

c Hverju munar á $\frac{2}{7}$ hlutum og $\frac{2}{9}$ hlutum af bókinni? Hvort eru $\frac{2}{7}$ og $\frac{2}{9}$ samtals meira eða minna en hálfur?

d Heiðrún les 63 blaðsíður til viðbótar. Hve stór hluti bókarinnar er það? Hve margar blaðsíður á hún þá eftir af bókinni?

25 Hver er ég? Ég er stærri en hálfur en minni en einn. Teljari minn er minni er 5. Nefnari minn er ferningstala.

26 Ég er stærri en $\frac{1}{2}$ og minni en $\frac{2}{3}$. Nefnari minn er tveimur stærri en teljari minn.

27 Ég er stærri en $\frac{1}{4}$ og minni en $\frac{1}{3}$. Summa nefnara míns og teljara er 9.

Hvort brotið er stærra, $\frac{3}{5}$ eða $\frac{2}{5}$? Þú átt sjálfsagt auðvelt með að sjá að $\frac{3}{5}$ eru stærri því í báðum tilvikum er um fimmtu hluta að ræða en þeir eru mismargir.

Erfiðara er að bera saman brotin $\frac{3}{5}$ og $\frac{2}{3}$. Þá getur verið gott að breyta þeim báðum í brot með sama nefnara, þ.e. gera þau samnefnd.

28 Hvernig má skrá $\frac{3}{5}$ og $\frac{2}{3}$ með því að nota sama nefnara?

29 Gerðu brotin samnefnd og strikaðu undir það brot sem er stærra.

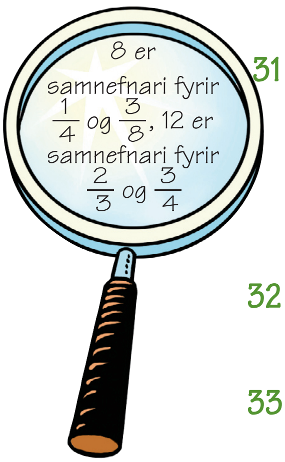
a $\frac{2}{3}$ og $\frac{1}{6}$ b $\frac{3}{4}$ og $\frac{5}{6}$ c $\frac{2}{7}$ og $\frac{1}{4}$ d $\frac{3}{5}$ og $\frac{7}{10}$

Auðveldara er að átta sig á stærð brota ef tölur eru lágar. Þess vegna er lögð áhersla á það að skrá brot með sem lægstum tölum.

Flestum finnst erfiðara að gera sér grein fyrir stærð brotsins $\frac{45}{72}$ en $\frac{5}{8}$. Þessi brot eru þó jafngild.

30 Flokkaðu brotin eftir því hvort þau jafngilda $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{8}$ eða $\frac{5}{6}$.

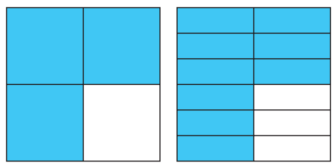
a $\frac{10}{12}$ b $\frac{5}{40}$ c $\frac{20}{24}$ d $\frac{12}{18}$ e $\frac{48}{72}$ f $\frac{25}{200}$ g $\frac{35}{42}$ h $\frac{100}{150}$ i $\frac{8}{64}$



31 a Í hve marga hluta hefur hverjum fjórðungi verið skipt til að fá fram tólftu hluta?

b Hvert er sambandið milli teljaranna?

c Hvert er sambandið milli nefnaranna?



32 $\boxed{\frac{12}{15}}$ Ingvar skráði brotið $\frac{12}{15}$ sem $\frac{4}{5}$. Elín Jóna spurði hann hvernig hann gæti verið viss um að þetta væru jafngild brot. Hvernig gæti Ingvar svarað?

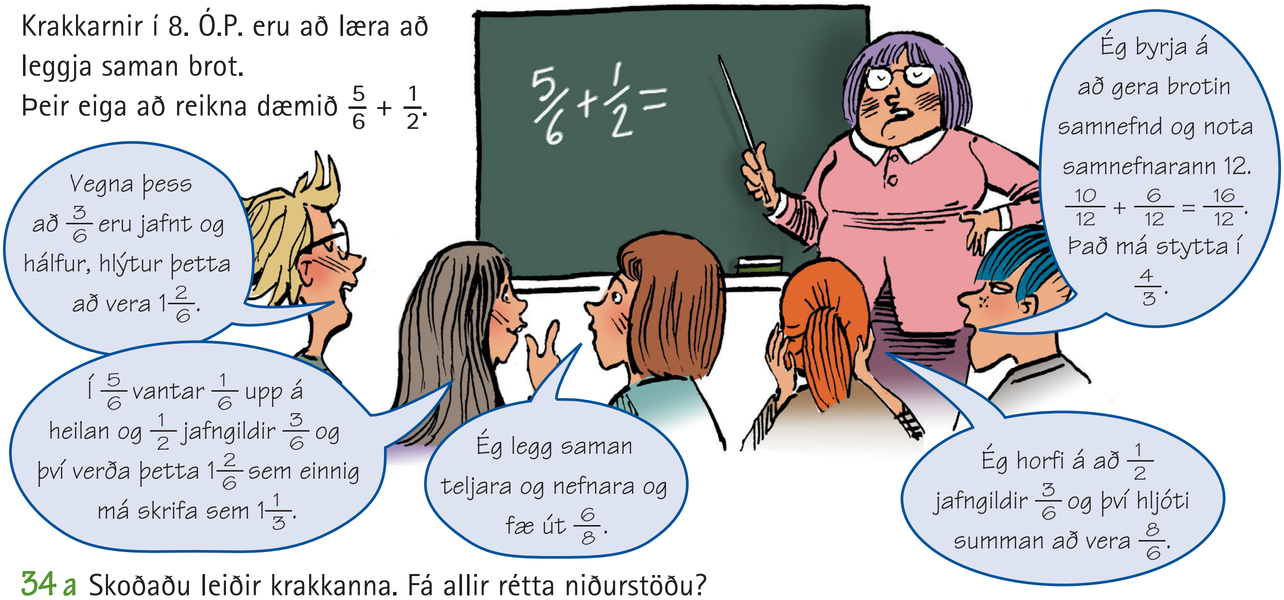
33 a Margfaldaðu teljara og nefnara með 4. Þetta er kallað að **lengja** brot.

$\frac{2}{5}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{8}{9}$

b Deildu í teljara og nefnara með 3. Þetta er kallað að **stytta** brot. Hver þessara brota væri hægt að stytta meira?

$\frac{6}{12}$ $\frac{9}{18}$ $\frac{27}{72}$ $\frac{120}{360}$

Krakkarnir í 8. Ó.P. eru að læra að leggja saman brot.
Þeir eiga að reikna dæmið $\frac{5}{6} + \frac{1}{2}$.



34 a Skoðaðu leiðir krakkanna. Fá allir rétta niðurstöðu?

b Hvaða leið hefðir þú farið?

c Hvaða leið finnst þér best? Rökstyddu svar þitt.

35 a Reiknaðu dæmið $\frac{5}{6} - \frac{1}{2}$ með því að teikna brotamyndir.

b Finndu fleiri leiðir til að reikna dæmið.

36 Reiknaðu dæmin og notfærðu þér að finna samnefnara og teikna myndir.

a Sólveig er að lesa bókina *Skrjáfið*. Hún les $\frac{1}{5}$ bókarinnar á mánudegi. Daginn eftir les hún $\frac{1}{4}$ hluta bókarinnar. Hve stóran hluta bókarinnar hefur hún lesið?

b Guðmundur á stóran garð. $\frac{3}{5}$ hlutar garðsins eru grasi grónir og $\frac{2}{9}$ eru nýttir fyrir matjurtagarð. Hve stór hluti fer í annað?

c Þóra ætlar að prjóna þrílita peysu. Hún veit að $\frac{1}{8}$ hluti peysunnar er hvítur og $\frac{3}{6}$ er blár. Þriðji liturinn er rauður. Hve stór hluti er það?

37 Búðu til sögu um dæmin og reiknaðu þau.

a $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$ **b** $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$

38 Reiknaðu.

a $\frac{6}{8} + \frac{3}{4}$ **c** $\frac{4}{5} - \frac{2}{6}$ **e** $\frac{5}{8} + \frac{1}{3}$ **g** $\frac{1}{2} - \frac{2}{7}$

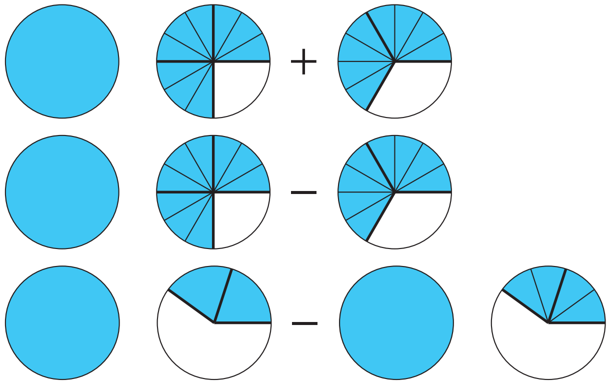
b $\frac{6}{4} + \frac{3}{4}$ **d** $\frac{9}{5} - \frac{4}{3}$ **f** $\frac{5}{6} - \frac{4}{9}$ **h** $\frac{7}{8} + \frac{5}{6}$

39 Reiknaðu.

a $1\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$

b $1\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$

c $1\frac{2}{5} - 1\frac{4}{10}$



d $2\frac{3}{5} + 2\frac{1}{4}$

e $1\frac{1}{3} + 4\frac{3}{10}$

f $3\frac{5}{8} - 1\frac{1}{5}$

g $\frac{15}{12} + \frac{2}{6}$

h $1\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$

i $\frac{6}{9} - \frac{2}{6}$

40 Hvaða samnefnara má nota fyrir fjórðu hluta og sjöttu hluta? Hver er lægsti samnefnarinn?

41 a Frumþáttaðu tölurnar 4 og 6. Eiga þær sameiginlegan þátt?

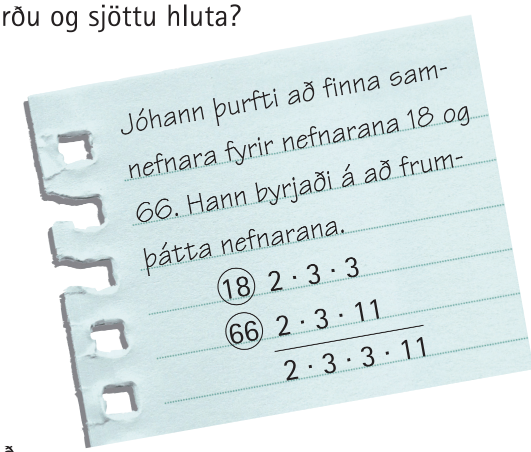
b Hver er lægsta tala sem bæði 4 og 6 ganga upp í?
Tókstu eftir að lægsta talan sem 4 og 6 ganga upp í er einmitt lægsti samnefnarinn þegar unnið er með fjórðu og sjöttu hluta?

c Hver er stærsta talan sem gengur bæði upp í 4 og 6?

42 Notaðu skráningu Jóhanns til að svara eftirfarandi spurningum.

a Hvaða þætti eiga 18 og 66 sameiginlega?

b Hver er lægsti samnefnari þeirra?



43 Finndu lægsta samnefnara. Prófaðu að frumþátta nefnarana og skoðaðu hvernig það getur hjálpað þér að finna samnefnarann.

a $\frac{5}{18}$ og $\frac{7}{12}$

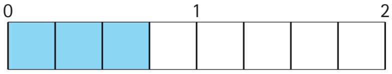
b $\frac{9}{20}$ og $\frac{11}{30}$

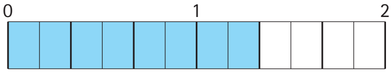
c $\frac{13}{90}$ og $\frac{15}{126}$

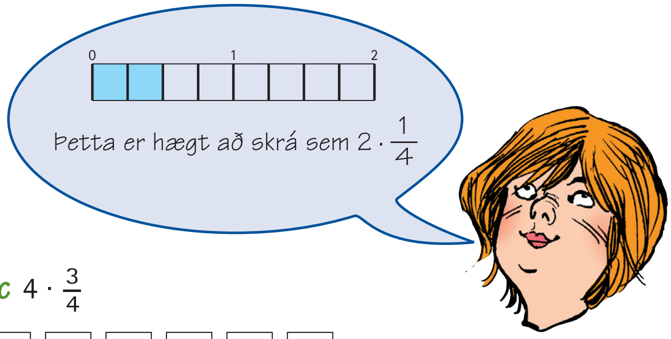
d $\frac{7}{52}$ og $\frac{75}{78}$

44 Veldu þér nokkur talnapör og finndu lægstu tölu sem báðar tölurnar ganga upp í.

45 Skráðu sem margföldun.

a 

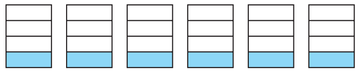
b 



46 Sýndu svarið á brotarenningum.

a $4 \cdot \frac{1}{5}$ b $7 \cdot \frac{1}{4}$ c $4 \cdot \frac{3}{4}$

47 a Finndu $\frac{1}{4}$ af 6. Sýndu það myndrænt.



b Margfaldaðu $\frac{1}{4}$ með 6. Sýndu það myndrænt.

c Skoðaðu myndir þínar og berðu saman niðurstöðurnar.

48 Reiknaðu dæmin og berðu saman niðurstöður þínar.

a $\frac{1}{3}$ af 6

$6 \cdot \frac{1}{3}$

b $\frac{1}{5}$ af 6

$6 \cdot \frac{1}{5}$

c $\frac{3}{4}$ af 6

$6 \cdot \frac{3}{4}$

d $\frac{1}{3}$ af 4

$4 \cdot \frac{1}{3}$

e $\frac{1}{5}$ af 4

$4 \cdot \frac{1}{5}$

f $\frac{3}{4}$ af 4

$4 \cdot \frac{3}{4}$

49 Rökstyddu þessar fullyrðingar.

a Að margfalda með $\frac{1}{3}$ er það sama og deila með þremur.

b Að margfalda með $\frac{1}{3}$ er það sama og finna $\frac{1}{3}$ af einhverju.

50 Finndu helminginn af

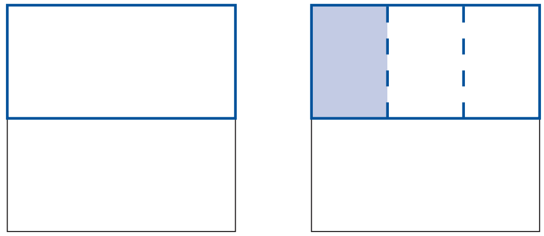
a $\frac{4}{6}$ c $\frac{6}{9}$ e $\frac{7}{8}$

b $\frac{1}{3}$ d $\frac{3}{5}$ f $\frac{5}{12}$

51 Björn kaupir sér tveggja lítra flösku. Hann drekkur $\frac{1}{3}$ úr flöskunni. Hve marga lítra hefur hann drukkið?

52 Guðrún kaupir sér vatn í hálfs lítra flösku. Hún drekkur $\frac{1}{3}$ úr flöskunni. Hve mikinn hluta af lítra hefur hún drukkið?

53 Teiknaðu ferning. Afmarkaðu helming hans eins og myndin sýnir. Litaðu nú $\frac{1}{3}$ af helmingnum sem þú afmarkaðir. Hve stóran hluta af upphaflega ferningnum hefur þú litað?



54 Teiknaðu ferning. Afmarkaðu $\frac{1}{4}$ hluta hans. Litaðu nú $\frac{1}{5}$ af fjórðungnum sem þú afmarkaðir. Hve stóran hluta af ferningnum hefur þú litað?

55 Teiknaðu ferning og notaðu hann til að finna

a $\frac{1}{4}$ af $\frac{1}{4}$

b $\frac{1}{5}$ af $\frac{1}{2}$

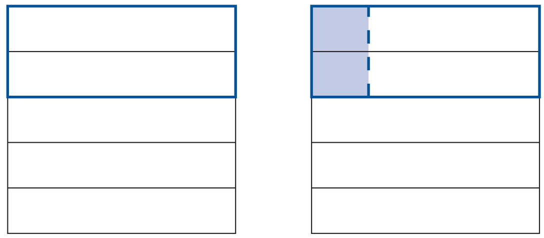
c $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}$

d $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$

e $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}$

f $\frac{1}{6}$ af $\frac{1}{4}$

56 Teiknaðu ferning. Afmarkaðu $\frac{2}{5}$ hluta hans. Litaðu $\frac{1}{4}$ af $\frac{2}{5}$ sem þú afmarkaðir. Hve stóran hluta af ferningnum hefur þú litað?



57 Teiknaðu ferning og notaðu hann til að finna

a $\frac{2}{3}$ af $\frac{1}{2}$

b $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$

c $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}$

d $\frac{2}{3}$ af $\frac{3}{4}$

58 *a* Hve margir fjórðu hlutar eru í þremur heilum?

b Hve oft get ég tekið $\frac{1}{4}$ lítra af þremur lítrum?

59 *a* Hve margir fjórðu hlutar úr metra eru í einum og hálfum metra?

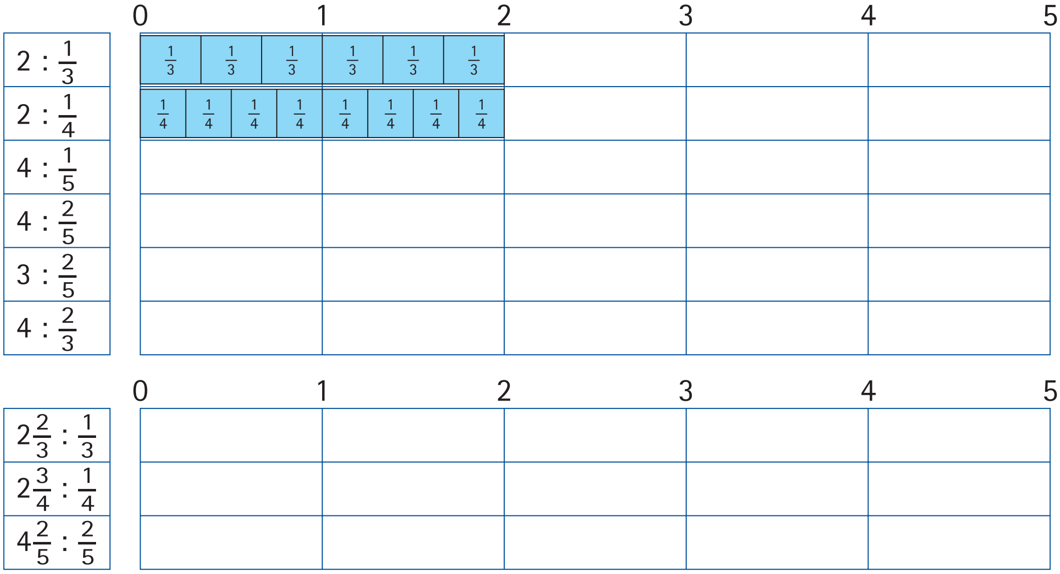
b Hve oft get ég tekið $\frac{1}{4}$ metra af $1\frac{1}{2}$ metra?

60 Jónína á glös sem taka $\frac{1}{5}$ úr lítra. Hve mörg glös getur hún fyllt með vatni úr tveggja lítra flösku? En úr $1\frac{1}{2}$ lítra flösku?

$2 : \frac{1}{3}$

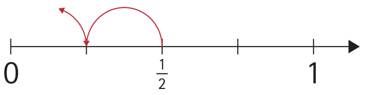
Deilingu má líta á sem endurtekinn frádrátt.
Hve mörgum sinnum má taka $\frac{1}{3}$ af tveimur?

61 Teiknaðu upp töfluna og notaðu hana til að reikna dæmin.



62 a Hve oft getur þú dregið $\frac{1}{4}$ frá $\frac{1}{2}$?

b Hve oft getur þú dregið $\frac{1}{8}$ frá $\frac{1}{2}$?

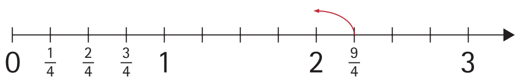


63 Reiknaðu. **a** $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$ **b** $\frac{1}{2} : \frac{1}{8}$ **c** $\frac{1}{2} : \frac{1}{16}$

64 a Hve oft má draga $\frac{1}{2}$ frá $\frac{9}{4}$?

b Hve oft má draga $\frac{1}{2}$ frá $\frac{7}{4}$?

c Hve oft má draga $\frac{1}{3}$ frá $\frac{9}{6}$?



65 Gerðu brotin fyrst samnefnd og deildu svo.

a $\frac{3}{4} : \frac{2}{8}$ **b** $\frac{8}{14} : \frac{4}{7}$ **c** $\frac{8}{10} : \frac{2}{5}$ **d** $\frac{2}{4} : \frac{1}{6}$

$\frac{1}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{6} : \frac{1}{6} = 2$

Stundum getur verið heppilegt að gera brot samnefnd þegar deilt er.

66 Dæmin hér fyrir neðan hafa öll svarið $1\frac{1}{2}$.

a Hvert er sambandið milli nefnaranna hverju sinni?

$\frac{1}{4} : \frac{1}{6}$ $\frac{1}{6} : \frac{1}{9}$ $\frac{1}{8} : \frac{1}{12}$

b Búðu til tvö dæmi sem hafa svarið $1\frac{1}{2}$.

67 Nefndu dæmi um nokkur almenn brot sem þér finnst auðvelt að skrá sem tugabrot.

68 Útskýrðu hvað tölustafurinn 5 táknar í tölunum.

a 0,5 b 0,25 c 0,57 d 0,05

69 Skráðu tugabrotið 0,75 sem almennt brot á tvo mismunandi vegu.

70 Þegar breyta á almennu broti í tugabrot getur verið gott að athuga hvort breyta megi almenna brotinu þannig að nefnarinn verði 10, 100 eða 1000. Hvers vegna?

71 Frumþáttaðu töluna 1000. Hvað getur þú fundið margar tölur sem ganga upp í 1000? Skráðu þær.

72 Lengdu brotin þannig að nefnarinn verði 10, 100 eða 1000. Skráðu brotin síðan sem tugabrot.

a $\frac{3}{5}$ c $\frac{4}{25}$ e $\frac{5}{4}$ g $\frac{1}{2}$ i $\frac{3}{2}$

b $\frac{6}{20}$ d $\frac{60}{125}$ f $\frac{3}{8}$ h $\frac{12}{50}$ j $\frac{8}{5}$

Hentugt er að nota vasareikni þegar breyta á almennu broti í tugabrot. Þá koma oft fram tugabrot með mörgum aukastöfum.

73 Breyttu þessum almennu brotum í tugabrot og skráðu tugabrotin með tveimur aukastöfum.

a $\frac{1}{7}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{6}{7}$

b $\frac{1}{8}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{6}{8}$

74 Skoðaðu hvað gerist þegar þriðju hlutum, sjöttu hlutum eða níundu hlutum er breytt í tugabrot.

75 Skráðu sem almennt brot.

a 0,7 c 0,250 e 0,35 g 0,4

b 0,17 d 0,05 f 2,25 h 0,125

HÓPVERKEFNI

76 Þið eigið að búa til veggspjald um almenn brot.
Leitið ykkur upplýsinga í námsbókinni, á Netinu, í alfræðibókum og annars staðar sem ykkur dettur í hug.

Á veggspjaldinu eigið þið að sýna með myndum, táknum og orðum

- *hvað felst í hugtakinu almennt brot*
- *hvernig reikna má með almennum brotum*
- *tengsl við tugabrot*
- *leiðir til að bera saman stærð brota*
- *leiðir til að finna jafngild brot*
- *dæmi um notkun almennra brota í daglegu lífi*

Rökstyðjið fullyrðinguna.

Allir þurfa að skilja almenn brot og geta reiknað með þeim.

Frumtölur

Grikkinn Eratosþenes var fæddur á 3. öld fyrir Krist. Hann fann aðferð sem nota má til að finna allar frumtölur á tilteknu talnabili. Aðferðin kallast sáldur Eratosþenesar. Segja má að hún felist í að sáldra burt öllum tölum sem ekki eru frumtölur.

Ef finna á allar frumtölur minni en hundrað eru allar tölur frá 2 til 100 skrifaðar upp.

Talan tveir er frumtala. Gerður er hringur utan um hana og síðan eru strikuð út öll önnur margfeldi af tveimur vegna þess að það eru ekki frumtölur. Talan þrír er líka frumtala og er gerður hringur utan um hana. Því næst er strikað yfir öll önnur margfeldi hennar. Þegar talan fjórir er skoðuð kemur í ljós að búið er að strika yfir hana því tveir ganga upp í fjóra. Þannig er haldið áfram koll af kolli. Tölurnar sem ekki er strikað yfir eru frumtölur. Þær eru 25.

1 Er talan 91 frumtala?

2 Notaðu aðferð Eratosþenesar til að finna allar frumtölur sem eru minni en 100.

1	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	9	~~10~~
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

3 Hvaða frumtölur eru á milli 40 og 60?

4 Hve margar frumtölur eru lægri en 20? Hvaða tölur eru það?

5 a Finndu dæmi um frumtölur sem eru tvær oddatölur í röð. Slíkar tölur eru kallaðar frumtölutvíburar.

b Finndu alla frumtölutvíbura undir hundrað.

c Skráðu sléttu tölurnar sem standa á milli frumtölutvíbura. Hvað eiga þær sameiginlegt?

Eratosþenes fæddist 276 f.Kr. þar sem nú er Lýbía og lést 194 f.Kr. í Alexandríu. Hann nam í ýmsum háskólum fyrir botni Miðjarðarhafs, m.a. í Alexandríu og Aþenu. Hann starfaði sem bókavörður í háskólabókasafni í Alexandríu. Hann skrifaði mörg rit um stærðfræði, landafræði og stjörnufræði auk þess sem hann fékkst við skáldskap og sagnfræði. Sáldur Eratosþenesar er enn talið gagnlegt verkfæri í talnafræði. Lýsing á sáldri Eratosþenesar hefur varðveist í riti Nicomedesar ***Inngangur að reikningslist*** *en Nicomedes var fæddur um 280 f.Kr. Eratosþenes gerði einnig ýmsar mikilvægar mælingar á jörðinni og fjarlægð hennar frá tunglinu og sólinni. Mælingar hans á ummáli jarðar þykja ótrúlega nákvæmar. Hann notaði mælieininguna* ***stadia*** *sem talin er hafa verið um 185 metrar. Niðurstaða hans var að ummál jarðarinnar væri 252 000 stadia sem eru um það bil 46620 km. Ummál jarðarinnar mælt um pólana er talið vera 40008 km í dag. Eratosþenes lagði einnig ýmislegt fleira fram til þróunar vísinda. Hann bjó til dagatal þar sem gert var ráð fyrir hlaupárum og gerði tilraun til að skrá mikilvæga viðburði í heimssögunni á tímaás. Hann skráði líka 675 stjörnur og fjallaði um þær.*

Einkenni allra talna sem þrír ganga upp í er að þrír ganga upp í þversummu hennar.
Þegar kanna á hvort tala er frumtala er gott að þekkja reglur sem þessa.

6 Kannaðu hvort tölurnar 78, 97, 125, 323, 341 og 671 séu frumtölur.

7 Útskýrðu hvers vegna þrjár heilar tölur í röð geta ekki allar verið frumtölur.

8 Útskýrðu hvers vegna tala sem er einum hærri en frumtala getur ekki verið frumtala ef frumtalan er 3 eða hærri.

9 Manstu eftir fleiri reglum um þversummu tölu sem þú getur nýtt þér til að sjá hvort einhver tiltekin tala gengur upp í hana?

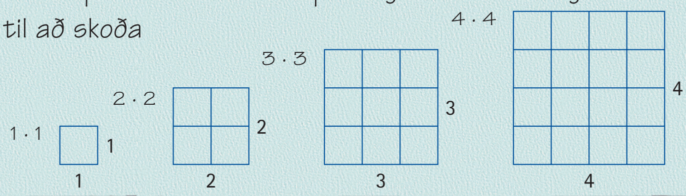
10 Hvernig getur þú séð að eftirfarandi tölur eru ekki frumtölur?
111111111, 445, 327, 225, 74376, 21123, 272727, 6171

11 Er hægt að skrifa allar jákvæðar sléttar tölur stærri en tveir og minni en 50 sem summu tveggja frumtalna? Rökstyddu svar þitt.

2 + 2 = 4   3 + 3 = 6   3 + 5 = 8

Við leit að frumtölum má stytta sér leið með því að notfæra sér þekkingu sína á ferningstölum og ferningsrót. Hér gefst þér tækifæri til að skoða þessi hugtök nánar.

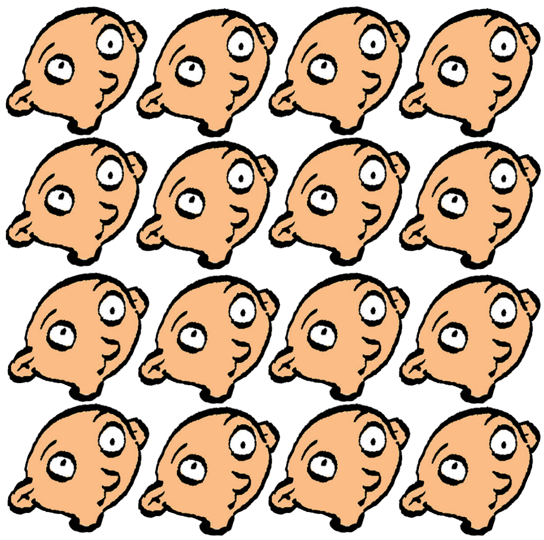
Ferningstölur standa fyrir fjölda sem raða má í ferning.

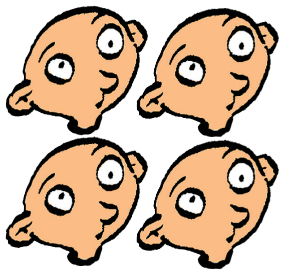


12 Skráðu allar ferningstölur upp í 200.

13 Reiknaðu 5^2, 9^2, 13^2, 30^2.

14 Guðmar telur að 10^2 jafngildi 20. Hvað er rangt hjá honum? Útskýrðu fyrir honum hvað ^{2} táknar.





Þegar tala er margfölduð með sjálfri sér er það kallað að hefja töluna í annað veldi. Þetta er skráð $3 \cdot 3 = 3^2$

15 Íbúafjöldi í Hollandi er um 16 milljónir. Ímyndum okkur að allir Hollendingar raði sér í ferning þannig að jafnmargir séu í hverri röð. Hve margir yrðu þá yst í hverri röð?

16 Íbúafjöldi heimsins er um 6400 milljónir. Hve margir yrðu í yst í hverri röð ef þeim væri öllum raðað upp í ferning?

Ferningstala er tala sem hafin hefur verið í annað veldi. Þegar fundin er ferningsrót tölu er fundin sú tala sem margfölduð hefur verið með sjálfri sér til að fá ferningstöluna.

Ferningsrótin af 49 er 7 af því að $7 \cdot 7$ eru jafnt og 49. Fjöldanum 49 má raða upp í ferning með hliðarlengdina 7.

17 Á flestum vasareiknum er hnappur sem nota má til að finna ferningsrót. Finndu $\sqrt{\ }$ á vasareikninum þínum. Notaðu hann til að leysa eftirfarandi dæmi.

a $\sqrt{361}$ **b** $\sqrt{625}$ **c** $\sqrt{1600}$ **d** $\sqrt{529}$ **e** $\sqrt{2209}$

Ef hægt er að skrá tölu sem margfeldi tveggja þátta hlýtur annar þátturinn að vera minni en ferningsrót tölunnar en hinn stærri nema þeir séu báðir jafnir ferningsrótinni.

18 Skráðu töluna 36 á eins marga vegu og þú getur sem margfeldi tveggja þátta. Ferningsrót tölunnar 36 er 6. Þýðir það að annar þátturinn sé alltaf minni en sex og hinn stærri en sex þegar talan 36 er skráð sem margfeldi tveggja þátta?

19 Finndu dæmi um tölur sem hægt er að leysa upp í margfeldi tveggja þátta þannig að báðir séu jafnir ferningsrótinni.

20 a Notaðu vasareikni til að finna ferningsrótina af 24. Skráðu hana með tveimur aukastöfum.

b Hvernig getur þú skráð 24 sem margfeldi tveggja þátta? Skoðaðu hvort reglan stenst, þ.e. að annar þátturinn sé alltaf minni en ferningsrótin en hinn stærri.

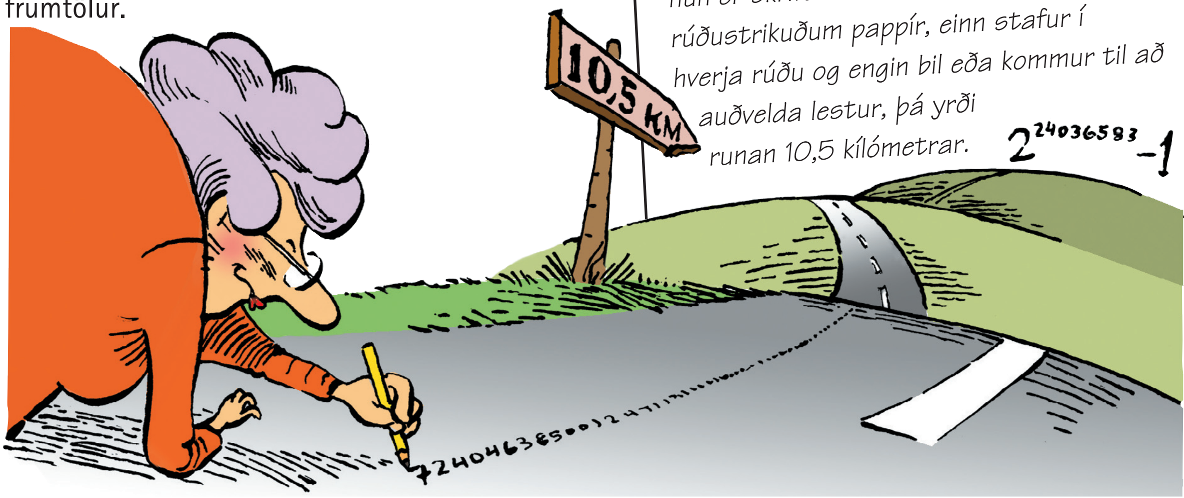
21 Skoðaðu tölurnar 42 og 88 á sama hátt og þú skoðaðir 24.

22 Notaðu regluna til að útskýra af hverju ekki þarf að prófa hvort 23 ganga upp í tölunni 517 þegar kannað er hvort hún sé frumtala.

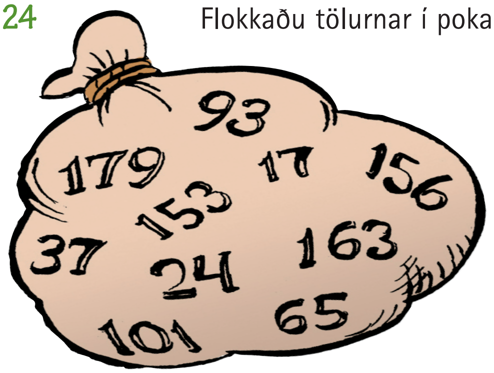
23 Kannaðu hvort 299, 389, 973, 537 og 1137 eru frumtölur.

Á Netinu eru forrit sem kanna hvort tala er frumtala eða ekki. Frumtölur eru kallaðar *prime numbers* á ensku. Ef *prime numbers* er notað sem leitarorð á leitarvélum koma fram margar heimasíður. Margar þeirra hafa slík forrit.

Stærsta frumtala sem þekkt er í október 2004 er $2^{24036583} - 1$. Á vísindavef HÍ má lesa um stærstu frumtölu sem þekkt var árið 2000, þ.e. $2^{6972593} - 1$. Frumtalan hefur 2 098 960 stafi. Þar má lesa: *Mér finnst þetta svo guðdómlega flott tala að mér finnst að hún ætti að fylgja með svarinu. Til þess að fólk átti sig á stærð hennar mætti ef til vill geta þess að ef hún er skrifuð í rúður, eins og á venjulegum rúðustrikuðum pappír, einn stafur í hverja rúðu og engin bil eða kommur til að auðvelda lestur, þá yrði runan 10,5 kílómetrar.*



24 Flokkaðu tölurnar í pokanum í frumtölur og samsettar tölur.



Allar heilar tölur má búa til með því að margfalda saman frumtölur.
Aðrar tölur en frumtölur kallast samsettar tölur.

25 Hvað getur þú fundið margar tölur sem eru margfeldi allra þessara frumtalna 2, 5 og 7?

26 Reiknaðu.

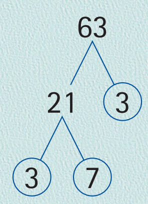
a $3 \cdot 11 \cdot 5$ **b** $3 \cdot 5 \cdot 11$ **c** $11 \cdot 5 \cdot 3$ **d** $5 \cdot 11 \cdot 3$

Skiptir röð talna máli við margföldun?

Til þess að finna úr hvaða frumtölum samsett tala er búin til er hún rakin í þætti. Gott er að byrja á að skrá töluna sem margfeldi tveggja þátta þar sem önnur talan er frumtala. Haldið er áfram að rekja hina töluna í þætti þar til allar tölurnar eru frumtölur. Þetta er kallað að frumþátta.

63 – 21 – 7 – 1
3 3 7

$63 = 3 \cdot 21$
$63 = 3 \cdot 3 \cdot 7$



27 Skoðaðu samsettu tölurnar í pokanum hér fyrir ofan. Finndu frumþætti þeirra. Skráðu skipulega.

28 Berðu niðurstöður þínar saman við niðurstöður bekkjarfélaga þíns. Ræðið saman um eftirfarandi spurningar:

- Fáið þið sömu frumþætti?
- Er hægt að frumþátta tölu á fleiri en einn veg?
- Hafa einhverjar talnanna sömu þætti?
- Hvaða tölur ganga bæði upp í 24 og 156?
- Hver er hæsta tala sem gengur bæði upp í 24 og 156?
- Hver er hæsta tala sem gengur bæði upp í 65 og 156?

29 Veldu þér nokkrar þriggja stafa tölur, t.d. bílnúmer sem þú þekkir, og æfðu þig í að frumþátta þær.

30 a Rektu 3780 í frumþætti.

b Finndu a.m.k.15 tölur sem ganga upp í 3780. Berðu niðurstöður þínar saman við niðurstöður bekkjarfélaga þinna. Hvað getið þið fundið margar tölur samtals?

31 Frumþáttaðu 225 og 90. Skoðaðu:
- Hvaða tölur ganga upp í báðar tölurnar?
- Hver er stærsta talan sem gengur upp í báðar tölurnar?

32 Veldu þér tvær þriggja stafa tölur. Finndu hvort einhverjar tölur ganga upp í þær báðar.

33 a Finndu tvær þriggja stafa tölur sem hafa engan sameiginlegan þátt nema töluna 1.

b Finndu tvær þriggja stafa tölur sem hafa tvo sameiginlega þætti?

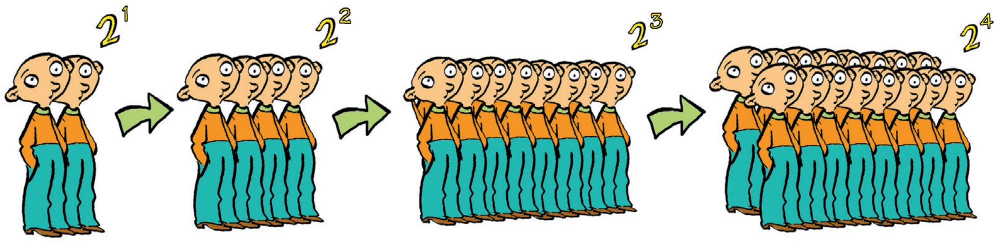
34 Hvaða tölur milli 100 og 200 eru búnar til úr margfeldi nákvæmlega þriggja frumtalna?

35 Margfeldi hvaða þriggja frumtalna er næst 100?

Þegar frumþáttur kemur endurtekið fyrir má einfalda skráningu og skrá endurtekna margföldun sem veldi.

36 a Frumþáttaðu töluna 81.

b Skráðu 81 sem veldi af þremur.



37 Skráðu sem veldi.

a $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ **b** $5 \cdot 5 \cdot 5$ **c** $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$

38 Oft koma fleiri en einn veldisstofn fyrir við frumþáttun talna. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7$. Þá er skráð $2^3 \cdot 7^2$. Frumþættir hvaða tölu er þetta?

39 Frumþáttaðu þessa tölur. Skráðu endurtekna margföldun sem veldi.

a 243 **b** 343 **c** 64 **d** 112 **e** 675

40 Skráðu hvort eftirfarandi setningar eru sannar eða ósannar. Rökstyddu svör þín.

a Slétt tala er deilanleg með tveimur.

b Tveir er eini frumþátturinn í 18.

c 13 er frumþáttur í 143.

d Ef summa tveggja heilla talna er oddatala er mismunur þeirra líka oddatala.

e Frumtala er oddatala.

f Að hefja náttúrlega tölu í annað veldi gefur allaf hærri tölu.

g Oddatölumargfeldi af 5 enda á fimm.

h Margfeldi af fimm endar á fimm.

i Náttúrlegar tölur eiga sér þrjá frumþætti.

j Ef deilt er í oddatölu með tveimur verður afgangurinn alltaf einn.

k 6^2 er það sama og 26.

l Allar náttúrlegar tölur sem enda á 1, 3, 7 eða 9 eru frumtölur.

41 Finndu tölurnar tvær. Ef þær eru hafnar í annað veldi og lagðar saman verður summa þeirra 325. Margfeldi þessara tveggja talna er sex sinnum summa þeirra.

42 Hver er minnsta tala fyrir utan 1 þar sem afgangur verður einn þegar deilt er með tveimur, fjórum eða þrettán?

43 Margfeldi tveggja talna er milljón. Hvorug þeirra hefur 0 sem tölustaf. Hvaða tölur eru þetta?

44 Er til þríhyrningur með hornastærðir sem eru ferningstölur?

45 Finndu villuna og útskýrðu í hverju þú telur að hún felist.

a Frumþættir tölunnar 48 eru 2, 3, og 8.

b Talan 353 er deilanleg með 9.

c Ferningsrótin af 64 er 7.

d Tíunda ferningstalan er minni en 100.

e Það eru til þrjátíu frumtölur minni en hundrað.

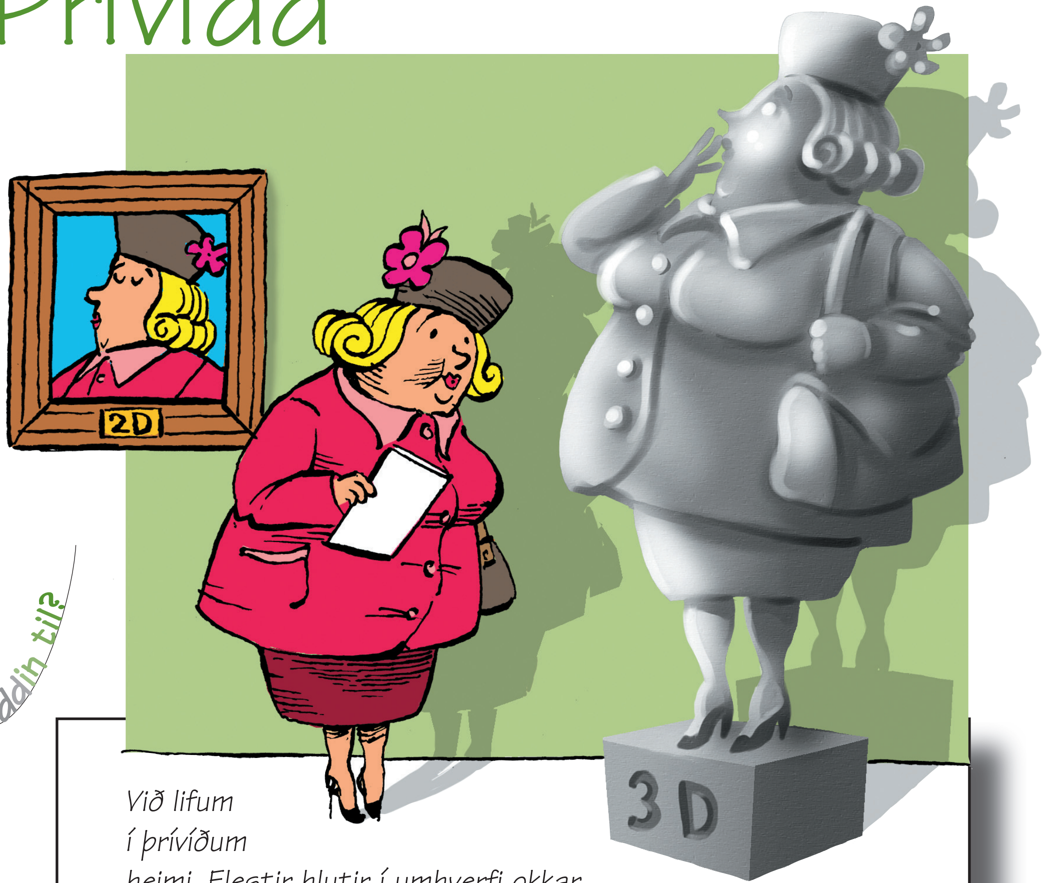
f Tölurnar 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, eru frumtölur.

46 Skrifaðu texta um allt það sem þú veist um frumtölur og samsettar tölur.
Fram þarf að koma:

- Einkenni frumtalna.
- Hvaða leiðir má fara til að finna frumtölur á tilteknu talnabili.
- Hvernig finna má hvort tiltekin tala er frumtala.
- Einkenni samsettra talna.
- Hvernig má frumþátta þær.
- Dæmi um frumþáttun.
- Dæmi um hvernig nýta má frumþáttun til að finna deila samsettrar tölu.

Þú getur kynnt þér efni um frumtölur á Netinu og til dæmis fundið hver er stærsta þekkta frumtalan. Dálítið er til af efni á íslensku.

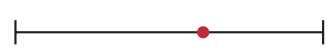
Þrívídd



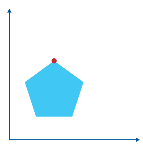
Er fjórða víddin til?

Við lifum í þrívíðum heimi. Flestir hlutir í umhverfi okkar hafa þrjár víddir. Mikilvægt er því að geta reiknað stærðir þrívíðra hluta og þekkja einkenni þrívíddar.

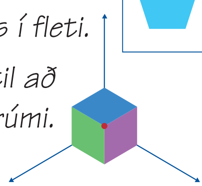
Lína hefur eina vídd. Það þarf eina tölu til að gefa upplýsingar um staðsetningu punkts á línunni.



Flötur hefur tvær víddir. Það þarf tvær tölur til að gefa upplýsingar um staðsetningu punkts í fleti.

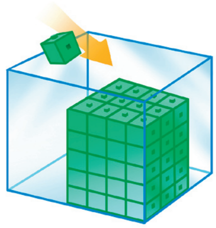


Rúm hefur þrjár víddir. Það þarf þrjár tölur til að gefa upplýsingar um staðsetningu punkts í rúmi.



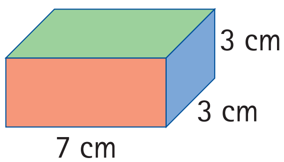
1 Þessi blaðsíða hefur tvær víddir. Til að gefa upplýsingar um staðsetningu á blaðsíðunni þarf að finna fjarlægð frá láréttri og lóðréttri brún hennar. Skráðu staðsetningu málverksins á blaðsíðunni.

2 Bókin *8-tíu, 2* hefur þrjár víddir, lengd, breidd og þykkt. Finndu lengd, breidd og þykkt bókarinnar. Hvert er rúmmál hennar?

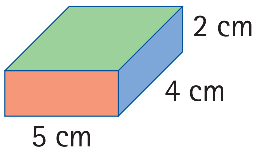


3 Finndu rúmmál kassanna.

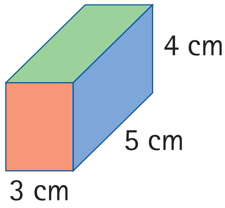
a



b



c

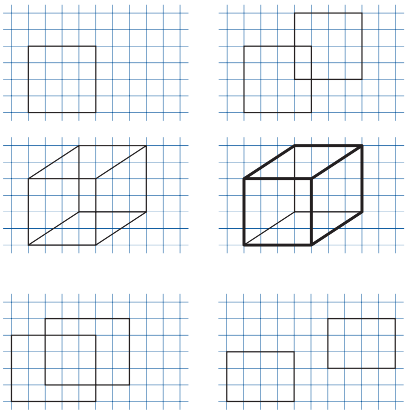


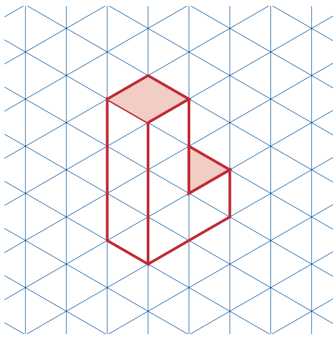
4 Teikna má þrívíð form á þríhyrningapappír eða í rúðunet.

a Fylgdu leiðbeiningunum og teiknaðu strendinga í rúðunet.

- Byrjaðu á ferningi.
- Teiknaðu annan ferning af sömu stærð.
- Tengdu horn ferninganna.
- Dekktu strik brúnanna sem sjást.

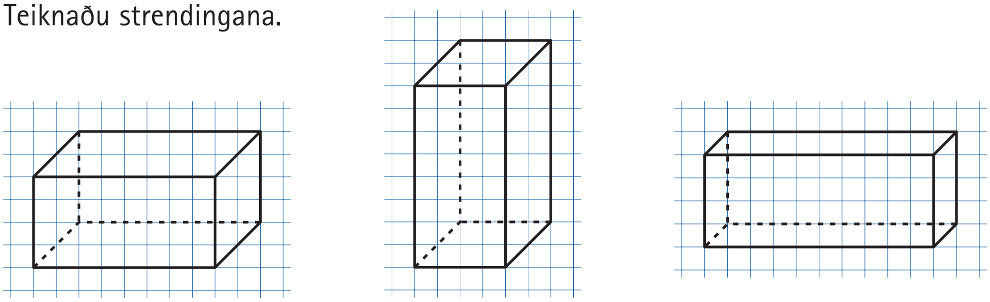
b Notaðu sömu aðferð til að teikna fleiri ferstrendinga.





Þríhyrningapappír

5 Teiknaðu strendingana.



a Tveir af strendingunum eru eins. Hverjir þeirra eru það?

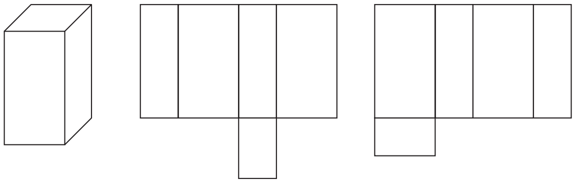
b Hvers vegna heldur þú að svo ólíkar myndir geti sýnt sama ferstrendinginn?

6 a Teiknaðu tvo ólíka ferstrendinga með hæðina 4 rúður.

b Teiknaðu tvo ólíka ferstrendinga með breiddina 5 rúður.

HÓPVERKEFNI

7 Áhugavert getur verið að skoða hvernig umbúðir eru búnar til.
Finnið drykkjarfernu eða kassa.
Klippið toppinn af fernunni eða takið lokið af kassanum.
Klippið síðan eftir brúnunum og fletjið kassann út.

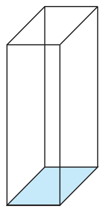


Finnið annan alveg eins kassa og klippið á annan hátt eftir brúnunum.
Flatarmyndirnar sem koma fram eru snið af kassanum. Berið þær saman.
Eru þær eins? Ef ekki, hver er munurinn?
Teiknið sniðin. Getið þið búið til fleiri snið fyrir sama kassa?

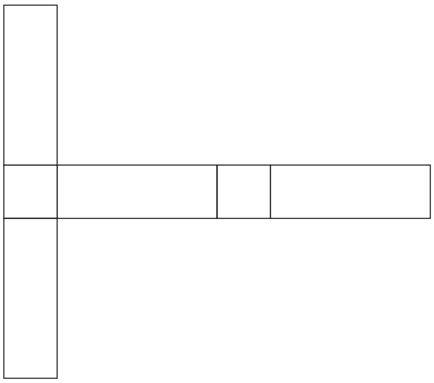
8 Skoðið fleiri umbúðir á sama hátt. Hve mörg ólík snið getið þið fundið á sömu umbúðir?

9 Veljið ykkur tvenns konar umbúðir og skoðið hvaða form voru notuð til að búa þær til.
Finnið hve mikið efni þurfti í umbúðirnar. Hefði þurft minna efni ef eitthvert annað snið hefði verið notað?

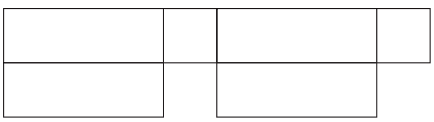
10 Hvert þessara sniða má nota til að búa til kassann?



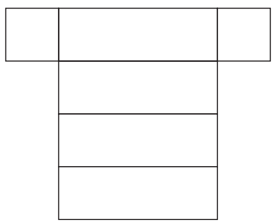
a



b

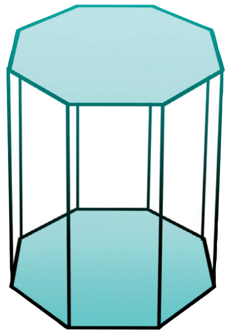


c

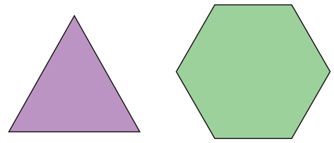


HÓPVERKEFNI

11 Notið tvo ferninga með hliðarlengdina 4 cm. Búið til þrívíðan hlut með því að tengja saman horn þeirra, t.d. með pappastrimlum eða blómavír.
Hvers konar strendingur verður þetta?
Hvert er rúmmál hans?
Hvert yrði rúmmál strendingsins ykkar ef hann væri hækkaður um 2 cm?
Hvert yrði rúmmálið ef hliðar ferningsins væru lengdar um 2 cm?



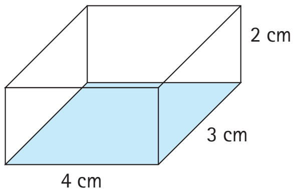
Búið til strendinga með endafleti sem eru þríhyrningar eða sexhyrningar.
Finnið leið til að reikna rúmmál strendinganna sem þið hafið búið til.



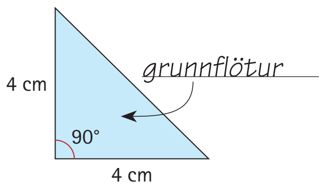
Finnið fleiri hyrninga sem þið getið notað sem endafleti og búið til fleiri strendinga. Reynið að finna rúmmál þeirra.

12 Finndu rúmmál strendinganna.

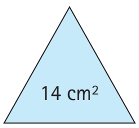
a Ferstrendingur hefur grunnflöt sem er rétthyrningur með hliðarlengdirnar 3 cm og 4 cm. Hæðin er 2 cm.



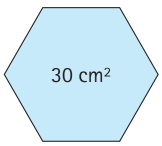
b Þrístrendingur hefur grunnflöt sem er rétthyrndur, jafnarma þríhyrningur með skammhliðar 4 cm. Hæðin er 7 cm.



c Hæðin er 3 cm. Flatarmál grunnflatar er 14 cm².



d Hæðin er 5 cm. Flatarmál grunnflatar er 30 cm².

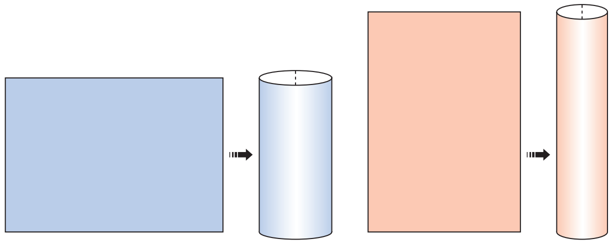


13 a Tvöfaldaðu hæð strendinganna og athugaðu hvernig rúmmál þeirra breytist. Tvöfaldast það?

b Hvernig breytist rúmmál strendinganna ef þú tvöfaldar flatarmál grunnflatar?

HÓPVERKEFNI

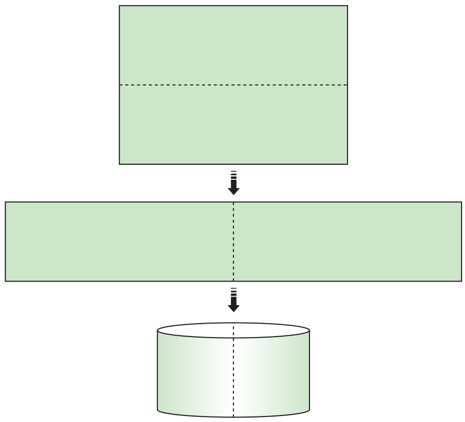
14 Notið tvö A4 kartonspjöld, límband, hrísgrjón, mælibolla eða desílítramál.
Búið til tvo sívalninga með því að rúlla pappaspjöldunum upp eins og myndin sýnir.



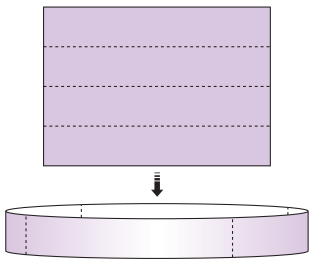
Taka sívalningarnir jafnmikið? Þið getið kannað það með því að fylla þá með hrísgrjónum eða sandi. Setjið mjórri sívalninginn inn í þann breiðari og fyllið hann með hrísgrjónum. Fjarlægið mjórri sívalninginn og athugið hvort það sem rúmaðist í honum rúmist líka í þeim breiðari.
Hverjar eru niðurstöður ykkar? Hvernig getið þið útskýrt þær?

15 Takið eitt pappaspjald í viðbót og klippið það eftir endilöngu og búið til einn hólk í viðbót. Endurtakið athugunina og berið saman við fyrri niðurstöður.

Hvert er samhengið á milli rúmmáls sívalninganna?



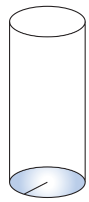
16 Búið til einn sívalning í viðbót með því að klippa pappaspjald eftir endilöngu í fjóra jafnbreiða strimla. Endurtakið athugunina og berið saman við fyrri niðurstöður.



17 Sívalningarnir verða sífellt lægri og lægri.
Hvaða áhrif hefur það á rúmmál þeirra?
Hvað breytist annað en hæðin þegar sívalningarnir eru búnir til á þennan hátt?
Hvað getið þið sagt um flatarmál þess efnis sem notað er í hliðar sívalninganna? Helst það óbreytt?

18 a Mælið þvermál sívalninganna og notið þær upplýsingar til að finna flatarmál þess grunnflatar sem myndar botn í hverjum sívalningi fyrir sig.

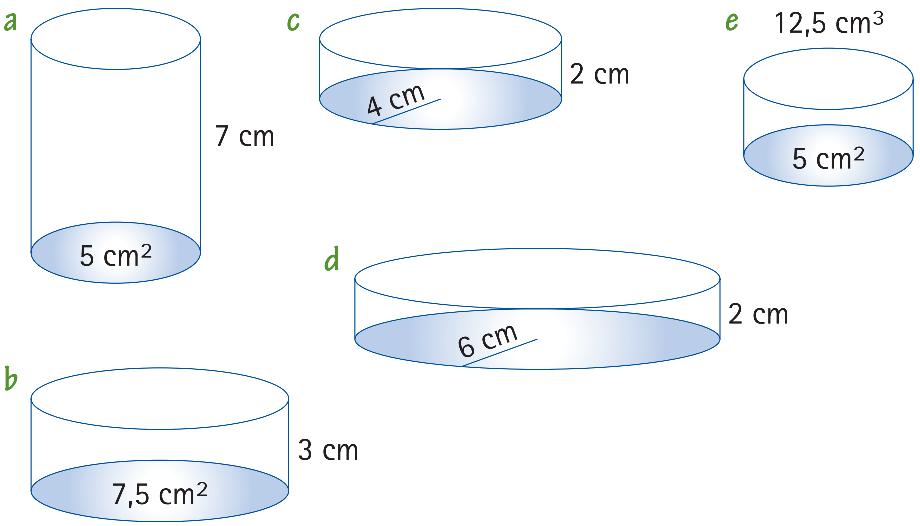
b Reiknið síðan út rúmmál sívalninganna. Hvaða sívalningur hefur mest rúmmál?



Þið getið notað töflureikni til að kanna nánar samhengi milli hæðar, ummáls, geisla og rúmmáls sívalninga sem búnir eru til úr einu pappaspjaldi.

19 Finndu nokkra sívalninga. Mældu hæð þeirra og þvermál. Reiknaðu rúmmál þeirra.

20 Reiknaðu rúmmál sívalninganna.

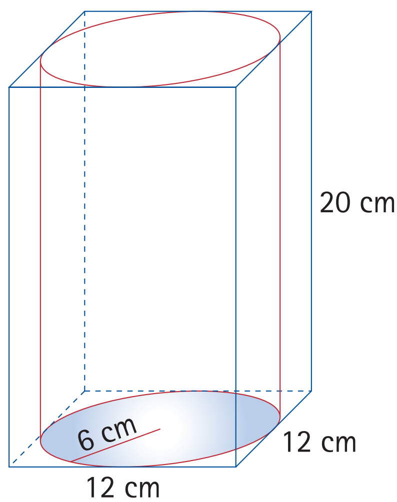


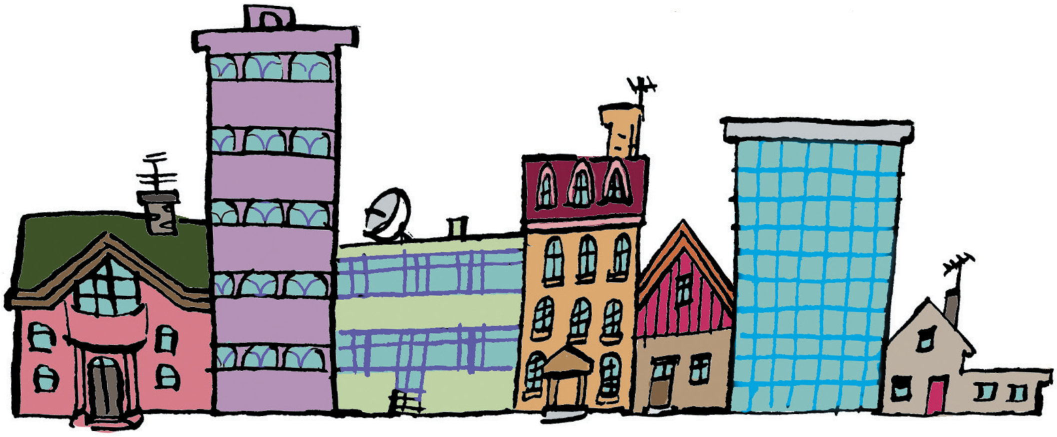
21 Hér sérðu mynd af sívalri krukku sem hefur verið pakkað í réttstrendan kassa.

a Berðu saman rúmmál kassans og það rúmmál sem krukkan tekur.

b Hve stóran kassa þarf undir 12 krukkur ef þeim er raðað í þrjár raðir með fjórum í hverri röð? En ef raðað er í tvær raðir með sex krukkum í hverri röð?

c Eru fleiri möguleikar á að raða 12 krukkum í réttstrendan kassa? Hve stóran kassa þarf undir krukkurnar miðað við aðra möguleika á röðun?





Lofthæð í húsum hefur aukist á undanförnum árum. Fólk er ekki sammála um ágæti þess. Sumir telja að hitakostnaður verði of mikill en aðrir segja að hann hækki óverulega. Þeir halda því fram að betra rými skapist í hverri vistarveru. Til þess að mynda sér skoðun á þessu máli getur verið heppilegt að rannsaka staðreyndir málsins. Byrja má á að skoða nokkur dæmi:

22 **a** Hvert er rúmmál 100 fermetra íbúðar sem hefur lofthæðina 2,5 m?

b En ef lofthæðin er 2,8 m?

c En ef lofthæðin er 3 metrar?

d Athugaðu á sama hátt rúmmál 60 fermetra íbúðar.

23 Miða má við að á einu ári þurfi 1,2 – 1,7 rúmmetra af heitu vatni til að hita hvern rúmmetra húss. Berðu saman hitakostnað í íbúðum miðað við þessar forsendur.

Rúmmetri af heitu vatni kostar 75,49 krónur.

Úr gjaldskrá Hitaveitu Gufulands frá 1. ágúst 2004.

24 Í blokk einni eru 24 íbúðir. 6 íbúðir eru 120 fermetrar að stærð, 6 íbúðir eru 80 fermetrar en hinar eru 100 fermetrar. Lofthæð í íbúðunum er 2,5 metrar.

a Reiknaðu rúmmál íbúðanna.

b Hver má áætla að sé hitakostnaður íbúðanna í þessari blokk?

c Hve mikið myndi hann hækka ef lofthæð væri 2,8 metrar?

25 Skrifaðu stutta ræðu þar sem þú mælir með því að lofthæð í húsum verði áfram 2,5 metrar. Notaðu útreikninga þína í dæmunum hér að ofan máli þínu til stuðnings.

Stærð húsa er oft gefin í rúmmetrafjölda. Í dæmi 24 fannst þú rúmmál íbúða í lítilli blokk. Þar var rúmmál á sameign ekki reiknað. Á Íslandi eru til hús allt upp í 17 hæðir.

26 a Hvert má áætla að sé rúmmál 17 hæða blokkar sem hefur 500 m² grunnflöt og lofthæð 2,9 m?

Víða erlendis eru miklu hærri hús. Hæsta bygging í heiminum árið 2004 var Taipei-turninn í Taívan. Sú bygging er 508 metrar á hæð. Af samanlögðum gólffleti hússins eru um 198 þúsund fermetrar skrifstofurými, 77 þúsund fermetrar verslunarrými og 83 þúsund fermetrar bílastæði. Í byggingunni er 101 hæð.

27 a Notaðu upplýsingar um hæstu byggingu árið 2004 til að áætla rúmmál hennar.

b Hve margfalt rúmmál lítillar blokkar má áætla að það sé?

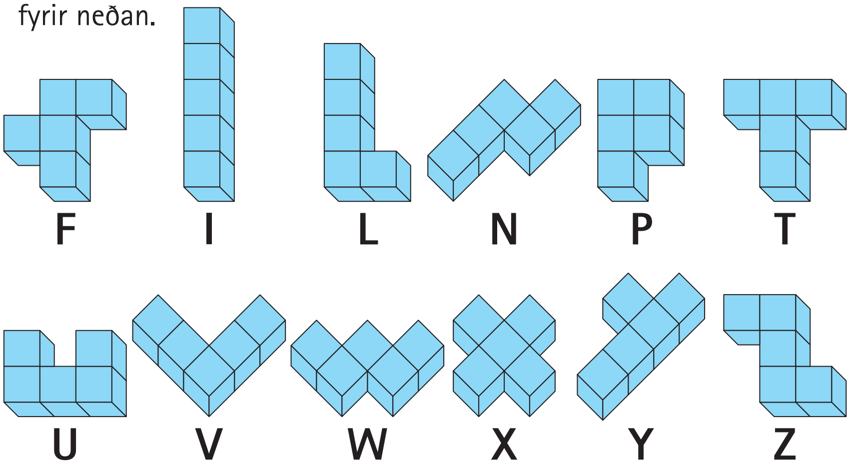
Taipei-turninn í Taipei, höfuðborg Taívans, var opnaður í október 2004. Fram að þeim tíma voru Petronas-turnarnir í Kuala Lumpur hæsta bygging heims. Þeir voru 452 metrar á hæð og voru opnaðir árið 1998.

Hærri byggingar eru að rísa og verða tilbúnar á næstu árum. Í Indlandi er verið að reisa byggingu sem áformað er að verði 224 hæðir og að hæð hússins verði 677 metrar. Það er hæsta hús sem vitað er til að sé í byggingu árið 2004.

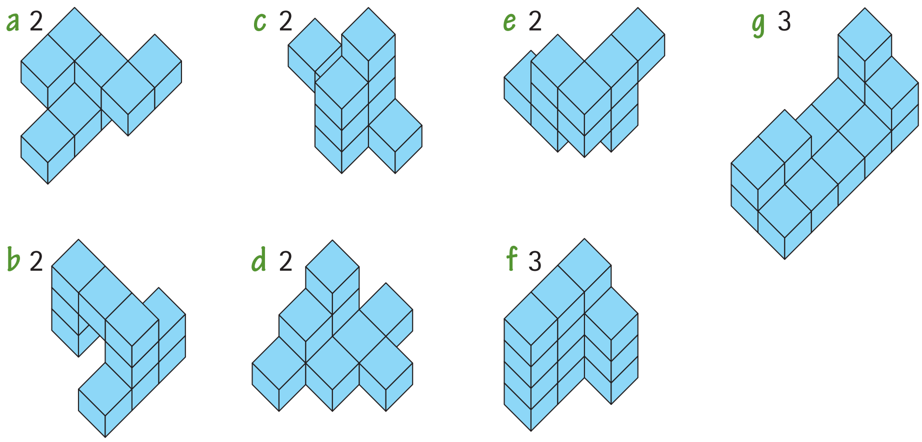
HÓPVERKEFNI

Fimmínur má bæði búa til úr ferningum og teningum. Búa má til tólf ólíkar fimmínur. Nafnið fimmína (pentomino) kemur úr grísku. Orðið penta þýðir fimm og domino þýðir að tvær hliðar liggja saman eða standast á. Hver fimmína minnir á bókstaf og draga þær nafn sitt af viðkomandi bókstaf.

28 Búið til úr sentíkubbum fimmínur eins og þær sem eru hér á myndinni fyrir neðan.



Leysið eftirfarandi þrautir. Við hverja mynd er gefið upp hve margar fimmínur á að nota.



29 Veljið ykkur nokkrar fimmínur og raðið þeim saman. Teiknið mynd af byggingu ykkar. Fáið lánaðar myndir frá bekkjarfélögum ykkar og byggið eftir þeim.

30 Skoðaðu hvernig flatarmál og rúmmál breytist ef hliðarlengdum er breytt.

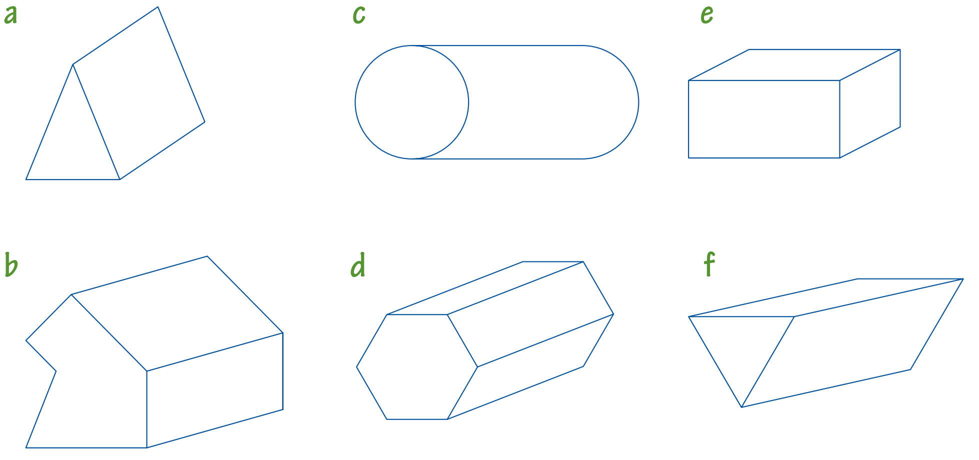
a Hliðarlengd fernings er tvöfölduð.

b Hliðarlengd tenings er tvöfölduð.

c Prófaðu nokkur dæmi og settu fram reglu um breytingar á flatarmáli og rúmmáli.

31 Skoðaðu líka breytingar ef hliðarlengdir eru þrefaldaðar.

32 Lýstu því hvernig finna mætti rúmmál þessara þrívíðu forma.



33 Teiknaðu snið þessara hluta.

Tugabrot og prósentur

Tugakerfið er sætiskerfi þar sem gildi tölustafs ræðst af því í hvaða sæti hann er.

Í tölunni 23224,2 hefur tölustafurinn tveir mismunandi gildi. Tölustafurinn 2 kemur fyrir í fjórum mismunandi sætum og hefur gildi frá 0,2 og upp í 20000.

23224,2 = 20000 + 3000 + 200 + 20 + 4 + 0,2

1 Gott er að skrá tölur í talnahús til að átta sig á gildi tölustafanna í hverju sæti. Skráðu tölurnar í talnahúsinu. Sýndu líka gildi hvers tölustafs.

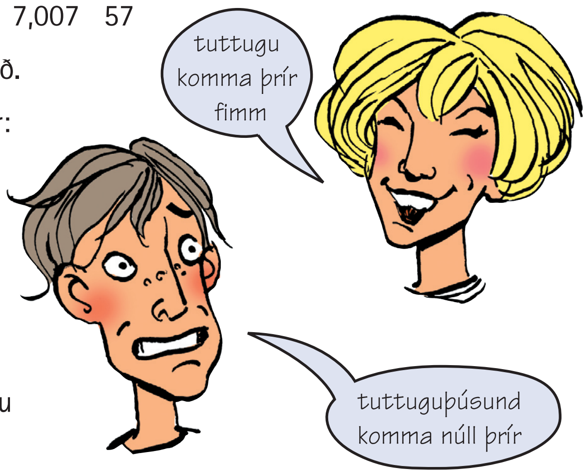
10þ	þ	h	t	e	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
4	4	7	4	9	5	4	
	4	8	8	3	8	3	
2	0	6	6	0	0	5	
		4	5	3	1	0	8
				0	6	7	6

2 Teiknaðu talnahús.

a Skráðu þessar tölur í talnahúsið.
45375,2   0,53   27,405   232,078   7,007   57

b Skráðu tölur krakkanna í talnahúsið.

c Skráðu í talnahúsið tölu sem hefur:
- 5 í tugasæti og þrjá stafi fyrir aftan kommu.
- 8 í hundraðasæti, fjóra í tíundu hluta sætinu og þrjá í tugasæti.
- 4 í hundraðshlutasæti.



3 Skoðaðu talnahúsið þitt og svaraðu eftirfarandi spurningum.

a Hvaða tala hefur flesta tölustafi?

b Hvaða tala hefur flesta aukastafi?

c Hvaða tala er lægst?

d Hvaða tala er hæst?

e Skráðu tölurnar í röð eftir stærð þannig að sú lægsta komi síðast.

f Hvaða tölu færðu ef þú margfaldar lægstu töluna með 10?

4 a Teiknaðu talnahús. Skráðu töluna 40,375 í talnahúsið.

b Margfaldaðu töluna með 10, 100, 1000 og skráðu í talnahúsið.

c Deildu í töluna með 10, 100 og skráðu í talnahúsið.

5 Skoðaðu talnahúsin. Hvernig hefur tölunum verið breytt?

a

10þ	þ	h	t	e	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
			3	9	5		
				0	3	9	5

b

10þ	þ	h	t	e	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
				2	5	4	
2	5	4	0	0			

c

10þ	þ	h	t	e	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
7	3	7	0	5	0	4	
	7	3	7	0	5	0	4

d

10þ	þ	h	t	e	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
				0	0	4	8
			4	8			

6 a Raðaðu þessum tölum eftir stærð.

2,505 | 2,5 | 2,513 | 2,594 | 2,5052 | 2,51

b Hvaða tala er minnst? Rökstyddu svarið.

c Hvaða tala er stærst? Rökstyddu svarið.

7 a Skráðu tölu sem er stærri en 3,4 og minni en 3,5.

b Skráðu tölu sem er minni en 7,32 og stærri en 7,31.

$3{,}4 < x < 3{,}5$

$7{,}32 > x > 7{,}31$

8 a Er hægt að skrá tölu með níu aukastöfum? Rökstyddu svarið.

b Er til heil tala með fimmtán tölustöfum? Rökstyddu svarið.

9 Finndu tölur í rammanum sem hafa:

a Summuna 5,6

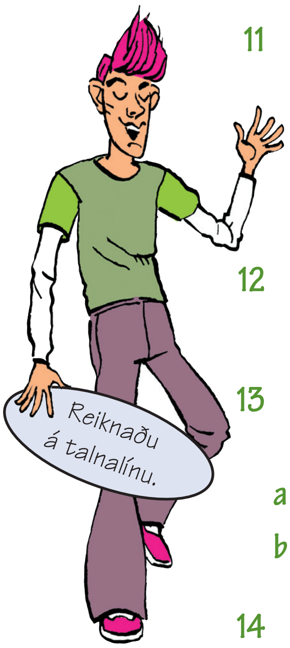
b Mismuninn 2,7

c Summuna 12

d Mismuninn 0, 6

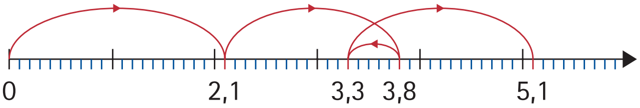
5,2 2 3 2,5 9 3,6 4 8,4

10 Svarið er 7,34. Hvert gæti dæmið verið?
Sýndu sex ólík dæmi.
Notaðu ýmist samlagningu eða frádrátt.



11 Haukur ætlaði að hjóla 10 km leið. Hann hjólaði fyrst 3,4 km og stoppaði þá í stutta stund til að fá sér að drekka. Þegar hann hafði hjólað 1,8 km í viðbót uppgötvaði hann að vatnsflaskan hans hafði dottið af hjólinu. Hann hjólaði til baka og fann flöskuna þegar hann var búinn að hjóla 0,9 km til baka. Hve langt var hann þá búinn að hjóla? Hve langt var þá á leiðarenda?

12 Hvaða saga gæti legið að baki dæminu á talnalínunni?



13 Elín er að leika sér með stærðfræðikubba. Kubbarnir eru til í fjórum lengdum. 2,2 cm, 3,1 cm, 4,8 cm og 7,5 cm.

a Hve langar lengjur má búa til úr þessum kubbum?

b Hvernig kemst hún næst því að búa til lengju sem er 10 cm?

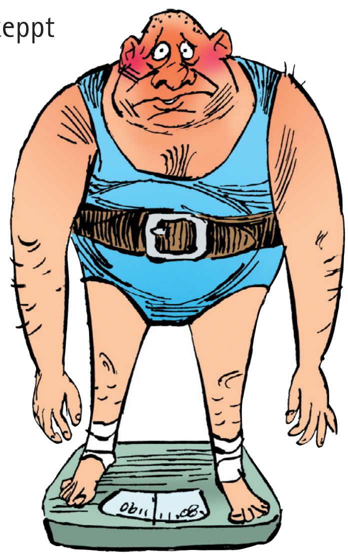
14 Hér hefur ekki verið reiknað rétt. Hvaða villu gerir sá sem reiknar? Sýndu hvernig þú myndir reikna.

a 3,24 + 0,6 = 3,30 **b** 5,7 + 2,13 = 7,20 **c** 25,08 + 7,2 = 32,10

15 Hvaða tölur eiga að standa í eyðunum?

a 16,82 – □ = 11,02
b 2,54 + □ = 2, 78
c □ – 0,12 = 13,78
d 12,3 – □ = 10,10
e 17,4 + □ = 20
f □ – 2,75 = 14,05
g 1□5,□ + 3□,8 = 183,5
h □,54 – 3,□0 = 2,6□
i 2,32 – □,4□ =1,□6

16 Lyftingamaður þurfti að léttast um 6 kg til að geta keppt í 80 kg flokki. Hann setti sér það markmið að léttast um 6 kg á þremur mánuðum. Fyrsta mánuðinn léttist hann um 2,3 kg. Mánuði seinna var hann 84,6 kg. Eftir þrjá mánuði var hann 80,9 kg. Sýndu á talnalínu hvernig þyngd hans þróaðist á þessu þriggja mánaða tímabili og greindu frá hver þyngdarbreytingin var í hverjum mánuði.



17 Reiknaðu.

a 76,4 – 6,9
b 59,1 – 2,7
c 108,2 – 12,17
d 71,2 – 5,5

Til að átta sig á hvað gerist þegar margfaldað er með tugabroti er gott að skoða margföldun með heilum tölum.

18 Reiknaðu.

a
$40 \cdot 2$
$4 \cdot 2$
$0{,}4 \cdot 2$
$0{,}04 \cdot 2$

b
$30 \cdot 5$
$3 \cdot 5$
$0{,}3 \cdot 5$
$0{,}03 \cdot 5$

c
$60 \cdot 4$
$6 \cdot 4$
$0{,}6 \cdot 4$
$0{,}06 \cdot 4$

d Hvert er samhengið á milli talnanna í hverjum dálki? Berðu það saman við samhengið á milli svaranna.

19 Reiknaðu.

a
$3 \cdot 30$
$3 \cdot 3$
$3 \cdot 0{,}3$
$3 \cdot 0{,}03$

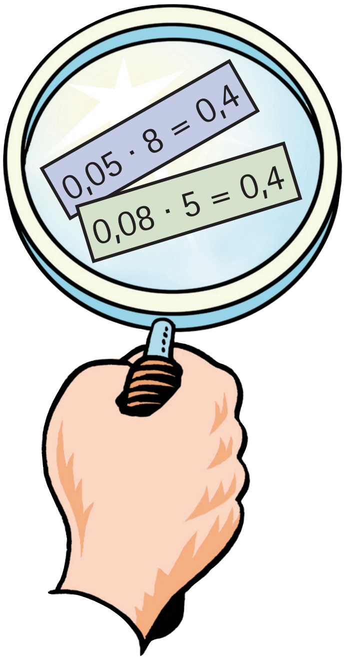
b
$4 \cdot 50$
$4 \cdot 5$
$4 \cdot 0{,}5$
$4 \cdot 0{,}05$

c
$5 \cdot 40$
$5 \cdot 4$
$5 \cdot 0{,}4$
$5 \cdot 0{,}04$

d Hvert er samhengið á milli talnanna í hverjum dálki? Berðu það saman við samhengið á milli svaranna.

20 a Eru $4 \cdot 0{,}05$ jafnmikið og $5 \cdot 0{,}04$?

b Útskýrðu af hverju $8 \cdot 0{,}07$ er jafnmikið og $7 \cdot 0{,}08$.



Margföldunardæmin $\underline{40 \cdot 20}$ $\underline{0{,}4 \cdot 20}$ og $\underline{0{,}04 \cdot 200}$ eru tengd margföldun talnanna $\underline{4 \cdot 2}$

Margföldun $40 \cdot 0{,}03$ er tengd margföldun $4 \cdot 3$.

Dæmi $4 \cdot 3 = 12$
$40 \cdot 3 = 120$
$40 \cdot 0{,}3 = 12$
$40 \cdot 0{,}03 = 1{,}2$

21 Reiknaðu.

a $0{,}9 \cdot 80$
b $0{,}04 \cdot 7$
c $60 \cdot 0{,}2$
d $30 \cdot 0{,}05$
e $0{,}3 \cdot 8$
f $50 \cdot 0{,}06$
g $3 \cdot 0{,}18$
h $90 \cdot 0{,}08$

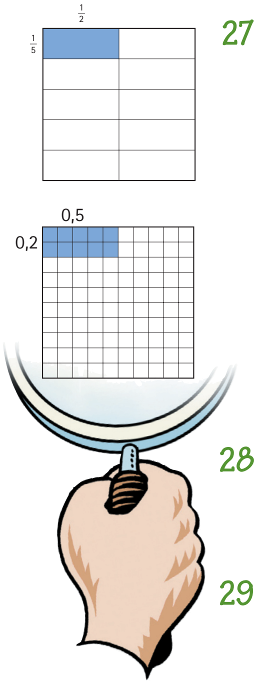
22 Í einum pakka af morgunkorni eru 0,454 kg. Hve mörg kg eru í 6 pökkum? En í 12? En í 15?

23 Í einum poka af pasta eru 0,9 kg. Hve mörg kg eru í 6 pokum? En í 10? En í 35?

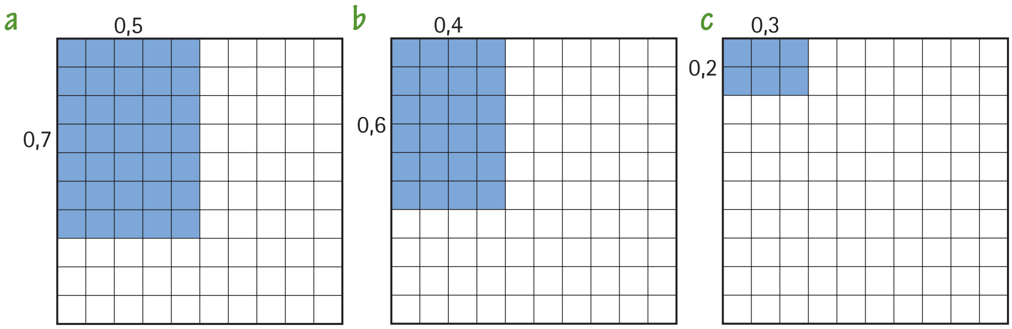
24 Í einni dós af tómatkrafti eru 0,15 kg. Hve margar dósir þarf ef nota á 1 kg? En í 4,5 kg?

25 Eitt kg af osti kostar 857 krónur. Hve mikið kosta 0,4 kg? En 0,7 kg? En 1,2 kg?

26 Eitt kg af tómötum kostar 298 krónur. Hve mikið kosta 0,6 kg? En 1,3 kg? En 3,4 kg?



27 Reiknaðu.



28 Reiknaðu með því að nota rúðunet.

a 0,6 · 0,8   b 0,2 · 0,4   c 0,25 · 0,6   d 0,9 · 0,7

29 Veldu rétta svarið. Rökstyddu val þitt.

a 0,3 · 0,9   2,7   0,27   0,027

b 0,55 · 0,2   0,11   1,01   0,011

c 0,7 · 0,4   2,8   0,208   0,28

30 Veldu það svar sem þú telur að sé næst réttu svari. Rökstyddu val þitt.

a 2,9 · 6,9   10   20   30   40   50

b 8,2 · 0,9   5   6   7   8   9   10

c 20,2 · 0,5   10   20   30   40   50

d 4,17 · 6,79   10   20   30   40   50

31 a Hvað gerist ef tala er margfölduð með tölu milli 0 og 1?

b Hvað gerist ef tala er margfölduð með tölu sem er stærri en 1?

32 a Ef þú deilir í 12 með 0,5 verður svarið stærra en 12. Útskýrðu hvers vegna?

b Rannsakaðu hvað gerist ef þú deilir í 12 með sífellt minni tölum. Notaðu vasareikni.

0,4 0,3 0,2 0,1 0,05

c Getur þú fengið svar sem er stærra en 100, stærra en 200, stærra en 500, stærra en 1000?

33 Byrjaðu með töluna 20 og deildu í hana með öðrum tölum. Finndu dæmi þar sem svarið er

a milli 1 og 2

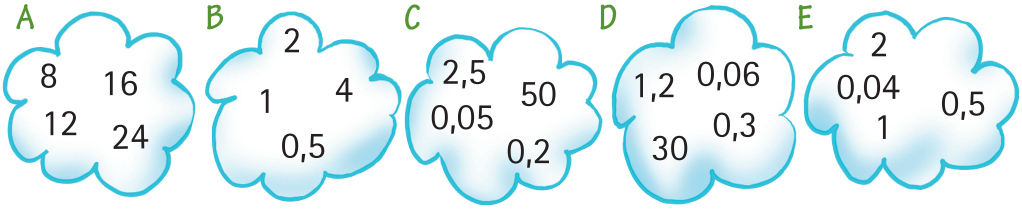
b minna en 1

c milli 10 og 20

d stærra en 20

e minna en 0,5

f stærra en 100



34 a Veldu tvær tölur úr skýi A og deildu með annarri tölunni í hina.
- Hvert er hæsta svarið sem þú getur fengið?
- Hvert er lægsta svarið?
- Hvaða deilingar gefa sama svar?
- Hvaða deiling gefur svar sem er næst 3?

b Farðu eins að við ský B, C, D og E.

35 Bókaklúbbur er að senda út bókapakka til allra félaga sinna. Hver pakki vegur 0,7 kg.

a Sendingin til Ísafjarðar vegur 14 kg. Hve margir félagar eru á Ísafirði?

b Sending til Reyðarfjarðar er 10,5 kg. Hve margir félagar eru þar?

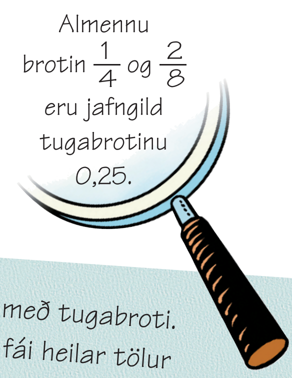
c Sendingin til Hafnarfjarðar er 31,5 kg. Hve margir félagar eru þar?

d Sendingin til Vestmannaeyja er 8,4 kg. Hve margir félagar eru þar?

e Næsti bókapakki frá bókaklúbbnum vegur 0,52 kg. Hve þungar verða sendingarnar á hvern stað ef miðað er við sama félagafjölda?

36 Finndu fleiri almenn brot sem jafngilda 0,25.

37 $\frac{2}{5}$ jafngilda 0,4. Hvernig getur þú fundið fleiri almenn brot sem jafngilda 0,4?



Jónína telur sig hafa fundið góða leið til leysa dæmi þar sem deila á með tugabroti. Hún segist margfalda báðar tölurnar með 10 eða 100 þannig að hún fái heilar tölur og deila síðan.

Jónína lengir tölurnar með 10

$8 : 0{,}2 = 80 : 2 = 40$

$1{,}5 : 0{,}03 = 150 : 3 = 50$

38 Prófaðu að nota aðferð Jónínu til að reikna dæmin.

a 18 : 0,6	**c** $\frac{1{,}4}{0{,}2}$	**e** 1,2 : 0,03	**g** $\frac{8}{0{,}04}$
b 2,4 : 0,3	**d** $\frac{0{,}32}{0{,}8}$	**f** 0,8 : 0,02	**h** $\frac{0{,}15}{0{,}03}$

39 Flaska tekur 1,2 lítra. Hvað getur þú fyllt mörg glös sem taka 0,3 l? En 0,25 l? En 0,2 l?

40 Vatnskútur tekur 7,5 lítra. Hvað dugir vatnið úr honum til að fylla margar flöskur sem taka 0,3 l? En 0,7 l? En 1,5 l?

HÓPVERKEFNI

41 Reiknið dæmin og ræðið saman um áhrif reikniaðgerða.

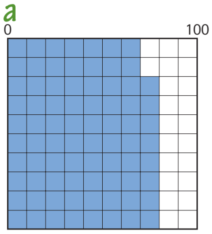
0,9 + 0,03	0,9 – 0,03	0,9 · 0,03	0,9 : 0,03
12,4 + 0,4	12,4 – 0,4	12,4 · 0,4	12,4 : 0,04

42 Ræðið eftirfarandi fullyrðingar.
Þegar margfalda á með 0,3 er hægt að margfalda með þremur og deila síðan með 10.
Margföldun með 0,1 er það sama og deiling með 10.
Deiling með 0,01 er það sama og margföldun með 100.

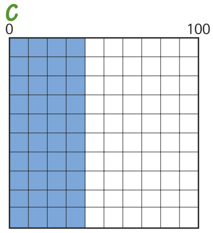
Getið þið sett fram fleiri slíkar fullyrðingar sem eiga við þegar reiknað er með tugabrotum?

43 Skráðu sem almennt brot, tugabrot og prósentur.

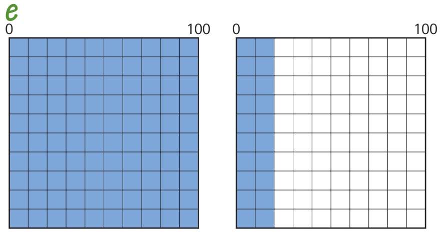
a



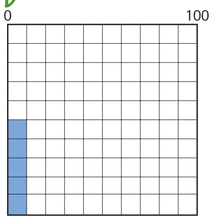
c



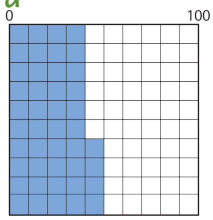
e



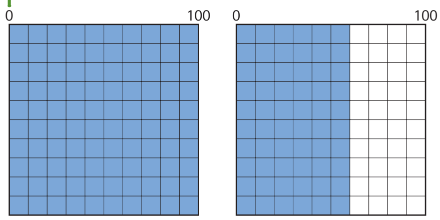
b



d



f



44 Skráðu sem tugabrot.

a 7% **b** 25% **c** 14% **d** 65% **e** 109%

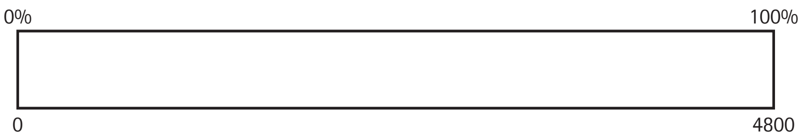
45 Hvernig getur eitthvað verið 109%?

46 Skráðu sem prósentur.

a $\frac{35}{100}$ **b** 0,04 **c** 0,79 **d** $\frac{1}{5}$ **e** $\frac{12}{10}$

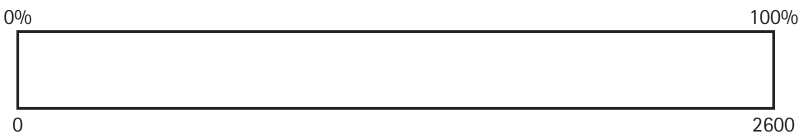
Mörgum finnst gott að nota prósentureit þegar fengist er við prósentur.

47 a Teiknaðu prósentureit og merktu inn á hann 10%, 5%, 55% og 85%.



b Hve mikið eru 10%, 5%, 55% og 85% af 4800?

48 a Teiknaðu prósentureit og merktu inn á hann 50%, 20% og 90%.



b Hve mikið eru 50%, 20% og 90% af 2600?

49 **a** Teiknaðu prósentureit og merktu 40% inn á hann.

b Hve mikið eru 40% af 1600?

c Skráðu 40% sem almennt brot og tugabrot.

d Hvað eru 0,4 af 1600? Hvað eru $\frac{40}{100}$ af 1600? Hvað eru $\frac{4}{10}$ af 1600?

50 **a** Teiknaðu prósentureit og merktu 70% inn á hann.

b Hve mikið eru 70% af 3500?

c Skráðu 70% sem almennt brot og tugabrot.

d Hvað eru 0,7 af 3500? Hvað eru $\frac{70}{100}$ af 3500? Hvað eru $\frac{7}{10}$ af 3500?

51 Þú átt að finna 67% af 4500. Útskýrðu hvernig þú gætir reiknað dæmið með vasareikni.

52 Reiknaðu.

a 43% af 7890	**c** 3% af 7600	**e** 57% af 1900	**g** 66% af 2200
b 23% af 34	**d** 64% af 1260	**f** 8% af 11230	**h** 93% af 31000

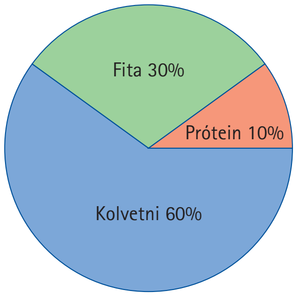
53 Búðu til orðadæmi þar sem bæði þarf að finna 30% af 2500 og 40% af 7800.

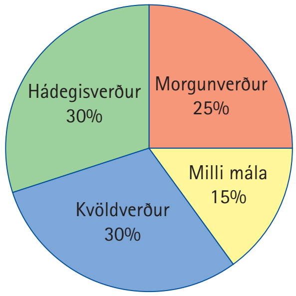
Fljótlegt er að byrja á því að finna 1% með því að deila með 100 og margfalda síðan með prósentunni.
Dæmi: Finna á 4% af 1200. 1% er 1200 : 100 = 12
4% eru þá 4 · 12 eða 48.

54 Reiknaðu.

a 3% af 1500	**b** 8% af 800	**c** 4% af 1100	**d** 9% af 1200

Manneldisráð hefur sett fram manneldismarkmið fyrir Íslendinga. Þar er miðað við að meðalorkuþörf stúlkna á aldrinum 11–14 ára sé 2000 hitaeiningar og drengja á sama aldri sé 2350 hitaeiningar. Talið er æskilegt að 10% af orkunni komi úr próteinum, 30% úr fitu og um 60% úr kolvetnum.





55 a Reiknaðu út hve margar hitaeiningar eiga samkvæmt þessu að koma úr hverjum flokki fyrir hvort kynið.

b Reiknaðu út hve margar hitaeiningar hvort kyn ætti að fá í hverri máltíð.

Til þess að finna hve margar hitaeiningar eru í fæðutegundum er stuðst við eftirfarandi:
1 g af fitu 9 hitaeiningar
1 g af kolvetni 4 hitaeiningar
1 g af próteini 4 hitaeiningar
Vatn, trefjar og steinefni gefa ekki hitaeiningar.

Hrein jógúrt

Fita $9 \cdot 7 = 63$
Kolvetni $4 \cdot 9{,}7 = 38{,}8$
Prótein $4 \cdot 6{,}8 = 27{,}2$
Samtals 129 hitaeiningar

56 Finndu hve margar hitaeiningar eru í hverri vörutegund.

vörutegundir	þyngd	prótein	fita	kolvetni	trefjar	hitaeiningar
Jógúrt, hrein	180 g	6,8 g	7,0 g	9,7 g	0 g	
Rækjusamloka	175 g	22,9 g	21,7 g	34,8 g	3,9 g	
Súkkulaðikex	50 g	3,7 g	15,8 g	28,4 g	0,7 g	
Banani	100 g	1,2 g	0,3 g	20,2 g	1,8 g	
Léttjógúrt	180 g	6,5 g	2,5 g	6,8 g	0,5 g	
Appelsínusafi	250 g	1,8 g	0,3 g	24 g	0,3 g	
Morgunkorn	30 g	3,6 g	1,8 g	20,6 g	2,9 g	
Léttmjólk	200 g	6,8 g	3,0 g	9,0 g	0 g	

57 a Á vörutegundum er innihald oft gefið miðað við 100 g. Finndu út hve margar hitaeiningar eru í 100 g af þessum vörutegundum.

b 14 ára strákur borðar 100 g af þremur þessara vörutegunda. Hve mörg prósent af daglegri orkuþörf hans eru þá uppfyllt? Sýndu mismunandi dæmi.

c Hvaða þrjár vörutegundir myndir þú velja sem hádegisverð? Myndi það uppfylla 30% af meðalorkuþörf fólks á þínum aldri?

Ýmsir þættir hafa áhrif á orkuþörf svo sem þyngd, aldur og hreyfing. Þegar talað er um meðalorkuþörf þarf að hafa þetta í huga.

Prótein	34,8 g
Fita	21,0 g
Kolvetni	107,2 g
Viðbættur sykur	15,7 g
Trefjaefni	4,8 g

Prótein	20,1 g
Fita	12,2 g
Kolvetni	88,4 g
Viðbættur sykur	10,5 g
Trefjaefni	7,9 g

Prótein	2,7 g
Fita	0,0 g
Kolvetni	30,0 g
Viðbættur sykur	17,6 g
Trefjaefni	0,0 g

Prótein	13,8 g
Fita	15,5 g
Kolvetni	46,5 g
Viðbættur sykur	7,5 g
Trefjaefni	3,3 g

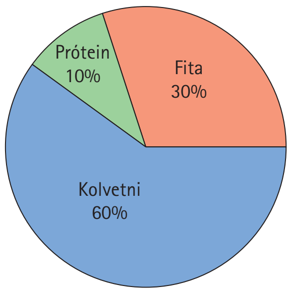
Prótein	13,8 g
Fita	9,3 g
Kolvetni	92,3 g
Viðbættur sykur	14,4 g
Trefjaefni	4,6 g

Prótein	1,4 g
Fita	0,9 g
Kolvetni	16,2 g
Viðbættur sykur	0,0 g
Trefjaefni	2,4 g

58 Veldu þér morgunmat, hádegismat, kvöldmat og snarl til að borða milli mála.

a Reiknaðu út hve margar hitaeiningar þetta eru og athugaðu hvort það er nálægt meðalorkuþörf unglinga.

b Hve mörg prósent af orkunni koma úr próteinum? Hve mörg prósent koma úr fitu? Hve mörg prósent koma úr kolvetnum? Er þessi skipting nálægt ráðleggingum manneldisráðs?



Prótein	10,0 g
Fita	6,8 g
Kolvetni	33,8 g
Viðbættur sykur	0,0 g
Trefjaefni	4,8 g

Prótein	57,1 g
Fita	43,4 g
Kolvetni	203,0 g
Viðbættur sykur	0,0 g
Trefjaefni	7,9 g

Prótein	14,0 g
Fita	6,2 g
Kolvetni	78,1 g
Viðbættur sykur	0,3 g
Trefjaefni	10,1 g

Prótein	59,5 g
Fita	23,8 g
Kolvetni	79,5 g
Viðbættur sykur	0,3 g
Trefjaefni	8,4 g

Prótein	37,3 g
Fita	43,3 g
Kolvetni	63,8 g
Viðbættur sykur	11,3 g
Trefjaefni	2,9 g

Prótein	31,5 g
Fita	39,6 g
Kolvetni	125,9 g
Viðbættur sykur	44,9 g
Trefjaefni	7,7 g

Prótein	7,5 g
Fita	2,3 g
Kolvetni	27,8 g
Viðbættur sykur	10,0 g
Trefjaefni	2,5 g

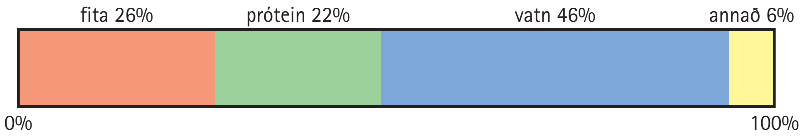
Prótein	7,7 g
Fita	21,3 g
Kolvetni	40,6 g
Viðbættur sykur	0,0 g
Trefjaefni	8,5 g

59 Veldu aftur fæðu fyrir einn dag og reyndu að komast nálægt meðalorkuþörf unglinga.

Á Netinu eru gagnagrunnar þar sem hægt er að afla upplýsinga um næringarefni fæðutegunda. Þar er hægt að setja saman máltíðir og reikna næringargildi þeirra.

Prófaðu að skrá það sem þú borðar í einn dag og athugaðu hvort þú borðar nógu hollan mat.

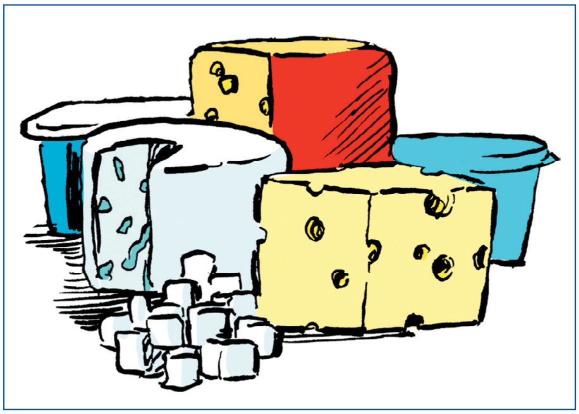
Í osti sem og öðrum mjólkurvörum eru mikilvæg efni fyrir líkamann, svo sem kalk og prótein. Oft er rætt um fituhlutfall í osti og hægt er að fá ost með mismunandi fituhlutfalli. Í osti er svokölluð hörð fita og þó æskilegt sé að um 30% af orkunni komi úr fitu er talið best að sem mest af henni sé úr mjúkri fitu, þ.e. úr jurtaríkinu.



Myndin sýnir skiptingu helstu næringarefna í algengum osti.

60 a Hve mörg prósent af ostinum er fita?

b Hve mörg grömm af oststykki sem er 850 g er fita? En ef oststykkið er 370 g?



Brauðostur	*Fita 13 g í 50 g*
Smurostur	*Fita 36 g í 200 g*
Rjómaostur	*Fita 27%*
Léttostur	*Fita 6 g í 100 g*
Kotasæla	*Fita 4,5%*
Gráðaostur	*Fita 300 g í kg*
Fetaostur	*Fita 105 g í 500 g*

61 a Skráðu fituhlutfallið í ostinum í prósentum.

b Raðaðu ostunum eftir fituhlutfalli.

c Er mikil eða lítil fita í þessum ostum? Hvers vegna heldur þú að þess sé oft getið í auglýsingum hvert fituhlutfallið í osti er?

62 a Hve mörg grömm af fitu eru í 450 g af smurosti?

b Hve mörg grömm af fitu eru í 1,4 kg af brauðosti?

c Hve mörg grömm af fitu eru í 300 g af fetaosti?

Skoðaðu skiptingu næringarefna í fleiri vörutegundum. Hvernig eru upplýsingar um skiptingu næringarefna settar fram? Er auðvelt að setja þær fram sem prósentur? Er fituhlutfall hærra í brauðosti en í þeim vörutegundum sem þú skoðaðir?

Á útsölum er afsláttur oft gefinn upp í prósentum. Í auglýsingum er útsöluverðið ásamt afslætti oft gefið upp.
Ef afsláttur er 20% er útsöluverð 80% af upphaflegu verði.

63 a Á skóútsölu er gefinn 20% afsláttur. Íþróttaskór kosta 3200 kr. Hvert var upphaflega verðið?

b Upphaflegt verð á stígvélum var 4600 kr. Hvað kosta þau á útsölunni?

c Upphaflegt verð á inniskóm var 3000 kr. Hve mikill var afslátturinn í krónum?

d Gönguskór kosta 12 000 kr. á útsölu. Hve mikill var afslátturinn í krónum? En ef skór kosta 15 000 kr.?

64 Ef þú færð 20% afslátt þarft þú að greiða 80% af verðinu.
$80\% = \frac{80}{100} = 0{,}8$. Til að finna útsöluverðið má því margfalda með 0,8.
Með hvaða tölu gætir þú margfaldað til að finna afsláttinn í krónum?

65 Vörur eru seldar með 30% afslætti. Finndu útsöluverð og afsláttinn í krónum.

a 780 kr. b 585 kr. c 910 kr.

66 Vörur eru seldar með 15% afslætti. Finndu útsöluverð og afsláttinn í krónum.

a 2130 kr. b 7540 kr. c 12 870 kr.

67 Vörur eru seldar með 8% afslætti.

a Hve mörg prósent þarf viðskiptavinurinn að greiða?

b Með hvaða tölu gætir þú margfaldað til að finna útsöluverðið?

c Með hvaða tölu gætir þú margfaldað til að finna afsláttinn í krónum?

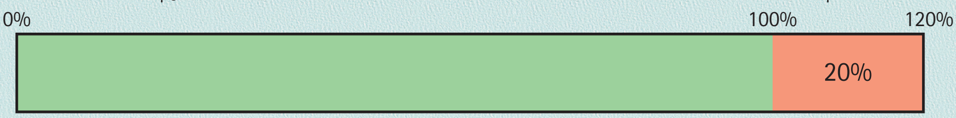
d Hvert væri útsöluverðið ef vara hefði kostað 2000 kr.?

e Hver væri þá afslátturinn í krónum? En ef varan hefði kostað 3000 kr.?

68 Vörur eru seldar með 5% staðgreiðsluafslætti.
Finndu staðgreiðsluverð og afsláttinn í krónum.

a 85 300 kr. b 82 500 kr. c 37 800 kr.

Þegar verð á vöru og þjónustu er hækkað er oft greint frá slíkum hækkunum í prósentum.



Þetta þýðir að nýja verðið er upphaflega verðið að viðbættum 20% af upphaflega verðinu.
Nýja verðið er því 120% af upphaflega verðinu.

69 Flugfargjöld hækka um 20%. Finndu nýja verðið og hækkun í krónutölu.

Frá Reykjavík	
Áfangastaður	Verð
Nuuk	18 500 kr.
Þórshöfn	11 200 kr.
Glasgow	13 850 kr.

Þegar hækkun er 20% er upphaflega verðið 100%. $100\% = \frac{100}{100} = 1$

Við bætast 20%. $20\% = \frac{20}{100} = 0{,}2$

$100\% + 20\% = 120\% = \frac{120}{100} = 1{,}2$

Til að finna nýtt verð þegar hækkað hefur verið um 20%
má því margfalda með 1,2

70 Með hvaða tölu má margfalda ef hækka á um:

a 35% b 12% c 55% d 85%

71 Verð hækkar um 15%. Finndu nýtt verð. Námundaðu að heilli krónu.

a 10 200 kr. b 24 350 kr. c 17 542 kr. d 8740 kr.

72 Verð hækkar um 8%. Karl segir að til að finna nýja verðið megi margfalda gamla verðið með 1,8. Hefur hann rétt fyrir sér? Ef ekki, með hverju má margfalda?

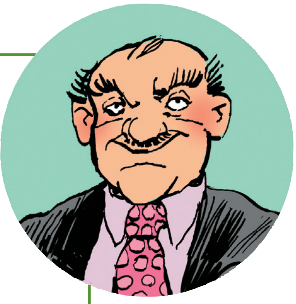
73 Verð hækkar um 3%. Finndu nýtt verð. Námundaðu að heilli krónu.

a 2546 kr. b 48 kr. c 576 kr. d 1000 kr.

74 Margir þurfa að nota tugabrot og prósentur við störf sín.
Verkefnin hér fyrir neðan henta til vinnu í litlum hópum.

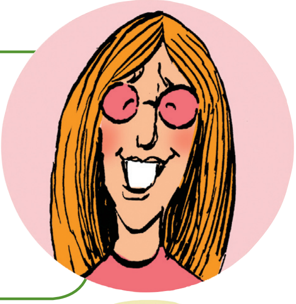
a Þú ert verslunareigandi.
Hvernig verslun rekur þú?

Gefðu nokkur dæmi um hvenær og hvernig þú myndir nota tugabrot og prósentur í starfi þínu.



b Þú ert næringarfræðingur sem vinnur við ráðgjöf í líkamsræktarstöð.

Gefðu nokkur dæmi um hvenær og hvernig þú myndir nota tugabrot og prósentur í starfi þínu.

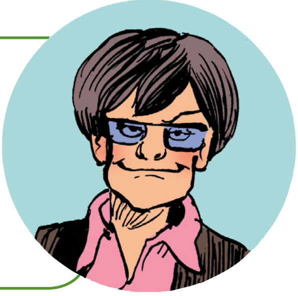


c Þú rekur flugfélag og býður reglulega upp á tilboðsferðir.

Gefðu nokkur dæmi um hvenær og hvernig þú myndir nota tugabrot og prósentur í starfi þínu.

d Þú ert fréttamaður.

Gefðu nokkur dæmi um hvenær og hvernig þú myndir nota tugabrot og prósentur í starfi þínu.



e Þú ert matráður í mötuneyti í grunnskóla.

Gefðu nokkur dæmi um hvenær og hvernig þú myndir nota tugabrot og prósentur í starfi þínu.

75 Finndu regluna og bættu fjórum liðum við talnarunurnar.

a 1,4 ⇒ 2,75 ⇒ 4,1

b 8 ⇒ 7,65 ⇒ 7,3

c 0,3 ⇒ 1,2 ⇒ 4,8

d 20 ⇒ 4 ⇒ 0,8 ⇒ 0,16

e 8 ⇒ 2 ⇒ 0,5

76 Útskýrðu hvers vegna það gefur sömu niðurstöðu að margfalda með 0,25 og deila með fjórum.

77 Hvernig myndir þú útskýra að $0,3 \cdot 0,2 = 0,06$?

78 Reiknaðu.

a 6% af 2700

b 94% af 2700

c 37% af 3850

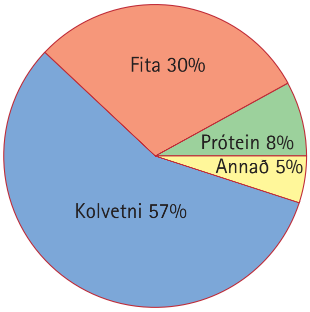
d 45% af 7000

e Lýstu hvernig þú reiknaðir dæmin. Notaðir þú alltaf sömu leiðina?

79 Hvernig myndir þú útskýra hvers vegna margfalda má með 0,8 þegar gefinn er 20% afsláttur?

80 Reiknaðu hve mörg grömm af fitu, kolvetni og próteinum eru í mismunandi stærðum af súkkulaðistykkjum.

a 35 g stykki **b** 150 g stykki **c** 500 g stykki



81 a 150 g af súkkulaði kosta 230 krónur. Minnsta súkkulaðistykkið er 55% ódýrara og það stærsta er 85% dýrara. Hve mikið kosta þau?

b Er verðmunur í samræmi við mun á þyngd?

82 Hvað hefur þú fengist við í þessum kafla varðandi

a tugabrot?

b prósentur?

Tölfræði

Notkun tölfræði hefur aukist mjög á síðustu áratugum. Með aukinni tölvutækni hefur orðið auðveldara að safna gögnum, vinna úr þeim og setja fram á aðgengilegan hátt. Í dagblöðum, tímaritum og fréttatímum ljósvakamiðla má oft finna tölfræðilegar upplýsingar. Þessi þróun hefur valdið því að læsi á tölfræðileg gögn og niðurstöður er nú talið vera hluti af almennu læsi.

1 Ýmis hugtök eru notuð til að lýsa gagnasafni og skýra úrvinnslu. Þar má nefna tíðni, miðgildi, meðaltal og dreifingu.

a Finndu 6–8 tölfræðihugtök og útskýrðu þau.

b Hvað telur þú mæla með því að nemendur í 8. bekk læri tölfræði?

2 Á pósthúsi bíða 9 pakkar afgreiðslu. Sölvi vigtar pakkana og skráir þyngd þeirra. Sölvi hefur gaman af því að velta fyrir sér tölfræðispurningum.

a Sölvi raðar pökkunum í röð eftir þyngd til að finna hvaða pakki lendir í miðjunni. Þannig finnur hann miðgildið. Hve þungur er sá pakki?

b Einn pakki bætist við. Hann er 4,8 kg að þyngd. Hvert verður miðgildið þegar pakkarnir eru orðnir 10?

c Hvernig má finna miðgildi þyngdar pakkanna þegar tveir pakkar lenda í miðjunni?

d Sölvi telur að meðalþyngd pakkanna sé um fimm kíló. Hefur hann rétt fyrir sér? Rökstyddu svarið.

e Hvert er tíðasta gildið?

f Lýstu því hvernig þú myndir reikna meðalþyngd pakkanna út frá tíðnitöflunni.

Sölvi býr til tíðnitöflu.

Þyngd	Tíðni
2,1–4	
4,1–6	
6,1–8	

3 Freyja er að lesa tímaritsgrein. Hún segir: Þetta er merkilegt. Tíðasta gildi í könnun um uppáhaldsfugla er kría. Finndu fleiri dæmi um kannanir þar sem tíðasta gildi er ekki tala.

Aldís rekur verslun þar sem seldir eru geisladiskar. Hún gerir yfirlit yfir söluhæstu diskana fyrstu vikuna í júlí.

Heiti	Fjöldi	Heiti	Fjöldi	Heiti	Fjöldi
Sól og sumar	23	Í góðu stuði	15	Sardínur	42
Sama er mér	38	Hörmung	27	Svart og sykurlaust	42
Slátur	47	Upp og út á hlið	46	Mynd af mér	18
Í fúlu skapi	26	Emjandi	35	Hér kem ég	14
Skalli	32	Ari	35	Leikur og líf	45
Baráttan er hörð	27	Samsæri	25	Sápukúlur	23
Garg og gagg	24	Við uppþvottinn	12	Kjaramál	24

Aldís flokkar geisladiskana og setur saman þá geisladiska sem svipað magn hefur selst af. Hún vill vita hvernig dreifingin er.

Flokkur	Tíðni
10–19	
20–29	
30–39	
40–49	
Summa	

4 a Finndu tíðni í hverjum flokki.

b Lestu úr tíðnitöflunni. Hvaða flokkur er tíðastur?

c Útskýrðu hvað hugtakið tíðasta gildi þýðir.

d Hver var söluhæsti geisladiskurinn?

5 Hver var meðalsala á geisladisk? Skoðaðu tvær leiðir til að finna meðalsöluna.

a Fyrri leiðin felst í að leggja saman sölu einstakra diska og deila með fjölda þeirra.

b Seinni leiðin er oft notuð þegar unnið er með stór gagnasöfn sem hafa verið flokkuð. Þá er fundin miðja í hverjum flokki. Í fyrsta flokkinum hjá Aldísi er miðjan 14,5.

- Skráðu miðju í hverjum flokki.
- Margfaldaðu saman miðju og tíðni í hverjum flokki.
- Finndu summu flokkanna og deildu með fjölda seldra diska.

Flokkur	Tíðni	Miðja	Margfeldi
10–19			
20–29			
30–39			
40–49			
Summa		Summa	

c Færðu sömu niðurstöðu eftir báðum þessum leiðum? Hvor leiðin er nákvæmari?

Í lok ársins gerir Aldís yfirlit yfir söluhæstu geisladiskana.

Heiti	Fjöldi	Heiti	Fjöldi	Heiti	Fjöldi
Í góðu stuði	175	Jól og gól	301	Birta	371
Sama er mér	302	Halló	373	Hörmung	399
Svart og sykurlaust	257	Á leiðinni	251	Slátur	215
Upp og niður	352	Á spretti	102	Snjórinn	153
Regnið lemur	489	Skúrar	471	Emjandi	257
Hér kem ég	107	Labbakútur	363	Skalli	172
Ari	451	Garg og gagg	301	Leikur og líf	402
Baráttan er hörð	264	Vetrarnætur	199	Vinir	300
Sápukúlur	136	Ástin	107	Svört nótt	355
Við uppþvottinn	189	Dansar	341	Kjaramál	378

Aldís ákvað að flokka söluna eftir hundruðum og bjó til töflu.

Flokkur	tíðni	miðja	margfeldi
100–199			
200–299			

6 a Búðu til töflu sem sýnir tíðni hvers flokks.

b Hvaða flokkur er tíðastur?

c Hver er heildarsalan yfir árið?

d Finndu meðalsölu geisladiska.

e Hver var söluhæsti diskurinn?

7 a Hver er meðalsalan á mánuði? En á viku?

b Var fyrsta vikan í júlí góð söluvika?

Þegar greina á stór gagnasöfn þarf að byrja á að flokka þau. Skoðað er hæsta og lægsta gildi og metið út frá þeim hvernig skynsamlegt er að skipta í flokka. Flokka má eftir tugum og hundruðum eins og Aldís gerði. Oft eru þó stærri eða minni talnabil notuð. Það fer eftir dreifingu gagna og fjölda athugana. Gott er að hafa talnabil jafnstór. Þegar fjöldi athugana er undir 50 þarf að gæta þess að hafa flokkana ekki of marga.

HÓPVERKEFNI

8 Skoðið rannsóknargögnin, flokkið þau og setjið fram í stuðlariti.
Þið þurfið að
- finna hæsta og lægsta gildi.
- ákvarða flokkun upplýsinga.
- búa til tíðnitöflu.
- finna tíðasta gildi.
- ákveða kvarða fyrir ása stuðlaritsins.
- merkja ása stuðlaritsins.
- teikna stuðlana.
- skrá heiti stuðlaritsins.
- túlka niðurstöðurnar.

Rannsóknir í Hálsabæ

Niðurstöður könnunar á þyngd sex ára barna

20,5	25	18	21,5	20	22	21	19	23,5	19	28	24
25	23	22	23	20	19,5	25	27	25,5	26	21	20
19	23	23,5	21	24	25	27	25,5	20	23	25,5	26

Mælt í kílógrömmum

Aldur mæðra 13 ára unglinga

39	35	33	45	50	36	39	42	52	36	35	47
43	42	45	46	47	50	34	32	38	41	41	42

Fjöldi bóka í eigu karla á aldrinum 41–50

123	450	782	1024	563	347	785	246	579	985	674	248
567	279	951	256	782	982	985	672	561	572	852	461
782	562	592	861	751	768	372	398	561	681	694	473

Niðurstöður úr 100 metra hlaupi

21,31	19,64	17,56	17,84	20,48	16,91	22,51	23,03	19,23	18,17	17,36
26,15	19,35	24,08	21,37	18,63	17,52	22,23	25,11	18,85	21,47	24,68
18,99	23,90	27,01	19,30	17,73	20,05	25,16	20,43	17,39	16,50	17,73

Mælt í sekúndum

Hver var meðalhraði í 100 metra hlaupinu?

Hver er meðalaldur mæðra 13 ára barna í Hálsabæ?

Hve mikill munur er á hæsta og lægsta gildi í 100 metra hlaupinu?

HÓPVERKEFNI

9 Vinnið saman 3–4 og gerið könnun. Hvaða upplýsingum þætti ykkur áhugavert að safna?

Miðið við að safna 100 athugunum eða mælingum.
Þið getið spurt fólk á förnum vegi um aldur, skoðað afmælismánuði eða húsnúmer nemenda í skólanum ykkar, skráð númer bíla sem aka hjá eða annað sem ykkur dettur í hug.

Vinnuferli

1. Ákveðið hvað kanna á og setjið fram spurningu sem þið viljið fá svar við.
2. Setjið fram tilgátu um niðurstöður.
3. Ákveðið hvernig á að framkvæma könnunina.
4. Undirbúið ykkur vel og útbúið eyðublöð til að skrá athuganir og svör.
5. Flokkið gögnin og greinið frá eftir hverju þið flokkið.
6. Gerið tíðnitöflu.
7. Setjið niðurstöður fram í myndriti.
8. Lýsið meginniðurstöðum í orðum og túlkið þær.
9. Kynnið niðurstöður ykkar fyrir öðrum.

Þægilegt getur verið að nota töflureikni við úrvinnslu gagna og gerð myndrita.

10 Gerið könnun í bekknum. Kannið hvort fleiri strákar eða stelpur geta rúllað tungunni.

Afritið þessa töflu.

	Strákar	Stelpur	Alls
Geta rúllað tungunni			
Geta ekki rúllað tungunni			
Alls			

Að rúlla tungunni þýðir …

Þetta er eitthvað sem fólk annaðhvort getur eða getur ekki.
Hvort getur hærra hlutfall af strákunum eða stelpunum í bekknum rúllað tungunni?

Árið 2003 var gerð heildarkönnun meðal unglinga í 9. og 10. bekk. Hér má sjá nokkrar niðurstöður úr þeirri könnun og sambærilegum könnunum frá 1997 og 2000.
Á Íslandi eru um það bil 4500 börn í árgangi. Niðurstöður eru birtar sem hlutfall og skráðar í prósentum.

Hve oft ferðu á bíó?

	2000			2003		
	Strákar	Stelpur	Alls	Strákar	Stelpur	Alls
Nær aldrei	56,1%	38,6%	46,9%	43,8%	25,4%	34,8%
Nokkrum sinnum á ári – í mánuði	37,9%	53,6%	46,1%	49,8%	62,8%	56,1%
Einu sinni í viku eða oftar	6,1%	7,8%	7,0%	6,5%	11,8%	9,1%

Heimild: Rannsóknir og greining, 2004

Hve oft ferðu á bókasafn?

	1997			2000			2003		
	Strákar	Stelpur	Alls	Strákar	Stelpur	Alls	Strákar	Stelpur	Alls
Nær aldrei	6,7%	5,2%	6,0%	8,7%	5,4%	7,0%	2,8%	1,9%	2,4%
Nokkrum sinnum á ári – í mánuði	85,9%	91,5%	88,7%	77,1%	84,3%	80,9%	87,3%	93,0%	90,1%
Einu sinni í viku eða oftar	7,4%	3,2%	5,4%	14,1%	10,3%	12,1%	9,9%	5,1%	7,5%

Heimild: Rannsóknir og greining, 2004

11 Skoðaðu töflurnar og svaraðu spurningunum.

a Fara unglingar oftar í bíó árið 2003 en árið 1997?

b Er munur á tíðni bíóferða milli kynjanna?

c Hvort fara strákar oftar í bíó eða á bókasafn?

d Er fjölgun á ferðum á bókasafn milli kannana?

e Hvað má gera ráð fyrir að margir unglingar fari í bíó einu sinni í viku eða oftar?

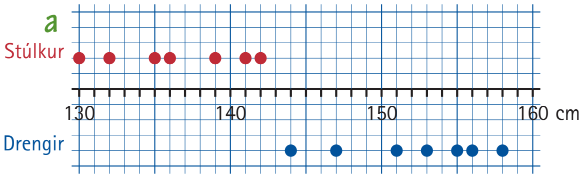
f Hvaða máli skiptir það að gefa upplýsingar með prósentutölu í stað fjöldatölu?
Hefur það áhrif á samanburð á milli ára, kynja eða spurninga?

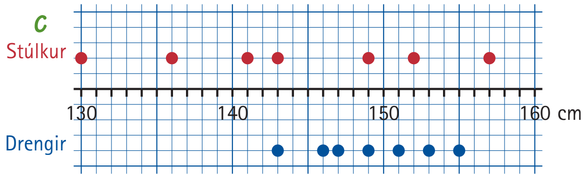
g Gefa þessar niðurstöður góða mynd af tíðni bíóferða hjá þessum hópi unglinga?

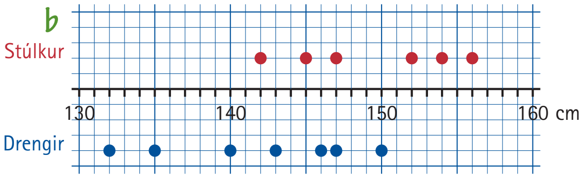
h Hvernig myndir þú spyrja ef þú vildir fá upplýsingar sem lýsa betur hve oft unglingar fara í bíó eða á bókasafn?

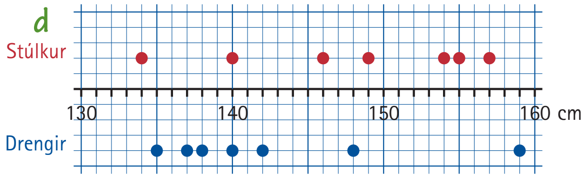
12 Búðu til súlurit þar sem bornar eru saman bókasafnsferðir og bíóferðir unglinga samkvæmt könnuninni. Hvort stunda unglingar meira kvikmyndahús eða bókasöfn?

Gögn má skrá með ýmsu móti. Hér er dæmi um skráningu á hæðarmælingu á nemendum í nokkrum hópum.









Hæð drengja	Tugir	Hæð stúlkna
cm	cm	cm
2	13	6
5 4 4 3 3 1	14	3 6
5 2 0	15	0 0 2 3 3 3 4 6

Hæð drengja	Tugir	Hæð stúlkna
cm	cm	cm
5 2	13	2 3 3 8
7 6 6	14	4 4
4 4 1 0	15	8

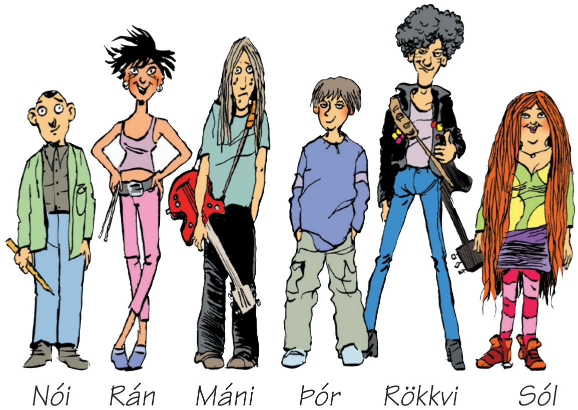
13 a Skoðaðu hvert myndrit fyrir sig og athugaðu hvort stelpur eða strákar eru hávaxnari. Hvernig fórstu að því að meta hvort stelpurnar eða strákarnir eru hávaxnari?

b Er dreifing svipuð í öllum hópunum?

c Er svipuð dreifing á hæð stelpnanna í öllum hópunum?

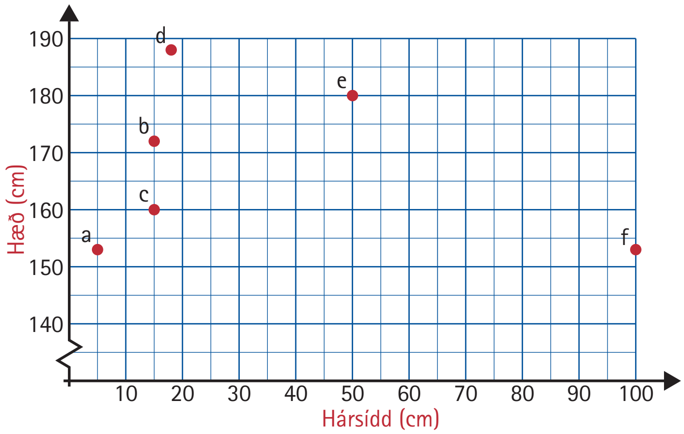
d Telur þú að meðalhæð nemenda í hverjum hópi sé svipuð? Rökstyddu svarið.

e Er miðgildið yfir 150 sentímetrar í einhverjum hópanna?



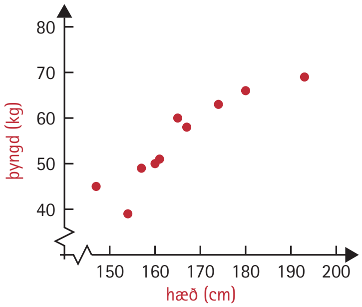
Á punktaritinu er sýnd **hæð** og **hársídd**.

14 Notaðu punktaritið til að finna út hvaða punktar táknar hvern hljómsveitarmeðlim.
Tengdu saman krakka og punkta í myndritinu.

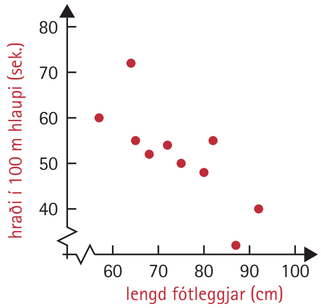


15 Skoðaðu punktaritin.
Hvaða upplýsingar gefa þau? Eru tengsl á milli þeirra þátta sem bornir eru saman?
Hvaða fullyrðingar mætti setja fram á grundvelli myndritanna?

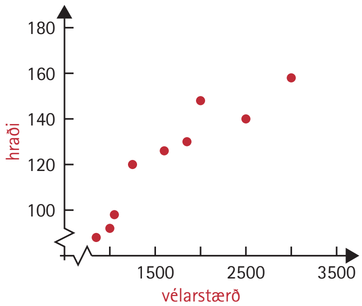
a



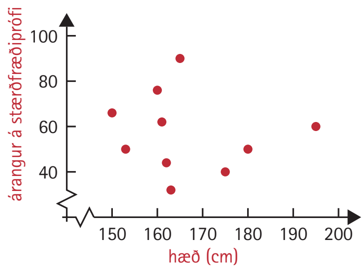
c



b



d

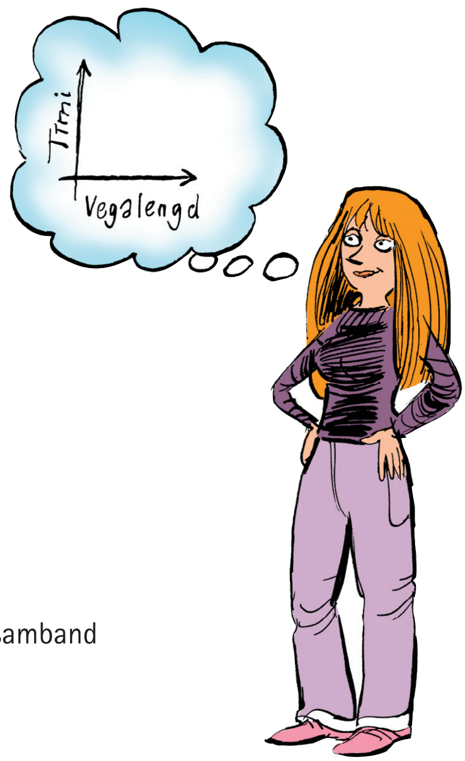


16 Settu fram hugmynd þína um hvernig punktarit myndu líta út sem lýsa sambandi milli

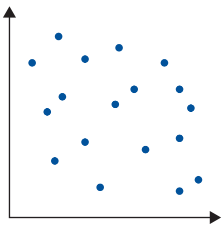
a lengd fótar og skónúmers.

b hársíddar og spannar.

c námsárangurs og heimanámstíma.



Punktarit þar sem ekkert samband er milli þess sem skoðað er gæti litið svona út.

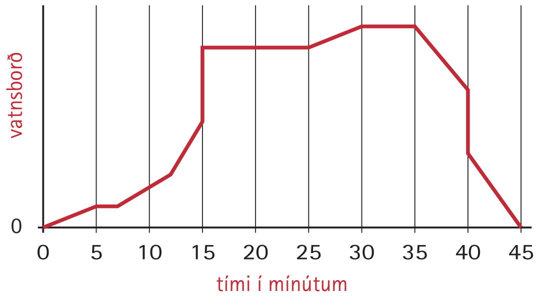


17 Hvernig myndi punktarit líta út ef sterkt samband væri milli þess sem skoðað er?

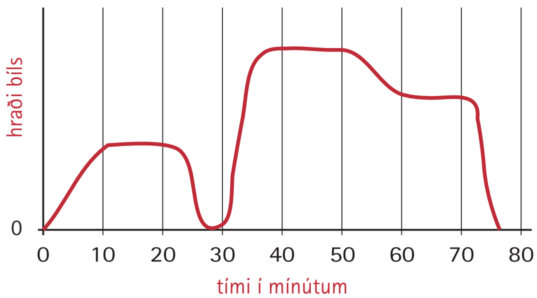
18 Segðu hvernig sagan á bak við þessi línurit gæti verið.

a Svala er að fara í bað. Línuritið sýnir hæð vatnsyfirborðs í baðkarinu. Láttu koma fram í sögu þinni svör við spurningum eins og:

- Hvenær Svala fer ofan í baðkarið.
- Hvort Svala bætir vatni í baðkarið.
- Hve lengi Svala er í baði.
- Hvers vegna vatnsyfirborðið er ekki það sama allan tímann.

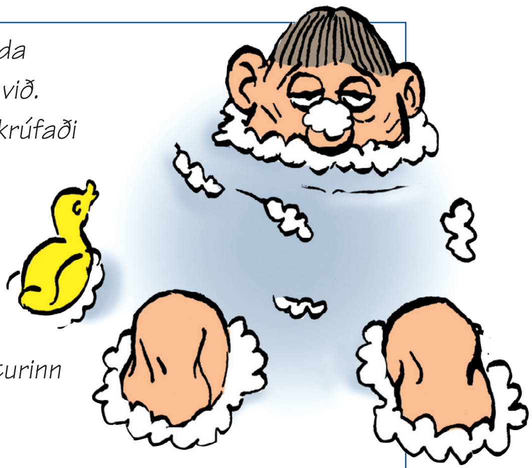


b Þetta línurit sýnir ökuferð Barkar. Gættu þess að í sögu þinni komi fram skýringar á ferli línuritsins.

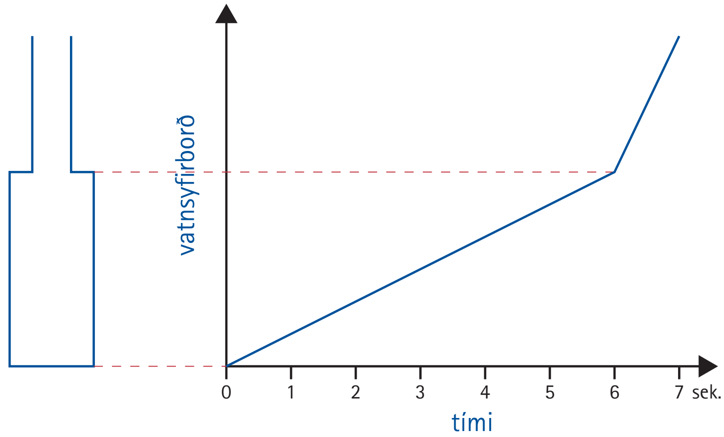


19 Rissaðu upp línurit fyrir þessa sögu af baðferð Jakobs.

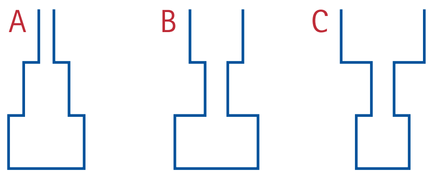
Ég ákvað að fara í langt bað. Fyrst skrúfaði ég frá kalda vatnskrananum í 5 mínútur en bætti þá heita vatninu við. Eftir 15 mínútur var komið nóg vatn í baðkarið og ég skrúfaði fyrir báða kranana. Þegar ég hafði legið í 20 mínútur hringdi dyrabjalla. Ég fór til dyra en flýtti mér til baka og var kominn ofan í aftur eftir 3 mínútur. Mér fannst vatnið vera orðið of kalt og lét heita vatnið renna í 5 mínútur. Ég þvoði mér um hárið og skolaði það vel með vatni úr sturtuhausnum. Hárþvotturinn tók 5 mínútur og eftir hann fór ég upp úr og hleypti vatninu úr baðkarinu.

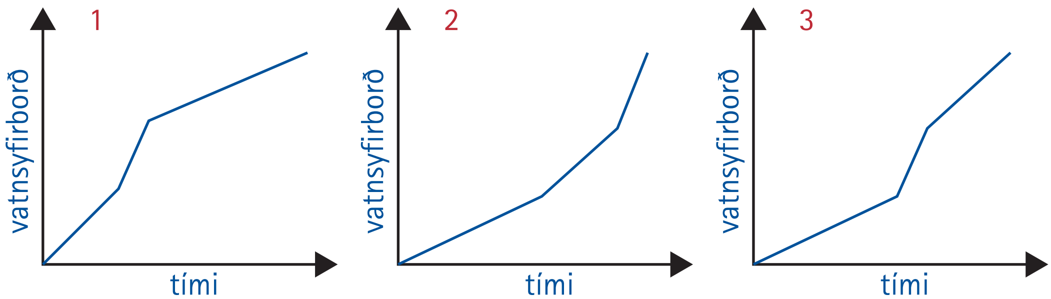


Ímyndaðu þér að þú sért að fylla flösku af vatni úr eldhúskrananum. Vatnið flæðir stöðugt í flöskuna. Á línuritinu sést hvernig vatnsborð flöskunnar hækkar jafnt þangað til kemur að hálsi flöskunnar. Vatnsyfirborðið hækkar mun hraðar í hálsi flöskunnar.

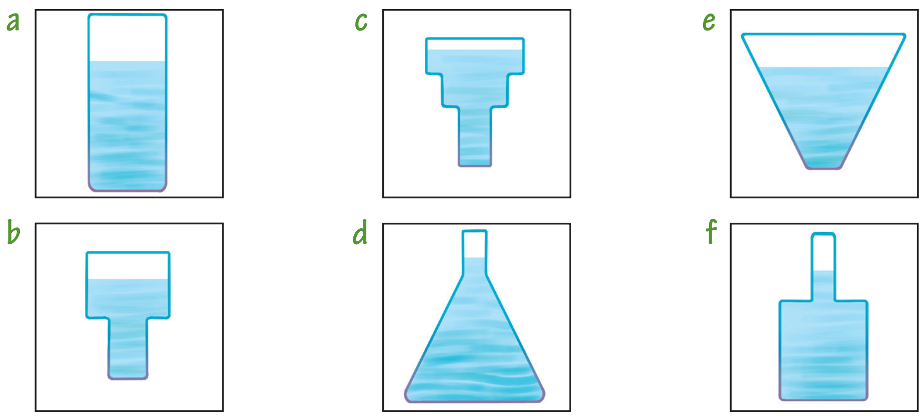


20 Paraðu saman ílát og línurit.

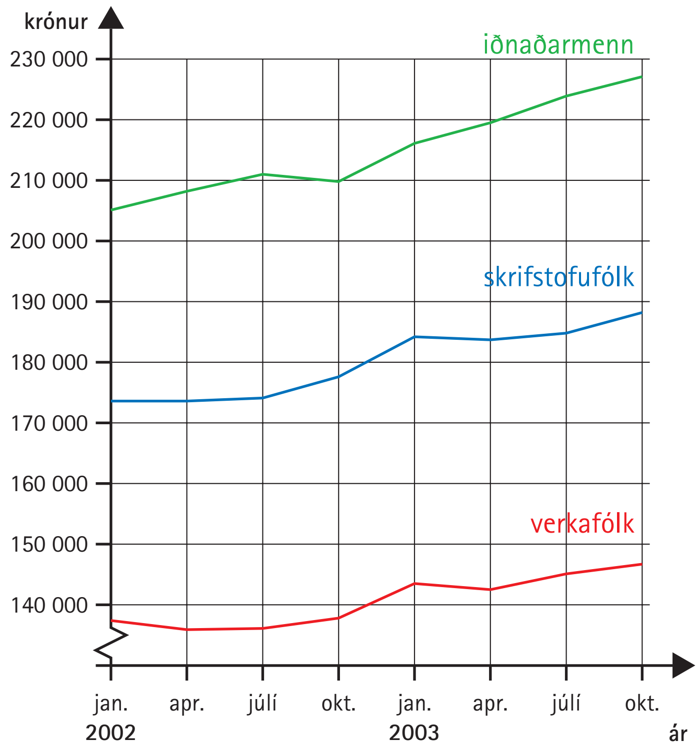




21 Rissaðu upp línurit sem sýna hvernig vatnsborð hækkar þegar vatn er sett í ílátin.



Kjararannsóknarnefnd fylgist með þróun launa í landinu. Á línuritinu er sýnd þróun reglulegra launa verkafólks, iðnaðarmanna og skrifstofufólks á tímabilinu 2002–2003.



22 **a** Hækkuðu laun stöðugt hjá verkafólki á þessu tímabili? En iðnaðarmönnum? En skrifstofufólki?

b Skráðu þau tímabil hjá hverri stétt þar sem laun lækka.

c Er launaþróun svipuð hjá þessum starfsstéttum?

d Hver voru regluleg laun iðnaðarmanna í apríl 2003?

e Voru þau hærri eða lægri en laun verkafólks og skrifstofufólks?

f Hver er launahækkun í prósentum frá upphafi til loka þessa tímabils hjá iðnaðarmönnum?

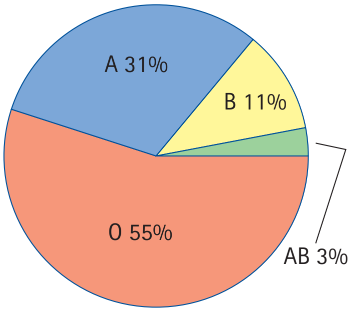
g Er hækkunin sú sama í prósentum hjá hinum starfsstéttunum?

23 Línuritið er byggt á upplýsingum um laun á þriggja mánaða fresti. Fram kemur að laun skrifstofufólks hækka frá 1. október til 31. desember árið 2002. Getur þú notað línuritið til að segja hver launin voru 31. október? En í árslok?

24 Skrifaðu frétt í dagblað þar sem þú fjallar um launaþróun á grundvelli þessa línurits.

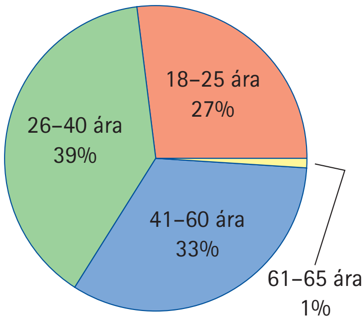
Línurit sýna þróun. Mælingar eru framkvæmdar á tilteknum tímapunktum og þær skráðar í hnitakerfi. Þegar gerð eru línurit eru dregnar línur í gegnum punktana. Mælingar eru misnákvæmar en línurit eru notuð þegar markmiðið er að sýna breytingar. Aldrei er hægt að fullyrða að línur milli punkta sýni raunveruleikann. Hugsið ykkur til dæmis þegar þróun hitastigs er sýnd með því að mæla hita klukkan 12 á hádegi á hverjum degi og búið er til línurit á grundvelli þeirra upplýsinga. Má lesa hita klukkan 12 á miðnætti af slíku línuriti?

Misjafnt er eftir þjóðum hvernig skipting er milli blóðflokka. Algengir blóðflokkar eru A, B, AB og O. Í Noregi er A flokkurinn algengastur en á Írlandi er O-flokkurinn algengastur. Á skífuritinu má sjá hvernig skiptingin er hjá Íslendingum.



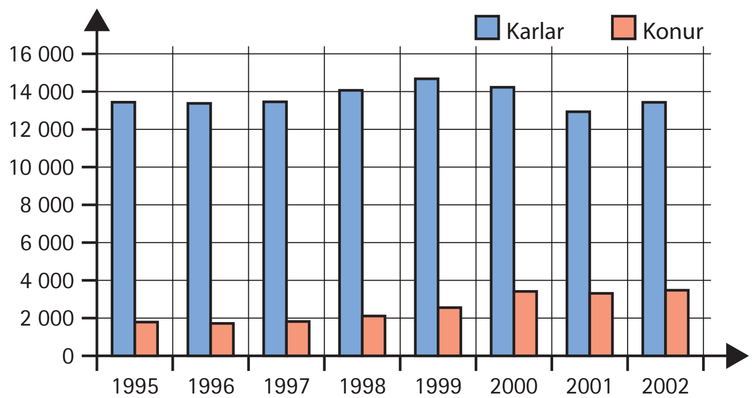
25 Hvaða blóðflokkur er algengastur hér á landi? Reyndu að afla þér upplýsinga um blóðflokka u.þ.b. 10 ættingja og vina.
Gaman væri að setja saman upplýsingar frá öllum í bekknum og bera þær saman við skífuritið.

Blóðbankinn þarf ætíð að eiga nóg af blóði. Efnt er til blóðsafnana um allt land og margir gefa blóð reglulega. Á árinu 2002 voru blóðgjafar 8 153. Á skífuritinu er sýnd skipting blóðgjafa eftir aldri.



26 Búðu til súlurit sem sýnir fjölda blóðgjafa í hverjum aldurshópi.

Flestir blóðgjafar geta gefið blóð 3–4 sinnum á ári. Á súluritinu má sjá upplýsingar um hve oft konur og karlar gáfu blóð á tímabilinu 1995–2002.



27 Lestu af myndritinu.

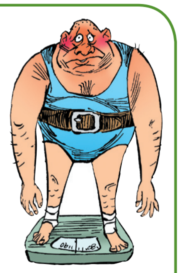
- **a** Berðu saman þróun fjölda eftir kynjum.
- **b** Hvort gefa konur eða karlar oftar blóð?
- **c** Hvernig eru hlutföllin milli kynjanna?
- **d** Hvernig gætir þú lýst þróun á fjölda kvenna og karla sem blóðgjafa á þessu tímabili?

Breytingar

HÓPVERKEFNI

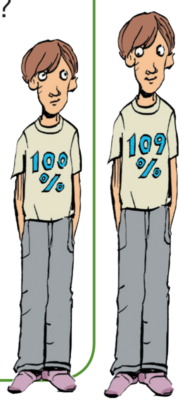
1 a Ræðið eftirfarandi spurningar í litlum hópum.

b Berið niðurstöður síðan saman við aðra hópa í bekknum ykkar.



Hafið þið tekið eftir að eitthvað hafi breyst síðan þið fæddust?
Finnið nokkur dæmi.

- Hafið þið sjálf breyst?
- Hefur skólastofan breyst?
- Hefur tölvunotkun breyst?
- Hafa vinsældir einhverrar hljómsveitar breyst?
- Hefur notkun farsíma breyst?
- Hefur fatatíska breyst?
- Hefur verð á vöru breyst?



Hvaða breytingum mynduð þið lýsa með tölum?
Gætuð þið lýst einhverjum breytingum með rúmfræðilegum flutningum?
Er eitthvað sem breytist reglulega?
Er eitthvað sem breytist stöðugt?

2 Talan 2 er sett inn í breytivél. Út kemur talan 14. Finndu reglur fyrir þessa breytivél. Gefðu þrjú dæmi.

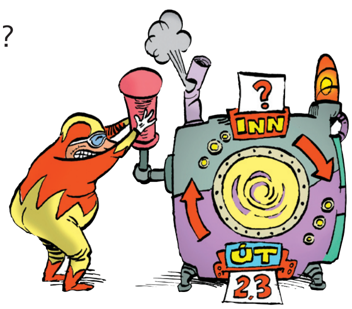
3 Talan 18 kemur út úr annarri breytivél. Gæti hvaða tala sem er hafa verið sett inn í vélina? Nefndu nokkur dæmi um reglur fyrir þessa breytivél.

4 Þessar tölur eru settar inn í breytivél.

a 1983 **b** –265 **c** –6 **d** 144 **e** 180,18 **f** $\frac{2}{6}$ **g** $3\frac{1}{4}$ **h** 4,5

Útkoma verður alltaf 18. Hvaða reikniaðgerðum beitti breytivélin í hverju tilfelli?

i Hvenær væri hægt að nota margföldun eða deilingu til þess að fá 18?



5 Út úr breytivél kemur talan –2,3. Sýndu tíu dæmi um tölur og reglur sem nota mætti.

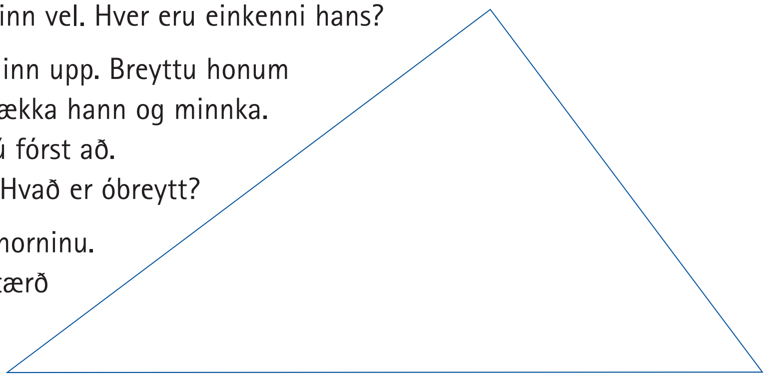
6 Fáðu útkomuna 4,8.
Notaðu margföldun eða deilingu. Getur þú notað hvort tveggja?

a 1,2 **b** 9,6 **c** 480 **d** –4 **e** 9600 **f** 19,2

7 a Skoðaðu þríhyrninginn vel. Hver eru einkenni hans?

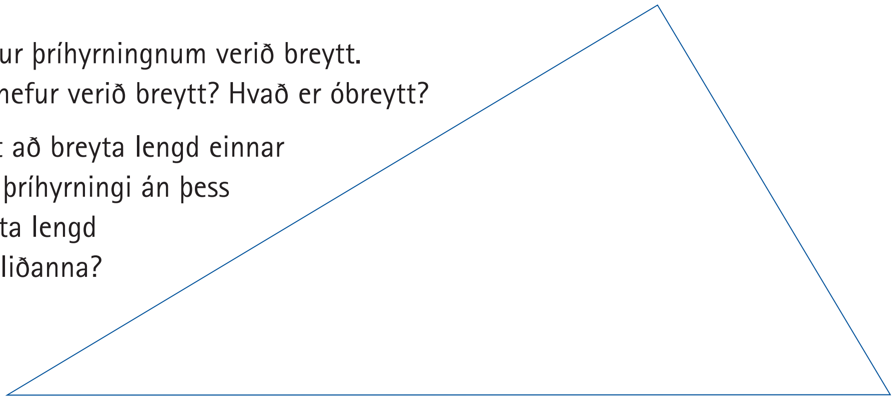
b Teiknaðu þríhyrninginn upp. Breyttu honum bæði með því að stækka hann og minnka. Lýstu því hvernig þú fórst að. Hverju breyttir þú? Hvað er óbreytt?

c Breyttu 90° (rétta) horninu. Hefur það áhrif á stærð hinna hornanna?

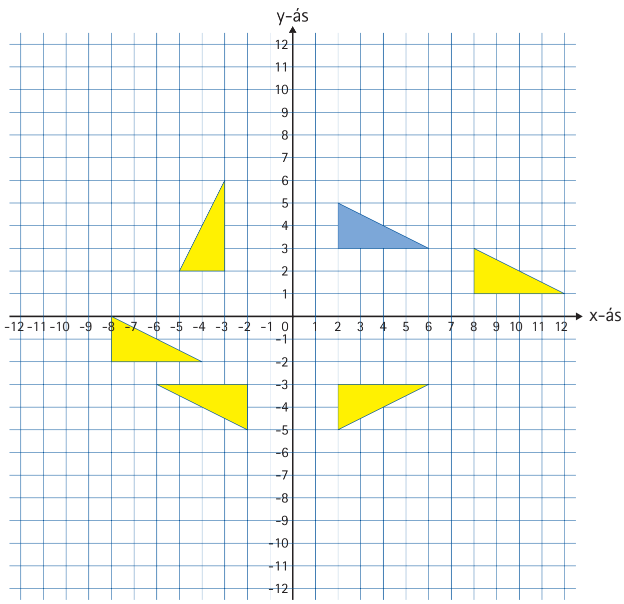


d Hér hefur þríhyrningnum verið breytt. Hverju hefur verið breytt? Hvað er óbreytt?

e Er hægt að breyta lengd einnar hliðar í þríhyrningi án þess að breyta lengd hinna hliðanna?



8 Hvert er samband gulu þríhyrninganna við bláa þríhyrninginn?

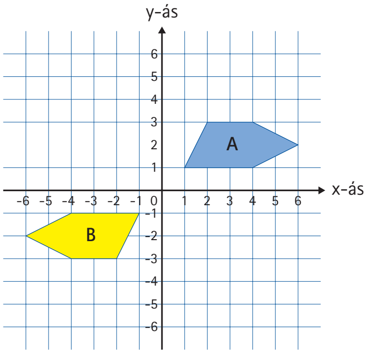


9 a Skráðu hnit hornpunkta á mynd A.

b Skráðu hnit hornpunkta á mynd B.

c Hvaða breyting hefur orðið á hnitunum?

d Hvaða flutningur er þetta?



10 Hér eru hnit hornpunkta í marghyrningi fyrir og eftir flutning.

Fyrir: (1,1) (2,0) (4,1) (4,3) (2,3) (1,1)

Eftir: (–1,1) (–2,0) (–4,1) (–4,3) (–2,3) (–1,1)

a Hvaða flutningur er þetta?

b Hvaða flutningur hefur átt sér stað ef x-hnitin haldast óbreytt en y-hnitin verða neikvæð?

c Hvaða flutningur hefur átt sér stað ef bæði x-hnitin og y-hnitin verða neikvæð?

d Hvaða flutningur hefur átt sér stað ef bæði x-hnitin og y-hnitin hækka um 2?
En ef þau lækka um 3?

e Hvaða breyting á sér stað ef bæði x- og y-hnitin eru margfölduð með tveimur?

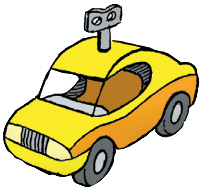
11 a Teiknaðu marghyrning í hnitakerfi og skráðu hnit hornpunkta hans.

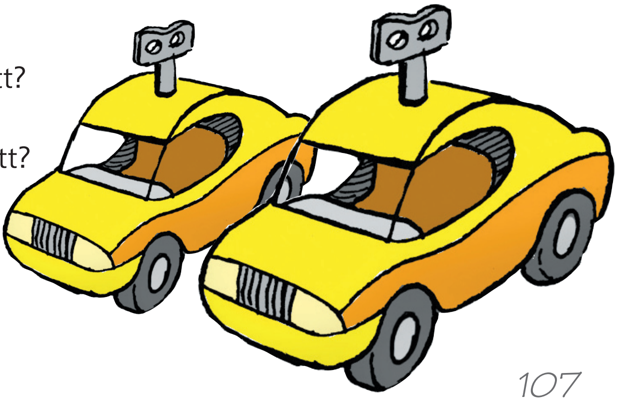
b Hver yrðu hnit marghyrningsins
- ef þú speglaðir honum um x-ás?
- ef þú hliðraðir honum 2 reiti til hliðar og 3 reiti upp?
- ef þú snerir honum um 180° gráður út frá upphafspunkti hnitakerfisins (0,0)?

c Gerðu fleiri breytingar með flutningum eða stækkun/minnkun og skráðu alltaf hnit hornpunkta í marghyrningi þínum.

12 Hvað breytist við flutning? Hvað helst óbreytt?

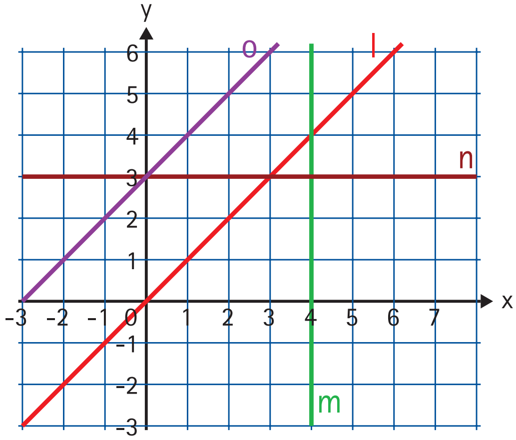
13 Hvað breytist við stækkun? Hvað helst óbreytt?





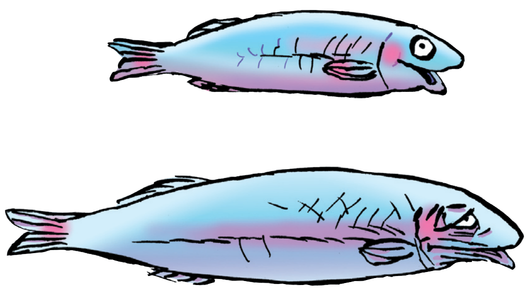
14 a Skoðaðu línuna l.
Veldu fjóra punkta á henni og skráðu hnit þeirra.
Hvað einkennir hnit punktanna sem liggja á línunni l?

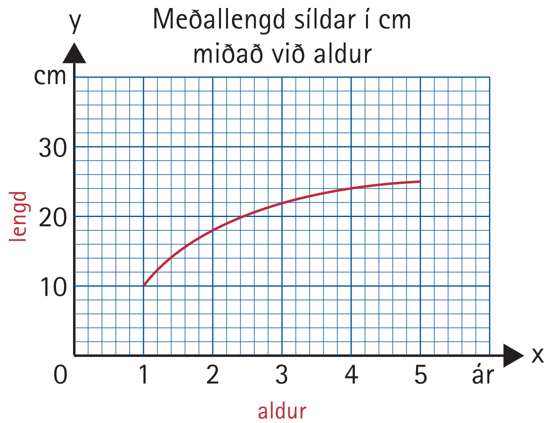
b Skoðaðu línuna m.
Veldu fjóra punkta á henni og skráðu hnit þeirra.
Hvað einkennir hnit punktanna sem liggja á línunni m?



c Skoðaðu línuna n.
Veldu fjóra punkta á henni og skráðu hnit þeirra.
Hvað einkennir hnit punktanna sem liggja á línunni n?

d Skoðaðu línuna o.
Veldu fjóra punkta á henni og skráðu hnit þeirra.
Hvað einkennir hnit punktanna sem liggja á línunni o?





15 a Hver er meðallengd síldar sem er $2\frac{1}{2}$ árs gömul?

b Hvað má áætla að síld sem er 15 cm að lengd sé gömul?

c Lýstu því hvernig lengd síldar breytist miðað við aldur.

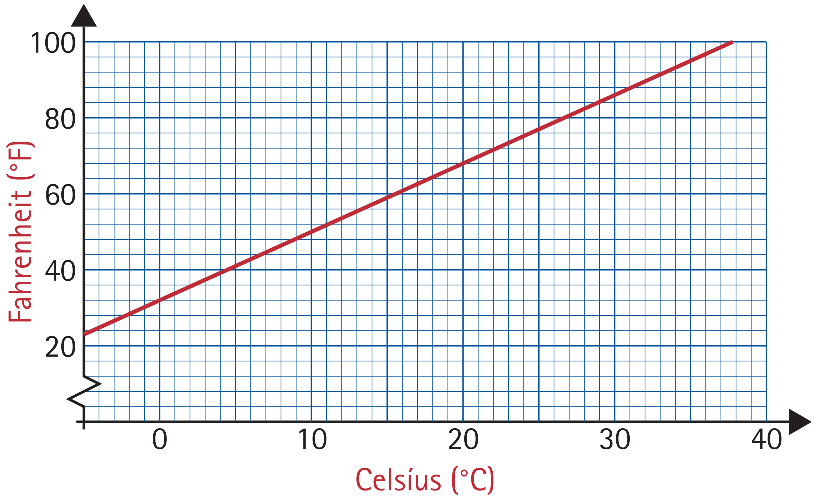
Aldur í árum	1	2	3	4	5
Meðalþyngd í grömmum	25	85	142	187	215

16 a Teiknaðu línurit sem sýnir hvernig þyngd síldar breytist í hlutfalli við aldur.

b Hver má áætla að sé meðalþyngd $2\frac{1}{2}$ árs gamallar síldar?

c Hve lengi má gera ráð fyrir að tveggja ára síld sé að tvöfalda þyngd sína?

Á Íslandi er hiti mældur í gráðum á celcíuskvarða. Í Bandaríkjunum er hiti mældur í gráðum á fahrenheitkvarða. Mörgum Íslendingum finnst skrýtið að einhver geti haft 104 stiga hita meðan Bandaríkjamönnum finnst lítið að vera með 40 stiga hita. Línuritið sýnir samband þessara mælieininga. Þú getur notað þetta línurit þegar þú þarft að breyta celcíusgráðum í fahrenheitgráður og öfugt.



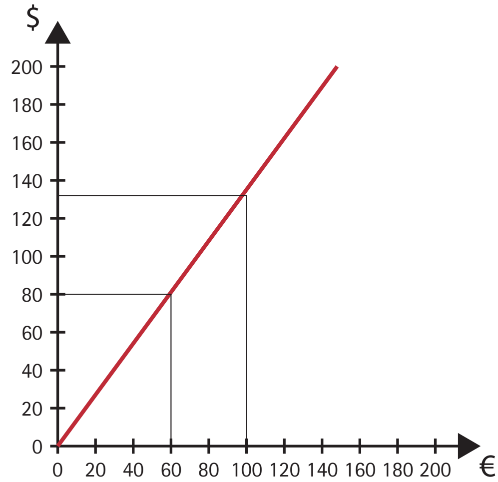
17 Lestu af línuritinu.

a Hve margar fahrenheitgráður eru: 5° C –4°C 7°C 32°C –12°C 0°C

b Hve margar celcíusgráður eru: 32°F 98°F 13°F 0°F

Víða í Evrópu er notaður gjaldmiðillinn evra (€).
Í Bandaríkjunum er gjaldmiðillinn dollari ($).
Á línuritinu má lesa samband þessara gjaldmiðla.

Andri vinnur í verslun á flugvelli í París. Hann á að merkja vörur með verði í evrum og dollurum. Hann notar línuritið til að breyta milli gjaldmiðla.



18 Skráðu verðið bæði í dollurum og evrum.
Gengi gjaldmiðlanna er hér miðað við árslok 2004. Kannaðu hvort sambandið hafi breyst.

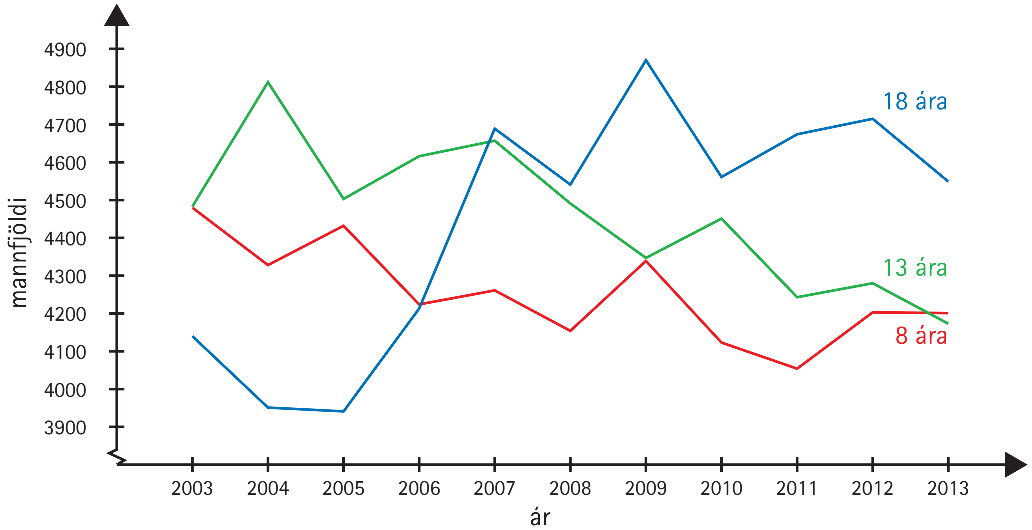
a Berðu línuritin tvö saman. Hvað einkennir línurnar?

b Nefndu dæmi um annars konar línurit.

Línuritið sýnir þróun mannfjölda frá 1998–2003 og spá um þróun hans fram til ársins 2013. Tekin eru dæmi af tilteknum aldurshópum.

Mannfjöldaspáin byggist á eftirtöldum forsendum.

- Meðalævilengd karla verði 80,1 ár og kvenna 82,1 ár.
- Fæðingartíðni verði 1,99 sem er meðaltal áranna 1998–2003.
- Búferlaflutningar til og frá landinu verði 168 á ári.



19 a Lýstu þróun fjölda í hverjum aldurshópi og berðu þá saman.

b Finndu fjölda þeirra sem eru 13 ára árið 2003 í línuritinu fyrir 8 ára og 18 ára. Er fjöldinn sá sami? Hvaða skýringar gætu legið að baki ef svo er ekki?

c Má lesa úr línuritinu að búast megi við breytingum á mannfjölda á næstu árum?

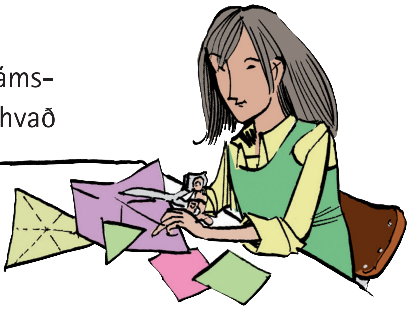
d Hvernig telur þú að línuritið myndi líta út ef búferlaflutningar yrðu 2168 á ári? En ef fæðingartíðni minnkaði í 1,0?

20 Hagstofa Íslands hefur gert mannfjöldaspá fyrir Ísland fram til ársins 2045. Hvernig heldur þú að þróunin verði fram til ársins 2045? Bættu við línuritið. Skoðaðu spá Hagstofunnar. Berðu spár ykkar saman.

21 Skoðaðu spá Hagstofunnar fyrir þinn aldurshóp. Teiknaðu línurit sem sýnir hvaða breytingu á fjölda er spáð. Telur þú líklegt að forsendur Hagstofunnar standist og að þróun mannfjölda verði nákvæmlega svona?

Viðhorf þín til stærðfræði

Eitt af því sem skiptir máli fyrir námsárangur eru viðhorf nemenda til námsgreinarinnar. Það skiptir máli fyrir hvern og einn að gera sér grein fyrir hvað þeim finnst skipta máli til að þeir geti einbeitt sér við námið.



Íhugaðu spurningarnar hér fyrir neðan og notaðu þær til að gera þér grein fyrir viðhorfum þínum.

1 a Hvað finnst þér um stærðfræði?

b Hvaða inntaksþáttur stærðfræðinnar finnst þér áhugaverðastur?
- Tölur
- Reikningur
- Hlutföll og prósentur
- Mynstur og algebra
- Rúmfræði
- Tölfræði og líkindafræði

Útskýrðu hvers vegna þér finnst það.

c Lýstu aðstæðum þar sem þér þykir gott að læra stærðfræði.

d Lýstu skemmtilegu stærðfræðiverkefni.

e Lýstu leiðinlegu stærðfræðiverkefni.

f Hvað kemur upp í huga þegar þú hugsar um að læra stærðfræði?

g Teiknaðu mynd af stærðfræðingi.

2 Flokkaðu eftirfarandi fullyrðingar eftir því hvort þú ert sammála þeim eða ósammála.

a Stærðfræðinám krefst einbeitingar og úthalds.

b Stærðfræðinám byggist á góðum útskýringum kennara.

c Stærðfræðinám byggist á endurtekningu og æfingu.

d Stærðfræðinám gengur best í samvinnu við aðra nemendur.

e Stærðfræðinám snýst um að skilja.

f Stærðfræðinám snýst um að rannsaka samhengi.

g Í stærðfræðinámi skiptir miklu máli að vera skipulagður.

h Stærðfræðinám krefst umræðna og vangaveltna.

i Stærðfræðinám á að vera auðvelt.

j Stærðfræðinám tengist námi í öðrum námsgreinum.

Skrifaðu stuttan texta um hvað þér finnist stærðfræðinám vera. Láttu koma fram hvað þú telur mikilvægt að hafa í huga fyrir stærðfræðinemanda sem vill ná árangri.

Atriðisorð

algebra 20
almenn brot 46
Arkímedes 15
aukastafir 15
Eratosþenes 59
ferningsrót 60
ferningstala 60
fimmínur 74
flatarmál hrings 17, 18
flatarmál þríhyrninga 10
forgangsröð aðgerða 23
frumtala 58, 61, 65
frumtöluvíburar 58
gagnasafn 95
geisli 16
hlutföll 34
hnit 107
hornalína 12
hornasumma 14
hringfari 4
hringur 5
hæð í þríhyrningi 10
jafnarma þríhyrningur 11
jafngild brot 47
liður 21
lína 6, 66
línurit 101, 103
miðpunktur 6
miðstrengur 7
nágrannatala 22
pí (π) 15, 16
prósentur – afsláttur 89
prósentur – hækkun 90
punktarit 99
samnefnd brot 50
samsettar tölur 62
sívalningur 72
strik 6
stæða 23, 24, 26
talnarunur 27
tugabrot 56
tugakerfi 76
tölfræði 93
ummál hrings 17
ummál 16
veldi 63
þrívídd 66
þvermál 16